

A.30

**ETUDE DE LA CASSURE DU DEUTERON  
A BASSE ENERGIE DANS LES REACTIONS  
D (d,pn)d et D (d,dn)P**

*par*

*Francis COÇU, Georges AMBROSINO,  
Daniel GUERREAU*

Centre d'Etudes de Bruyères-le-Châtel

**Rapport CEA-R-4838**

**1977**

Ea

**SERVICE DE DOCUMENTATION**

**PLAN DE CLASSIFICATION DES RAPPORTS ET BIBLIOGRAPHIES CEA**  
(Classification du système international de documentation nucléaire SIDON/INIS)

A 11	Physique théorique	C 30	Utilisation des traceurs dans les sciences de la vie
A 12	Physique atomique et moléculaire	C 40	Sciences de la vie : autres études
A 13	Physique de l'état condensé	C 50	Radioprotection et environnement
A 14	Physique des plasmas et réactions thermonucléaires	D 10	Isotopes et sources de rayonnements
A 15	Astrophysique, cosmologie et rayonnements cosmiques	D 20	Applications des isotopes et des rayonnements
A 16	Conversion directe d'énergie	E 11	Thermodynamique et mécanique des fluides
A 17	Physique des basses températures	E 12	Cryogénie
A 20	Physique des hautes énergies	E 13	Installations pilotes et laboratoires
A 30	Physique neutronique et physique nucléaire	E 14	Explosions nucléaires
B 11	Analyse chimique et isotopique	E 15	Installations pour manipulation de matériaux radioactifs
B 12	Chimie minérale, chimie organique et physico-chimie	E 16	Accélérateurs
B 13	Radiochimie et chimie nucléaire	E 17	Essais des matériaux
B 14	Chimie sous rayonnement	E 20	Réacteurs nucléaires (en général)
B 15	Corrosion	E 30	Réacteurs nucléaires (types)
B 16	Traitement du combustible	E 40	Instrumentation
B 21	Métaux et alliages (production et fabrication)	E 50	Effluents et déchets radioactifs
B 22	Métaux et alliages (structure et propriétés physiques)	F 10	Economie
B 23	Céramiques et cermets	F 20	Législation nucléaire
B 24	Matières plastiques et autres matériaux	F 30	Documentation nucléaire
B 25	Effets des rayonnements sur les propriétés physiques des matériaux	F 40	Sauvegarde et contrôle
B 30	Sciences de la terre	F 50	Méthodes mathématiques et codes de calcul
C 10	Action de l'irradiation externe en biologie	F 60	Divers
C 20	Action des radioisotopes et leur cinétique		

Rapport CEA-R-4838

Côte-matière de ce rapport : A.30

DESCRIPTION-MATIERE (*mots clefs extraits du thesaurus SIDON/INIS*)

<i>en français</i>	<i>en anglais</i>
CIBLE DEUTERIUM	DEUTERIUM TARGET
REACTIONS PAR DEUTERONS	DEUTERON REACTIONS
PROTONS	PROTONS
NEUTRONS	NEUTRONS
DEUTERONS	DEUTERONS
DOMAINE 01-10 MEV	MEV RANGE 01-10
SECTIONS EFFICACES	CROSS SECTIONS
DIFFUSION QUASI-ELASTIQUE	QUASI-ELASTIC SCATTERING
REACTION DE DESINTEGRATION	BREAKUP REACTIONS

- Rapport CEA-R-4838 -

Centre d'Etudes de Bruyères-le-Châtel

ETUDE DE LA CASSURE DU DEUTERON  
A BASSE ENERGIE DANS LES REACTIONS  
D (d,pn)d et D (d,dn)P

par

Francis COÇU, Georges AMBROSINO, Daniel GUERREAU

- Juin 1977 -

CEA-R-4838 - COÇU Francis, AMBROSINO Georges, GUERREAU Daniel.

ETUDE DE LA CASSURE DU DEUTERON A BASSE ENERGIE DANS LES REACTIONS D(d,pn) ET D(d,dn)P.

**Sommaire.** - Le rôle de la diffusion quasi-élastique dans la réaction  $d + D \rightarrow n + p + d$  a été étudiée pour des énergies incidentes allant de 7 à 12 MeV par pas de 1 MeV. En une expérience cinématiquement complète, on mesure conjointement la section efficace pour les coïncidences (p,n) et pour les coïncidences (d,n) ainsi que l'énergie de la particule chargée. Par rapport à l'axe d'incidence, le détecteur des particules chargées est situé à un angle  $\theta_p = \theta_d = 19^\circ 5'$  et le détecteur de neutrons à l'angle  $\theta_n = -30^\circ$ , la géométrie était coplanaire. L'emploi d'une cible gazeuse pure donne un excellent rapport du signal sur le bruit. La mesure du temps de vol du neutron permet indirectement de déterminer la nature de la particule chargée détectée. Les sections efficaces sont données en valeurs absolues. Les résultats sont interprétés par l'approximation de Born complète avec un potentiel nucléon-nucléon dépendant de l'état de Spin. Par cette méthode, on reproduit fidèlement la forme de la section efficace (d,n) en fonction de l'énergie du deutéron  $E_d$  avec un coefficient de normalisation élevé. La section

./.

CEA-R-4838 - COÇU Francis, AMBROSINO-Georges, GUERREAU Daniel.

STUDY OF DEUTERON BREAK-UP AT LOW ENERGIES IN THE REACTIONS D(d,pn) AND D(d,dn)P.

**Summary.** - Quasi free scattering in the reactions  $d+D = n+p+d$  has been studied at incident energies between 7 and 12 MeV by steps of 1 MeV. In a cinematically complete experiment, we measured the cross sections for the coincidences (p,n) and for the coincidences (d,n). The energy of the charged particle was also registered. The detector of the charged particles was put at an angle  $\theta_p = \theta_d = 19^\circ 5'$  counted from the incident axis, the detector of neutrons at  $\theta_n = -30^\circ$ . The geometry was coplanar. Pure gaseous target gives an excellent signal/background ratio. The measure of the time-of-flight of the neutron allows indirectly the discrimination of the nature of the detected charged particle. Absolute cross sections are compared with the results of the complete Born approximation. The potential nucleon-nucleon is spin-dependent. The shape of the measured (d,n) spectra is fairly well reproduced but not its intensity. The (p,n) spectra is not so well reproduced but the distortion diminishes on increasing the incident energy.

1977

56 p.

Commissariat à l'Energie Atomique.

tion efficace (p,n) est moins bien reproduite mais la forme du spectre s'améliore en augmentant l'énergie incidente.

1977

56 p.

Commissariat à l'Energie Atomique.

S O M M A I R E

- I - INTRODUCTION
- II - TECHNIQUE EXPERIMENTALE
- III - ETUDE THEORIQUE
- IV - PRESENTATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSION
- V - CONCLUSION
- VI - REMERCIEMENTS
- VII - REFERENCES
- VIII - APPENDICES
- IX - LISTE DES FIGURES

## I - INTRODUCTION

Dans les réactions avec trois particules dans la voie de sortie on tente généralement d'interpréter les résultats par l'approximation d'impulsion [1,2] utilisée principalement dans les problèmes à petits nombres de nucléons. Cette méthode est simple et donne des résultats convenables surtout à haute énergie [3]. Dans cette approximation, on admet d'abord que la particule émise avec la plus petite énergie cinétique a joué le rôle de spectateur, c'est-à-dire qu'elle a conservé la quantité de mouvement qu'elle possédait au moment du choc. D'autre part, la probabilité du choc entre les deux particules non spectatrices est donnée par la section efficace de la diffusion élastique, rapportée aux conditions cinématiques appropriées de ces mêmes particules considérées comme libres [4]. Cette section efficace est généralement connue par des mesures directes. Dans ce modèle le choc des particules interagissantes produit une diffusion quasi-élastique c'est-à-dire une collision où la quantité de mouvement est conservée, mais non l'énergie. Cet effet "hors couche d'énergie" est imposé par les conditions cinématiques de la réaction à 3 corps. Cette circonstance crée une ambiguïté dans le choix de la section efficace de la diffusion libre [5]. En outre, cette méthode souffre d'un défaut plus grave, en effet, elle n'envisage pas systématiquement et simultanément toutes les possibilités d'une particule spectatrice. C'est en se réduisant à une seule possibilité qu'elle peut identifier la section efficace quasi-élastique à la section efficace libre (en négligeant ou non les effets hors couche d'énergie). Il n'en est pas moins vrai que cette approximation donne de bons résultats [6] lorsque l'énergie est élevée et lorsque l'une des particules sortantes a une énergie cinétique nettement plus faible que celle des deux autres.

D'un autre point de vue, on montre facilement que l'approximation d'impulsion est identique à l'approximation de Born au premier ordre lorsqu'un seul élément de la matrice de transition est prépondérant.

En conséquence nous avons choisi d'appliquer l'approximation de Born d'une façon complète en utilisant comme fonctions initiales et finales des fonctions physiques c'est-à-dire entièrement antisymétriques et en ne négligeant aucun élément de la matrice de transition tenant compte ainsi de leurs interférences.

Le traitement exact de la réaction à trois corps dans la voie de sortie a été donnée par FADDEEV [7]. Il décompose la matrice de transition pour le problème à trois corps en une somme de trois matrices à deux corps qui sont la solution exacte d'un système de trois équations couplées. La complexité de ce système est telle qu'il est nécessaire d'aborder la solution par des méthodes d'approximations. La plus couramment utilisée est celle du développement de la matrice en puissances des potentiels [8,9,10] avec des calculs hors couche d'énergie. Le premier terme de ce développement est précisément celui que l'on obtiendrait en utilisant l'approximation de Born du premier ordre en ondes planes. Toutefois la résolution des équations de FADDEEV est simplifiée si l'on utilise des potentiels séparables [11,12 13,14].

Avec la réaction  $d+d$  nous sommes en présence d'un problème à 4 corps, plus complexe que le précédent. Toutefois, le premier terme du développement de la matrice de transition en puissance du potentiel est encore celui qui apparaît par la simple approximation de Born. Cette proposition reste vraie pour un système à  $n$  corps.

L'approximation de Born et sa forme simplifiée l'approximation d'impulsion donne, à haute énergie, de bons résultats



en forme de spectre et en amplitude [3]. On ne s'attend pas à ce que cette approximation puisse s'appliquer au cas où l'énergie est faible. Ainsi pour une énergie incidente de 20 MeV, elle reproduit convenablement la forme des courbes des sections efficaces, mais non leurs valeurs absolues (6).

Dans la réaction  $d + D \rightarrow n + p + d$ , la validité de l'approximation de Born n'est pas assurée. Cependant des expériences à des énergies aussi basses que 20 MeV ont pu être interprétées, au moins en forme, par ces méthodes simplifiées [15]. COREY et WARNER avec un potentiel unique nucléon-nucléon indépendant de l'état de spin a appliqué l'approximation de Born en ondes planes de façon complète. Les résultats obtenus sont satisfaisants en forme mais avec un fort coefficient de normalisation.

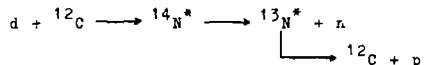
Nous avons voulu étudier pour la réaction  $d + D \rightarrow n + p + d$  la validité de cette approximation pour des énergies très basses et comprises entre 6 et 12 MeV et en utilisant un potentiel nucléon-nucléon dépendant de l'état de spin de ces deux particules. Au point de vue expérimental, nous avons étudié la coïncidence deutéron-neutron et la coïncidence proton-neutron dans une cinématique complète avec les angles de détection  $\theta_p = \theta_d = 19^\circ,5$  et  $\theta_n = -30^\circ$ . Nous avons choisi cette géométrie coplanaire dissymétrique parce que des expériences effectuées par VALKOVIC et al [16,17] sur l'expérience  $p + D$  et  $d + D$  et interprétées par l'approximation d'impulsion pour des angles de détection symétriques, donne un accord satisfaisant en forme [16,19]. Notre choix d'angles dissymétriques a pour but d'apprécier la valeur de l'approximation de Born complète. Pour la coïncidence deutéron-neutron, le proton non détecté passe par une énergie très faible tandis que, pour la coïncidence proton-neutron, l'énergie du deutéron non détecté n'évolue que lentement sans jamais passer par une énergie nulle. Enfin cette géométrie est telle que les cas où l'interaction dans l'état final pourrait contribuer à la section efficace sont rejetés hors de nos limites expérimentales de

détection. La présentation de l'approximation de Born, avec le formalisme de l'isospin et des fonctions d'ondes entièrement antisymétriques, montre avec beaucoup de clarté les propriétés générales de cette réaction. On néglige l'effet Coulombien, car sa contribution est faible comme l'a montré VALKOVIC [18].

