IBK- 1304

INSTITUT ZA NUKLEARNE NAUKE „BORIS KIDRIČ"
BEOGRAD-VINČA

IBK-1304

V.Starčić

PRIMENA TEORIJE VAN HOVEA NA NEELASTIČNO RASEJANJE BRZIH NEUTRONA

INSTITUT "BORIS KIDRIČ"
BEOGRAD-VINČA
Novembar 1974.

R e z i m e

Polazeći od opšteg izraza za dvostruki diferencijalni presek rasejanja Van Hovea, izvedeni su izrazi za dvostruki diferencijalni presek, kernel, funkciju i presek neelastičnog rasejanja brzih neutrona. Prilikom izvodjenja korišćena je aproksimacija jezgra jako degenerisanim Fermievim gasom, što je opravdano za energije upadnih neutrona koje su manje od 10 MeV. To omogućuje da se jednostavno odredi vremenski zavisna korelaciona funkcija nuklearnih jezgara. U slučaju da se može zanemariti spinska zavisnost matrice rasejanja i korelacionih funkcija jezgra, izvedeni su analitički izrazi koji imaju veoma pogodan oblik za primenu. Kao primer primene, razmotrena je aproksimacija kratkog vremena sudara. Izrazi koji se tako dobijaju, pokazuju iznenadjujuću saglasnost sa eksperimentima, što sigurno opravdava primenu teorije Van Hovea i na nuklearne reakcije. Osnovna prednost izvedenih izraza je jednostavnost sa gledišta praktične primene, a sa teorijske tačke gledišta omogućuje detaljnije istraživanje nekih nuklearnih procesa.

UVOD

Dvostruki diferencijalni presek,tj. raspodela rasejanih čestica po uglu i energijama do sada još uvek nije bio dovoljno ispitan. Ovde se ugavnom nailazi na dve grupe problema: prvo,izvodjenje opštih izraza za dvostruki diferencijalni presek au drugu grupu bi došli svi problemi koji su povezani sa rešavanjem izvedenih izraza za konkretan primer.

Do sada je izveden jedan opšti izraz za računanje diferencijalnog preseka po uglu i energiji u slučaju tzv. impulsne aproksimacije[1]:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} = (2\pi)^3 \frac{k}{k_o} \int_{-\infty}^{\infty} dt\ e^{-i\omega t} \sum_{\alpha,\beta}^{N} \chi_{\alpha\beta}(\vec{\kappa},t) \qquad (1)$$

$$\chi_{\alpha\beta}(\vec{\kappa},t) \equiv \langle o|T_\beta e^{i\vec{\kappa}\vec{z}_\beta} e^{-i\vec{\kappa}\vec{z}(t)_\alpha} T_\alpha(t)|o\rangle \qquad (2)$$

u sistemu jedinica h=1,m=1,

gde je

$\omega = E-E_o$ - predata energija upadne čestice,

E_o,E - energija upadne i rasejane čestice,

$T_\alpha(t)$ - T-matrica u Heisenbergovom prikazivanju,

k_o,k - impuls upadne i rasejane čestice.

$\vec{\kappa} = k-k_o$ - predati impuls upadne čestice.

Impulsna aproksimacija je zasnovana na pretpostavci da su čestice rasejavajućeg sistema slabo vezane.Kao posledica takve pretpostavke,sledi da se presek rasejanja može prikazati kao suma preseka rasejanja po odvojenim parovima mete,što umnogome olakšava nalaženje matrice rasejanja za ceo sistem rasejanja. Impulsna aproksimacija se može uspešno primeniti i na nuklearno jezgro,koje u poredjenju sa ostalim sistemima više čestica,pred-

UVOD

Dvostruki diferencijalni presek, tj. raspodela rasejanih čestica po uglu i energijama do sada još uvek nije bio dovoljno ispitan. Ovde se ugavnom nailazi na dve grupe problema: prvo, izvodjenje opštih izraza za dvostruki diferencijalni presek au drugu grupu bi došli svi problemi koji su povezani sa rešavanjem izvedenih izraza za konkretan primer.

