

CFAN-1858

FR7601604

- Note CFAN-1858 -

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Services d'Electronique de Saclay
Service d'Electronique pour les Applications Industrielles

**DEGRADATION DU RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT DE FOND
APPORTE PAR UN RESTAURATEUR DE LIGNE DE BASE**

par

Kamal Labib BENEFIN

- Février 1976 -

CEA-N-1858 - HENEIN Kamal Labib

DEGRADATION DU RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT DE FOND APORTE PAR UN RESTAURATEUR DE LIGNE DE BASE

Sommaire. - On approfondit la théorie des restaurateurs de ligne de base en ce qui concerne la dégradation du rapport signal/bruit. Cette étude amène à conclure qu'un restaurateur a une influence négligeable sur le rapport signal/bruit tant que sa constante de temps est supérieure à dix fois celle de la mise en forme et que les restaurateurs rapides prennent l'avantage sur les restaurateurs lents lorsque la constante de temps de mise en forme est supérieure d'au moins 50 % à sa valeur optimale.

1976

15 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

CEA-N-1858 - HENEIN Kamal Labib

THE DETERIORATION OF SIGNAL TO NOISE RATIO DUE TO BASELINE RESTORATION

Summary. - The deterioration of signal to noise ration due to baselin. restoration is theoretically studied. This study brings to the conclusion that a restorer has negligible influence on the signal to noise ratio when its time constant is ten times greater than that of the main amplifier filter, and that the rapid restorers prevail over the slow ones when the time constant of the filter is increased by at least 50 % of its optimal value.

1976

15 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

Note CEA-N-1858

DESCRIPTION-MATIERE (mots clefs extraits du thesaurus SIDON/INIS)

<i>en français</i>	<i>en anglais</i>
RESOLUTION	RESOLUTION
BRUIT DE FOND	BACKGROUND NOISE
CORRECTIONS	CORRECTIONS
PERFORMANCE	PERFORMANCE
CIRCUITS A IMPULSIONS	PULSE CIRCUITS
CARACTERISTIQUES TEMPS	TIMING PROPERTIES

- Note CEA-N-1858 -

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Services d'Electronique de Saclay
Service d'Electronique pour les Applications Industrielles

**DEGRADATION DU RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT DE FOND
APPORTE PAR UN RESTAURATEUR DE LIGNE DE BASE**

par

Kamal Labib HENEIN

DEGRADATION DU RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT DE FOND APPORTE PAR UN RESTAURATEUR DE LIGNE DE BASE

1 - INTRODUCTION

On sait que l'insertion d'un restaurateur de ligne de base dans une chaîne de spectrométrie a pour conséquence une dégradation du pouvoir de résolution, due à une accentuation des effets du bruit de fond. En ce qui concerne les méthodes utilisées et leurs avantages respectifs, les lecteurs peuvent se reporter aux références [1, 2, 3].

La figure 1 montre le schéma équivalent d'un restaurateur de ligne de base tel qu'il a été donné par RADEKA [4]. Ses éléments sont :

- la capacité C_b ,
- l'interrupteur P,
- la résistance R_b .

A l'entrée du restaurateur le bruit $V_x(t)$ peut être défini par sa fonction de corrélation $K_x(\tau)$ ou par sa densité spectrale $\phi_x(\omega)$.

En l'absence d'impulsions, l'interrupteur P est fermé. Le bruit $V_y(t)$ aux bornes de la capacité C_b est différent de $V_x(t)$ et résulte du filtrage apporté par R_b et C_b .

En présence d'une impulsion, l'interrupteur P est ouvert. L'amplitude du bruit mémorisé aux bornes de la capacité à l'instant de l'ouverture reste inchangée pendant toute la durée de l'impulsion. Si l'interrupteur est ouvert au temps $t = 0$ et si l'amplitude du signal est mesurée au temps $t = t_m$, la tension du bruit prise en compte est $v_R = v_x(t_m) - v_y(0)$.