## II - TECHNIQUES EXPERIMENTALES

Les cibles que l'on utilise généralement à basse énergie dans l'étude de la cassure du deutéron sont constituées de polyéthylène deutéré. Ces cibles contiennent une part importante de  $^{12}\text{C}$  et deux réactions parasites sur ces noyaux peuvent masquer la plus grande partie des événements issus de la cassure du deutérium par les deutérons incidents. Une première réaction parasite est la cassure des deutérons incidents sur les noyaux  $^{12}\text{C}$ ,  $^{12}\text{C}(d, n)^{12}\text{C}$ , qui apparaît comme un bruit de fond dans une mesure en coïncidence proton-neutron.

L'autre réaction non moins gênante est



qui donne un large pic de protons. Les deux réactions que nous venons de décrire ne sont gênantes que lorsque nous désirons réaliser la mesure en coïncidence proton-neutron. Pour éviter les perturbations causées par  $^{12}\text{C}$  qui, en fait, joue le rôle de support au deutérium de la cible, nous avons réalisé et utilisé pour notre expérience une cible gazeuse.

Un faisceau de deutérons produit par l'accélérateur Van de Graaff tandem du Centre d'Etudes de Bruyères-le-Chatel bombarde une cible gazeuse de deutérium avec une intensité moyenne de

7 nano-ampères. La réaction  $d + D \rightarrow n + p + d$  a été étudiée dans une cinématique coplanaire complète, en effectuant la détection en voie de sortie, soit du proton, soit du deutéron à  $\theta_p = 19^\circ,5$  en coïncidence avec le neutron détecté à  $\theta_n = -30^\circ$  associée à une mesure de l'énergie de ce dernier par temps de vol. La cible gazeuse (fig.1) de deutérium était maintenue à une pression constante de 836 mm de Hg; elle était placée au centre d'une chambre de réaction de 80 cm de diamètre maintenue sous vide. Pour permettre le passage du faisceau ainsi que la détection des particules chargées, trois ouvertures sont prévues dans cette cible. Chaque ouverture est obturée par une feuille étanche de nickel de 5  $\mu\text{m}$  d'épaisseur pour permettre l'isolement avec le reste de la chambre à réaction où la pression est de  $10^{-5}$  mm de Hg. La détection des particules chargées est effectuée à l'aide d'un détecteur semi-conducteur du type "barrière de surface" de 150  $\mu\text{m}$  d'épaisseur et de 150  $\text{mm}^2$  de surface. Un diaphragme de 10 mm de diamètre placé devant le détecteur définit un angle solide de  $7,85 \cdot 10^{-3}$  stéradian. Notons qu'un anneau de garde porté à un potentiel de -400 volts, placé à la sortie de la cible gazeuse dans la direction de détection des protons et des deutérons évite toute perturbation de la mesure due à la présence d'électrons. Le détecteur est refroidi à l'azote liquide et maintenu à une température constante ( $t^\circ = -40^\circ\text{C}$ ) par un système de régulation électronique. Le détecteur de neutrons est constitué d'un ensemble scintillateur liquide Ne 213 de 12,5 cm de diamètre et de 5 cm d'épaisseur, associé à un photomultiplicateur X P 1040. L'ensemble est placé dans une enceinte protégée des neutrons et des rayons gamma parasites par des enveloppes de plomb et de paraffine. L'ensemble de détection est placé à 215 cm de la cible et l'angle solide défini est de  $2,76 \cdot 10^{-3}$  stéradian. La détection en coïncidence du proton, ou du deutéron, et du neutron a été obtenue grâce à l'ensemble électronique présenté sur la figure 2. Ainsi est réalisée la mesure simultanée de l'énergie de la particule chargée, convertie en 128 canaux, ainsi que la différence de

temps de vol  $\Delta t_v$  traduite en 32 canaux entre le deutéron ou le proton et le neutron. Ces deux informations sont enregistrées sur bande magnétique. Par cette méthode nous mesurons un paramètre qui peut paraître redondant mais qui permet d'éliminer un certain nombre de coïncidences parasites.

Une analyse bidimensionnelle (fig.3) de ces deux informations nous permet de choisir, de manière rigoureuse, les événements vrais issus de la cassure du deutéron et d'identifier les deux produits  ${}^1_1\text{H}$  et  ${}^2_1\text{H}$ . La différence de temps de vol entre la particule chargée et le neutron est donnée par :

$$\Delta t_{vpn} = t_{vp} - t_{vn} = \sqrt{\frac{m}{2}} \left( \frac{\ell_c}{\sqrt{E_p}} - \frac{\ell_n}{\sqrt{E_n}} \right)$$

(II-1-)

$$\Delta t_{vdn} = t_{vd} - t_{vn} = \sqrt{m} \left( \frac{\ell_c}{\sqrt{E_d}} - \frac{\ell_n}{\sqrt{2E_n}} \right)$$

(II-2-)

où  $m$  est la masse d'un nucléon

$\ell_c = 10$  cm, la distance entre le point de réaction dans la cible et le détecteur des particules chargées.

$\ell_n = 215$  cm, la distance entre le point de réaction dans la cible et le détecteur de neutrons.

$E_p$  l'énergie des protons du spectre en coïncidence avec les neutrons  $E_n$ .

$E_d$  l'énergie des deutérons du spectre en coïncidence avec les neutrons d'énergie  $E_n$ .

Sur la figure (4) nous avons représenté la différence de temps de vol entre la particule chargée et le neutron en fonction de l'énergie enregistrée sur la diode. L'exemple donné est relatif aux calculs qui ont été faits dans le cas d'un faisceau de deutérons incidents de 11 MeV et d'un couple d'angles  $\theta_p = \theta_d = 19^\circ,5$  et  $\varphi_n = -30^\circ$ . Les courbes se rejoignent autour de 1 MeV et l'identification dans cette région n'est pas possible. Toutefois, le seuil en énergie de l'expérience se situe autour de 1 MeV et de ce fait la zone critique n'est pas gênante. Plus l'énergie du faisceau incident est faible, plus l'identification des deux produits  $^1_1\text{H}$  et  $^2_1\text{H}$  est facile. Notons qu'une telle méthode d'analyse évite l'utilisation d'un système à deux détecteurs ( $\Delta E, E$ ) [16], puisque, la séparation en masse des diverses particules détectées est simplement obtenue par la mesure  $\Delta t_v$ , on élimine ainsi le seuil qu'introduit la diode mince  $\Delta E$ . L'énergie seuil de détection des protons, due au ralentissement dans la cible gazeuse et dans la feuille de nickel, est de 0,6 MeV. La résolution en temps du système était inférieure à 2ns.

Nous avons porté une attention particulière à la mesure de l'efficacité du compteur neutron pour obtenir la mesure des sections efficaces absolues. La méthode est basée sur la mesure du seuil en énergie des rayonnements gamma obtenus par une source de  $^{22}\text{Na}$  [20]. La précision est de l'ordre de  $\pm 5\%$  pour des énergies de neutrons supérieures à 1,5 MeV. Un contrôle de l'efficacité a été réalisé par une série de mesures  $^1\text{H}(n,n)^1\text{H}$ , les résultats obtenus sont en accord avec la courbe prévue par un calcul de Monte-Carlo.

La détermination des sections efficaces absolues a été obtenue par la mesure des deutérons diffusés élastiquement dans la cible, comparée aux données expérimentales de cette même réaction [27].

Les corrections apportées aux spectres étaient de plusieurs natures.

a) - Le bruit de fond enregistré sur le tapis biparamétrique était évalué canal par canal d'énergie.

b) - L'estimation relative des informations protons et deutérons obtenue par temps de vol s'est faite également canal par canal d'énergie en lissant les points expérimentaux par deux gaussiennes de largeur peu différentes (fig.5).

c) - Le nombre d'informations enregistrées a été corrigé de l'absorption éventuelle des neutrons, dans l'épaisseur de métal de la chambre de réaction, en fonction de leur énergie cinétique. Cette correction était de l'ordre de 6 à 11%.

d) - Une correction due à l'efficacité du détecteur de neutrons a également été introduite. Le seuil en énergie de ce détecteur était de  $500 \text{ keV} \pm 50 \text{ keV}$ .

e) - Une correction de l'énergie du faisceau incident a également été apportée. Cette correction tenait compte d'une part, de la perte d'énergie du deutéron incident dans la feuille de nickel de  $5 \mu\text{m}$  de séparation par où le faisceau entre dans la cible gazeuse et d'autre part, de la perte d'énergie du deutéron dans le gaz jusqu'au point de réaction limité par l'angle solide du détecteur des particules chargées.

f) - Les spectres en énergie des protons et deutérons issus de la réaction ont été corrigés de leurs pertes respectives en énergie dans la portion de gaz et dans la feuille de nickel de sortie que les produits de la réaction devaient traverser avant détection.

Ce montage expérimental nous a permis de réaliser des mesures pour six énergies incidentes de deutérons comprises entre 6,6 et 11,8 MeV.

Nous n'avons pas tenu compte de l'effet de "straggling" qui augmente la résolution en énergie. Nous avons en effet calculé que des deutérons de 2 MeV qui traversent une feuille de nickel de 2,5  $\mu\text{m}$  et qui, par la suite, traversent une épaisseur de 3cm de gaz à la pression de 2 atmosphères ne subissent pas un élargissement en énergie supérieur à 40 keV (fig.6).

### III - ETUDE THEORIQUE

Pour un état initial et un état final complètement définis, la matrice de transition permet en principe le calcul des sections efficaces de la réaction.

Le premier terme du développement de cette matrice en puissances du potentiel n'est autre que le terme fourni par l'approximation de Born [10]. Pour une énergie de l'ordre de 10 MeV, nous ne sommes pas dans le domaine où cette approximation se justifie par la grande vitesse du projectile. Mais de nombreuses expériences [21, 22] faites à des énergies incidentes aussi basses que 20 MeV montrent que l'approximation donne, au coefficient de normalisation près, une forme convenable des spectres expérimentaux exprimant les sections efficaces en fonction des angles et de l'énergie d'une des particules. En outre les calculs simples donnés par cette approximation mettent en évidence plus clairement les propriétés générales de la réaction. Ces propriétés dérivent de l'emploi systématique des fonctions antisymétriques et des principes de conservation.

Nous utiliserons des potentiels nucléon-nucléon qui conservent le spin total et l'isospin, il en résulte que l'on néglige le potentiel coulombien ainsi que la force tenseur. Dans l'approximation de Born, la matrice de transition se réduit aux potentiels d'interactions.

III.1 - Fonction d'onde initiale

Pour construire la fonction d'onde initiale antisymétrique nous partons d'une écriture où les nucléons sont encore distincts, nous choisissons, par exemple, l'image suivante :

$$d + D \longrightarrow d + n + p$$

$$(12) (34) (12) \ 3 \ 4$$

Dans cette formule, les nombres impairs représenteront les neutrons et les nombres pairs, les protons.

La fonction d'onde initiale s'écrit dans un système de référence quelconque.

$$\Phi_i(\tilde{12}; \tilde{34}) = e^{i\vec{k}'_0 \cdot \vec{R}_{12}} u(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) e^{-i\vec{k}'_0 \cdot \vec{R}_{34}} u(|\vec{r}_3 - \vec{r}_4|)$$

$$|S_{12} = 1, S_{34} = 1; S_i M_i \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} (a_1 b_2 - b_1 a_2) \frac{1}{\sqrt{2}} (a_3 b_4 - b_3 a_4)$$

(III-1)

Le mouvement de chaque deutéron est représenté par une onde plane dont la quantité de mouvement est  $\vec{k}'_0$  ou  $\vec{k}'_0$  ( $\hbar = 1$ ), les coordonnées des particules par  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4$

$$\vec{R}_{12} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \quad ; \quad \vec{R}_{34} = \frac{\vec{r}_3 + \vec{r}_4}{2}$$

$u(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$  et  $u(|\vec{r}_3 - \vec{r}_4|)$  sont les fonctions d'onde des deutérons (12) et (34) et a, b sont respectivement les états d'isospin du neutron et du proton.

