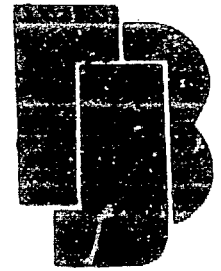


Nr 1450/XVIII/PP/B

INSTYTUT BADAN JADROWYCH  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
INSTITUTE OF NUCLEAR RESEARCH



# RAPORT

Nr 1450 /XVIII/PP/B

ANALIZA ZEBER PŁASKICH Z WYMIANĄ  
CIEPŁA PRZEZ PROMIENIOWANIE

J. MADEJSKI

WARSZAWA

1973

**This report has been reproduced directly from  
the best available copy**

**Распространяет:  
ИНФОРМАЦИОННЫЙ ЦЕНТР ПО ЯДЕРНОЙ ЭНЕРГИИ  
при Уполномоченном Правительства ПНР  
по Использованию Ядерной Энергии  
Дворец Культуры и Науки  
Варшава, ПОЛЬША**

**Available from:  
NUCLEAR ENERGY INFORMATION CENTER  
of the Polish Government Commissioner for Use  
of Nuclear Energy  
Palace of Culture and Science  
Warsaw, POLAND**

**Drukuje i rozprowadza:  
OŚRODEK INFORMACJI O ENERGII JĄDROWEJ  
Pełnomocnika Rządu d/s Wykorzystania Energii Jądrowej  
Warszawa, Pałac Kultury i Nauki**

**Wydaje Instytut Badań Jądrowych**

---

**Nakład 380 egz., Objętość ark. wyd. 0,93, Ark. druk. 1,44, Data  
złożenia maszynopisu przez autora 12.XII.1972 r. Oddano do druku  
23.II.1973 r. Druk ukończono w marcu 1973 r., SP-09/250/66,  
Zam. nr 64/73**

**INSTYTUT BADAŃ JĄDROWYCH**

**ANALIZA ŻEBER PŁASKICH Z WYMIANĄ  
CIEPŁA PRZEZ PROMIENIOWANIE**

**ANALYSIS OF FLAT FINS WITH  
RADIATION HEAT TRANSFER**

**АНАЛИЗ ПРЯМЫХ РЕБЕР С ЛУЧИСТЫМ  
ТЕПЛООБМЕНОМ**

**Jan Madejski**

**Streszczenie**

Podano ścisły wywód równania żebier płaskich i okrągłych. Wykonano analizę żebier o zmiennej grubości oraz określono wymiary żebier o optymalnej konstrukcji.

Abstract

Exact equation for flat and round fins was derived. Flat fins with variable thickness have been studied, and their dimensions optimized. (*auth*)

Аннотация

Приведено строгий вывод уравнения прямых и круглых ребер. Сделано анализ ребер переменной толщины и найдено размеры ребер оптимальной конструкции.

1. WSTĘPŚCISŁY WYWÓD RÓWNANIA ŻEBER PŁASKICH

Ustalony rozkład temperatury w żebrach płaskich spełnia równanie Laplace'a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (1.1)$$

w obszarze przekroju żebra, symetrycznego względem osi  $x$ -ów, zaznaczonym na Rys. 1. Linia  $OP$ , określona przez sarys profilu żebra  $\delta / x$ , odgranicza żebro od otoczenia o temperaturze  $T_0$ , wymieniającego ciepło z żebrem przy współczynniku przejmowania  $\alpha$ .

Celem uzyskania równania żeber płaskich całkuje się równanie (1.1) w zakresie od  $y = 0$  do  $y = \delta / x$ , biorąc pod uwagę symetrię względem osi  $x$ -ów, t.zn.  $\frac{\partial T(x, 0)}{\partial y} = 0$ . Otrzymuje się

$$\int_0^{\delta} \frac{\partial T}{\partial x^2} dy + \frac{\partial T(x, \delta)}{\partial y} = 0, \quad (1.2)$$

a następnie, korzystając z zależności

$$\int_0^{\delta} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dy = \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \frac{\partial T}{\partial x} dy - \frac{d\delta}{dx} \cdot \frac{\partial T(x, \delta)}{\partial x}, \quad (1.3)$$

równanie

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \frac{\partial T}{\partial x} dy + \frac{\partial T(x, \delta)}{\partial y} - \frac{d\delta}{dx} \cdot \frac{\partial T(x, \delta)}{\partial x} = 0 \quad (1.4)$$