La valeur quadratique moyenne de cette tension est :

$$\begin{aligned}
 E(v_R^2) &= E \left\{ \left[v_x(t_m) - v_y(0) \right]^2 \right\} \\
 &= E \left[v_x^2(t_m) \right] + E \left[v_y^2(0) \right] - 2E \left[v_x(t_m) \cdot v_y(0) \right] \quad (1)
 \end{aligned}$$

Or $E \left| v_x^2(t_m) \right|$, la puissance moyenne du bruit, est indépendante du temps et égale à la covariance du bruit $K_x(\tau)$ pour $\tau = 0$, d'où :

$$E \left| v_x^2(t_m) \right| = E \left| v_x^2(0) \right| = K_x(0) ;$$

$$\text{de même } E \left| v_y^2(0) \right| = K_y(0).$$

La moyenne temporelle du produit $v_x(t_m) v_y(0)$ est par définition la fonction d'intercorrélation $K_{yx}(t_m)$ entre le bruit mémorisé dans la capacité à $t = 0$ et le bruit d'entrée à l'instant $t = t_m$.

D'où,

$$E(v_R^2) = K_x(0) + K_y(0) - 2 K_{yx}(t_m) \quad (2)$$

Normalisons par rapport à $K_x(0)$ qui représente la valeur quadratique moyenne du bruit sans restaurateur :

$$n = \frac{E(v_R^2)}{K_x(0)} = 1 + \frac{K_y(0)}{K_x(0)} - 2 \frac{K_{yx}(t_m)}{K_x(0)} \quad (3)$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

n représente le rapport des puissances du bruit avec et sans restaurateur et R le facteur par lequel le rapport signal/bruit est affecté par le restaurateur. L'équation n° 3 a été dérivée par RADEKA [4]. Elle a été mise sous la forme :

$$n = 1 + \frac{K_y(0)}{K_x(0)} - 2 k_{yx}(t_m) \left[\frac{K_y(0)}{K_x(0)} \right]^{1/2}$$

où $k_{yx}(t_m)$ est le coefficient d'intercorrélation.

Par simplification il a assimilé le coefficient d'intercorrélation au coefficient de corrélation du bruit d'entrée $k_{yx}(t_m) = k_x(t_m)$. Cela n'est vrai, en réalité, que dans le cas particulier où la constante de temps du restaurateur est égale à zéro ; le bruit aux bornes de la capacité est alors le même qu'à l'entrée.

Notre but est par conséquent d'étudier l'influence de la valeur de la constante de temps du restaurateur sur l'augmentation apparente du bruit, en réfutant l'hypothèse $k_{yx}(t_m) = k_x(t_m)$ pour reprendre le calcul à partir de l'équation 3.

* Hypothèse : le restaurateur de ligne de base ne change pas l'amplitude du signal

2 - CALCUL DE $K_X(\tau)$

La densité spectrale du bruit à la sortie du préamplificateur est donnée par [5] :

$$\phi_p(\omega) = \phi_0 \left(1 + \frac{a_c^2}{\omega^2} \right) \quad (5)$$

où $a_c = \frac{1}{\tau_c}$ et τ_c est la constante de temps de la coupure du bruit.

Après filtrage par l'amplificateur principal la densité spectrale devient

$$\phi_x(\omega) = |H(\omega)|^2 \phi_p(\omega) \quad (6)$$

$H(\omega)$ est la réponse en fréquence du circuit de mise en forme.

Afin de simplifier l'exposé, on ne prendra en considération que le filtre classique "CR-RC" avec des constantes de temps de différenciation et d'intégration égales, pour lequel :

$$\phi_x(\omega) = g^2 a_f^2 \phi_0 \frac{\omega^2 + a_c^2}{(\omega^2 + a_f^2)^2} \quad (7)$$

où g est le gain en continu de l'amplificateur et $a_f = \frac{1}{\tau_f}$, l'inverse de la constante de temps du filtre.

D'après le théorème de WIENER-KINTCHINE qui énonce simplement que la densité spectrale et la fonction de corrélation sont mutuellement transformées de FOURIER :

$$K_X(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

Mais $\phi_x(\omega)$ est une fonction paire, d'où,

$$K_X(\tau) = 2 \left(\frac{1}{2\pi} \right) \int_0^{+\infty} \phi_x(\omega) \cos \omega\tau d\omega \quad (8)$$

Après substitution de $\phi_x(\omega)$ et évaluation de l'intégrale :

$$K_X(\tau) = K_X(0) \left[1 + \alpha a_f |\tau| \right] e^{-a_f |\tau|} \quad (9)$$

où

$$K_X(0) = \frac{g^2 a_f^2 \phi_0}{4(a_c^2 + 1)}, \quad \alpha = \frac{a_c^2 - 1}{a_c^2 + 1} \quad \text{et} \quad a = \frac{a_c}{a_f} = \frac{\tau_f}{\tau_c}$$

Pour les cas particuliers de la constante de temps, $a = 1$ et $\alpha = 0$, l'expression de la fonction de corrélation devient $K_X(\tau) = K_X(0) e^{-a_f |\tau|}$.

