

INSTYTUT FIZYKI JĄDROWEJ
INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ



KRAKÓW

REPORT No 957/PR

PL7903424

WPROWADZENIE DO OBLICZANIA
REKUPERATORÓW

MAREK DOLLAR

KRAKÓW 1977

WPROWADZENIE DO OBLICZANIA REKUPERATORÓW
INTRODUCTION TO CALCULATIONS OF RECUPERATORS
ВВЕДЕНИЕ В ВЫЧИСЛЕНИЯ РЕКУПЕРАТОРОВ

MAREK DOLLAR

Instytut Fizyki Jądrowej – Kraków

KRAKÓW, 1977

**NAKŁADEM INSTYTUTU FIZYKI JĄDROWEJ W KRAKOWIE,
UL. RADZIKOWSKIEGO 152**

Kopię kserograficzną, druk i oprawę wykonano w IFJ Kraków

Wydanie I

Zam. 117/77

Nakład 80 egz.

Spis treści

I. Wprowadzenie ogólne

1. Uwagi wstępne.....	5
2. Rodzaje wymiany ciepła	6
3. Przepływ laminarny i turbulentny	8
3a. Doświadczenie Reynoldsa	8
3b. Rozkłady prędkości osiowych	9
3c. Przejście od ruchu laminarnego do turbulentnego ..	12
3d. Zadania	13
3e. Charakter przepływu płynu a wymiana ciepła między płynem i ścianą przewodu	14
4. Przejmowanie ciepła w ruchu turbulentnym	15
5. Przenikanie ciepła	16

II. Wymiana ciepła przy wymuszonym przepływie turbulentnym w przewodach

1. Współczynnik przejmowania ciepła	19
2. Wymiana ciepła przy przepływie turbulentnym przez rury	20
3. Wymiana ciepła przy przepływie przez przewody o przekroju niekołowym	23
4. Analogia hydrodynamiczno-ciepłna	24
5. Zadanie	25

III. Teoria rekuperatorów współ- i przeciwprądowych

1. Klasyfikacja wymienników ciepła	26
2. Rekuperator współprądowy	27
3. Rekuperator przeciwprądowy	32
4. Porównanie rekuperatora współprądowego i przeciw- prądowego	34
5. Rozkład temperatur płynów w rekuperatorze	35
6. Zadanie	37
Literatura	41

Opisano fizyczne podstawy mechanizmu wymiany ciepła między płynem w ruchu turbulentnym, a ścianą przewodu. Przedstawiono metody obliczania współczynnika przejmowania ciepła oraz podano teorię rekuperatora współ- i przeciwprądowego. Omówione metody zostały zilustrowane przykładami liczbowymi.

Physical principles of heat transfer between fluid under turbulent flow conditions and a wall of a duct are described. The methods of calculations of heat transfer coefficient and the theory of recuperative heat exchangers are presented. Numerical examples are given to illustrate the theory. (author)

Описано физические основы теплообмена между жидкостью в турбулентной движении а стеной прохода. Представлено методы вычисления коэффициента теплообмена и теории рекуператоров. Количественные методы иллюстрируют описанные методы.

I. WPROWADZENIE OGÓLNE

1. Uwagi wstępne

Problematyka transportu ciepła wymaga określenia kilku podstawowych wielkości. Najważniejszą z nich jest natężenie strumienia ciepłego \vec{q} , tj. natężenie strumienia energii, która na sposób ciepła przepływa w jednostce czasu przez jednostkową powierzchnię. Jeżeli przez $d\vec{S}$ oznaczyć nieskończenie mały, skierowany element powierzchni, wówczas $\vec{q} \cdot d\vec{S} \cdot dt$ oznacza ilość ciepła przepływającą w czasie dt przez element powierzchni $d\vec{S}$.

W zagadnieniach związanych z przepływem cieczy lub gazów - tzn. płynów - kolejnymi wielkościami są: liniowa prędkość osiowa u^m ; natężenie strumienia masy g , czyli masa płynu, która w jednostce czasu przepływa przez zadaną powierzchnię; strumień masy G , czyli g przemnożone przez powierzchnię przepływu oraz wydatek płynu \dot{V} , czyli objętość płynu, która w jednostce czasu przepływa przez zadaną powierzchnię. W przypadku przepływów przez przewody o przekroju poprzecznym F , zależności między wymienio-

m/ Umawiamy się przez wielkość skalarną a danego wektora \vec{a} rozumieć jego moduł, tj. $a = |\vec{a}|$

nyimi wielkościami wraz z ich wymiarami dane są związkami:

$$\varepsilon \quad [\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}] = u \quad [\text{m/s}] \cdot \rho \quad [\text{kg/m}^3] \quad /I.1/$$

$$G \quad [\text{kg/s}] = \varepsilon \quad [\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}] \cdot F \quad [\text{m}^2] \quad /I.2/$$

$$V \quad [\text{m}^3/\text{s}] = u \quad [\text{m/s}] \cdot F \quad [\text{m}^2] \quad /I.3/$$

gdzie: ρ - gęstość płynu.

Na cząstki przepływającego płynu działają siły tarcia wewnętrzne, styczne do kierunku przemieszczenia. Stosunek sił tarcia wewnętrznego do powierzchni, na której te siły działają nosi nazwę naprężenia stycznego. Zgodnie z prawem Newtona naprężenie styczne jest proporcjonalne do przyrostu prędkości w kierunku normalnym do kierunku przepływu, tj.:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dn} = \nu \cdot \rho \cdot \frac{du}{dn} \quad /I.4/$$

gdzie: μ - lepkość dynamiczna, czyli zdolność płynu do przenoszenia naprężeń stycznych, wyrażona w $\text{kg/m} \cdot \text{s}$

ν - lepkość kinematyczna, w m^2/s

ρ - gęstość płynu, w kg/m^3 .