Strumienie ciepłe wewnątrz żebra, zaznaczone na Rys. 1, wynoszą

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (1.5)$$

gdzie  $\lambda$  jest przewodnością cieplną materiału żebra. Jak wynika z Rys. 1, bilans ciepłoty na elemencie powierzchni żebra do prowadzi do następującego warunku brzegowego

$$q_y dx + (-q_x) d\delta = \alpha [T(x, \delta) - T_0] d\delta, \quad (1.6)$$

przy czym

$$d\delta = \sqrt{(dx)^2 + (d\delta)^2} = dx \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{d\delta}{dx}\right)^2}. \quad (1.7)$$

Podstawienie (1.5) i (1.7) do (1.6) daje

$$-\lambda \frac{\partial T(x, \delta)}{\partial y} + \lambda \frac{d\delta}{dx} \cdot \frac{\partial T(x, \delta)}{\partial x} = \alpha [T(x, \delta) - T_0] \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{d\delta}{dx}\right)^2}, \quad (1.8)$$

co można uwzględnić w równaniu (1.4), a otrzymuje się wtedy następujące ściśle równanie żeber płaskich

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \frac{\partial T}{\partial x} dy - \frac{\alpha}{\lambda} [T(x, \delta) - T_0] \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{d\delta}{dx}\right)^2} = 0. \quad (1.9)$$

Należy dodać, że w podobny sposób można wyprowadzić równanie dla żeber okrągłych. W tym przypadku Rys. 1 jest aktualny po zamianie zmiennej  $x$  przez zmienną  $r$ . Analogiczne do (1.9) równanie brzmi

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \int_0^\delta \frac{\partial T}{\partial r} dy \right) - \frac{\alpha}{\lambda} [T(r, \delta) - T_0] \sqrt{1 + \left(\frac{d\delta}{dr}\right)^2} = 0. \quad (1.10)$$

Równania (1.9-10) są ściśle i nie uwzględniają jeszcze faktu małej zmienności temperatury w przekroju  $x$  /lub  $r$ /, co jest cechą znamioną żeber jako tworów wydłużonych. Uwzględnienie tego faktu prowadzi do uproszczeń, właściwych teorii żeber. Wprowadza się mianowicie średnią temperaturę żebra w przekroju  $x$

$$T_m(x) = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} T(x, y) dy \quad (1.11)$$

wtedy

$$\begin{aligned} \int_0^{\delta} \frac{\partial T}{\partial x} dy &= \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} T dx - \frac{d\delta}{dx} \cdot T(x, \delta) = \\ &= \frac{d\delta T_m}{dx} - \frac{d\delta}{dx} \cdot T(x, \delta) = \\ &= \delta \frac{dT_m}{dx} + \frac{d\delta}{dx} [T_m - T(x, \delta)]. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Dla żeber przyjmuje się, że

$$T_m(x) \approx T(x, \delta). \quad (1.13)$$

Po uwzględnieniu tego uproszczenia i podstawieniu (1.13) do (1.12) i (1.9) otrzymuje się /opuszczając indeks  $\delta$ /

$$\frac{d}{dx} \left( \delta \frac{dT}{dx} \right) - \frac{\alpha}{\lambda} (T - T_0) \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{d\delta}{dx} \right)^2} = 0 \quad (1.14)$$

Postać tego równania różni się od spotykanej w podręcznikach postaci, wyprowadzonej drogą bilansu ad hoc, wys-

tępowaniem krzywizny konturu, którą często można pominąć, jakkolwiek - ściśle rzecz biorąc - obowiązuje to tylko dla żeber o stałej grubości. Wtedy równanie 1.14 przechodzi w znane równanie

$$\frac{d}{dx} \left( \delta \frac{dT}{dx} \right) - \frac{\alpha}{\lambda} (T - T_0) = 0. \quad (1.15)$$

Gdy wymiana ciepła następuje przez promieniowanie powierzchni żebra do otoczenia o temperaturze  $T_0$ , to drugi wyraz w powyższym równaniu należy zastąpić przez  $\frac{H}{\lambda} (T^4 - T_0^4)$ , gdzie  $H = \sigma \cdot \varepsilon$  zaś  $\sigma$  oznacza stałą promieniowania, a  $\varepsilon$  zastępczą emisyjność. Wtedy równanie (1.15) zastępuje się przez nieliniowe równanie różniczkowe zwyczajne

$$\frac{d}{dx} \left( \delta \frac{dT}{dx} \right) - \frac{H}{\lambda} (T^4 - T_0^4) = 0. \quad (1.16)$$

## 2. ANALIZA ŻEBER O ZMIENNEJ GRUBOŚCI

W procesie projektowania i fabrykacji wymienników z powierzchniami uźebrowanymi bardzo często uzyskuje się zebra o zmiennej grubości, to też Schmidt [1] opracował dla tego celu teorię, zakładającą potęgową zależność  $\delta/x$ . Korzystać z tej teorii można dobierając do rzeczywistego konturu najbardziej odpowiedni wykładnik potęgowy danej zależności.