L'état  $(\tilde{12})$  exprime l'antisymétrie des particules 1 et 2



qui est assurée ici par le spin isotopique. (deux particules surlignées (12) représentent la symétrie).

La fonction d'onde initiale totale antisymétrisée et normalisée s'écrira :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}\Phi_i(\tilde{12}, \tilde{34}) = \frac{1}{\sqrt{6}} & \left\{ \Phi_i(\tilde{12}, \tilde{34}) + \Phi_i(\tilde{34}, \tilde{12}) + \Phi_i(\tilde{13}, \tilde{42}) \right. \\ & \left. + \Phi_i(\tilde{42}, \tilde{13}) + \Phi_i(\tilde{14}, \tilde{23}) + \Phi_i(\tilde{23}, \tilde{14}) \right\} \quad (\text{III-2}) \end{aligned}$$

où  $\mathcal{A}$  est l'opérateur d'antisymétrisation et de normalisation.

Pour la fonction  $\Phi_i(\tilde{12}, \tilde{34})$  le potentiel d'interaction sera :

$$V = V_{13} + V_{14} + V_{23} + V_{24} \quad (\text{III-3})$$

où  $V_{ij}$  représente le potentiel nucléon-nucléon (i-j)

### III.2 - Fonction d'onde finale

Dans l'état final trois particules sont en mouvement libre ; un deutéron, un neutron et un proton. Leurs mouvements seront représentés par trois ondes planes. Une expérience complète qui définit toutes les grandeurs cinématiques, détermine les trois quantités de mouvement  $\vec{k}_d, \vec{k}_n, \vec{k}_p$ . Le terme de la fonction d'onde finale qui correspond à un deutéron (12), un neutron (3) et un proton (4) sera écrit :

$$\Phi_f(\tilde{1}2;3,4) = e^{i\vec{k}_d \cdot \vec{R}_{12}} u(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \frac{1}{\sqrt{2}} (a_1 b_2 - b_1 a_2) e^{i(\vec{k}_n \cdot \vec{r}_3 + \vec{k}_p \cdot \vec{r}_4)}$$

$$a_3 b_4 \mid S_{12} = 1, S_{34} = 1, 0; S_f M_f \rangle \quad (\text{III-4})$$

La particule (3), caractérisée par l'état d'isospin  $a_3$  (neutron), a la quantité de mouvement  $\vec{k}_n$ . De même, la particule (4) est un proton de moment  $\vec{k}_p$ . Pour obtenir un terme de la fonction d'onde finale  $\Phi_f(\tilde{1}2,3,4)$  ayant les propriétés de symétrie identiques à celles de la fonction d'onde initiale  $\Phi_i(\tilde{1}2,3,4)$ , on doit distinguer les deux cas suivant le spin de la paire neutron (3) - proton (4) : triplet  $S_{34} = 1$  symétrique de spin ou singulet  $S_{34} = 0$ , antisymétrique de spin.

D'où l'écriture :

$$\Phi_f(\tilde{1}2;3,4) = e^{i\vec{k}_d \cdot \vec{R}_{12}} u(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \frac{1}{\sqrt{2}} (a_1 b_2 - b_1 a_2) \left[ e^{i(\vec{k}_n \cdot \vec{r}_3 + \vec{k}_p \cdot \vec{r}_4)} \right.$$

$$\left. a_3 b_4 + e^{i(\vec{k}_n \cdot \vec{r}_4 + \vec{k}_p \cdot \vec{r}_3)} b_3 a_4 \right] \mid S_{12} = 1, S_{34} = 1, 0 S_f M_f \rangle \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(\text{III-5})$$

Le signe moins correspond à l'état triplet, le signe plus à l'état singulet.

La fonction d'onde initiale est une fonction propre de l'isospin total  $T=0$ ,  $t=0$ . Dans la fonction finale, un terme d'isospin tel que  $\frac{1}{\sqrt{2}} (a_1 b_2 - b_1 a_2) a_3 b_4$  n'est pas une fonction propre de l'isospin total. Il est une combinaison linéaire des fonctions propres ( $T=0$ ,  $t=0$ ) et ( $T=1$ ,  $t=0$ ). Dans le calcul de l'élément de matrice, l'orthogonalité des fonctions propres de l'isospin

pin total assure l'élimination de la contribution  $T_1=1$  et par conséquent la conservation de l'isospin.

L'intérêt de cette écriture est de représenter fidèlement la situation expérimentale. Dans tous les termes de la fonction finale figurent un deutéron, un proton, un neutron dont les quantités de mouvement effectivement mesurées sont  $\vec{k}_d, \vec{k}_p, \vec{k}_n$ .

On remarquera que, dans le terme  $b_3 a_4$ , la particule (3) est un proton de coordonnées  $\vec{r}_3$  ayant la quantité de mouvement mesurée  $\vec{k}_p$ .

La fonction d'onde finale antisymétrisée et normalisée est :

$$A \Phi_f(\tilde{1}2; \tilde{3}, 4)$$

### III.3 - Matrices de transition

L'élément de matrice de transition complète s'écrit :

$$T_{i \rightarrow f} = \langle A \Phi_f(\tilde{1}2, \tilde{3}, 4) | A (V_{13} + V_{14} + V_{23} + V_{24}) \Phi_i(\tilde{1}2, \tilde{3}4) \rangle$$

(III-7)

$\langle \text{bra} | \text{et} | \text{ket} \rangle$  se composent chacun de six termes. Les six termes du  $| \text{ket} \rangle$  donnent chacun la même contribution à la transition  $i \rightarrow f$  du fait que toutes les permutations ne changent que l'indice des particules.

L'élément de matrice de la transition s'écrira donc :

$$T_{i \rightarrow f} = \langle \Psi_f' | V_{13} + V_{23} + V_{14} + V_{24} | \Phi_i(\tilde{1}2, \tilde{3}4) \rangle$$

$$\text{où } \Psi'_f = \sqrt{6} \mathcal{A} \Phi_f(\tilde{r}_2; \tilde{r}_4) \quad (\text{III-8})$$

Par permutation de 1  $\rightleftharpoons$  2 et 3  $\rightleftharpoons$  4 on démontre que les quatre potentiels donnent une contribution identique.

L'élément de matrice sera donc :

$$T_{i \rightarrow f} = 4 \langle \Psi'_f | V_{13} | \Phi_i(\tilde{r}_2; \tilde{r}_4) \rangle \quad (\text{III-9})$$

Par les considérations relatives aux symétries dans les permutations, nous avons limité à 6 le nombre d'éléments de matrice à calculer. A l'origine, ce nombre d'éléments était de 144.

#### III.4 - Potentiels

Le potentiel  $V_{13}$  est défini par :

$$V_{13} \equiv f(|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|) \{ V_0 + V_1 \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_3 \} \quad (\text{III-10})$$

les calculs ont été effectués pour deux formes  $f(|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|)$  du potentiel

$$\text{a) } - f(|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|) = \delta(|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|) \quad (\text{III-11})$$

avec  $V_1 = 0$  ;  $V_0 = -1100 \text{ MeV } f_m^3$

$$\text{b) } - f(|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|) = e^{-\eta |\vec{r}_1 - \vec{r}_3|^2} ; \eta = 0,4 \text{ } f_m^{-2} \quad (\text{III-12})$$

avec soit  $V_1 = 0$  ;  $V_0 = -50 \text{ MeV}$

$$\text{soit } V_1 = \frac{V^t - V^s}{4} \quad V_0 = \frac{3V^t + V^s}{4}$$

$V^t$  et  $V^s$  sont les profondeurs des puits de potentiel triplet et singulet et sont tels qu'ils satisfont aux longueurs de diffusion triplet et singulet données par la littérature [31]  
 $a^t = 5,32 \text{ fm}$        $a^s = - 23,46 \text{ fm}$   
 $V^t = - 65,78 \text{ MeV}$     $V^s = - 41,53 \text{ MeV}$

### III.5 - Fonction d'onde du deutéron

La fonction d'onde du deutéron choisie est celle de HULTHEN [23]

$$u(r) = \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\alpha-\beta)^2}} \cdot \frac{e^{-\alpha r} - e^{-\beta r}}{r} \quad (\text{III.13})$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont donnés par MORAVCSIK [24]  $\alpha = 0,232 \text{ fm}^{-1}$     $\beta = 1,202 \text{ fm}^{-1}$ .

Cette fonction ne correspond pas exactement aux potentiels choisis. D'une part, l'erreur est négligeable parce que la forme de la fonction dépend peu de l'allure générale du potentiel nucléon-nucléon si l'on prend soin d'ajuster les paramètres qui en dépendent de façon telle que la longueur de diffusion et la portée effective soient en accord avec les données de la littérature. D'autre part, dans le cas douteux de la force à portée nulle, nous ajusterons le paramètre  $u(0)$ , la valeur de la fonction d'onde du deutéron pour obtenir un ensemble cohérent avec l'autre potentiel étudié. (cf p.26).

Cette fonction d'onde peut également s'écrire [25]

$$\begin{aligned}
 u(|\vec{x}-\vec{y}|) = & -4\pi \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\alpha-\beta)}} 2 \sum_{\ell=0}^{\ell=\infty} \frac{m=\ell}{m=-\ell} \left[ ah_{\ell}^1(iar_{>}) j_{\ell}(iar_{<}) \right. \\
 & \left. - \beta h_{\ell}^1(i\beta r_{>}) j_{\ell}(i\beta r_{<}) \right] y_{\ell}^m(\hat{x}) y_{\ell}^{m*}(\hat{y})
 \end{aligned}
 \tag{III-14}$$

$r_{>}$  désigne le plus grand des deux modules  $|\vec{x}|$  et  $|\vec{y}|$ ,  $\hat{x}$ , le vecteur unitaire portant  $\vec{x}$ .  $h_{\ell}^1(iz)$  et  $j_{\ell}(iz)$  sont respectivement les fonctions de Bessel sphériques modifiées de troisième espèce [26]. Cette expression de la fonction d'onde du deuteron nous sera utile dans le calcul de certains éléments de matrice.