Do sada je izveden jedan opšti izraz za računanje diferencijalnog preseka po uglu i energiji u slučaju tzv. impulsne aproksimacije[1]:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} = (2\pi)^3 \frac{k}{k_o} \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{-i\omega t} \sum_{\alpha,\beta}^{N} \chi_{\alpha\beta}(\vec{\kappa},t) \qquad (1)$$

$$\chi_{\alpha\beta}(\vec{\kappa},t) \equiv \langle o|T_\beta^{\dagger} e^{i\vec{\kappa}\vec{z}_\beta} e^{-i\vec{\kappa}\vec{z}(t)_\alpha} T_\alpha(t)|o\rangle \qquad (2)$$

u sistemu jedinica $h=1, m=1$,

gde je

$\omega = E-E_o$ - predata energija upadne čestice,

E_o, E - energija upadne i rasejane čestice,

$T_\alpha(t)$ - T-matrica u Heisenbergovom prikazivanju,

k_o, k - impuls upadne i rasejane čestice.

$\vec{\kappa} = k-k_o$ - predati impuls upadne čestice.

Impulsna aproksimacija je zasnovana na pretpostavci da su čestice rasejavajućeg sistema slabo vezane. Kao posledica takve pretpostavke, sledi da se presek rasejanja može prikazati kao suma preseka rasejanja po odvojenim parovima mete, što umnogome olakšava nalaženje matrice rasejanja za ceo sistem rasejanja. Impulsna aproksimacija se može uspešno primeniti i na nuklearno jezgro, koje u poredjenju sa ostalim sistemima više čestica, predstavlja slabo vezani sistem,ali je zato dinamika sistema veoma komplikovana i još nedovoljno ispitana.Precizniji izrazi za dvostruki diferencijalni presek još nisu izvedeni,pa se u malom broju radova u kojima se tretiraju ovi preseci koristi izraz (1).Glavna teškoća na kohu se ovde nailazi je odredjivanje vremenski zavisne matrice rasejanja $T(t)$.Odredjivanje ove matrice je povezano sa veoma glomaznim matematičkim aparatom,koji je još uvek neprikladan za primenu,naročito ako se ima u vidu da je ovde ,pored vremenski zavisne matrice rasejanja koja se pojavljuje u ovom slučaju,potrebno odrediti i sve one veličine koje se pojavljuju kada se razmatra obični diferencijalni presek po uglu.To se često svodi na rešavanje velikog broja singularnih jednačina i na odredjivanje niza koeficijenata vezivanja.

Van Hove[3)] je pokazao da,ako se zanemari spinska zavisnost u T_α i pretpostavi $T_\alpha(t)=T_\alpha=T_\beta$,izraz (1) dobija veoma pogodnu formu:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE} = \frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega} S(\vec{\kappa},\omega) \qquad (3)$$

gde je $d\sigma^{(0)}/d\Omega$ diferencijalni presek rasejanja upadne čestice na čestici mete,a $S(\vec{\kappa},\omega)$ - Fourierov transform korelacione funkcije:

$$S(\vec{\kappa},\omega)= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-i\omega t}\chi(\vec{\kappa},t) \qquad (4)$$

$$\chi(\vec{\kappa},t)= \overline{\sum_{\alpha,\beta}}\chi_{\alpha\beta}(\vec{\kappa},t).$$

U ovim izrazima je

$$\begin{aligned}\chi_{\alpha\beta}(\vec{\kappa},t)&=\langle o|\exp\{i\vec{\kappa}\vec{r}_\alpha(t)\}\exp\{-i\vec{\kappa}\vec{r}_\beta(0)\}|o\rangle \\ &=\langle o|\exp(iHt)\exp(-iH_\alpha' t)\exp\{i\vec{\kappa}(\vec{r}_\alpha-\vec{r}_\beta)\}|o\rangle\end{aligned} \qquad (5)$$

gde su $\vec{r}_\alpha(t)$ - koordinate čestice mete u Heisenbergovom prikazivanju,a H'_α - Hamiltonijan jezgra posle sudara.