Uwzględnienie potęgowej zależności  $\delta/x$  w równaniu (1.15) nie powoduje większych trudności w jego rozwiązaniu. Natomiast podobna analiza dla równania (1.16) nie może być wykonana w sposób ścisły. Ponieważ jednak analiza Schmidta wymaga aproksymacji danego profilu przez profil obliczeniowy, więc podobna operacja może być zro-



biona w stosunku do równania (1.16) tak, aby uzyskać z równania nieliniowego równanie liniowe.

W tym celu wystarczy założyć, że

$$\delta = 4K\tau^3 \left(\frac{x}{l}\right)^n, \quad (2.1)$$

gdzie  $l$  jest wysokością żebra, zaś  $K$  oraz  $n$  odpowiednio dopasowanymi do profilu rzeczywistego współczynnikami.

Podstawienie (2.1) do (1.6) prowadzi do równania liniowego względem funkcji

$$\phi = \tau^4 - \tau_0^4, \quad (2.2)$$

które można rozwiązać w sposób ścisły. Podstawiając następnie

$$\tau = (\tau_0^4 + \phi)^{1/4} \quad (2.3)$$

do (2.1) otrzymuje się zależność

$$\delta = 4K \left(\frac{x}{l}\right)^n \cdot [\tau_0^4 + \phi(x)]^{3/4} = \delta(x) \quad (2.4)$$

którą można konfrontować z profilem rzeczywistym celem doboru stałych.

Opisaną procedurę wyjaśnić można najpierw na przykładzie  $n = 0$ . W tym przypadku równanie dla żebra ma postać

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{H}{K\lambda} \phi = 0. \quad (2.5)$$

Oś  $x$ -ów niech będzie skierowana od podstawy do końca żebra /a więc przeciwnie niż na Rys. 1/, dla którego przyjmuje się uproszczony warunek brzegowy

$$\frac{d\tau(l)}{dx} = 0, \quad \frac{d\phi(l)}{dx} = 0. \quad (2.6)$$

Temperatura u podstawy żebra  $/x=0/$  niech będzie z góry dana, co stanowi drugi warunek brzegowy

$$T(0) = T_p, \quad \phi(0) = T_p^4 - T_0^4. \quad (2.7)$$

Z uwzględnieniem obu tych warunków rozwiązanie równania (2.5) brzmi

$$\phi = T^4 - T_0^4 = (T_p^4 - T_0^4) \cdot \frac{\text{ch}\left[\sqrt{\frac{H}{k\lambda}} \cdot (x-l)\right]}{\text{ch}\left(\sqrt{\frac{H}{k\lambda}} \cdot l\right)}, \quad (2.8)$$

Wobec tego profil żebra reprezentowany jest przez zależność

$$\delta = 4K \left[ T_0^4 + (T_p^4 - T_0^4) \cdot \frac{\text{ch}\left[\sqrt{\frac{H}{k\lambda}} \cdot (x-l)\right]}{\text{ch}\left(\sqrt{\frac{H}{k\lambda}} \cdot l\right)} \right]^{\frac{3}{4}}. \quad (2.9)$$

Podanie grubości żebra u podstawy  $\delta(0)$  umożliwia określenie stałej  $K$ ; mianowicie z (2.9) wynika, że

$$\delta(0) = 4KT_p^3, \quad (2.10)$$

skąd

$$K = \frac{\delta(0)}{4T_p^3} \quad (2.11)$$

Wobec tego profil żebra określa wzór

$$\frac{\delta}{\delta(0)} = \left[ \frac{T_0^4}{T_p^4} + \left(1 - \frac{T_0^4}{T_p^4}\right) \cdot \frac{\text{ch}\left[\frac{H}{k\lambda} \cdot (x-l)\right]}{\text{ch}\left(\sqrt{\frac{H}{k\lambda}} \cdot l\right)} \right]^{\frac{3}{4}}, \quad (2.12)$$

ilustrowany przez szkic żebra na Rys. 2, obliczonego dla następujących danych:  $T_0 = 300^\circ\text{K}$ ,  $T_p = 1000^\circ\text{K}$ ,