### III.6 - Développement de $T_{i \rightarrow f}$

Pour les trois spins possibles de la voie d'entrée  $S_i = 0, 1, 2$  et pour les quatre possibilités de la voie de sortie, on emploie la notation suivante pour chacune des matrices de transition T

$$\begin{aligned}
 S_{np} = 1 \text{ (triplet)} & ; & S_f = 2 & \Rightarrow T^t(2) \\
 S_{np} = 1 \text{ (triplet)} & ; & S_f = 1 & \Rightarrow T^t(1) \\
 S_{np} = 1 \text{ (triplet)} & ; & S_f = 0 & \Rightarrow T^t(0) \\
 S_{np} = 0 \text{ (singulet)} & ; & S_f = 1 & \Rightarrow T^s(1)
 \end{aligned}$$

Les coefficients numériques introduits par les spins et les isospins se calculent simplement. On obtient ainsi les formules suivantes qui donnent le résultat final en fonction des éléments de matrice d'espace.

$$\Gamma^t(0) = \frac{1}{4\sqrt{2}} \left\{ \begin{aligned} &V^t \left[ 4(M_1^+ + M_2^+ + M_5^+ + M_6^+) - 2(M_3^+ + M_4^+) \right] \\ &+ V^s \left[ 12(M_1^+ + M_6^+) + 6(M_3^+ + M_4^+) \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-15})$$

$$\Gamma^t(2) = \frac{4}{\sqrt{2}} V^t \left\{ (M_1^+ + M_6^+) - \frac{1}{2} (M_2^+ + M_3^+ + M_4^+ + M_5^+) \right\} \quad (\text{III-16})$$

$$\Gamma^t(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{aligned} &V^t (2M_1^+ - 2M_6^+ + M_3^+ - M_4^+) + V^s (2M_1^+ - 2M_6^+ - M_3^+ + M_4^+) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-17})$$

$$\Gamma^s(1) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} &V^t \left[ 2(M_1^- - M_2^- - M_6^-) + M_3^- - M_4^- \right] \\ &+ V^s \left[ 2(M_5^- + M_6^- - M_1^-) + M_3^- - M_4^- \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-18})$$

Les éléments de matrice spatiaux sont définis par les formules suivantes :

$$M_1^+ = \langle U_f^+ (12,3,4) | V_{13} | U_i (12,34) \rangle \quad (\text{III-19})$$

$$M_2^+ = \langle U_f^+ (13,2,4) | V_{13} | U_i (12,34) \rangle \quad (\text{III-20})$$

$$M_3^+ = \langle U_f^+ (14,3,2) | V_{13} | U_i (12,34) \rangle \quad (\text{III-21})$$

$$M_4^+ = \langle U_f^+ (23,1,4) | V_{13} | U_i (12,34) \rangle \quad (\text{III-22})$$

$$M_5^{\pm} = \langle U_f^{\pm} (42, 3, 1) | V_{13} | U_i (12, 34) \rangle \quad (\text{III-23})$$

$$M_6^{\pm} = \langle U_f^{\pm} (34, 1, 2) | V_{13} | U_i (12, 34) \rangle \quad (\text{III-24})$$

où les fonctions spatiales  $U_i$  et  $U_f^{\pm}$  sont définies dans le système du laboratoire par :

$$U_i (12, 34) = e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{R}_{12}} u(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) u(|\vec{r}_3 - \vec{r}_4|) \quad (\text{III-25})$$

$$U_f^{\pm} (12, 3, 4) = \frac{1}{\sqrt{2}} u(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \left[ e^{i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r}_3 + \vec{k}_4 \cdot \vec{r}_4)} \pm e^{i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r}_4 + \vec{k}_4 \cdot \vec{r}_3)} \right] e^{i\vec{k}_d \cdot \vec{R}_{12}} \quad (\text{III-26})$$

le signe + correspondant au triplet np.

III.7 - Éléments de matrice  $M^{\pm}$  pour un potentiel nucléon-nucléon du type  $V_0 \delta(\vec{r}_{13})$

Pour un potentiel à portée nulle, nous présentons les éléments de matrice d'espace dans le tableau suivant :

$$M_1^{\pm} = M_4^{\pm} \quad (\text{III-27})$$

$$M_2^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_0 u(0) \left[ D_u(k_n) D_u(k'_p) \pm D_u(k_p) D_u(k'_n) \right] \quad (\text{III-28})$$

$$M_3^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_0 D_{u2}(P') \left[ D_u(k'_n) \pm D_u(k'_p) \right] \quad (\text{III-29})$$



$$M_4^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} V_0 D_{u2}(P) \left[ D_u(k_n) \pm D_u(k_p) \right] \quad (\text{III-30})$$

$$M_5^+ = \sqrt{2} V_0 \iint d\vec{x} d\vec{y} (x) u(x) u(y) u(\vec{x}-\vec{y}) e^{i\vec{P}\vec{x}} e^{-i\vec{P}'\vec{y}} \quad (\text{III-31})$$

$$M_5^- = 0 \quad (\text{III-32})$$

$$M_6^+ = M_5^+ \quad (\text{III-33})$$

Les différentes impulsions qui apparaissent dans le calcul de ces éléments de matrice sont définies par :

$$\vec{p} = \frac{1}{2} (\vec{k}_0 - \vec{k}_d)$$

$$\vec{p}' = \frac{\vec{k}_d}{2}$$

$$\vec{u} = \frac{\vec{k}_d}{2} + \vec{k}_n$$

$$\vec{u}' = \frac{\vec{k}_d}{2} + \vec{k}_p$$

$$\vec{k}_n' = \frac{\vec{k}_0}{2} - \vec{k}_n$$

$$\vec{k}_p' = \frac{\vec{k}_0}{2} - \vec{k}_p$$

$$\vec{k}_p' = \frac{\vec{k}_0}{2} - \vec{k}_p$$

$D_u(k)$  est défini comme la transformée de Fourier de la fonction d'onde du deutéron.

$$D_u(k) = \int u(r) e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} = 4\pi \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\alpha-\beta)^2}} \left\{ \frac{\beta^2 - \alpha^2}{(\alpha^2 + k^2)(\beta^2 + k^2)} \right\}$$

(III-34)

$D_{u_2}(k)$  est défini comme la transformée du carré de la fonction d'onde du deutéron.

$$D_{u_2}(k) = \int u^2(r) e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} = 4\pi \left( \frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\alpha-\beta)^2} \right) \left( \operatorname{arctg} \frac{k}{2\alpha} + \operatorname{arctg} \frac{k}{2\beta} - 2 \operatorname{arctg} \frac{k}{\alpha+\beta} \right) \quad (\text{III-35})$$

$u(0)$  qui apparaît dans le calcul de  $M_2^+$  est la valeur que prend la fonction d'onde du deutéron à l'origine. La fonction d'onde de Hulthen définit mal cette valeur;  $u(0)$  sera considéré comme un paramètre variable dont la valeur choisie sera justifiée par la suite.

Les éléments de matrice se calculent facilement sauf  $M_5^+$  qui demande un développement particulier que nous donnons en appendice II.

### III.8 - Éléments de matrice $M^+$ pour un potentiel nucléon-nucléon

$$V_P e^{-\pi \left( \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|}{2} \right)^2}$$

Lorsque l'on choisit un potentiel nucléon-nucléon du type gaussien les éléments de matrice prennent la forme :

$$M_1^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} D_{u_2}(P) D_V(2P) \left[ D_u(k_n) \pm D_u(k_p) \right] \quad (\text{III-36})$$

$$M_2^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ D_u(k'_p) D_u(k_n) D_M(Q) \pm D_u(k'_n) D_u(k_p) D_M(Q') \right\} \quad (\text{III-37})$$

$$M_3^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ D_u(k'_n) \Gamma(P', Q') \pm D_u(k'_p) \Gamma(P', Q) \right\} \quad (\text{III-38})$$

$$M_4^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ D_u(k_n) \Gamma(P, Q) \pm D_u(k_p) \Gamma(P, Q') \right\} \quad (\text{III-39})$$

$$M_6^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ D_{u2}(P') D_{v2}(2P') \left[ D_u(k'_n) \pm D_u(k'_p) \right] \right\} \quad (\text{III-40})$$

$$D_v(2k) = v_F \left( \frac{\pi}{\eta} \right)^{3/2} e^{-k^2/\eta} \quad (\text{III-41})$$

$$D_M(k) = \frac{4\pi v_F}{k} \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\alpha-\beta)^2}} \int_0^{\infty} \left( \frac{-\alpha r - \beta r}{e - e^{-\eta r^2}} \right) \sin(kr) d\vec{r}$$

Soit encore

$$D_M(k) = 4\pi v_F \sqrt{\frac{\pi}{\eta}} \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\alpha-\beta)^2}} \left\{ \frac{e^{-k^2/8\eta}}{k} e^{\beta^2/8\eta} \sin \frac{\beta k}{4\eta} - e^{\alpha^2/8\eta} \sin \frac{\alpha k}{4\eta} \right\} \quad (\text{III-42})$$

$$\Gamma(k_x, k_y) = \iint d\vec{x} d\vec{y} u(x) u(y) u(|\vec{x}-\vec{y}|) e^{i\vec{k}_x \cdot \vec{x}} e^{-i\vec{k}_y \cdot \vec{y}}$$

est donné en appendice II.

Nous n'avons pas calculé  $M_5^{\pm}$  avec ces potentiels toutefois, il est calculable avec le potentiel à portée nulle plus facile à résoudre. Dans ce cas  $M_5^{-}$  est nul et  $M_5^{+}$  est petit vis à vis des autres éléments de matricé. D'une façon générale, les éléments de matrice de la force  $\mathfrak{g}(\vec{r})$  sont du même ordre de grandeur que les éléments exprimés dans les formules précédentes.

On remarquera que les arguments des transformées de Fourier sont les modules des vecteurs.

III.9 - Propriétés et interprétations des éléments de matrice.

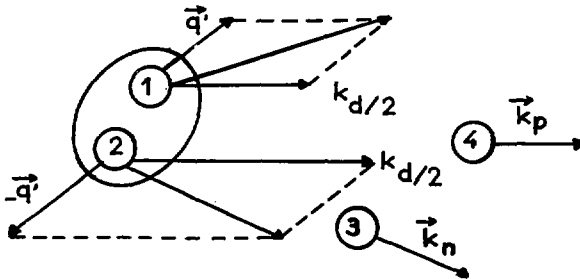


fig. III-b

Les éléments de matrice sont symétriques par échange de  $\vec{k}_n$  en  $\vec{k}_p$  pour le cas triplet et antisymétriques pour le cas singulet. Cette propriété est générale puisqu'elle reflète la symétrie ou l'antisymétrie de la fonction spatiale finale. On remarquera que lorsque  $\vec{k}_n = \vec{k}_p$  tous les éléments de matrice relatifs à l'état singulet sont nuls. Cette propriété n'est pas spéciale à l'approximation de Born, elle est générale, dans le cas même, d'une solution exacte. Dans le cas où la cinématique est symétrique, c'est à dire lorsque les trajectoires du neutron et du proton sont symétriques par rapport à l'axe d'incidence et lorsque les modules de leur impulsion sont égaux, les éléments de matrice calculés correspondant à l'état singulet disparaissent également.

Chaque élément de matrice qui rend compte de la réaction étudiée a une interprétation physique simple. Prenons, comme exemple, l'élément de matrice  $M_1^\pm$

$$\langle 12,3,4 \mid 13 \mid 12,34 \rangle = D_u^2 \frac{(\vec{k}_0 - \vec{k}_d)}{2} D_v(\vec{k}_0 - \vec{k}_d)$$

$$\left[ D_u(k_n) \pm D_u(k_p) \right]$$

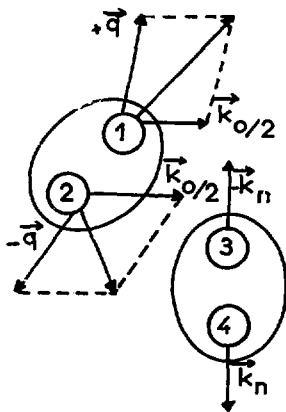


Fig. III-a

a) - Le deuteron (34) est brisé par la réaction, le neutron (3) est spectateur, donc il conserve sa quantité de mouvement  $\vec{k}_n$ , le deuteron (34) étant la cible.

(fig. III-a)

La probabilité pour que le neutron du deuteron (34) ait une quantité de mouvement interne  $\vec{k}_n$  est  $D_u(|\vec{k}_n|)$ .

b) - Dans le deuteron (12), un instant avant le choc, un nucléon a une quantité de mouvement  $\vec{k}_0/2$  dû au mouvement d'entraînement et une quantité de mouvement interne  $\vec{q}$  quelconque. Donc, le nucléon 1 a, par rapport au système du laboratoire, une quantité de mouvement  $\vec{k}_0/2 + \vec{q}$  avec une amplitude de probabilité  $D_u(q)$ .