Izraz (3) je odigrao važnu ulogu za izračunavanje rasejanja radiopalasa na jonosferi i na plazmi,zatim u teoriji rasejanja termalnih neutrona na molekulima,gasovima i kristalima,no do sada nije bio primenjivan na nuklearnim reakcijama.Glavni razlog tome je što nuklearne rakcije jako zavise od spinova čestica-meta.Ako se uračuna i spinska zavisnost matrice rasejanja,tada se na sličan način može izvesti izraz analogan izrazu (3),ali je komolikovaniji.Namera ovog rada je da pokaže opravdanost korišćenja teorije Van Hovea za tretiranje neelastičnog rasejanja brzih neutrona.Inače,do sada je za tretiranje neelastičnog rasejanja brzih neutrona najčešće korišćen Hauser-Feshbachov model sastavnog jezgra.

1. Statistički model neelastičnog rasejanja brzih neutrona

Razmotrimo dijagonalne elemente funkcija (,t) za = .Izraz (5) se tada može svesti na oblik:

$$\chi_{\alpha\alpha}(\vec{\kappa},t)=\langle o|\exp(iHt)\exp(-iH'_{\alpha}t)|o\rangle \qquad (6)$$

gde je

$$H'_{\alpha}=\sum_{\beta\neq\alpha} H(\vec{p}_{\beta},\vec{r}_{\beta}) + (\vec{p}_{\alpha}-\vec{\kappa})^{2}/2 \ ,$$

gde su $\vec{p}_{\alpha},\vec{r}_{\alpha}$ -impuls i koordinata čestice α mete u osnovnom stanji Zgodnije je uvesti sledeće koordinate

$$\vec{q}_{\alpha}=\vec{p}_{\alpha}+\vec{\kappa} \ ,$$

gde je q_{α}-impuls čestice α-mete u pobudjenom stanju.Dalje,sumiranjem po svim česticama mete dobijamo sopstvenu korelacionu funkciju jezgra:

$$\chi_{s}(\vec{\kappa},t)=\exp(-it\kappa^{2}/2M)\sum_{\alpha}\langle o|\exp\{iHt+it(\vec{\kappa}\vec{q}_{\alpha}+\frac{q}{2}\alpha-\frac{p_{\alpha}}{2})\exp(-iHt)|o\rangle$$

$$=\exp\{-it(E_{i}+\kappa^{2}/2M)\}\sum_{\alpha}\langle o|\exp(it\vec{\kappa}\vec{q}_{\alpha})|o\rangle_{sr.} \qquad (7)$$

E_{i}-energija i-tog stanja jezgra.
U izrazu (7) je prelaskom na CM-koordinate izdvojen translacioni faktor ispred sume,dalje je korišćena osobina jake degeneracije Fermievog gasa nukleona.To znači da se pri malim pobudjenjima jezgra na nako od kvantnih stanja jezgra samo mali broj nukleona pobudjuje.Ovo je opravdano za energije neutrona koje su manje od 10 MeV.Tek pri energijama neutrona koje su veće od Fermieve energije jezgra 37 MeV dolazi do pobudjivanja većeg broja nukleona.Prema tome,sumu u izrazu (7) možemo zameniti integralom koristeći Fermi-Diracovu funkciju raspodele stanja i posle naznačenog usrednjenja dobijamo konačno:

$$\chi(\vec{\kappa},t)=\frac{gV}{2\pi^2\kappa t}\exp\{-it(E_i+\kappa^2/2M)\}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{q\sin(q\kappa t)dq}{1+\exp\{\beta_o(q^2-q_F^2)/2\}} \qquad (8)$$

gde je q=4 - statistilka degeneracija nukleona,V-zapremina jezgra, a M-masa jezgra u ajm.

β_o je povezano sa energijom pobude jezgra po relaciji[2]:

$$\beta_o^2 = \pi^2 g_o/(6E_i) \qquad (9)$$

$g_o=M/\epsilon_F$ -gustina jednočestičnih stanja osnovnog stanja jezgra.