$\lambda = 34,8 \text{ W/m}^\circ\text{K}$ ,  $H = 3,48 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^{20}\text{K}^4$ ,  $\delta(0) = 0,01 \text{ m}$ ,  
 $l = 0,1 \text{ m}$ . W tych warunkach  $K = 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ m}^\circ\text{K}^3$ ,  
 $H/k\lambda = 400 \text{ m}^{-2}$  oraz  $\sqrt{H/k\lambda} = 20 \text{ m}^{-1}$ . Sprawność takiego  
 żebra wynosi  $\eta = 0,482$ . Ta ostatnia wielkość definiowa-  
 na jest w zwykły sposób, jako stosunek mocy cieplnej żebra  
 $Q$  do mocy cieplnej przy  $\lambda = \infty$  ceteris paribus.

A więc

$$\eta = \frac{\dot{Q}}{2lH(T_p^4 - T_0^4)} \quad (2.13)$$

Ponieważ zaś

$$Q = -\lambda \frac{dT(0)}{dx} \cdot 2\delta(0) = -2\lambda k \frac{d\theta(0)}{dx} = 2\lambda k (T_p^4 - T_0^4) \cdot \sqrt{\frac{H}{k\lambda}} \cdot \text{th}\left(\sqrt{\frac{H}{k\lambda}} \cdot l\right), \quad (2.14)$$

zatem

$$\eta = \frac{\text{th}\left(\sqrt{\frac{H}{k\lambda}} \cdot l\right)}{\sqrt{\frac{H}{k\lambda}} \cdot l} \quad (2.15)$$

zgodnie z analogicznym wzorem dla żeber chłodzonych kon-  
 wekcyjnie w przypadku stałej grubości.

Bardziej ogólny typ żeber określony jest wzorem (2.1).

Dla ich analizy korzystamy z układu współrzędnych z  
 Rys. 1 oraz wprowadzamy następujące wielkości bezwy-  
 miarowe

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \frac{T^4 - T_0^4}{T_p^4 - T_0^4}, \\ u &= x/l, \\ b &= \frac{Hl^2}{k\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Równanie (1.16) przybiera postać

$$\frac{d}{du} \left( u^n \frac{d\psi}{du} \right) - b\psi = 0 \quad (2.17)$$

z warunkiem początkowym

$$\psi(1) = 1. \quad (2.18)$$

Drugi warunek zastępuje wymaganie ograniczoneści rozwiązania dla  $0 \leq u \leq 1$ . Wobec tego rozwiązanie bierze

$$\psi = u^{\frac{1-n}{2}} \frac{J_{-p} \left( \frac{2j\sqrt{b}}{2-n} \cdot u^{\frac{2-n}{2}} \right)}{J_{-p} \left( \frac{2j\sqrt{b}}{2-n} \right)}, \quad p = \frac{1-n}{2+n} \quad (2.19)$$

dla  $n \neq 2$ . Natomiast, gdy  $n = 2$ , to

$$\psi = u^{\frac{1}{2}} (\sqrt{1+4b}-1). \quad (2.20)$$

Sprawność badanego typu żebor jest określona wzorem

$$\eta = \frac{1}{b\psi(1)} \cdot \frac{d\psi(1)}{dx} = -\frac{j}{\sqrt{b}} \cdot \frac{J_{+p} \left( \frac{2j\sqrt{b}}{2-n} \right)}{J_{-p} \left( \frac{2j\sqrt{b}}{2-n} \right)} \quad (2.21)$$

dla  $n \neq 2$ , zaś dla  $n = 2$  jest

$$\eta = \frac{1}{2b} (\sqrt{1+4b}-1). \quad (2.22)$$

Profil żebor określa wzór

$$\delta = 4ku^n \left[ T_0^4 + (T_p^4 - T_0^4) \cdot \psi(u) \right]^{3/4}. \quad (2.23)$$

Kładąc, jak poprzednio,  $K = \delta(1)/4\tau_p^3$  otrzymuje się

$$\frac{\delta}{\delta(1)} = u^n \left[ \frac{\tau_0^4}{\tau_p^4} + \left(1 - \frac{\tau_0^4}{\tau_p^4}\right) \cdot \psi(u) \right]^{3/4} \quad (2.24)$$