Le choc a lieu et se symbolise par :

$$(1) + (4) \longrightarrow (1) + (4) \quad (\text{fig. III-b})$$

$$(\vec{q} + \vec{k}_0/2) + (-\vec{k}_n) = (\vec{k}_d/2 + \vec{q}') + \vec{k}_p$$

La conservation de la quantité de mouvement donne :

$$\vec{q}' = \vec{q} + \frac{\vec{k}_0 - \vec{k}_d}{2}$$

L'amplitude de probabilité pour que le deuteron (12) ait dans l'état final une quantité de mouvement  $\vec{q}'$  est

$$D_u(\vec{q}') = D_u\left(\left|\vec{q} + \frac{\vec{k}_0 - \vec{k}_d}{2}\right|\right)$$

Le transfert de moment pour l'un ou l'autre des nucléons est

$$\vec{k}_n + \vec{k}_p = \vec{k}_0 - \vec{k}_d$$

Ce transfert de moment est dû à l'action du potentiel  $V$  et se produit avec la probabilité  $D_v(|\vec{k}_0 - \vec{k}_d|)$

Enfin l'amplitude de probabilité pour obtenir l'état final (12,3,4) pour toutes les valeurs de  $\vec{q}$  est :

$$\int D_u(\vec{q}) D_u\left(\vec{q} + \frac{\vec{k}_0 - \vec{k}_d}{2}\right) d\vec{q}$$

qui peut encore s'écrire :

$$\int d\vec{q} \int u(r) e^{-i\vec{q}\vec{r}} d\vec{r} \int u(r') e^{i(\vec{q} + \frac{\vec{k}_0 - \vec{k}_d}{2})\vec{r}'} d\vec{r}'$$

puisque :

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{1}{2} \pi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\vec{q}(\vec{r}' - \vec{r})} d\vec{q}$$

on aura encore :

$$\int e^{i(\frac{\vec{k}_0 - \vec{k}_d}{2})\vec{r}} u^2(r) d\vec{r} = D_{u,2} \left( \left| \frac{\vec{k}_0 - \vec{k}_d}{2} \right| \right)$$

Les autres éléments de matrice s'obtiennent par des raisonnements analogues qui se distinguent entre eux par le rôle joué par chacune des particules.

III.10 - Calcul de la section efficace de la réaction en cinématique complète.

La section efficace triplement différentielle pour une expérience où aucune polarisation n'est mesurée, est donnée par la formule où interviennent les éléments de matrice de transition et la densité de niveaux dans l'état final.

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_n d\Omega_d dE_d} = \frac{2\pi}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{E_0}} \cdot \frac{4m^3}{h^6} \cdot \frac{E_d}{|\sqrt{2E_n - E_0} \cos\theta_n + \sqrt{E_d} \cos\theta_{dn}|} \cdot \frac{E_n}{|M|^2} \quad (\text{III-44})$$

pour la coïncidence deutéron-neutron.

Pour la coïncidence proton-neutron on aura :

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_n d\Omega_p dE_p} = \frac{2\pi}{h} \cdot \sqrt{\frac{m}{E_0}} \cdot \frac{4m^3}{h^6} \cdot \frac{\sqrt{E_p} \cdot E_n}{|3\sqrt{E_n} - 2E_0 \cos\theta_n + \sqrt{E_p} \cos\theta_{pn}|}$$

$$\overline{\left| \frac{1}{i,f} M \right|^2} \quad \text{(III-45)}$$

où  $m$  est la masse d'un nucléon

$E_0$  l'énergie du deutéron incident

$$\theta_p = \theta_d = 19^\circ,5 \quad \theta_n = -30^\circ$$

$\theta_{pn}$ ,  $\theta_{dn}$  sont respectivement les angles relatifs entre les trajectoires des protons, des deutérons et des neutrons. D'autre part :

$$\overline{\left| \frac{1}{i,f} M \right|^2} = \frac{1}{9} (|T^t(0)|^2 + 3|T^t(1)|^2 + 3|T^s(1)|^2 + 5|T^t(2)|^2)$$

(III-46)

où  $\overline{\left| \frac{1}{i,f} M \right|^2}$  représente la moyenne sur les états initiaux et la somme sur les états finaux.

(Le développement du calcul de la section efficace est donné en appendice I).



#### IV - PRESENTATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSION

Les éléments de matrice calculés suivant la méthode développée dans le chapitre précédent sont représentés sur les figures (7a-7b, 8a-8b). En abscisse est portée l'énergie de la particule chargée (proton, deuteron) et en ordonnée la valeur absolue de l'élément de matrice. Dans les deux cas, deuteron-neutron et proton-neutron, l'énergie incidente est de 10,74 MeV, les angles sont pour les particules chargées  $\theta_p = \theta_d = 19^\circ,5$  et pour le neutron  $\theta_n = -30^\circ$ . Les figures 7a et 8a donnent le résultat du calcul avec la force à portée nulle, formules :

III 28,29,30,31,32,33.

Les figures 7b et 8b celui relatif au potentiel Gaussien, formules : III 28,29,30,31,32,33.

Dans notre domaine, la variation de  $D_u(k)$ , la transformée de Fourier de la fonction d'onde du deuteron est la plus sensible à une variation de  $k$  en raison du facteur proportionnel à  $\frac{1}{(\alpha^2+k^2)(\beta^2+k^2)}$  qui approximativement varie comme  $\frac{1}{(\alpha^2+k^2)}$  car  $\alpha$  est petit et  $k$  peut passer par zéro.

Le facteur  $\beta$  est relativement plus grand et le second facteur ne varie donc guère pour les faibles valeurs de  $k$ . Les éléments de matrice  $M_1^+$ ,  $M_2^+$ ,  $M_4^+$  qui contiennent un terme  $D_u(k_p)$  passent par un maximum lorsque  $k_p$  est minimal. Ce cas se produit lors de la mesure en coïncidence deuteron-neutron où aux environs de  $E_d = 4$  MeV,  $E_p$  est nulle.

Dans une coïncidence proton-neutron, le deuteron non détecté passe aussi par une énergie minimale, donc le terme  $D_{u2}(\frac{k_d}{2})$  évoluera vers un maximum. Ce maximum n'est pas très marqué contrairement au cas précédent puisque le deuteron non détecté ne passe jamais par une énergie nulle. L'élément de matrice  $M_4^+$  présente un maximum très peu marqué. Par contre  $M_4^-$  s'annule si  $|k_n| = |k_p|$  dans le cas d'une force  $\delta(\vec{r})$  et quelle que soit la

géométrie. Pour une force gaussienne cette affirmation n'est qu'approximative, mais l'on doit tout de même s'attendre à un passage à zéro dans des conditions peu éloignées de  $|k_n| = |k_p|$ .

Dans nos calculs avec forces à portée nulle nous avons dû introduire  $u(0)$  c'est-à-dire l'ordonnée à l'origine de la fonction d'onde radiale du deutéron qui n'est pas donnée correctement par la fonction de HULTHEN [23]. Nous l'avons donc considéré comme un paramètre ajustable de façon telle que les éléments de matrice  $M_2^+$  pour les deux forces gaussiennes et à portée nulle soient aussi proches que possible, nous avons pris :

$$U(0) = 0,4 \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\alpha-\beta)^2}} \cdot (\beta-\alpha) = 0,4 \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi}}$$

comme nous l'avons dit page 15, cet ajustement corrige le désaccord entre fonction d'onde et potentiel.

L'élément de matrice  $M_5^+$  difficile à calculer est développé dans l'appendice II, nous avons constaté que cet élément est petit pour la force à portée nulle et nous l'avons négligé dans nos calculs avec potentiel nucléon-nucléon du type gaussien. De même pour les éléments du type T(P,Q), nous avons développé leurs calculs dans l'appendice II.

Les éléments  $T^t(0,1,2)$  et  $T^s(1)$  définis par les formules : III 15,16,17,18 sont donnés sur la figure (9), où en ordonnée on représente la valeur absolue de ces matrices et en abscisse l'énergie de la particule chargée détectée. Les données sont les mêmes que celles relatives aux éléments de matrices présentés sur les figures 7 et 8 pour une force nucléon-nucléon à portée nulle et pour deux sortes de coïncidence réalisées expérimentalement.

Dans l'état singulet  $T^S(1)$  où n'interviennent que des éléments de matrice antisymétriques, il est donc possible que, dans le domaine de notre expérience, il passe par zéro. Par conséquent, la contribution de cet état  $T^S(1)$  est pratiquement négligeable pour une zone localisée du spectre. D'autre part, les contributions des éléments de matrice triplets pondérés de leurs coefficients multiplicateurs c'est-à-dire :

$5|T^t(2)|^2$  ,  $3|T^t(1)|^2$  et  $|T^t(0)|$  sont du même ordre de grandeur dans la zone de mesure.

Nous présentons les résultats expérimentaux sur les figures 10 et 11 pour des énergies incidentes allant de 6,6 à 11,8 MeV. Les barres d'erreur tiennent compte des erreurs statistiques et de l'erreur sur la mesure de l'efficacité du détecteur de neutrons. En ordonnée on représente la valeur de la section efficace absolue en  $\text{mb}/\text{sr}^2 \cdot \text{MeV}$  et en abscisse l'énergie de la particule chargée détectée (deutéron-proton). Nous observons, à partir des résultats expérimentaux, de larges pics dont les sommets sont centrés au voisinage de l'énergie minimum de la particule non détectée comme l'a laissé prévoir l'étude des éléments de matrice. On peut observer que, pour une énergie de bombardement déterminée, les largeurs des pics aussi bien en coïncidence deutéron-neutron que proton-neutron sont les mêmes. Il semble que cette largeur augmente légèrement avec l'énergie du faisceau incident. On observe également que les pics sont légèrement dissymétriques et qu'aucune structure évidente n'apparaît.

Les courbes en traits pleins représentent les résultats des calculs pour les deux types de forces : à portée nulle et du type gaussien. Les coefficients de normalisation indiqués sur les figures sont définis comme le rapport de la section efficace mesurée au pic par la section efficace calculée pour les deux types de force nucléon-nucléon étudiés. Les coefficients sont très petits ce qui tend à prouver l'insuffisance de l'approximation de Born. Malgré ce défaut, la courbe calculée en

coïncidence deutéron-neutron reproduit fidèlement l'allure générale des sections efficaces. Par contre l'accord est nettement moins bon dans une coïncidence proton-neutron, on constate, cependant, que la forme s'améliore lorsque l'énergie incidente augmente.

Nous présentons sur les figures les énergies relatives pour les trois couples (proton-neutron), (deutéron-neutron) et (deutéron-proton) en fonction de l'énergie de la particule chargée détectée et pour une énergie de bombardement des deutérons incidents de 10,7 MeV. En principe, les effets d'interaction dans l'état final se manifestent lorsque l'énergie relative de deux particules tend vers zéro. Dans notre expérience ce processus se situerait soit aux énergies les plus fortes des spectres, soit aux plus basses, mais nous n'avons pu observer ces zones.

#### V - CONCLUSION

L'approximation de Born telle que nous l'avons utilisée permet des calculs relativement faciles tout en rendant compte de la forme générale des spectres expérimentaux surtout en coïncidence deutéron-neutron. Malheureusement ces calculs ne permettent pas de rendre compte de la valeur absolue des sections efficaces. Malgré ce défaut, il est remarquable que cette approximation interprète assez bien les mesures faites à une énergie assez faible et dans une géométrie dissymétrique.

L'expérience avec cible gazeuse nous a permis de réussir les coïncidences deutéron-neutron déjà abordées par différents auteurs et aussi les mesures en coïncidence proton-neutron très difficiles à réaliser avec une cible solide [17].

Les combinaisons des éléments de matrices suggèrent des expériences dans des cinématiques particulières qui permettent de supprimer les contributions de certaines matrices de transition. Nous avons déjà remarqué, dans une coïncidence proton-neutron avec  $\theta_p = -\theta_n$ , que l'état singulet  $T^S(1)$  est rigoureusement annulé lorsque  $E_p = E_n$ . D'autre part les courbes des matrices de transition montrent qu'il est possible de réduire dans une zone déterminée et dans une géométrie choisie les contributions de  $T^t(1)$  et  $T^t(2)$ . Enfin, le domaine de nos mesures excluait la possibilité d'interaction dans l'état final neutron-deutéron, proton-deutéron et proton-neutron, il serait donc intéressant de choisir des conditions cinématiques dans lesquelles l'une ou l'autre de ces interactions puisse se manifester.

#### VI - REMERCIEMENTS

Nous voulons exprimer tous nos remerciements à Monsieur R. PERRIER qui a programmé la totalité des calculs et nous a aidé efficacement lors de l'exploitation des résultats.

Nous exprimons également tous nos remerciements aux groupes calculs et accélérateurs.