3 - CALCUL DE $K_y(0)$

La fonction de corrélation $K_y(\tau)$ du bruit aux bornes de la capacité peut être déterminée à partir de l'intégrale de convolution :

$$K_y(\tau) = G(\tau) * K_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(\tau-\lambda) K_x(\lambda) d\lambda \quad (10)$$

où $G(\tau)$ est définie par :

$$G(\tau) = \int_0^{+\infty} h_b(t) h_b(t+\tau) dt \quad (11)$$

$h_b(t)$ est la réponse temporelle du réseau R_b, C_b du restaurateur.

$$h_b(t) = a_b e^{-a_b t} \quad (12)$$

$$a_b = \frac{1}{\tau_b} \quad \tau_b \text{ est la constante de temps du restaurateur, } \tau_b = R_b C_b$$

D'après l'équation 10,

$$K_y(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(-\lambda) K_x(\lambda) d\lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} G(\lambda) K_x(\lambda) d\lambda \quad (13)$$

Notons que $G(\lambda)$ est une fonction paire.

Il résulte des expressions 11, 12 et 13 que :

$$G(\tau) = \frac{1}{2} a_b e^{-a_b |\tau|} \quad (14)$$

et
$$K_y(0) = K_x(0) \left[\frac{\gamma}{1+\gamma} + \alpha \frac{\gamma}{(1+\gamma)^2} \right] \quad (15)$$

où
$$\gamma = \frac{a_b}{a_f} = \frac{\tau_f}{\tau_b}$$

4 - CALCUL DE $K_{yx}(t_m)$

Par définition,

$$\begin{aligned} K_{yx}(\tau) &= E \left[V_y(t) V_x(t+\tau) \right] \\ &= \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{1}{2\theta} \int_{-\theta}^{+\infty} V_y(t) V_x(t+\tau) dt \end{aligned}$$

mais
$$V_y(t) = V_x(t) * h_b(t) = \int_0^{+\infty} h_b(u) V_x(t-u) du$$

D'où,
$$K_{YX}(\tau) = \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{1}{2\theta} \int_{-\theta}^{+\theta} V_X(t+\tau) dt \int_0^{+\infty} h_b(u) V_X(t-u) du$$

En changeant l'ordre d'intégration,

$$K_{YX}(\tau) = \int_0^{+\infty} h_b(u) du \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{1}{2\theta} \int_{-\theta}^{+\theta} V_X(t+\tau) V_X(t-u) dt$$

mais
$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{1}{2\theta} \int_{-\theta}^{+\theta} V_X(t+\tau) V_X(t-u) dt = K_X(\tau+u)$$

d'où
$$K_{YX}(\tau) = \int_0^{+\infty} h_b(u) K_X(\tau+u) du \quad (16)$$

D'après les équations 9, 12 et 16, on a :

$$K_{YX}(\tau) = K_X(0) \left[\frac{Y}{1+Y} \right] \left[1 + \frac{\alpha}{1+Y} + \alpha a_f \tau \cdot e^{-a_f \tau} \right] \quad (17)$$

Pour $\tau = t_m = \frac{1}{a_f}$ [temps de passage par le maximum des impulsions mises en forme par le filtre CR-RC].

$$K_{YX}(t_m) = K_X(0) \frac{Y}{e^{(1+Y)}} \left[1 + \alpha \left(\frac{2+Y}{1+Y} \right) \right] \quad (18)$$

D'après les équations 3, 4, 15 et 18, n et R ont pour expressions :

$$n = 1 + 0,264 \frac{Y}{1+Y} - 0,47 \frac{\alpha Y (1 + 1,56Y)}{(1+Y)^2} \quad (19)$$

et

$$R = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

$$\Delta = (1 - R) 100 \% \quad (20)$$

Δ représente la dégradation du rapport signal sur bruit en % due à la restauration de ligne de base.