### 3. OPTYMIZACJA ŻEBER PROMIENIUJACYCH

Optymalne żebra o danej powierzchni przekroju

$$A = 2 \int_0^l \delta dx \quad (3.1)$$

otrzymuje się dobierając tak grubość żebra, aby moc cieplna osiągała maksimum. Jest to równoznaczne z użyciem minimalnej ilości materiału żebra na zrealizowanie danej mocy cieplnej w danych warunkach. Moc cieplna wyraża się wzorem (2.13)

$$\dot{Q} = 2lH(\tau_p^4 - \tau_0^4) \cdot \eta \quad (3.2)$$

Podstawiając (2.24) do (3.1) otrzymuje się

$$A = 2l\delta(1) \cdot f, \quad (3.3)$$

gdzie

$$f = \int_0^1 u^n \left[ \frac{\tau_0^4}{\tau_p^4} + \left(1 - \frac{\tau_0^4}{\tau_p^4}\right) \psi(u) \right]^{3/4} du \quad (3.4)$$

Dla danych temperatur  $\tau_0$  i  $\tau_p$  wielkość powyższa jest funkcją liczby Biota  $b$  /wzór (2.16)/ i wykładnika  $n$ . Od tych samych wielkości zależy również sprawność  $\eta$ . Ponieważ warunkiem pobocznym optymalizacji jest stałość

powierzchni  $A$ , zaś długość  $l$  ma być określona, więc tę ostatnią eliminuje się z równań (3.2-3).

Otrzymuje się

$$\dot{Q} = AH(T_p^4 - T_0^4) \cdot \frac{\eta}{f\delta(1)}. \quad (3.5)$$

Warunkiem optymalizacji jest

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial \delta(1)} = AH(T_p^4 - T_0^4) \cdot \frac{\partial}{\partial \delta(1)} \left( \frac{\eta}{f\delta(1)} \right) = 0. \quad (3.6)$$

skąd otrzymuje się równanie

$$\frac{d\eta}{d\delta(1)} - \frac{\eta}{f} \cdot \frac{df}{d\delta(1)} - \frac{\eta}{\delta(1)} = 0. \quad (3.7)$$

Zamiast grubości  $\delta(1)$  do rozważań można wprowadzić liczbę Biota

$$b = \frac{Hl^2}{k\lambda} = \frac{HT_p^3 A^2}{\lambda} \cdot \frac{1}{f^2 \delta^3(1)}, \quad (3.8)$$

skąd wynika, że

$$\delta(1) = \left( \frac{HT_p^3 A^2}{\lambda} \cdot \frac{1}{f^2 b} \right)^{1/3}, \quad (3.9)$$

przy czym przypominamy, że  $f$  zależy od  $b$ .

Ponieważ zaś

$$\frac{d\delta(1)}{db} = -\frac{1}{3} \left( \frac{HT_p^3 A^2}{\lambda} \right)^{1/3} \left( \frac{2}{b^{1/3} f^{5/3}} \cdot \frac{df}{db} + \frac{1}{b^{4/3} f^{2/3}} \right), \quad (3.10)$$

więc po podstawieniu (3.9-10) do (3.7) otrzymuje się warunek optymalizacji w postaci

$$\frac{\eta}{b} + 3 \frac{d\eta}{db} - \frac{\eta}{f} \frac{df}{db} = 0, \quad (3.11)$$

pozwalającej na obliczenie optymalnej liczby Biota  $b$ .

W tej procedurze główną trudność stanowi obliczenie

(3.11) wobec czego nieodpowiednie

jest przyjęcie pewnych dopuszczalnych uproszczeń. Polegają one na tym, że w tych przypadkach, gdy konwekcyjna wymiana ciepła na ścianach jest pomijalna wobec wymiany ciepła drogą promieniowania, wielkość  $T_o^4/T_p^4$  jest zazwyczaj bardzo mała. To upoważnia do zastąpienia dokładnego wzoru (3.4) przez wzór uproszczony

$$f = \int_0^1 u^{\frac{3+5n}{8}} \cdot \left[ \frac{J_p \left( \frac{2j\sqrt{b}}{2-n} \cdot u^{\frac{2-n}{2}} \right)}{J_p \left( \frac{2j\sqrt{b}}{2-n} \right)} \right]^{3/4} du. \quad (3.11)$$