Nous ne saurions oublier Melle CHEYSSIAL celle qui eut la gentillesse de se charger de la frappe du manuscrit et Melle JOLIBOIS qui se chargea de toutes les figures et photos.

VII - REFERENCES

- [ 1 ] CHEW G.F. ,  
Phys. Rev. (1951) 80, 710
- [ 2 ] CHEW G.F. , LOW F.E. ,  
Phys. Rev. (1959) 113, 1640
- [ 3 ] KUCKES A.F. , WILSON R. , COOPER P.F. ,  
Ann. of Phys. (1961) 15, 193
- [ 4 ] BURQ J.P. , CABRILLAT J.C. , CHEMARIN M. , ILLE B. ,  
NICOLAI G. ,  
Nucl. Phys. (1972) A 179, 385
- [ 5 ] ZUPANCIC C. ,  
Rev. of Mod. Phys. (1965) 37, 330
- [ 6 ] DONOVAN P.F. ,  
Rev. of Mod. Phys. (1965) 37, 501
- [ 7 ] FADDEEV,  
Mathematical problems of the quantum theory of scattering for two and three particles systems. DAVEY D. Daniel and Co New-York 1965.
- [ 8 ] DIDELEZ J.P. , GOLDMAN I.D. , HOURANY E. , NAKAMURA H. ,  
REIDE F. et YVASA T. ,  
Phys. Rev. (1974) C10, 529
- [ 9 ] BALLOT J.L. , L'HUILLIER M. , BENOIT GUEUTAL P. ,  
Phys. Rev. (1975) C12, 725
- [10] L'HUILLIER M. , BENOIT-GUEUTAL P. , BALLOT J.L. ,  
Phys. Rev. (1975) C12, 948

- [11] MITRA A.N. ,  
Advance in nuclear physics. Baranger et Eric Vogt  
Vol.3, page 1  
Plenum-Press New-York 1961.
- [12] AMADO R.D. ,  
Phys. Rev. (1963) Vol.132, n°1, 485.
- [13] EBENHÖH W. ,  
Nucl. Phys. (1972) A191, 97.
- [14] WALLACE J.M. ,  
Phys. Rev. (1973) C7, 10.
- [15] COREY B.E. , WARNER R.E. ,  
Nucl. Phys. (1971) A174, 468.
- [16] VALKOVIC V. , RENDIC D. , OTTE V.A. , VON WITSCH W. ,  
PHILLIPS G.C. ,  
Nucl. Phys. (1971) A166, 547.
- [17] VALKOVIC V. , DUCK I. , SWEENEY W.E. , PHILLIPS G.C. ,  
Nucl. Phys. (1972) A183, 126.
- [18] VALKOVIC V. , DUCK I.H. , PHILLIPS G.C. ,  
Phys. Lett. (1972) 42B, n° 2, 191.
- [19] ANDRADE E. , VALKOVIC V. , RENDIC D. , PHILLIPS G.C. ,  
Nucl. Phys. (1972) A183, 145.
- [20] KNOX H. , MILLER T.G. ,  
Nucl. Inst. , (1972) 101, 519.
- [21] VALKOVIC V. , GABITZSCH N. , RENDIC D. , DUCK I. ,  
PHILLIPS G.C. ,  
Nucl. Phys. (1972) A182, 225.

- [22] BONBRIGHT D.I. , ALLAS R.G. , BONDELID R.O. ,  
PETERSEN E.L. , FIEPER A.G. , THEUS R.B. ,  
Phys. Rev. (1973) CB, 1.
- [23] HULTHEN L.  
Encyclopedia of physics, (1957) Vol. IXXXX, P.932.  
Springer-Verlag.
- [24] MORAVCSIK M.J. ,  
Nucl. Phys. (1958) 7, 113.
- [25] MC CARTHY I.E. ,  
Introduction to nuclear theory (1968), Willey,  
New York, P.529.
- [26] ABRAMOWITZ M. , STEGUN I.A. ,  
Handbook of Mathematical fonctions  
(DGuer publications Inc New York)
- [27] WILSON A.S. , TAYLOR M.C. , LEGG J.C. , PHILLIPS G.C.,  
Nucl. Phys. (1969) A126, 193.
- [28] GOLDBERGER M.L. , WATSON K.M. ,  
Collision theory (John Willey and Sons New York.  
London. Sydney)
- [29] MESSIAH A. ,  
Mecanique quantique, (1962) tome 1, P.399. Dunod Paris
- [30] KRYLON V.I. ,  
Approximate calculation of integrals (Macmillan com-  
pany, New York).
- [31] NOYES H.P. , LIPINSKI H.W. ,  
Phys. Rev. (1971) CA, n°3, 995.



VIII - APPENDICE I

La section efficace déduite de la théorie des collisions dépendante du temps [28] s'écrit :

$$d\sigma = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{1}{(2\pi\hbar)^6} \int |\Gamma_{i-f}|^2 \delta \left( \sum_{i=1}^3 \vec{p}_i - \vec{p}_0 \right) \delta \left( \sum_{i=1}^3 E_i - E \right) d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{p}_3$$

où  $v_0$  est la vitesse du deutéron incident et  $\vec{p}_0$  sa quantité de mouvement dans le système du laboratoire.

$\sum_{i=1}^3 \vec{p}_i$  est la somme des quantités de mouvement des trois particules en voie de sortie (proton, neutron, deutéron).

$\sum_{i=1}^3 E_i$  est la somme des énergies cinétiques des trois particules dans la voie de sortie.

$E$  est défini comme l'énergie cinétique du deutéron incident à laquelle on ajoute le bilan de la réaction ( $Q = - 2,22$  MeV).

L'intégration sur  $\vec{p}_3$  est immédiate et l'on trouve

$$d\sigma = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{1}{(2\pi\hbar)^6} \int |\Gamma_{i-f}|^2 \delta \left[ \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} + \frac{1}{2m_3} \left( p_0^2 + p_1^2 + p_2^2 - 2\vec{p}_0 \cdot \vec{p}_1 \cos\theta_1 - 2\vec{p}_0 \cdot \vec{p}_2 \cos\theta_2 + 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \cos\theta_{12} \right) - E \right] d\vec{p}_1 d\vec{p}_2$$

où  $m_1, m_2, m_3$  sont respectivement les masses des trois particules en voie de sortie.

Expérimentalement  $(\theta_1, \varphi_1), (\theta_2, \varphi_2)$  sont fixés, l'énergie de la particule chargée  $E_1$  est mesurée. Pour une énergie  $E_1$  il y a parfois deux solutions possibles pour l'énergie  $E_2$  de l'autre particule détectée. Notre expérience permet, grâce au temps de vol de distinguer entre ces deux cas. Toutefois la

solution la plus petite est associée à une énergie inférieure au seuil de détection. Les courbes de la section efficace présentée en fonction de l'énergie de la particule sont relatives uniquement à la solution de plus grande énergie (branche haute)

La section efficace s'écrit :

$$d\sigma = \frac{2\pi}{v_0} \cdot \frac{1}{h} \cdot \frac{1}{(2\pi\hbar)^6} P_1^2 dP_1 d\Omega_1 d\Omega_2 \int |T_{i-f}|^2 P_2^2 dP_2$$

$$\delta \left[ P_2^2 \left( \frac{1}{2m_2} + \frac{1}{2m_3} \right) + P_2 \left( \frac{2P_1 \cos\theta_{12}}{2m_3} - \frac{2P_0 \cos\theta_2}{2m_3} \right) + \left( \frac{P_1^2}{2m_1} + \frac{P_0^2 + P^2}{2m_3} - \frac{2P_0 P_1 \cos\theta_1}{2m_3} \right) - E \right]$$

L'intégration sur  $P_2$  se fait en utilisant la formule [29] :

$$\delta(g(x)) = \sum_n \frac{1}{|g'(x_n)|} \delta(x - x_n)$$

où  $x_n$  est la solution de  $g(x) = 0$

On ne retient que la valeur  $x_n$  relative à la branche haute et l'on trouve :

$$d\sigma = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{2\pi}{h} \cdot \frac{1}{(2\pi\hbar)^6} P_1^2 dP_1 d\Omega_1 d\Omega_2 |T_{i-f}|^2 \cdot \frac{P_2^2}{\left| P_2 \left( \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \right) - \frac{P_0 \cos\theta_2}{m_3} + \frac{P_1 \cos\theta_{12}}{m_3} \right|}$$

Pour la section efficace exprimée en énergie de la particule chargée on aura :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE_1} = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{1}{(2\pi\hbar)^6} \frac{|T_{i-f}|^2 \cdot 2m_1 m_2 m_3 E_2 \sqrt{E_1}}{\left| \frac{m_2+m_3}{m_2} \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} E_2 - \sqrt{\frac{E_0 m_0}{m_1}} \cos\theta_2 + \sqrt{E_1} \cos\theta_{12} \right|}$$

Pour la mesure en coïncidence deutéron-neutron on pose

- (1)  $\Rightarrow$  deutéron
- (2)  $\Rightarrow$  neutron
- (3)  $\Rightarrow$  proton

La section efficace s'écrit alors :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_d d\Omega_n dE_d} = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{1}{(2\pi\hbar)^6} \frac{|T_{i-f}|^2 \cdot 4m^3 \sqrt{E_d} \cdot E_n}{\left| \sqrt{2E_n} - \sqrt{E_0} \cos\theta_n + \sqrt{E_d} \cos\theta_{dn} \right|}$$

Pour la mesure en coïncidence proton-neutron :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_p d\Omega_n dE_p} = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{1}{(2\pi\hbar)^6} \frac{|T_{i-f}|^2 \cdot 4m^3 \sqrt{E_p} \cdot E_n}{\left| 3\sqrt{E_n} - \sqrt{2E_0} \cos\theta_n + \sqrt{E_p} \cos\theta_{pn} \right|}$$

APPENDICE II

L'élément de matrice  $M_5^+$  est plus difficile à calculer que les autres éléments qui interviennent dans le calcul des sections efficaces différentielles.

$M_5^+$  est définie par :

$$M_5^+ = \sqrt{2} V_0 \iint d\vec{x} d\vec{y} u(x) u(y) u(|\vec{x}-\vec{y}|) e^{i \vec{P} \cdot \vec{x}} e^{-i \vec{P}' \cdot \vec{y}}$$

Pour effectuer cette intégration, on développe les ondes planes  $e^{i \vec{P} \cdot \vec{x}}$  et  $e^{-i \vec{P}' \cdot \vec{y}}$  en harmoniques sphériques en utilisant la formule :

$$e^{i \vec{P} \cdot \vec{r}} = \sum_{l,m} (4\pi) (i)^l J_l(kr) Y_l^{m*}(\theta_k, \varphi_k) Y_l^m(\theta_r, \varphi_r)$$