Dans le cas où la constante de temps du filtre n'est pas optimale, le rapport signal sur bruit subit une perte déterminée par le coefficient de désadaptation " L = $\sqrt{\frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)}$ " de mise en forme [6].

En tenant compte de cette désadaptation, le rapport signal/bruit ψ , à la sortie du restaurateur ainsi que la dégradation globale ϵ ont pour expressions :

$$\psi = \frac{R}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)}} \quad \epsilon = (1 - \psi) 100 \% \quad (21)$$

5 - DISCUSSION DES RESULTATS

La variation de Δ en fonction de $\gamma = \tau_f/\tau_b$ est représentée par la figure 2, avec $a = \tau_f/\tau_c$ comme paramètre.

On remarque qu'un restaurateur a une influence négligeable sur le rapport signal sur bruit tant que sa constante de temps est supérieure à dix fois celle de la mise en forme.

Pour les restaurateurs rapides ($\gamma > 10$) une amélioration ou une dégradation peut être obtenue selon que la valeur de $a = \tau_f/\tau_c$ est respectivement supérieure ou inférieure à 1.5. A l'extrême l'amélioration atteint 37 % et la dégradation 29 %.

Ceci peut s'expliquer en remarquant que pour $a > 1.5$, la mise en forme étant désadaptée, le bruit à l'entrée du restaurateur comporte principalement des composantes de basses fréquences. L'amélioration tient donc au fait que les restaurateurs rapides ont une action favorable vis-à-vis des fluctuations lentes. Néanmoins cette amélioration est toute relative puisque la mise en forme s'écarte alors de la condition optimale.

Pour $a < 1.5$, la bande passante de la mise en forme est déplacée vers des fréquences élevées. Ce qui a pour conséquence d'affaiblir la corrélation entre le bruit mémorisé aux bornes de la capacité $v_y(0)$ à $t = 0$ et le bruit à l'entrée à $t = \tau_m$. A la limite pour $a \rightarrow 0$ et $\gamma \rightarrow \infty$ la fonction d'intercorrélation $K_{yx}(\tau_m)$ tend vers zéro ; la valeur quadratique moyenne du bruit enregistré aux sommets d'impulsions est augmentée d'un facteur 2.

La variation de ϵ (perte globale du rapport signal sur bruit en tenant compte de la désadaptation de mise en forme) en fonction du $\gamma = \tau_f/\tau_b$ est donnée par la figure 3, avec $a = \tau_f/\tau_c$ comme paramètre. On remarque que pour $a = 1.5$, ϵ varie peu en fonction de γ ; sa valeur reste aux environs de 4 %.

La figure 4 montre la variation de ϵ en fonction de $a = \tau_f/\tau_c$. Trois cas différents sont considérés en fonction de la rapidité de restauration.

Pour les restaurateurs lents ($\gamma < 0.1$) ϵ a une valeur minimale nulle pour $a = 1$ qui correspond à la condition optimale de mise en forme.

Pour les restaurateurs ayant une rapidité moyenne ($\gamma = 1$), le minimum de ϵ (= 4 %) est déplacé à $a = 1.27$.

Finalement pour les restaurateurs rapides ($\gamma > 10$), la valeur de ϵ est toujours inférieure à celle des restaurateurs lents tant que $a > 1.5$; elle descend au minimum (= 1.4 %) pour $a = 2$.

Conclusion la restauration rapide peut être utilisée sans engendrer une dégradation significative du rapport signal sur bruit lorsque la constante de temps de mise en forme est supérieure à sa valeur optimale sans restauration. Néanmoins, cette solution provoque une augmentation de la durée d'impulsions et par conséquent les empilements deviennent plus fréquents à taux de comptage élevé.