Rozwijając funkcję Bessela na szereg potęgowy otrzyma się

$$f = \frac{\left( \frac{\sqrt{b}}{2-n} \right)^{\frac{n-1}{2} \cdot \frac{3}{4}}}{\left[ J_p \left( \frac{2j\sqrt{b}}{2-n} \right) \right]^{3/4}} \cdot \int_0^1 u^n \left[ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!(k-p)!} \cdot \left( \frac{bu^{2-n}}{(2-n)^2} \right)^k \right]^{3/4} du. \quad (3.12)$$

Następnie rozwijamy potęgę 0 wykładniku  $^{3/4}$  nawiasu kwadratowego, zawierającego szereg potęgowy, na nowy szereg, którego wyrazy /po pomnożeniu przez  $u^n$  / można całkować. Daje to następujący rezultat końcowy

$$f = \frac{\left( \frac{\sqrt{b}}{2-n} \right)^{\frac{3}{4} \cdot \frac{n-1}{2}}}{\left[ (-p)! J_p \left( \frac{2j\sqrt{b}}{2-n} \right) \right]^{3/4}} \cdot \left[ \frac{1}{n+1} + \frac{b}{4(1-p)(2-n)^2} + \right. \\ \left. + \frac{3}{32} \cdot \frac{2-3p}{(1-p)^2(2-p)} \cdot \frac{b^2}{(2-n)^4(5-n)} + \right] \quad (3.13)$$

$$+ \left. \frac{10-9p+9p^2}{128(1-p)^3(2-p)(3-p)} \cdot \frac{b^3}{(2-n)^6(7-2n)} + \dots \right], p = \frac{1-n}{2-n}$$

W szczególności dla  $n = 0$  utrzymuje się  $p = 1/2$ , a wtedy

$$f = ch^{-\frac{3}{4}} \sqrt{b} \cdot \left( 1 + \frac{b}{8} + \frac{b^2}{640} + \frac{31b^3}{107520} + \dots \right). \quad (3.14)$$

Dla  $n = 1$ ,  $p = 0$  mamy

$$f = I_0^{-3/4} (2\sqrt{b}) \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{b}{4} + \frac{3b^2}{128} + \frac{b^3}{384} + \dots \right), \quad (3.15)$$

zaś dla szczególnego przypadku  $n = 2$  oddzielna analiza doprowadziła do wyniku

$$f = \frac{8}{21+3\sqrt{1+4b}}. \quad (3.16)$$

W tym ostatnim przypadku /  $n = 2$  / podstawienie (3.16) i (2.22) do równania (3.11) daje następujące optymalne wielkości:  $b=6$ ,  $\eta=1/3$ ,  $f=2/9$  oraz zależność  $f/\delta(1) = u^{3/2}$ .

W innych przypadkach równanie (3.11) jest przestępne i rozwiązanie jego uzyskać można metodą numeryczną. Tak postępując otrzymano dla  $n = 0$  następujące wielkości optymalne:  $b = 2,094$ ,  $\eta = 0,618$ ,  $f = 0,692$  tudzież profil żeber optymalnego o równaniu

$$\frac{\delta}{\delta(1)} \left( \frac{ch\sqrt{b}u}{ch\sqrt{b'}} \right)^{3/4}, \sqrt{b'} = 1,447. \quad (3.17)$$

Profil ten podaje Rys. 3.

Należy nadmienić, że dla żeber z konwekcją / przy  $n = 0$  / t.j. dla żeber o stałej grubości / optymalna wartość



sprawności wynosi 0,626.

Żebra o charakterystyce  $n = 0$  wymagają większego użycia materiału niż żebra przy  $n = 2$ . Wynika to z wartości wielkości

$$\psi = \frac{\dot{Q}}{AH(T_p^4 - T_0^4)} \cdot \left( \frac{HT_p^3 A^2}{\lambda} \right)^{1/3} = \eta \cdot \left( \frac{b}{f} \right)^{1/3}, \quad (3.18)$$

która dla  $n = 0$  wynosi  $\psi = 0,891$ , zaś dla  $n = 2$  odpowiednio  $\psi = 1$ . Wobec tego przy tym samym nakładzie materiału /to samo  $A/$  i ceteris paribus moc cieplna przy  $n = 2$  wynosi 1,121 mocy cieplnej przy  $n = 0$ .