2. Rodzaje wymiany ciepła

Energia cieplna może być przenoszona na drodze:

- a przewodzenia,
- b konwekcji,
- c promieniowania.

ad a Przewodzenie ciepła jest opisywane prawem Fouriera, zgodnie z którym natężenie strumienia cieplnego jest proporcjonalne do gradientu temperatury:

$$\vec{q} = - \lambda \text{ grad } T \quad /I.5/$$

gdzie: λ - przewodność cieplna, wyrażona w $J/m \cdot s \cdot K$, będąca z dobrym przybliżeniem stałą materiałową.

Przewodzenie ciepła jest skomplikowanym procesem zachodzącym w skali mikrofizycznej, którego mechanizm zależy od stanu skupienia. W ciele stałym polega ono na przekazywaniu energii przez cząsteczki o energiach wyższych, cząsteczkom o energiach niższych, bez zmiany ich wzajemnego położenia. Tymczasem w płynach za przewodzenie ciepła odpowiedzialna jest przede wszystkim dyfuzja cząsteczek. Przewodzenie ciepła w płynach jest na ogół zaniedbywalne w porównaniu z transportem ciepła na drodze konwekcji.

ad b Konwekcja cieplna polega na globalnym ruchu cząstek ośrodka i dlatego występuje ona w płynach. W odróżnieniu od przewodzenia jest to proces globalny, w którym całe obszary płynu o różnych temperaturach mieszają się i unoszą ze sobą energię cieplną.

ad c Przenoszenie energii cieplnej przez promieniowanie polega na wypromieniowaniu energii elektromagnetycznej przez jedno

ciało i zaabsorbowanie jej przez drugie, przy czym absorpcja energii elektromagnetycznej oznacza przejście energii w formę energii cieplnej. Zgodnie z prawem Stefana-Boltzmana energia wypromieniowana przez ciało doskonale czarne jest proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury bezwzględnej

$$E = \text{const. } T^4$$

/I.6/

3. Przepływ laminarny i turbulentny

Ja. Doświadczenie Reynoldsa

W roku 1883 Reynolds wykonał doświadczenie polegające na wprowadzeniu niewielkiej ilości zabarwionej cieczy do prostej rury szklanej, przez którą płynęła woda z różnymi prędkościami. Doświadczenie to wykazało, że przy małych prędkościach przepływu strumień unosił zabarwioną ciecz w postaci zabarwionej strugi. Jednakowoż powyżej pewnej prędkości, wprowadzona ciecz mieszała się z wodą, zabarwiając równomiernie całą jej objętość.

Reynolds wywnioskował stąd, że przepływ wody w rurze może mieć dwojaki charakter: laminarny /uwarstwiony/ lub turbulentny /burliwy/. Przepływ jest laminarny, gdy ruch cząstek wody jest uporządkowany i prostoliniowy. Przepływ jest turbulentny, gdy cząstki wody poruszają się chaotycznie, co powoduje mieszanie się zabarwionej cieczy ze strumieniem wody. W swym doświadczeniu Reynolds zmienił jedynie prędkość przepływu i ustalił

krytyczną prędkość, odpowiadającą zmianie przepływu z laminarnego na turbulentny. Postulował ponadto zależność krytycznej prędkości od średnicy rury oraz od lepkości wody.

Okazuje się, że przejście od przepływu laminarnego do turbulentnego w rurach o różnej średnicy, dla płynów o różnej lepkości i różnej prędkości przepływu, zachodzi przy tej samej wartości bezwymiarowej wielkości $\frac{ud_0}{\nu}$, zwanej liczbą Reynoldsa, danej wzorem:

$$Re = \frac{ud_0}{\nu} = \frac{\rho ud_0}{\mu} = \frac{gd_0}{\mu} \quad /1.7/$$

gdzie: u - średnia prędkość przepływu /patrz rys.1/
 g - natężenie strumienia masy
 d_0 - średnica rury
 ρ - gęstość masy
 μ - lepkość dynamiczna
 ν - lepkość kinetyczna

Wielkość $\frac{ud_0}{\nu}$, odpowiadającą zmianie przepływu z laminarnego na turbulentny nazwano krytyczną liczbą Reynoldsa $/Re_{kr}/$. Przyjmuje się wartość $Re_{kr} = 2100 \div 3000$.

3b. Rozkłady prędkości osiowych

Przepływ laminarny od turbulentnego różni się rozkładem prędkości osiowych. W przypadku przepływu laminarnego siły tarcia, działające pomiędzy płynem a ścianą przewodu, dzięki skończonej lepkości płynu są przekazywane kolejnym jego warstwom. W rezultacie ustala się wydłużony rozkład prędkości osiowych /rys.1/. Prędkość płynu przy ścianie jest oczywiście równa zero, natomiast przyjmuje wartość maksymalną na osi przewodu, gdzie warstwa płynu jest najmniej hamowana przez ścianę.

Można udowodnić [1], że rozkład prędkości w przepływie laminarnym ma kształt paraboli stopnia drugiego.

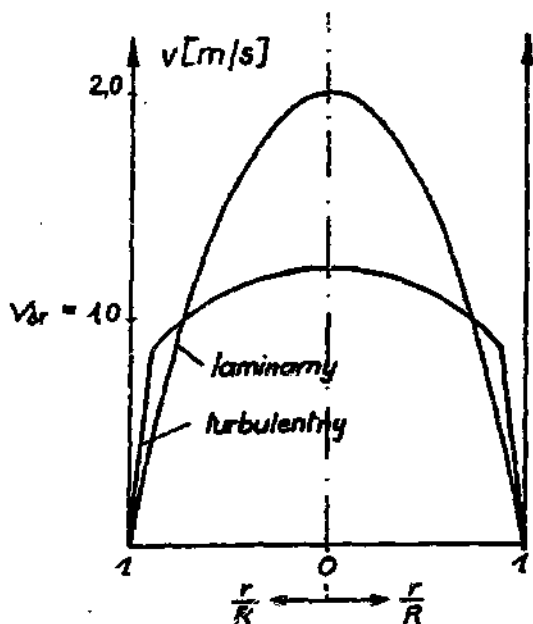
W przypadku przepływu turbulentnego niemal całkowita zmiana prędkości zachodzi w cienkiej warstwie przyściennej. Jej grubość dana jest fenomenologicznym wzorem [2]:

$$\delta = 33 \frac{d_o^{0.1} \nu^{0.9}}{u^{0.9}} = 33 \frac{d_o}{Re^{0.9}} = 33 \frac{d_o^{0.1} \mu^{0.9}}{\rho^{0.9}} \quad /1.8/$$