Da bi se prema (3) odredio dvostruki diferencijalni presek neelastičnog rasejanja brzih neutrona,ostalo je još da se odredi $d\sigma^{(0)}/d\Omega$ .Za odredjivanje ovog preseka možemo koristiti bilo koji od standardnih metoda.Radi ilustracije,koristićemo Bornovo razlaganje do članova prvog reda i koristićemo Yukawin potencujal interakcije nukleona:

$$V(r)=\lambda V_o\frac{\exp(-r/\lambda)}{r} \qquad (10)$$

gde se mogu uzeti sledeće približne vrednosti:

λ=1,43 fm -talasna dužina -mezona,

V_o=3,65 MeV.

No,λ i V_o za dato jezgro se mogu bolje odrediti oiredjenjem sa eksperimentalnih podacima.

Korišćenjem prve Bornove aproksimacije lako se dobija

$$\frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega}=\frac{4\lambda^6V_o^2}{(1+\kappa^2\lambda^2)^2}(E/E_o)^2 \qquad (11)$$

Definitivno je

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE}=\frac{4\lambda^6 V_o^2}{(1+\kappa^2\lambda^2)^2}(E/E_o)^{1/2}S(\kappa,\omega) \tag{12}$$

$$0<E<E_o-E_i \ ,$$

gde je $S(\kappa,\omega)$ odredjeno relacijama (4) i (8).

2.Kernel neelastičnog rasejanja brzih neutrona

Razlaganjem s-nusne funkcije u izrazu (8) u stepeni red,posle kraćih transformacija može se dobiti:

$$\chi(\vec{\kappa},t)=\exp\{-it(E_i+\kappa^2/2M)\}\frac{gV}{2\pi^2}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{(\kappa t)^{2n}}{(2n+1)!} \tag{13}$$

gde je

$$C_n=\int_0^\infty \frac{q^{2n+2}dq}{1+\exp\{\beta_o(q^2-q_F^2)/2\}}$$

Smenom (13) u (4) dobija se

$$S(\kappa,\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(\kappa,\omega) \tag{14}$$

gde je

$$S_n(\kappa,\omega)=\frac{gVC_n\kappa^{2n}}{2\pi^2(2n+1)!}\delta^{(2n)}(\omega+\kappa^2/2M+E_i) \tag{15}$$

Ovde je $\delta^{(n)}$ izvod δ-funkcije koji ima osobinu:

$$\int f(x)\delta^{(n)}(x-a)=(-1)^n f^{(n)}(a) \qquad (16)$$

Integraljenjem izraza (12) po prostornom uglu možemo dobiti kernel rasejanja $\sigma(E_o\to E)$ za pobudjivanje datog nivoa jezgra. Izračunajmo sada nulti član kernela rasejanja. Stavljanjem n=0 u (15), smenom u (12) i integraljenjm po prostornom uglu, posle kraćih transformacija lako se dobija

$$\sigma_o(E_o\to E)=\frac{4\lambda^6 V_o g V C_o}{\pi E_o}\{1-\lambda^2 2M(\omega+E_i)\}^{-2} \qquad (17)$$

$\omega=E-E_o$, $0<E<E_o-E_i$

Dobijen je veoma jednostavan izraz koji, kako se može pokazati izračunavanjem, prati oblik kernela neelastičnog rasejanja brzih neutrona[6]. Uzimanjem većeg broja članova u (15) možemo dobiti još tačnije vrednosti kernela neelastičnog rasejanja. Osim toga, uzimanjem većeg broja članova Bornovog razlaganja za diferencijalni presek mogu se poboljšati vrednosti kernela rasejanja.