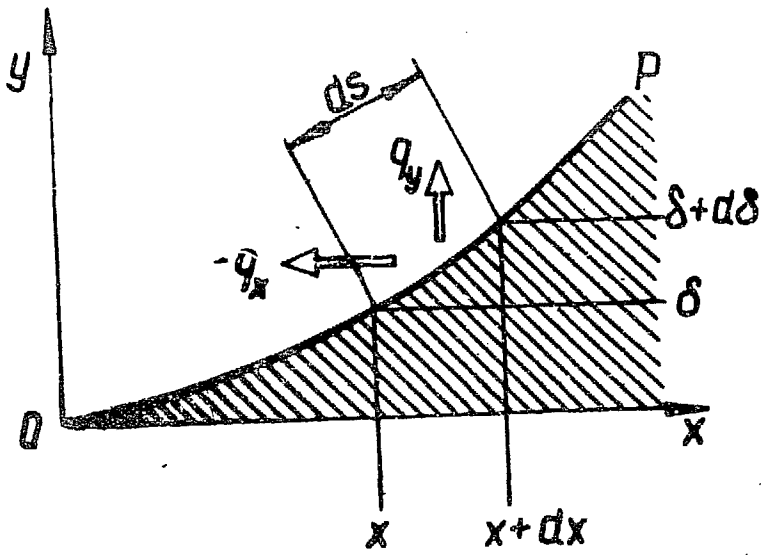
Inaczej, ponieważ z (3.18) wynika proporcja  $A \sim (\dot{Q}/\psi)^3$  przy tej samej mocy cieplnej nakład materiału dla żeber przy  $n = 0$  wynosi 1,412 nakładu materiału dla żeber o  $n = 2$ . Te ostatnie żebra są dłuższe, co można ocenić ze stosunku

$$\frac{l}{\delta(l)} = \frac{1}{2} f^{4/3} b^{2/3} \cdot \left( \frac{\lambda}{HT_p^3 \sqrt{A}} \right)^{2/3} = \chi \cdot \left( \frac{\lambda}{HT_p^3 \sqrt{A}} \right)^{2/3} \quad (3.19)$$

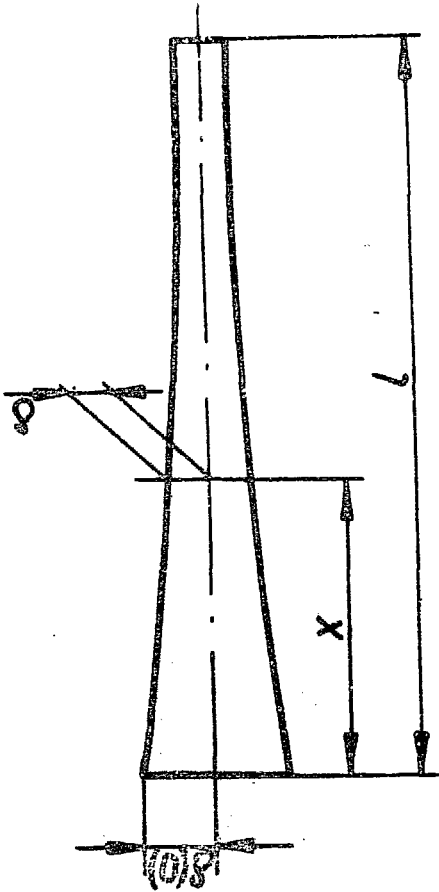
Wartość liczby  $\chi$  w warunkach optymalnych wynosi 0,724 dla żeber przy  $n = 0$  oraz 1 dla żeber przy  $n = 2$ . Wobec tego przy tej samej grubości u podstawy żebra  $\delta(l)$  i  $\chi$  ceteris paribus długość żebra z  $n = 2$  wynosi 1,385 długości żebra z  $n = 0$ . Obszary optymalne przedstawiono na Rys. 4. Jak widać profil z  $n = 2$  jest technologicznie niemożliwy do wykonania, która to uwaga dotyczy również żeber z konwekcją w przypadku  $n = 2$ .