La relation de fermeture :

$$\int Y_l^{m*}(\theta, \varphi) Y_l^{m'}(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi = \delta_{mm'} \delta_{ll'}$$

appliquée sur les différentes harmoniques sphériques qui apparaissent permet une intégration immédiate sur les deux angles solides  $\Omega_x$  et  $\Omega_y$ . Le calcul de  $M_5^+$  se réduit donc à intégrer uniquement sur les parties radiales de  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  et l'on trouve :

$$M_5^+ = - (4\pi)^2 V_0 \left( \frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\alpha-\beta)^2} \right)^{3/2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\theta) \int_0^{\infty} j_l^2(Px) x dx$$

$$(\alpha^{-\alpha x} - \alpha^{-\beta x}) \left[ \alpha \int_0^x h_l(i\alpha y) \int_0^y j_l(P'y) (\alpha^{-\alpha y} - \alpha^{-\beta y}) j_l(i\alpha y) dy + j_l(i\alpha x) \right]$$

$$\left. \int_x^\infty y j_\rho(P'y) (e^{-\alpha y} - e^{-\beta y}) h_\rho(i\alpha y) dy \right] - \beta \left[ h_\rho(i\beta x) \int_0^x y j_\rho(P'y) (e^{-\alpha y} - e^{-\beta y}) \right. \\ \left. j_\rho(i\beta y) dy + j_\rho(i\beta x) \int_x^\infty y j_\rho(P'y) (e^{-\alpha y} - e^{-\beta y}) h_\rho(i\beta y) dy \right] \Bigg\}$$

où  $\theta$  est défini comme étant l'angle entre les deux vecteurs  $\vec{F}$  et  $\vec{F}'$ .  $h_\rho(iz)$  et  $j_\rho(iz)$  sont respectivement les fonctions de Bessel sphériques modifiées de troisième et de première espèce [27]

$$\Gamma(k_x, k_y) = \iint \vec{dx} \vec{dy} u(x) v(y) e^{+ik_x \cdot \vec{x}} e^{-ik_y \cdot \vec{y}} u(|\vec{x} - \vec{y}|)$$

nécessaires au calcul des éléments de matrice  $M_3^+$  et  $M_4^+$  qui se font d'une manière équivalente au calcul de  $M_5^+$  et l'on trouve:

$$\Gamma(k_x, k_y) = - (4\pi)^2 \frac{V}{F} \left( \frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\alpha-\beta)^2} \right) \int_{\theta=0}^{\pi} (2\{+1\}) P_\ell(\cos\theta)$$

$$\int_0^\infty (e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}) \cdot x \cdot j_\ell(k_x \cdot x) dx \left\{ \left[ \alpha h_\rho^1(i\alpha x) \int_0^x j_\rho(i\alpha y) e^{-\eta y^2} j_\rho(k_y \cdot y) y^2 dy \right. \right. \\ \left. \left. + \alpha j_\rho(i\alpha x) \int_x^\infty h_\rho(i\alpha y) e^{-\eta y^2} j_\rho(k_y \cdot y) y^2 dy \right] - \left[ \beta h_\rho(i\beta x) \int_0^x j_\rho(i\beta y) \right. \right. \\ \left. \left. j_\rho(k_y \cdot y) e^{-\eta y^2} dy + \beta j_\rho(i\beta x) \int_x^\infty h_\rho(i\beta y) e^{-\eta y^2} j_\rho(k_y \cdot y) y^2 dy \right] \right\}$$

où  $\theta$  est l'angle entre les deux vecteurs  $\vec{k}_x$  et  $\vec{k}_y$ .

Ces deux intégrales sont calculées numériquement en utilisant les deux méthodes :

GAUSS-LEGENDRE et GAUSS-LAGUERRE [30].

IX - LEGENDE DES FIGURES

Figure 1 : Présentation de la cible gazeuse et de la chambre à réaction.

Figure 2 : Schéma synoptique du montage électronique

- P.A. Préamplificateur
- A.L. Amplificateur linéaire
- R. Retard
- D.F.C. Discrimination à fraction constante
- S.M. Sélecteur monocanal
- P.L. Porte linéaire
- C.L. Coïncidence lente
- D.R. Discriminateur rapide
- D.N.γ Discrimination neutron-gamma
- C.T.A. Convertisseur temps-amplitude
- P.M. Photomultiplicateur XP 1040

Figure 3 : Représentation biparamétrique des événements enregistrés. En ordonnée les différences de temps de vol  $\Delta t_{v_{pn}}$  et  $\Delta t_{v_{dn}}$  entre les particules chargées détectées à  $19^{\circ},5$  et le neutron enregistré à  $\theta_n = -30^{\circ}$ . En abscisse l'énergie correspondante de la particule chargée (proton et deutéron).

Figure 4 : Identification des deux produits  ${}^2_1\text{H}$  et  ${}^1_1\text{H}$  qui proviennent de la réaction  $d + D \rightarrow n + p + d$  à partir des mesures  $\Delta t_{v_{pn}}$  et  $\Delta t_{v_{dn}}$  données en ordonnée et de l'énergie des particules chargées enregistrées en abscisse.

Les informations deutérons se placent sur la courbe a et les protons sur la courbe b.

Figure 5 : Traitement des événements enregistrés par tranche d'énergie où les points expérimentaux sont lissés par deux gaussiennes de largeurs peu différentes à mi-hauteur.

Figure 6 : Calcul de la dispersion en énergie d'un faisceau de deutérons de 2 MeV.  
a) Après avoir traversé une feuille de nickel de  $2,5 \mu\text{m}$  d'épaisseur.  
b) Après avoir traversé une feuille de nickel de  $2,5 \mu\text{m}$  d'épaisseur et 3 cm de deutérium gazeux à la pression de 3 atmosphères.  
En ordonnée nous prenons une échelle proportionnelle au nombre de coups et en abscisse l'énergie du deutéron.

Figures 7a et 7b

Représentation de l'évolution des éléments de matrice  $|M|$  dans le cas d'une coïncidence deutéron-neutron. En ordonnée on donne la valeur absolue des éléments calculés et en abscisse l'énergie du deutéron en MeV. Ces calculs ont été faits pour les deux types de potentiel nucléon-nucléon étudiés  $U_{13} = V_0^d (|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|)$ ,  $U_{13} = V_P e^{-\eta (|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|)^2}$  et pour une énergie de bombardement du deutéron incident de 10,7 MeV.

Figures 8a et 8b

Représentation de l'évolution des éléments de matrice  $|M|$  dans le cas d'une coïncidence proton-neutron. En ordonnée, on donne la valeur absolue des éléments calculés et en abscisse l'énergie du proton en MeV. Ces calculs ont été faits pour les deux types de potentiels nucléon-nucléon

étudiés  $U_{13} = V_0 \delta(|r_1 - r_3|)$ ,  $U_{13} = V_0 e^{-\eta(|r_1 - r_3|)^2}$   
et pour une énergie de bombardement du deutéron  
incident de 10,7 MeV.

Figure 9 : Représentation de l'évolution des éléments de  
matrice  $|T|$  dans les deux cas suivants : en coïn-  
cidence deutéron-neutron, proton-neutron. En ordon-  
née on donne la valeur absolue des éléments cal-  
culés et en abscisse l'énergie de la particule  
chargée détectée. Ces calculs ont été faits pour  
un potentiel nucléon-nucléon à portée nulle et  
pour une énergie de bombardement du deutéron inci-  
dent de 10,7 MeV.

Figure 10 : Spectre de coïncidence deutéron-neutron pour une  
énergie de bombardement du deutéron incident allant  
de 6,7 MeV à 11,7 MeV. En ordonnée figure la valeur  
absolue de la section efficace exprimée en  $mb/sr^2$ .  
MeV et en abscisse l'énergie du deutéron en MeV.  
Les courbes en traits pleins sont les résultats  
obtenus par les calculs et les coefficients indi-  
qués sur la figure sont définis comme le rapport  
de la section efficace mesurée au pic par la sec-  
tion efficace calculée au pic.

Figure 11 : Spectre de coïncidence proton-neutron pour une  
énergie de bombardement du deutéron incident allant  
de 6,7 MeV à 11,7 MeV. En ordonnée figure la valeur  
absolue de la section efficace exprimée en  $mb/sr^2$ .  
MeV et en abscisse l'énergie du proton en MeV. Les  
courbes en traits pleins sont les résultats obtenus  
par les calculs et les coefficients indiqués sur la  
figure sont définis comme le rapport de la section  
efficace mesurée au pic par la section efficace  
calculée au pic.



Figure 12 : Représentation des énergies relatives deutéron-neutron, deutéron-proton, proton-neutron en fonction de l'énergie de la particule chargée détectée. En ordonnée figure l'énergie relative des couples de particules exprimés en MeV et en abscisse l'énergie de la particule chargée détectée donnée en MeV pour une énergie de bombardement du deutéron incident de 10,7 MeV.