REFERENCES

- (1) - L.B. ROBINSON
Rev. Sci. Instr. 32, 1057 (1961)
- (2) - R.L. CHASE and L.R. POULO,
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-14, N° 1, 83 (1967)
- (3) - E.A. GERE and G.L. MILLER,
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-14, N° 1, 89 (1967)
- (4) - V. RADEKA,
Rev. Sci. Instr. 38, 1397 (1967)
- (5) - E. BALDINGER, W. FRANZEN,
Advances in Electronics and Electron Physics, Tome 8, pp. 269-288,
Academic press (N.Y. 1956)
- (6) - A. FRIANT, H. GUILLON, M. HOCLET, N. RAOULT,
Bulletin d'Instrumentation Nucléaire du Commissariat à l'Energie Atomique
N° 44 (mars 1972)

Manuscrit reçu le 9 décembre 1975

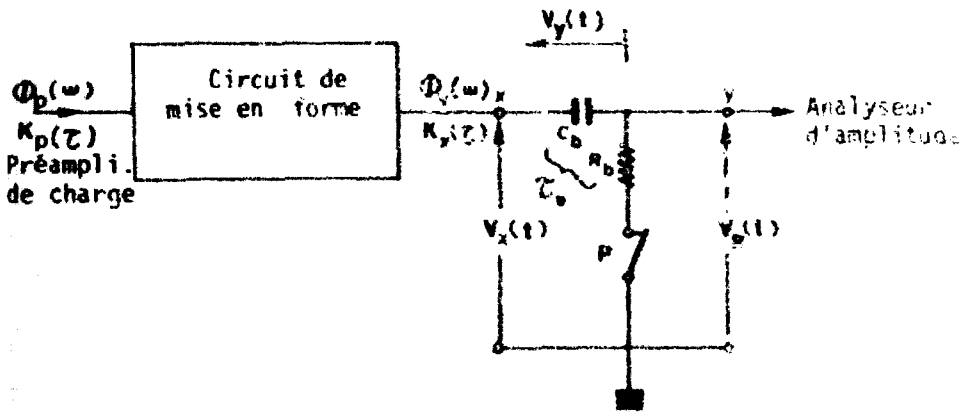


Figure 1

Circuit équivalent d'un réatténuateur de ligne de coax.