#### LITERATURA

1. E. Schmidt, Die Wärmeübertragung durch Rippen, Zeitschrift VDI, Band 70, 1926, s. 885 i 947.

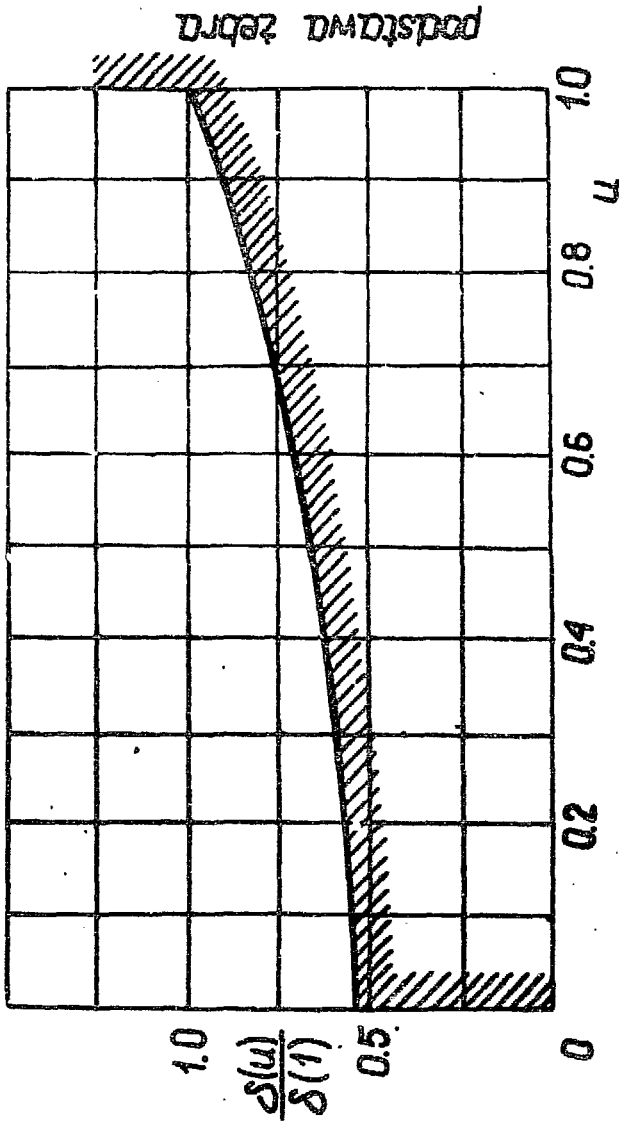


Rys. 1



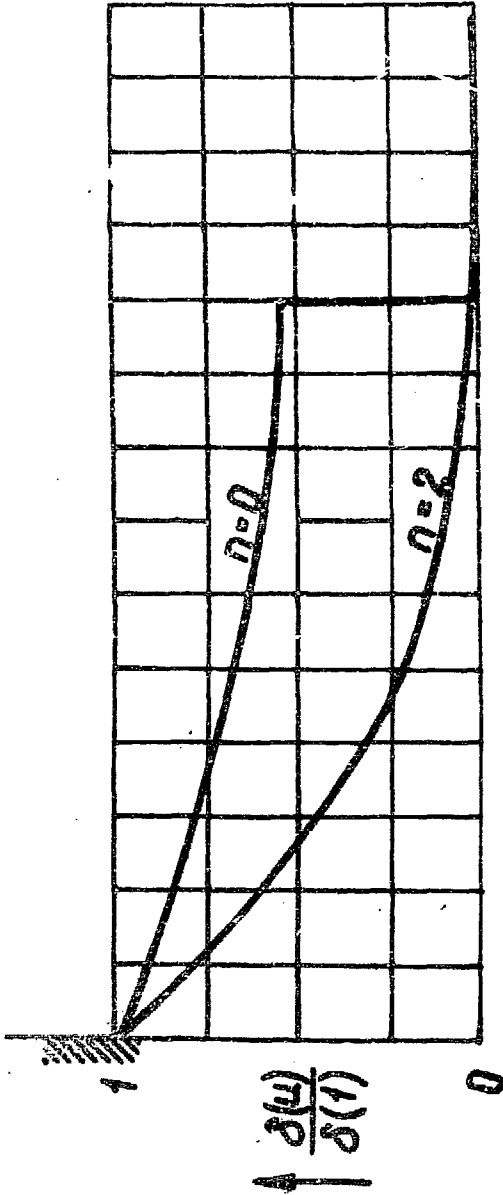
x mm	0	20	40	60	80	100
$\delta$ mm	10	7,56	5,83	4,65	3,98	3,78

RYS. 2



$u$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$\frac{\delta(u)}{\delta(1)}$	0.5445	0.563	0.615	0.704	0.835	1.000

Rys. 3



Rys. 4