

Conference on reactor inspection, Bristol (UK),
26 february 1975

1415

UN MODELE MATHEMATIQUE DE TRANSDUCTEUR HAUTE TEMPERATURE

J.P. FABRE

On propose un modèle mathématique de transducteur piézo-électrique au niobate de lithium, fonctionnant à haute température en sodium liquide [R.T. LEIS N° 74/11] .

Pour cela, on étudie une structure stratifiée monodimensionnelle, comportant une seule strate piézoélectrique, qui sépare deux milieux, a priori, différents (figure 1a), que l'on considère comme un quadripole linéaire [schéma de la figure 1b].

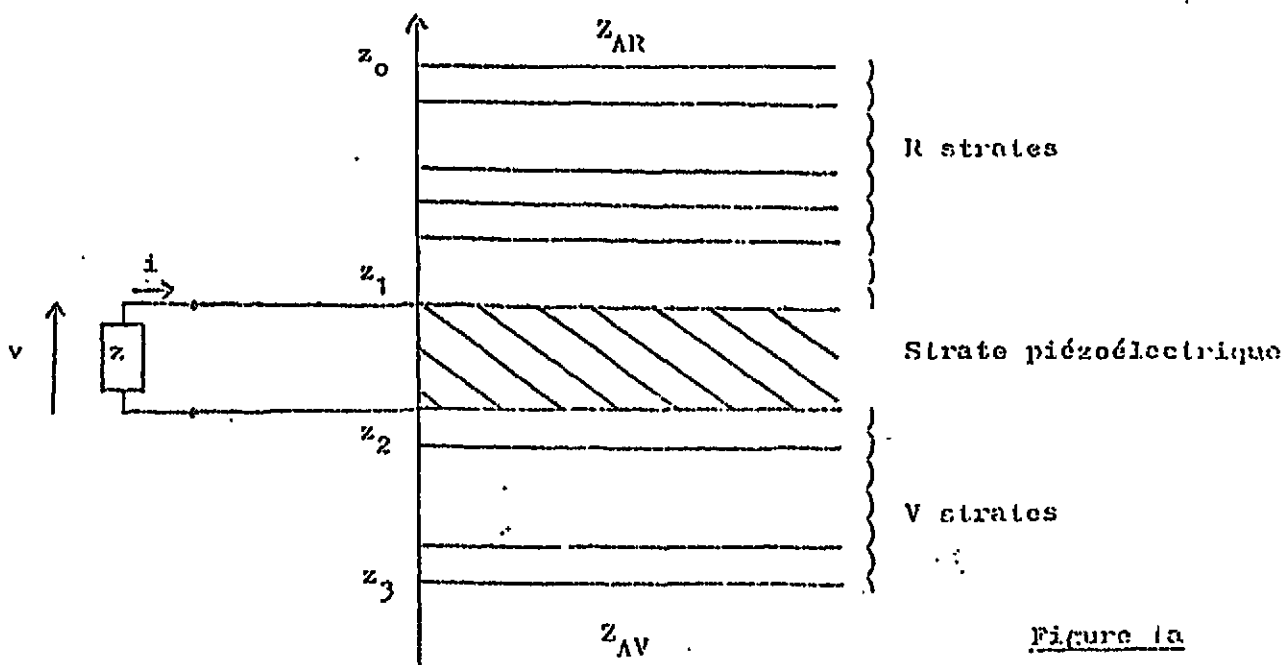


Figure 1a

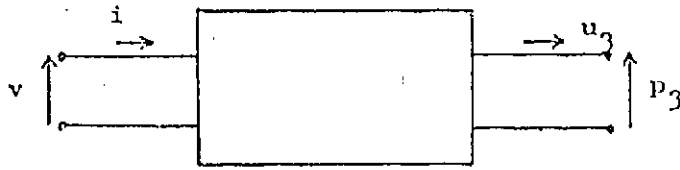


Figure 1 b

- Les variables électriques sont v et i , respectivement la tension et le courant appliqués sur les électrodes du cristal piézoélectrique.

- Sur le dioptré d'ordonnée z_1 , les variables mécaniques sont p_1 et u_1 , respectivement la pression et la vitesse vibratoire.

Chaque strate inactive est caractérisée par son épaisseur, sa densité et la célérité du son qui s'y propage.