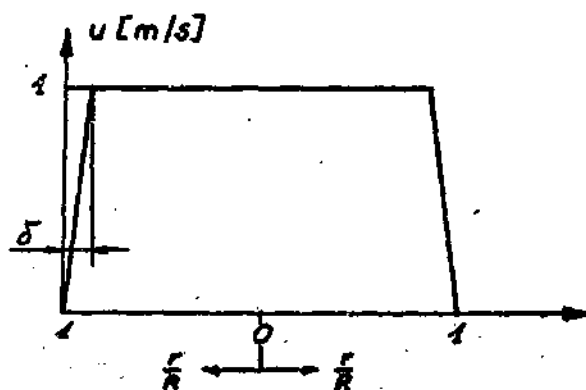
Grubość warstwy przyściennej zależy więc silnie od lepkości płynu i prędkości przepływu, natomiast jest prawie nieczuła na wielkość średnicy rury. W warstwie przyściennej przepływ płynu jest zawsze laminarny.

W przepływie turbulentnym istnieje prędkość poprzeczna mikroruchów cząstek, na co wskazuje zabarwienie się całego strumienia wody w doświadczeniu Reynoldsa. Prędkość ta niezoży uwarstwienie przepływu, a tym samym powoduje, że poza warstwą przyścinną rozkład prędkości osiowych staje się płaski /rys.1/.

W pewnej idealizacji przepływ turbulentny można sobie wyobrazić jako ruch jądra burzliwego, przesuwanego się bez tarcia po warstwie przyściennej /patrz rys.2/, przy czym jądro burzliwe porusza się z tą samą prędkością w każdym punkcie przekroju rury. Taki model uwypukla rolę prędkości poprzecznych mikroruchów cząstek, które generują turbulencję, ale same nie ujawniają się w makroskopowym ruchu płynu.



Rys. 1 Rozkład prędkości osiowych przy przepływie laminarnym i turbulentnym w rurze o promieniu R . Średnia prędkość przepływu w obu przypadkach $u_{sr} = 1 \text{ m/s}$ [1].



Rys. 2 Wyidealizowany rozkład prędkości osiowych przy przepływie turbulentnym.

3c. Przejście od ruchu laminarnego do turbulentnego

W celu wytłumaczenia przejścia od przepływu laminarnego do turbulentnego, trzeba założyć, że na cząstki płynu działają siły tarcia wewnętrzne oraz siły "burzliwości". Przy przepływie laminarnym działanie sił burzliwości jest tłumione przez siły tarcia - lepkości. Działanie sił burzliwości nadaje cząstkom płynu prędkości poprzeczne. Ze wzrostem prędkości płynu siły burzliwości rosną, ponieważ rosną gradienty prędkości w warstwie przyściennej. Wskutek tego, że lepkość pozostaje stała, istnieje prędkość krytyczna, powyżej której lepkość przestaje być wystarczającym "spoiwem" uwarstwienia płynu i przepływ staje się turbulentny.

Turbulencja rodzi się w miejscach o największym gradientie prędkości, a więc w okolicy ścianki. Powierzchnia, na której to zachodzi, jest proporcjonalna do średnicy rury. W konsekwencji wzrost średnicy powoduje wzrost efektywnej liczby zarodki ruchu turbulentnego, a tym samym jest czynnikiem sprzyjającym rozwinięciu się turbulencji.

Powyższe rozumowanie wskazuje, że liczba Reynoldsa $Re = u \cdot d_0 \cdot \rho / \eta$, jest iloczynem trzech czynników, z których wzrost każdego z osobna sprzyja rozwinięciu się turbulencji w przepływającym płynie.

Przejście od przepływu laminarnego do turbulencyjnego, jako przejście pomiędzy dwoma stanami ruchu cieczy, ma wszelkie cechy przejścia fazowego. Na przykład, można go porównać z procesem topnienia krystalicznych ciał stałych, które podczas topnienia

zwiększają się objętość. W tym modelu rolę rosnącej temperatury pełni wzrastająca prędkość przepływu, malejącego ciśnienia - rosnąca średnica rury; rolę energii spójności kryształu grają siły tarcia wewnętrzne /lepkość/, zaś energii drgań sieci krystalicznej - siły burzliwości.

Kryształ topi się, kiedy energia drgań sieci krystalicznej przeważa nad energią wiązania kryształu.

Przepływ płynu zmienia się z laminarnego na turbulentny, gdy siły burzliwości zaczynają przeważać nad siłami tarcia.

Powyższe przejście fazowe zachodzi dla tych wartości u , d_0 , ν dla których $Re = Re_{kr}$.

3d. Zadania

1. Obliczyć grubość warstwy przyściennej przy przepływie helu o $T = 1000$ K przez rurę o średnicy 0.05 m. Prędkość przepływu 5 m/s.

Dane:

$$\rho_{/1000K/} = 0,049 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{/1000K/} = 0,503 \times 10^{-6} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$$

$$d_0 = 0,05 \text{ m}$$

$$u = 5 \text{ m/s}$$

Obliczenia:

$$Re = \frac{u \cdot d_0 \cdot \rho}{\mu} = 24300 \text{ /przepływ turbulentny/}$$

ze wzoru /1.8/: $\delta = 33 \frac{d_0}{Re^{0.9}} = 0.2 \text{ mm}$

2. Dla jakiej prędkości przepływ powietrza o $T = 300$ K w rurze o średnicy 0.25 m staje się turbulentny? Przyjmij $Re_{kr} = 2300$.