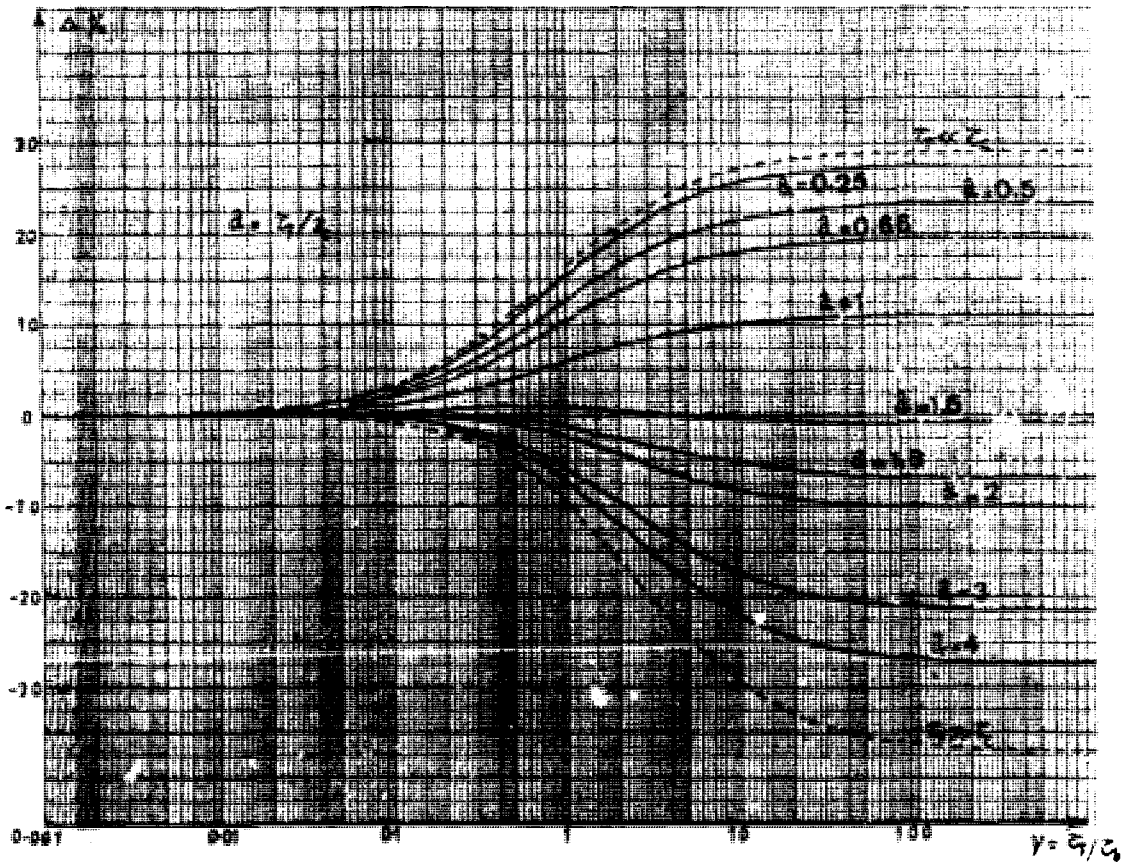


Figure 2

Variation du rapport signal sur bruit ($\Delta\%$) en fonction de $\gamma = \tau_f/\tau_b$ pour différentes valeurs de τ_f/τ_c .

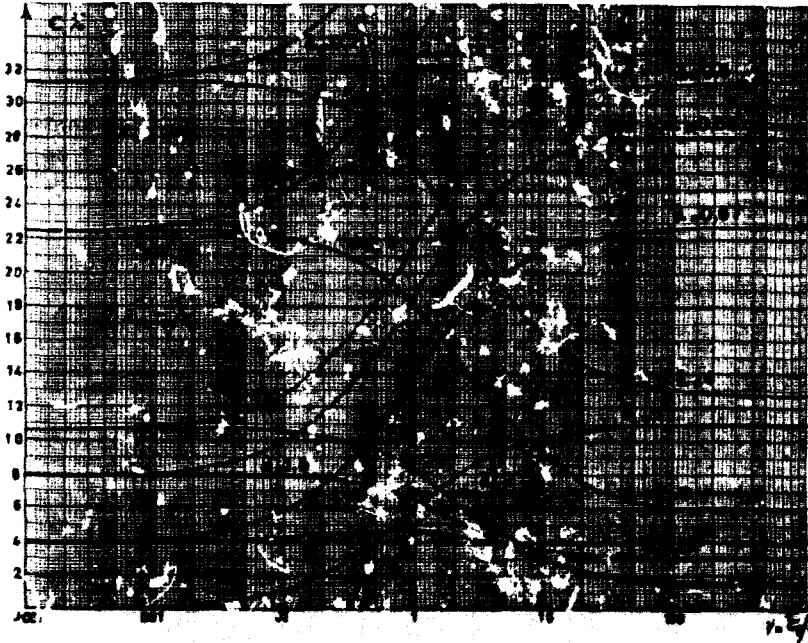


Figure 3
Dégradation du rapport signal sur bruit (c%) en fonction
de $\gamma = \tau_2/\tau_1$ par rapport au cas optimal

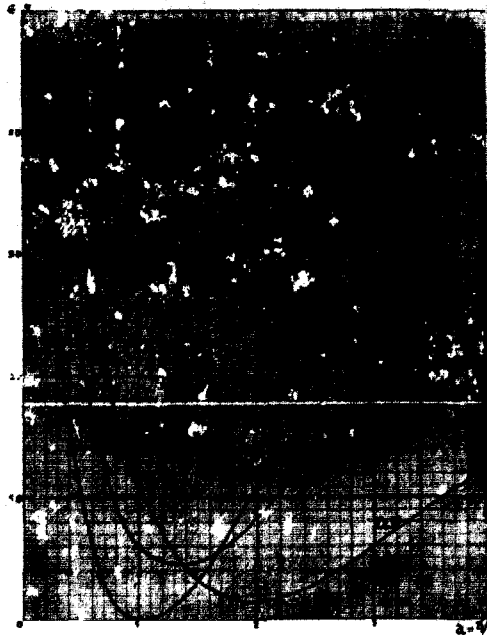


Figure 4
Diminution du rapport signal sur bruit (c%) en fonction
de $\alpha = \tau_2/\tau_1$ selon le paramètre $\gamma = \tau_2/\tau_1$

REMERCIEMENTS

Je remercie vivement Monsieur H. GUILLOIN de ses discussions et ses précieux conseils.



Edité par
le Service de Documentation
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Boîte Postale n° 2
91190 - Gif-sur-YVETTE (France)