*Manuscrit reçu le 8 mars 1977*

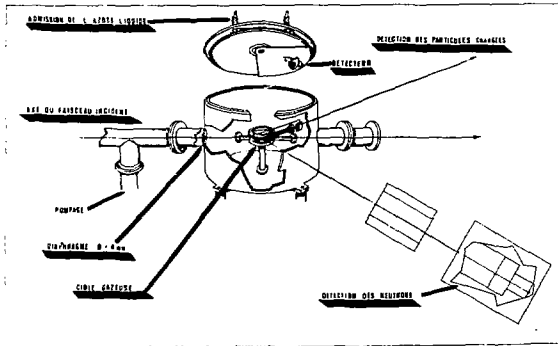


FIGURE 1

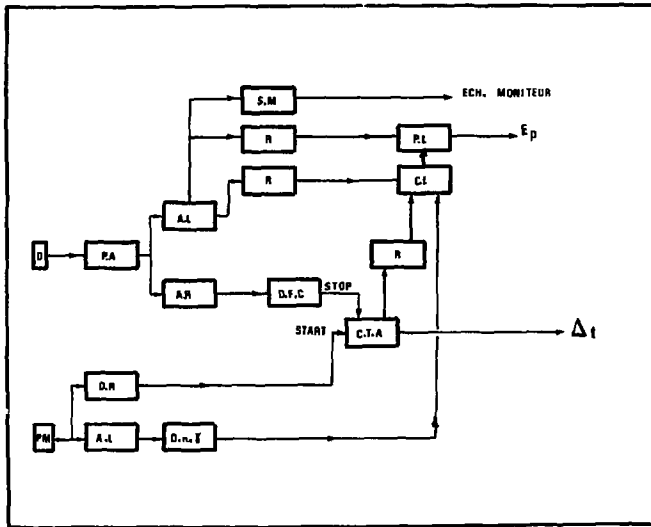


FIGURE 2

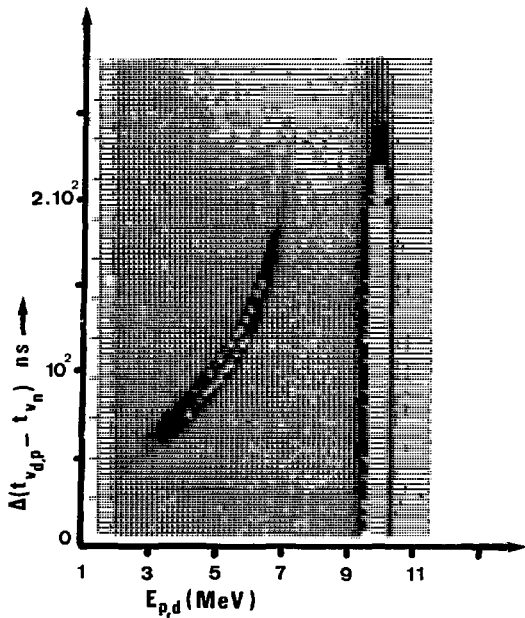


FIGURE 3

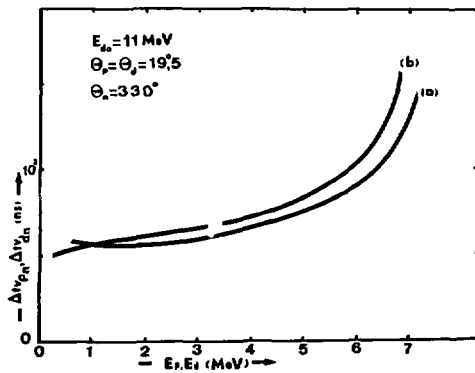


FIGURE 4

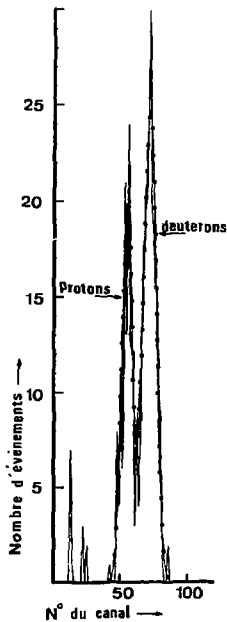


FIGURE 5

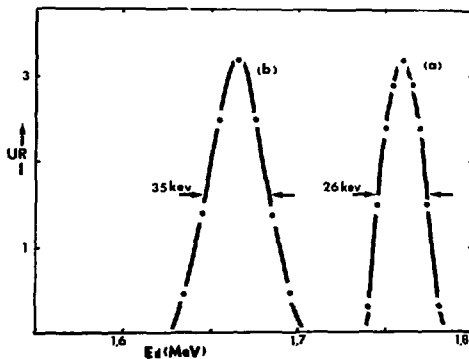


FIGURE 6

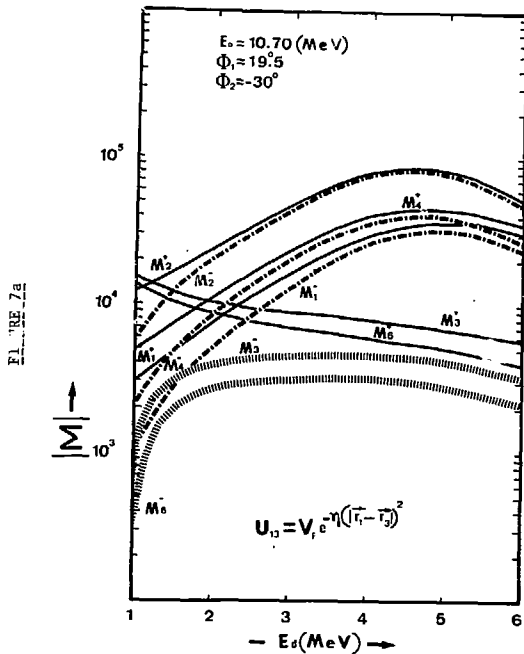
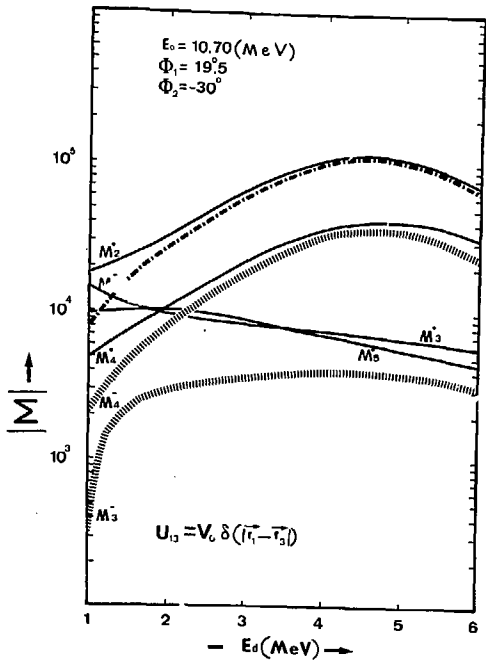


FIGURE 7b

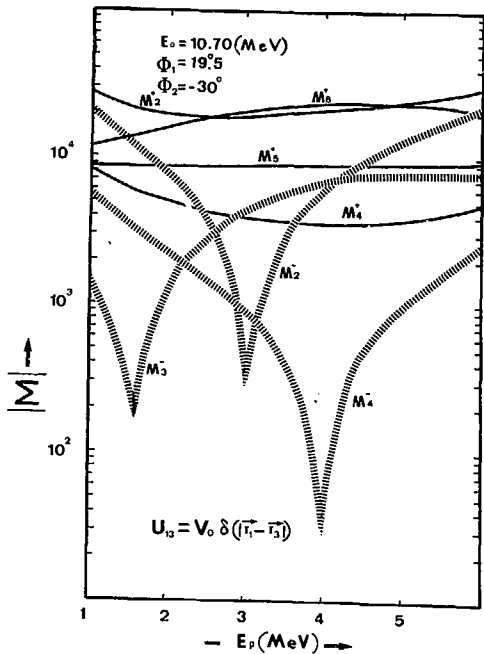


FIGURE 8a

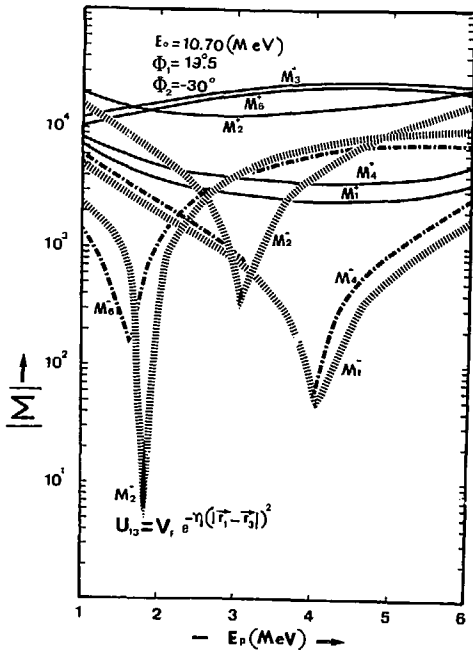


FIGURE 8b

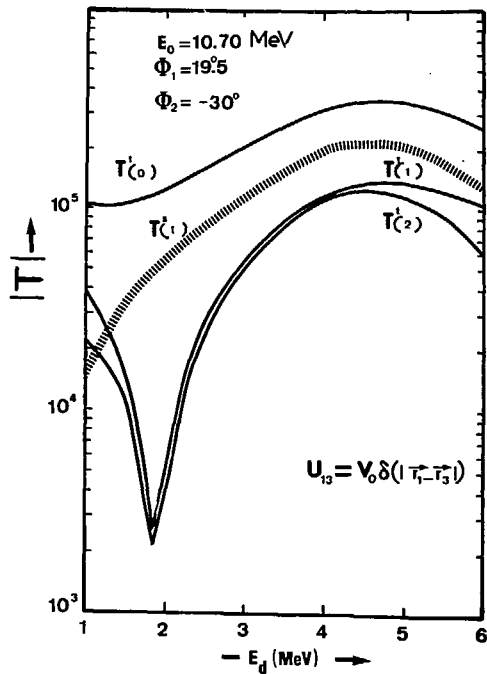
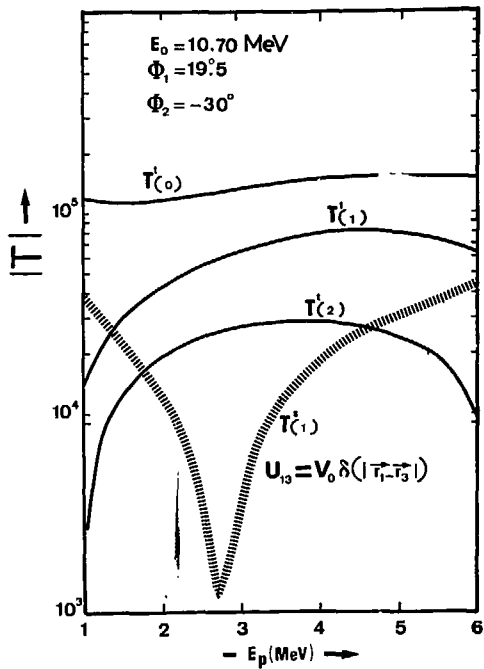


FIGURE 9

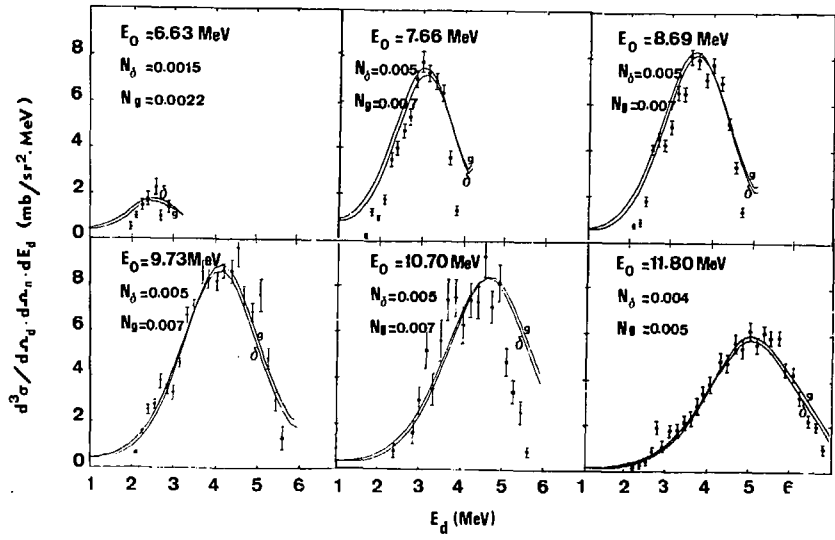


FIGURE 10



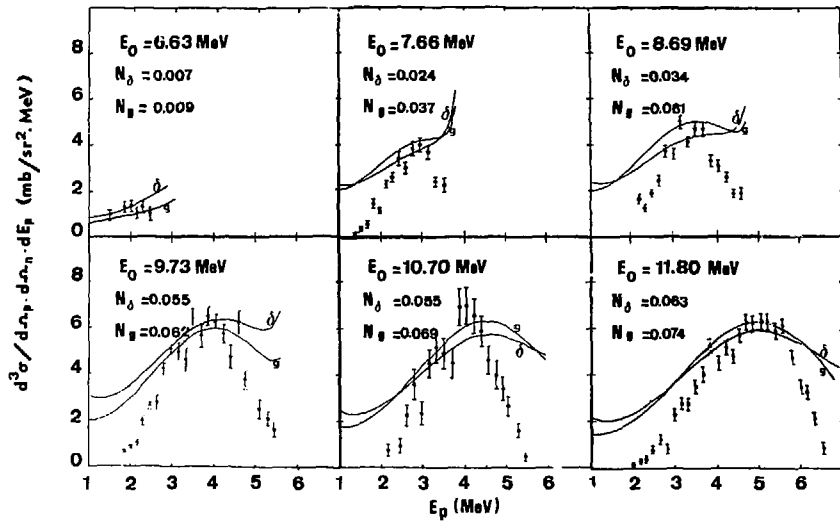


FIGURE 11

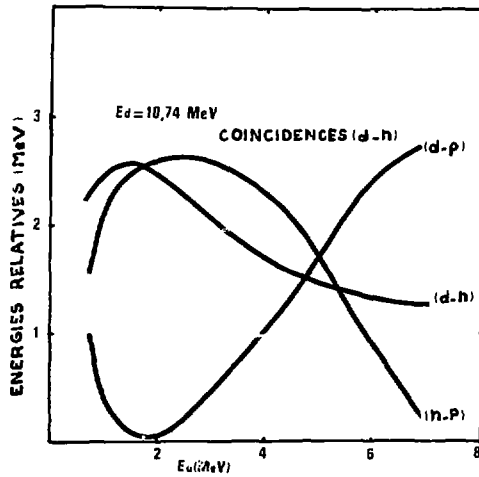
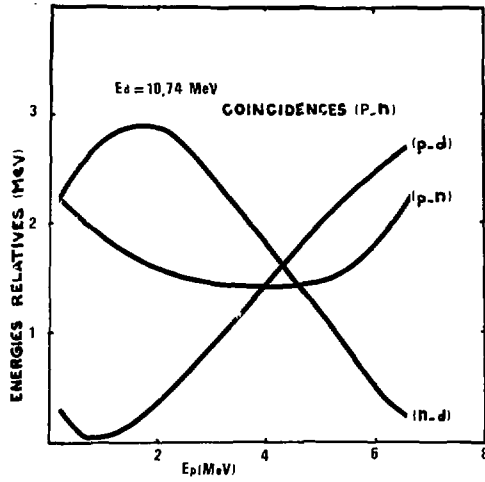


FIGURE 12



*Achévé d'imprimer  
par  
le CEA, Service de Documentation, Saclay  
Juin 1977*

*DEPOT LEGAL  
2ème trimestre 1977*

*La diffusion, à titre d'échange, des rapports et bibliographies du Commissariat à l'Energie Atomique est assurée par le Service de Documentation, CEN-Saclay, B.P. n° 2, 91 190 - Gif-sur-Yvette (France).*

*Ces rapports et bibliographies sont également en vente à l'unité auprès de la Documentation Française, 31, quai Voltaire, 75007 - PARIS.*

*Reports and bibliographies of the Commissariat à l'Energie Atomique are available, on an exchange basis, from the Service de Documentation, CEN-Saclay, B.P. n° 2, 91 190 - Gif-sur-Yvette (France).*

*Individual reports and bibliographies are sold by the Documentation Française, 31, quai Voltaire, 75007 - PARIS.*

*Edité par  
le Service de Documentation  
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay  
Boîte Postale n° 2  
91190 - Gif-sur-YVETTE (France)*