Dane: $\sqrt[3]{300K} = 16 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$d_o = 0.25 \text{ m}$$

$$Re_{kr} = 2300$$

Obliczenia:

$$u_{kr} = \frac{Re_{kr} \cdot \sqrt[3]{\nu}}{d_o} = 0.15 \text{ m/s}$$

3. Dla jakiej prędkości przepływ helu o $T = 1000K$ w rurze o średnicy 0.05 m staje się turbulentny?

Dane: $\sqrt[3]{1000K} = 10.26 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$d_o = 0.05 \text{ m}$$

$$Re_{kr} = 2300$$

Obliczenia:

$$u_{kr} = \frac{Re_{kr} \cdot \sqrt[3]{\nu}}{d_o} = 0.47 \text{ m/s}$$

Wyniki zadań 2. , 3. wskazują na to, że przepływy turbulentne mają duże znaczenie praktyczne. W technice niemal zawsze mamy do czynienia z przepływami turbulentnymi.

- 3e. Charakter przepływu płynu a wymiana ciepła między płynem i ścianą przewodu

W przypadku przepływu laminarnego cząstki płynu poruszają się równolegle do ścian przewodu, w związku z czym nie może wystąpić konwekcyjna wymiana ciepła między ścianą a płynem. Ciepło wymieniane jest więc przez przewodzenie, a oczywiście przepływ płynu zwiększa jego ilość.

Przy przepływie turbulentnym występują znacznie korzystniejsze warunki wymiany ciepła między ścianą a płynem, ponieważ

w rdzeniu burzliwym następuje wyrównywanie się nie tylko prędkości, ale również temperatur, co powoduje wzrost gradientu temperatury w warstwie przyściennej, a tym samym wzrost ilości wymienianego ciepła. W rdzeniu burzliwym wyrównywanie temperatury odbywa się przede wszystkim na drodze konwekcji cieplnej. Strumień ciepła płynący między ścianą a rdzeniem napotyka na opór cieplny warstwy przyściennej, w której wymiana ciepła odbywa się na drodze przewodzenia, jako że ruch płynu jest tam laminarny.

4. Przejmowanie ciepła w ruchu turbulentnym

Wymiana ciepła między ścianą przewodu, utrzymywaną w stałej temperaturze, a przepływającym ruchem turbulentnym płynem nosi nazwę przejmowania ciepła. Przejmowanie ciepła jest opisywane prawem Newtona:

$$q = \alpha \cdot |\Delta T| \quad /I.9/$$

gdzie: q - natężenie strumienia ciepła $[J/m^2s]$
 $|\Delta T|$ - bezwzględna wartość różnicy między temperaturą ścianki a temperaturą rdzenia turbulentnego.
 α - współczynnik przejmowania ciepła $[J/m^2s K]$, będący stałą materiałowo-przepływową.

Równanie Newtona można napisać w postaci wykazującej analogię z prawem Ohma:

$$\frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{\alpha} \quad /I.10/$$

Różnicy potencjałów w prawie Ohma odpowiada różnica temperatur w prawie Newtona, natężeniu prądu - natężeniu strumienia cieplnego, a oporowi elektrycznemu - odwrotność współczynnika przeje-

owania ciepła. Wartość α jest więc miarą oporu cieplnego na jaki napotyka strumień ciepła płynący od ściany do płynu lub od płynu do ściany.

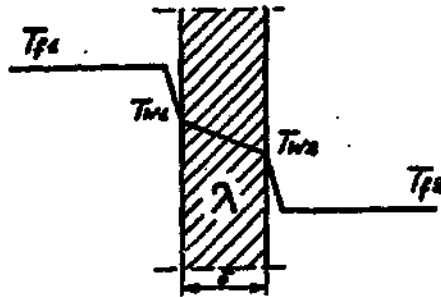
W ruchu turbulentnym za opór cieplny odpowiedzialne jest przewodzenie ciepła w warstwie przyściennej i stąd współczynnik α jest funkcją grubości warstwy przyściennej i przewodności cieplnej płynu. Niewątpliwie α zależy ponadto od ciepła właściwego płynu. W najbardziej interesującym praktycznie przypadku przepływu wymuszonego, pompa tłoczy płyn przez wymiennik ciepła, co sprawia, że wymiana ciepła odbywa się przy stałym ciśnieniu płynu. W rezultacie własności cieplne płynu zależą od jego ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu c_p .

Reasumując powyższe rozważania oraz uwzględniając równanie /I.8/ na grubość warstwy przyściennej możemy wypisać wielkości, od których zależy współczynnik przejmowania ciepła:

$$\alpha = f / \epsilon, d_0, \mu, \lambda, c_p / \quad /I.11/$$

5. Przenikanie ciepła

Przenikanie ciepła jest zjawiskiem polegającym na wymianie ciepła między dwoma przepływającymi płynami oddzielonymi stałą ścianką. Ciepło jest przejmowane przez ściankę od gorącego płynu, przewodzone przez samą ściankę i przejmowane od ścianki przez płyn chłodny /rys.3/.



Rys.3 Przenikanie ciepła przez ściankę płaską w przypadku ruchu turbulენტnego po obu stronach ścianki.

W przypadku przedstawionym na rysunku natężenie strumienia ciepłego wyraża się wzorem:

$$q = \alpha_1 / T_{f1} - T_{w1} / = \frac{\lambda}{\delta} / T_{w1} - T_{w2} / = \alpha_2 / T_{w2} - T_{f2} / \quad /I.12/$$

skąd: $T_{f1} - T_{w1} = q / \alpha_1 \quad /I.13a/$

$$T_{w1} - T_{w2} = \frac{q \delta}{\lambda} \quad /I.13b/$$

$$T_{w2} - T_{f2} = \frac{q}{\alpha_2} \quad /I.13c/$$

Po dodaniu równań /I.13/ stronami otrzymujemy wzory:

$$T_{f1} - T_{f2} = q / \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} / \quad /I.14/$$

Oraz $q = k \cdot /T_{f1} - T_{f2} / \quad /I.15/$

gdzie: k - współczynnik przenikania ciepła, wyrażony w $J/m^2 \cdot sK$

n/ w procesie stacjonarnym spadek temperatury w ściance jest liniowy.