La strate piézoélectrique est caractérisée par son épaisseur, sa densité et certaines constantes mécaniques et piézoélectriques (c_{33}^E , ξ_{SS}^S , e_{33} , a).

La méthode suivie pour faire l'étude de ce stratifié est la suivante :

1°) Connaissant l'impédance du milieu arrière et des R strates comprises entre z_0 et z_1 , on calcule l'impédance mécanique $Z_1(\omega)$ appliquée sur la face arrière du cristal :

$$Z_1(\omega) = \frac{p_1(\omega)}{u_1(\omega)}$$

2°) A partir des équations de la piézoélectricité et de Z_1 , on obtient la matrice de transfert $[P(\omega)]$ telle que :

$$\begin{pmatrix} v \\ i \end{pmatrix} = [P] \times \begin{pmatrix} p_2 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

3°) On calcule de même la matrice de transfert $[A(\omega)]$ du stratifié avant :

$$\begin{pmatrix} p_2 \\ u_2 \end{pmatrix} = [A] \times \begin{pmatrix} p_3 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

4°) En faisant le produit de $[P]$ et de $[A]$, on obtient la matrice de transfert globale du traducteur considéré comme émetteur acoustique :

$$[B] = [P] \times [A]$$

(Si on s'intéresse au récepteur acoustique on calcule l'inverse de $[B]$).

5°) Grâce à l'impédance mécanique du milieu avant et à $[B]$, on peut calculer :

- l'impédance électrique d'entrée $Z_e(\omega) = \frac{v}{i}$
- le transfert en tension $\rho_v(\omega) = \frac{f_3}{v}$
($f_1 = \frac{p_i}{S}$, S surface d'un dioptré).
- le transfert en courant $\rho_i(\omega) = \frac{u_3}{i}$
- le transfert en puissance $\rho_p(\omega) = \rho_v \times \rho_i^*$

Si on s'intéresse au cas du récepteur acoustique, à l'aide de $[B]^{-1}$ et de l'impédance électrique de charge Z, on calcule :

- l'impédance mécanique d'entrée $Z_{in}(\omega) = \frac{p_3}{u_3}$
- Le transfert en tension $\rho'_v(\omega) = \frac{v}{f_3}$
- le transfert en courant $\rho'_i(\omega) = \frac{i}{u_3}$
- le transfert en puissance $\rho'_p(\omega) = \rho'_v \times \rho'^*_i$

On peut ainsi décrire le fonctionnement des traducteurs haute température utilisés dans le sodium liquide. Dans ce cas, il n'y a pas de strate arrière, mais une strate avant en acier inoxydable. Les résultats théoriques obtenus à partir de ce modèle sont " très " satisfaisants lorsqu'on les compare avec les mesures de $Z_c(\omega)$. La figure 2 montre les résultats de la comparaison expérience-calcul réalisée pour différentes épaisseurs de la strate avant, on a porté dans ce tableau la valeur des fréquences de résonance du traducteur.

En conclusion, le modèle proposé décrit bien le fonctionnement du traducteur haute température présenté; il permet une conception rationnelle des traducteurs afin d'optimiser certains paramètres importants comme le rendement et la bande passante.

COMPARAISON EXPERIENCE-CALCUL.

RESULTATS DES MESURES

REPERE	e TOTAL	e	f ₁	f ₂	f ₃
	mm	mm	MHz	MHz	MHz
2.0	1,285	0,955	3,10	4,60	6,32
2.1	1,210	0,880	3,25	4,92	6,68
2.2	1,142	0,812	3,38	5,15	6,92
2.3	1,065	0,735	3,491	5,374	7,200
2.4	1,040	0,710	3,528	5,451	7,280

CALCUL AVEC UNE SEULE LAME D'ACIER D'EPAISSEUR e :

$$C_{33}^E = 2,75 \times 10^{11} \text{ (} V_{\text{LiNbO}_3} = 7740 \text{ m/s)}$$

$$V_{\text{acier}} = 5600 \text{ m/s}$$

REPERE	f ₁	f ₂	f ₃
	MHz	MHz	MHz
2.0	3,100	4,646	6,280
2.1	3,232	4,859	6,561
2.2	3,357	5,066	6,843
2.3	3,514	5,328	7,17
2.4	3,570	5,416	7,287

f₁, f₂, f₃ = fréquences de résonance du traducteur.

FIGURE 2.