3. Presek i funkcija neelastičnog rasejanja brzih neutrona

Presek neelastičnog rasejanja neutrona se može dobiti integraljenjem izraza (12) po prostornom uglu i po svim energijama rasejanih neutrona. Dalje, koristeći razlaganje (13) mogu se takodje dobiti za presek neelastičnog rasejanja neutrona u tzv. aproksimaciji kratkog vremena sudara. Specijalno, ako se uzme samo jedan član razvoja, tj. izraz (17) i izvrši integraljenje po $0<E<E_o-E_i$, lako se dobija:

$$\sigma_o(E_o)=\frac{2\lambda^4 V_o^2 g V C_o}{\pi E_o M}\left(1-\frac{1}{1+2\lambda^2 M(E_o-E_i)}\right) \qquad (16)$$

$$E_i<E_o$$

$\sigma_o(E_o)$ ima maksimum pri energiji

$$E_o=E_i+(E_i/2\lambda^2 M)^{1/2}$$

i monotono opada ka nuli u beskonačnosti.
Medjutim, numeričkom proverom se pokazuje da izraz (16) asimptotski odstupa od eksperimentalnih vrednosti. To se vidi iz sledećeg primera. Za rasejanje neutrona na nivou $E_i=2{,}084$ MeV na Fe^{56} izraz (16) postaje

$$\sigma_o(E_o)\ \frac{1{,}05}{E_o}\left(1-\frac{1}{1+1{,}042(E_o-E_i)}\right) \qquad (18)$$

gde je energija u MeV, a presek u barnima.
U sledećoj tabeli su date neke vrednosti preseka rasejanja koji se dobijaju prema izrazu (18) u poredjenju sa eksperimentalnim podacima[7]:

E_o(MeV)	$\sigma_{o,teor}$(b)	σ_{exp}(b)
3	0,17	0,165
4	0,164	0,15
5	0,157	0,1

Bolje asimptotsko ponašanje se može svakako poboljšati uzimanjem većeg broja članova u razvoju (14),kao i uzimanjem većeg broja članova Bornovog razvoja,no i pored toga,iznenadjujuće je slaganje izraza (16) u početnom delu krive,gde inače treba očekivati veliki uticaj spinske zavisnosti preseka rasejanja.

Funkcija neelastičnog rasejanja neutrona,$f(E_o,E)$ definiše se relacijom

$$f(E_o,E)=\sigma(E_o\to E)/\sigma(E_o) \,, \tag{19}$$

koji se sada može lako odrediti korišćenjem izraza iz prethodnih tačaka. Specijalno za slučaj nulte aproksimacije prema (16) i (17) sledi

$$f_o(E_o,E)=\frac{1+2\lambda^2 M(E_o-E_i)}{2\lambda^2 M(E_o-E_i)\{1+2\lambda^2 M(E_o-E-E_i)\}^2} \tag{20}$$

$$0<E<E_o-E_i,$$

$$f(E_o,E)=0 \text{ za } E_o=E_i.$$

V. Zaključak

Neelastično rasejanje brzih neutrona se može uspešno opisati teorijom Van Hovea, koja do sada nije bila korišćena u teoriji nuklearnih reakcija, kao i da se može koristiti model degenerisanog Fermievog gasa nukleona jezgra. Veće odstupanje teorijski odredjenih vrednosti od eksperimentalnih se pojavljuje tek u asimptotskom delu energija neutrona. Ovo se može poboljšati uračunavanjem spinske zavisnosti procesa rasejanja kao i drugih stepena slobode koje model Fermievog gasa ne uzima u obzir, naprimer vibraciona i rotaciona kolektivna osclovanja jezgra, nesferna jezgra i t.d.

Reference

1)M.L.Goldberger,K.M.Watson,Collision Theory (New York - 1964.)

2)A.Bohr,B.Mottelson,Nuclear Structure, (Vol. I,New York 1969.)

3)L.Van Hove, Phys.Rev. 16(1954)249.

4)A.C.Zemach,R.J.Glauber,Phys,Rev.101(1955)118.

5)R.Hauser,H.Feshbach,Phys.Rev.87(1952)366.

6)V.Stančić, IBK-1211.

7)W.E.Kinney,F.G.Pery,Nucl.Sc.Eng. 40(1970)396.

Izdavač:
Institut za nuklearne nauke „Boris Kidrič"
Poštanski fah 522
Beograd - Vinča