Równanie /I.15/ opisuje przenikanie ciepła i wykazuje, podobnie jak równanie /I.9/, analogię z prawem Ohma. Rolę oporu elektrycznego pełni w nim odwrotność współczynnika przenikania ciepła. Wartość $\frac{1}{k}$ jest całkowitym oporem cieplnym, będącym sumą trzech oporów $\frac{1}{\alpha_1}$, $\frac{d}{\lambda}$, $\frac{1}{\alpha_2}$, połączonych szeregowo. Wzór /I.15/ można również stosować przy obliczaniu przenikania ciepła przez rury, zakładając, że grubość ścianki rury jest dużo mniejsza od jej średnicy. W przeciwnym razie w bilansie ciepła należy uwzględnić fakt, że przejmowanie ciepła po obu stronach ścianki następuje na powierzchniach o różnych polach.

Przejmowanie ciepła jest granicznym przypadkiem przenikania ciepła. W przypadku przejmowania ciepła wymiana zachodzi między płynem a ścianką i jej otoczeniem, które jest termostatem o danej temperaturze. Współczynnik przejmowania ciepła między ścianką a jej otoczeniem jest nieskończenie wielki $[\alpha_2 = \infty]$, a opór cieplny ścianki $[\frac{d}{\lambda}]$ zaniedbywalnie mały. Współczynnik k , wyrażający się wzorem:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d}{\lambda} \quad /I.16/$$

jest w przypadku przejmowania ciepła równy współczynnikowi α_1 .

n/ Ponieważ żądamy, by $q = \alpha_2 \cdot \Delta T < \infty$, to gdy $\alpha_2 \rightarrow \infty$ wówczas $\Delta T = 0$. Brak spadku temperatury oznacza tzw. kąpiel temperaturową. W tych warunkach dowolnie duży strumień ciepła zostanie przejety przy dowolnie małej różnicy temperatur.

II. Wymiana ciepła przy wymuszonym przepływie turbulentnym
w przewodach

1. Współczynnik przyjmowania ciepła

Współczynnik przyjmowania ciepła przy wymuszonym przepływie turbulentnym w rurze jest funkcją /patrz rozdz.I.4/: natężenia strumienia masy, średnicy rury, oraz parametrów fizycznych płynu - lepkości dynamicznej, ciepła właściwego /przy stałym ciśnieniu/ i przewodności cieplnej, tzn.:

$$\alpha = f(\epsilon, d, \mu, c_p, \lambda) \quad /II.1/$$

Postulujemy potęgową zależność α od poszczególnych parametrów:

$$\alpha = \text{const } \epsilon^A d^B \mu^C c_p^D \lambda^E \quad /II.2/$$

i porównując wymiary:

$$[\text{kg/s}^3\text{K}] = [\text{kg/m}^2\text{s}]^A \cdot [\text{m}]^B \cdot [\text{kg/m}\cdot\text{s}]^C \cdot [\text{m}^2/\text{s}^2\text{K}]^D \cdot [\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^3\text{K}]^E \quad /II.3/$$

otrzymujemy następujący układ równań:

$$\text{dla: } [\text{kg}] \quad 1 = A + C + E \quad /II.4a/$$

$$[\text{m}] \quad 0 = -2A + B - C + 2D + E \quad /II.4b/$$

$$[\text{K}] \quad -1 = -D - E \quad /II.4c/$$

$$[\text{s}] \quad -3 = -A - C - 2D - 3E \quad /II.4d/$$

Po podstawieniu E z równania /II.4c/ do równań /II.4a/ i /II.4d/ układ równań /II.4/ redukuje się do dwóch równań o czterech niewiadomych:

$$A + C - D = 0 \quad /II.5a/$$

$$2A - B + C - D = 1 \quad /II.5b/$$

Wyrażając wszystkie wykładniki przez A i D otrzymujemy:

$$B = A - 1; \quad C = D - A; \quad E = 1 - D.$$

W związku z tym równanie /II.2/ możemy przedstawić w postaci:

$$\alpha = K \cdot c^A \cdot d^{A-1} \cdot \mu^{D-A} \cdot c_p^D \cdot \rho^{1-D} \quad /II.6/$$

$$\text{lub } \frac{\alpha d}{\lambda} = K \cdot \frac{\alpha d}{\mu}^A \cdot \frac{c_p \mu}{\lambda}^D \quad /II.7/$$

Wyrażenia w nawiasach we wzorze /II.7/ są bezwymiarowe i odpowiednio noszą nazwy:

$$\frac{\alpha d}{\mu} = Re \quad - \text{liczba Reynoldsa}$$

$$\frac{\alpha d}{\lambda} = Nu \quad - \text{liczba Nusselta}$$

$$\frac{c_p \mu}{\lambda} = Pr \quad - \text{liczba Prandla}$$

Równanie stanu wymuszonego przepływu turbulentnego przyjmuje zatem postać:

$$Nu = K \cdot Re^A \cdot Pr^D \quad /II.8/$$

gdzie bezwymiarowe wykładniki A i D należy wyznaczyć z doświadczenia.

2. Wymiana ciepła przy przepływie turbulentnym przez rury

Problemas wymiany ciepła między ścianą a płynem przy przepływie turbulentnym przez przewody o stałym przekroju kołowym jest jednym z najbardziej typowych. Jego rozwiązanie wymaga, jak wspomnieliśmy, wyznaczenia stałych A, D. Z licznych prac doś-

wiadczalnych [2,3] uzyskano związek /II.9/, który dobrze przybliża realną sytuację dla przepływów, w których:

$$Re > 10000, \quad 0.7 < Pr < 100, \quad \frac{L}{d_0} > 50$$

gdzie: L - długość rury
 d_0 - średnica rury

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^n \quad /II.9/$$

gdzie: $n = 0.4$, gdy płyn jest ogrzewany;
 $n = 0.3$, gdy płyn jest chłodzony.

Obliczenie liczb Reynoldsa i Prandtla wymaga znajomości parametrów fizycznych płynu w określonej temperaturze. Parametry fizyczne płynu, decydujące o oporze cieplnym warstwy przyściennej, tj. parametry μ i λ , określa się w temperaturze, która jest średnią arytmetyczną temperatur ścianki i rdzenia turbulentnego, jest to bowiem średnia temperatura warstwy przyściennej. Ciepło właściwe c_p , charakteryzujące ciepła własności przepływającego płynu, określa się w temperaturze rdzenia turbulentnego, zaś gęstość płynu w temperaturze rdzenia /gdy z prędkości liniowej wyznaczony natężenie strumienia masy/ albo w temperaturze średniej ścianki i rdzenia /kiedy w oparciu o znajomość lepkości kinematycznej obliczony lepkość dynamiczną/.

W przypadku dużej lepkości płynu / $Pr > 100$ / w miejsce /II.9/ posługujemy się innym empirycznym związkiem [2], mianowicie:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.33} \sqrt{\frac{Pr}{Pr_w}}^{0.14} \quad /II.10/$$

dla: $0.7 < Pr < 16700$

gdzie: μ_f - lepkość płynu w temperaturze rdzenia

μ_w - lepkość płynu w temperaturze ścianki

Zależności /II.9/, /II.10/ dotyczą przepływów przez rury proste. W przypadku przepływu płynu przez rury zgięte lub wężownicę na cząstki płynu działają siły odśrodkowe, odchyłające strumień w kierunku ścianki zewnętrznej, co powoduje "szcieranie" warstwy przyściennej, a tym samym intensyfikację wymiany ciepła. Wpływ krzywizny rury R uwzględnia się mnożąc wartość α otrzymaną ze wzorów /II.9/, /II.10/ przez współczynnik poprawkowy ϵ_R :

$$\epsilon_R = 1 + 1.77 \frac{d_0}{R} \quad /II.11/$$

Równania /II.9/, /II.10/ stosują się w przypadku przepływów, dla których $Re \geq 10000$. Przyjmujemy, że dla $Re \geq 10000$ przepływ turbulentny jest w pełni rozwinięty, tzn. rozkład prędkości osiowych jest trapezowy /rys.2/.

W przedziale Re / 2100, 3000 + 10000/ /przepływ przejściowy/ ze wzrostem liczby Reynolda rozkład prędkości coraz bardziej zbliża się do trapezowego. Grubość warstwy przyściennej przy przepływie przejściowym jest większa niż przy przepływie turbulentnym, a więc wymiana ciepła jest mniej intensywna. W celu obliczenia współczynnika przejmowania ciepła w ruchu przejściowym stosuje się wzór:

$$Nu = 0.00069 \cdot Re^{1.24} \cdot Pr^{0.5} \quad /II.12/$$

W początkowym odcinku przebiegu płynu przez rurę wpływający płyn jest niestabilizowany kierunkowo, co powoduje szcieranie efektywnej warstwy przyściennej danej wzorem I.8. W związku

z tym im bliżej wlotu płynu do rury tym wymiana ciepła jest intensywniejsza. Uwzględnia się ten fakt, umozac współczynnik α obliczony dla $\frac{L}{d_0} > 50$ przez współczynnik poprawkowy /Tab.1/.

Tabela 1. Wartość współczynnika uwzględniającego wpływ długości rury [2].

Re	1	2	5	10	15	20	30	40	50
10^4	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
10^5	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
10^6	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

3. Wymiana ciepła przy przepływie przez przewody o przekroju niekoleowym

W przypadku przepływów przez przewody o przekroju niekoleowym współczynnik przejmowania ciepła oblicza się ze wzorów /II.9/, /II.10/, po zastąpieniu średnicy rury d_0 , hydrauliczną średnicą równoważną d_h .

Hydrauliczna średnica równoważna dana jest wzorem:

$$d_h = \frac{4F}{\Gamma} \quad /II.13/$$

gdzie: F = powierzchnia przekroju

Γ = obwód przewodu

W przypadku przewodu o przekroju pierścieniowym /przewód typu rura w rurze/ średnica równoważna jest równa różnicy między średnicą zewnętrzną d_0 a średnicą wewnętrzną d_w . Wartość

współczynnika przejmowania ciepła na ścianie zewnętrznej i wewnętrznej oblicza się odpowiednio ze wzorów:

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.33} \cdot \left(\frac{\mu_r}{\mu_v} \right)^{0.14} \quad /II.14/$$

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.33} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^{0.53} \quad /II.15/$$

4. Analogia hydrodynamiczno-ciepłota

Inna metoda badania wymiany ciepła opiera się na analogii między prawami ruchu rządzącymi wymianą ciepła i pędu. Ramy tego opracowania nie pozwalają na bliższe zajęcie się tym problemem. Podamy jedynie najczęściej stosowane analogie:

Reynoldsa, Prandtla, Karmana. Analogię Reynoldsa stosuje się dla płynów o $Pr = 1$ /II.16/, Prandtla dla płynów o liczbie Pr nieznacznie różniącej się od jedności /II.17/, zaś Karmana dla dowolnych płynów /II.18/;

$$Nu = \frac{f}{2} Re \quad /II.16/$$

$$Nu = \frac{\frac{f}{2} \cdot Re \cdot Pr}{1 + 5 \sqrt{\frac{f}{2} / Pr - 1}} \quad /II.17/$$

$$Nu = \frac{\frac{f}{2} \cdot Re \cdot Pr}{1 + 5 \sqrt{\frac{f}{2} / Pr - 1} + \ln \frac{Pr + 1}{6}} \quad /II.18/$$

gdzie: f - współczynnik oporów przepływu, dany fenomenologicznym wzorem:

$$f = 0.046 Re^{-0.2} \quad /II.19/$$

a/ W przypadku przepływu turbulentnego stwierdzono doświadczalnie [2], że naprężenie stykowe jest proporcjonalne do gęstości płynu i kwadratu prędkości przepływu, tzn. $\tau = 0.5 \cdot f \cdot \rho \cdot u$

5. Zadanie

Przez rurę o stałej temperaturze ścianki 1000 K i średnicy $d_o = 0,4$ m przepływa strumień powietrza w ilości $G = 0,032$ kg/s. Powietrze ogrzewa się w rurze od 300 K do 500 K. Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła α .

Parametry fizyczne płynu:

$$\rho_p / 400 \text{ K} \approx // = 0,24 \text{ kcal/kg} \cdot \text{K}$$

$$\lambda / 700 \text{ K} \approx // = 1,24 \times 10^{-5} \frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}}$$

$$\mu / 700 \text{ K} = 3,31 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$

$$\text{Pr} = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} \approx 0,64; \quad \epsilon = \frac{4G}{d_o^2} = 0,80 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}; \quad \text{Re} = \frac{\epsilon \cdot d_o}{\mu} \approx 96680$$

$$\text{Nu} = 0,023 \cdot \text{Re}^{0,8} \cdot \text{Pr}^{0,4} \approx 187 \quad \text{/patrz II.9/}$$

$$\alpha = \frac{\text{Nu} \cdot \lambda}{d_o} \approx 0,0058 \times 3600 \approx 20,8 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K}$$

- o - o -

$$r = 0,046 \times \text{Re}^{-0,2} \approx 0,0046$$

$$\text{Nu} = \frac{\frac{r}{2} \cdot \text{Re} \cdot \text{Pr}}{1 + 5 \sqrt{\frac{r}{2} / \text{Pr} - 1}} \approx 155 \quad \text{/patrz II.17/}$$

$$\alpha = \frac{\text{Nu} \cdot \lambda}{d_o} = 17,3 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K}$$

m/średnia temperatura płynu w rurze

m/średnia arytmetyczna temperatur ścianki i płynu

III. Teoria rekuperatorów wespół- i przeciwprądowych

1. Klasyfikacja wymienników ciepła

Wymienniki ciepła dzieli się [3,4] na trzy grupy:

- a rekuperatory
- b regeneratory
- c wymienniki bezprzeponowe mokre.

ad a.

Rekuperatory zwane są również przeponowymi wymiennikami ciepła, bowiem płyn oddający ciepło oraz płyn pobierający ciepło płyną w sposób ciągły po dwóch stronach ściany. Ciepło przechodzi od osymnika cieplejszego do zimniejszego w sposób ustalony, zatem temperatury nie zmieniają się w czasie. Rekuperatory dzielimy na równoległoprądowe, gdy linie prądowe przepływów są równoległe, oraz poprzecznoprądowe, gdy linie prądowe przepływów są nierównoległe; najczęściej prostopadłe. Z kolei rekuperatory równoległoprądowe dzielimy na:

w s p ó ł p r ą d o w e /przepływy obu płynów w tym samym kierunku/ i p r z e c i w p r ą d o w e /przepływy w przeciwnych kierunkach/.

Rozważania dalszych paragrafów ograniczymy do rekuperatorów równoległoprądowych, w których wymiana ciepła zachodzi między dwoma osymnikami. Dodatkowym ograniczeniem będzie założenie stałego współczynnika przenikania ciepła /k/ przez ściankę rekuperatora.

ad b

Regeneratory są bezprzeponowymi wymiennikami ciepła, zaopatrzone w różnego rodzaju wypełnienia /cegielki, blachy faliste, kształtki różnej postaci/. Przez aparaty te płynie na zmianę gaz grzejący, który oddaje swe ciepło wypełnieniu oraz gaz ogrzewany odbierający zmagazynowane w wypełnieniu ciepło. Ruch ciepła jest niustalony, zatem temperatury zmieniają się w czasie.

ad c

W wymiennikach bezprzeponowych mokrych wymiana ciepła odbywa się między gazem a cieczą bez pośrednictwa przepony. Kontakt między cieczą a gazem realizuje się w ten sposób, że ciecz spływa po wypełnieniu, natomiast gaz płynie przez puste przestrzenie między elementami wypełnienia, którymi mogą być np. kawałki koksu, ruszty drewniane, kształtki ceramiczne, itd.

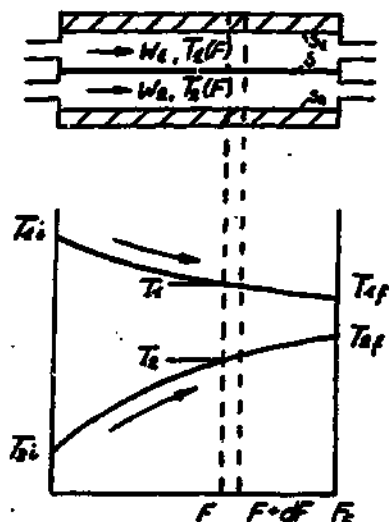
2. Rekuperator współprądowy

Rekuperator współprądowy przedstawia dwa równoległe kanały oddzielone ścianką /rys.4/, w których płyny płyną zgodnie równoległe. Na rysunku 4, T_1 oznacza temperaturę płynu grzejącego, zaś T_2 - płynu ogrzewanego, w danym punkcie F przekroju. Indeks "i" oznacza temperatury wlotowe płynów, natomiast "f" - temperatury wylotowe. Całkowitą powierzchnię wymiany ciepła oznaczamy przez F_c , zaś nieskończenie mały element powierzchni przez dF / $F=0$ oznacza początek przebiegu płynów przez wymiennik/. Ścianki s_1 , s_2 są izolowane, wskutek czego wymiana ciepła odbywa się tylko przez ściankę s , przewodzącą ciepło w kierunku

poprzecznym. Zaniedbujemy przewodzenie ciepła wzdłuż ścianki. Przez W_1 , W_2 oznaczamy pojemności cieplne płynu oddającego i pobierającego ciepło, odpowiednio,

gdzie:

$$W_i \text{ [J/s}\cdot\text{K]} = G_i \text{ [kg/s]} \cdot c_{pi} \text{ [J/kg}\cdot\text{K]} \quad \text{/III.1/}$$



Rys.4 Model rekuperatora współprądowego i rozkład temperatur w tym wymienniku w funkcji powierzchni wymiany ciepła/h/.

Elementarny strumień cieplny dQ_h , przenikający przez element powierzchni dF , dany jest wyrażeniem:

$$dQ_h = k \cdot [T_1/F/ - T_2/F/] \cdot dF \quad \text{/III.2/}$$

skąd:

$$Q_{hc} = \int_0^F k [T_1 - T_2] dF \quad \text{/III.3/}$$

gdzie: Q_{hc} - tzw.moc cieplna rekuperatora/obciążenie cieplne/.

Wzór /III.3/ możemy przepisać w postaci:

$$Q_{ho} = k / T_1 - T_2 / \delta r \cdot F_c \quad /III.4/$$

skąd: $/T_1 - T_2 / \delta r$ oznacza średni spadek temperatury w reaktoryze, dany wzorem:

$$/T_1 - T_2 / \delta r = \frac{1}{F_c} \int_0^F / T_1 - T_2 / dF \quad /III.5/$$

W celu obliczenia całki w równaniu /III.5/, a tym samym średniego spadku temperatury / wzory III.7 - III.22/ szukamy zależności:

$$\theta = \theta / F = T_1 / F - T_2 / F \quad /III.6/$$

Ciepło wymieniane izobarycznie na powierzchni F w jednostce czasu jest równe ciepłu odprowadzonemu od płynu 1 i równa się ciepłu przekazanemu płynowi 2, tzn.:

$$Q_h = W_1 / T_{11} - T_1 / \quad /III.7/$$

$$Q_h = W_2 / T_2 - T_{21} / \quad /III.7'/$$

Przyjmując W_1, W_2, T_{11}, T_{21} jako stałe oraz różniczkując /III.7, III.7'/ otrzymujemy:

$$dQ_h = -W_1 dT_1 = W_2 dT_2 \quad /III.8/$$

skąd:

$$dT_1 = \frac{-dQ_h}{W_1} \quad /III.9/$$

$$dT_2 = dQ_h / W_2 \quad /III.10/$$

oraz:

$$d/T_1 - T_2 / = d\theta = -dQ_h / \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} / = -dQ_h \quad /III.11/$$

gdzie:

$$\epsilon = \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \quad /III.12/$$

Ze wzoru /III.2/, po uwzględnieniu /III.6/, mamy:

$$dQ_{12} = k \theta dF \quad /III.13/$$

stąd podstawiając /III.13/ do III.11/:

$$d\theta = -k\theta dF \quad /III.14/$$

a następnie całkując po θ otrzymujemy:

$$\ln \theta + C = -kF \quad /III.15/$$

Gdy $F = 0$, $\theta = \theta_1 = T_{11} - T_{21}$; stąd $C = -\ln \theta_1$

$$\text{i ostatecznie} \quad \ln \frac{\theta}{\theta_1} = -kF \quad /III.16/$$

$$\text{lub} \quad \theta = \theta_1 e^{-kF} \quad /III.17/$$

Wstawiając /III.17/ do /III.5/ znajdujemy:

$$\theta_{1r} = \frac{1}{F_0} \int_0^{F_0} \theta_1 e^{-kF} dF = \frac{-\theta_1}{kF_0} \left[e^{-kF_0} - 1 \right] \quad /III.18/$$

Gdy $F = F_0$, $\theta = \theta_f = T_{1f} - T_{2f}$; wówczas:

$$\theta_f = \theta_1 e^{-kF_0} \quad /III.19/$$

$$\text{oraz:} \quad \ln \frac{\theta_f}{\theta_1} = -kF_0 \quad /III.20/$$

Po uwzględnieniu /III.19 i 20/ we wzorze /III.18/ otrzymujemy:

$$\theta_{1r} = \frac{\theta_1 \left(\frac{\theta_f}{\theta_1} - 1 \right)}{\ln \frac{\theta_f}{\theta_1}} = \frac{\theta_f - \theta_1}{\ln \frac{\theta_f}{\theta_1}} \quad /III.21/$$

stąd ze wzoru /III.6/ otrzymujemy:

$$\frac{T_1 - T_2}{\delta r} = \frac{\frac{T_{1f} - T_{2f}}{V_1} - \frac{T_{11} - T_{21}}{V_2}}{\ln \frac{T_{1f} - T_{2f}}{T_{11} - T_{21}}} \quad \text{/III.22/}$$

Średni spadek temperatury w rekuperatorze współprądowym jest więc średnim, logarytmicznym spadkiem temperatury.

Obliczymy teraz rozkład temperatury płynu grzejącego w funkcji powierzchni wymiany ciepła - T_1 /F/.

Na mocy /III.9 i 11/:

$$\frac{dT_1}{\Theta_1} = \frac{d\Theta}{\Theta_2 m V_1} \quad \text{/III.23/}$$

Wartość $\frac{d\Theta}{\Theta_1}$ obliczamy różniczkując /III.17/, skąd

$$\frac{d\Theta}{\Theta_1} = -mk e^{-mkF} dF \quad \text{/III.24/}$$

i po podstawieniu do /III.23/:

$$\frac{dT_1}{\Theta_1} = -\frac{k}{V_1} \Theta_2 e^{-mkF} dF \quad \text{/III.25/}$$

Wzór /III.25/ całkujemy, uzyskując zależność temperatury płynu oddającego ciepło od-liczonej od wlotu powierzchni wymiany ciepła:

$$T_1 = T_{11} - \frac{\Theta_1}{m V_1} / 1 - e^{-mkF} / \quad \text{/III.26/}$$

gdzie: $\Theta_1 = T_{11} - T_{21}$, $m = \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}$

Podobnie możemy wyznaczyć rozkład temperatur płynu ogrzewanego T_2 /E/.

Wzór /III.26/ umożliwia zarazem obliczenie temperatury wylotowej płynu grzejącego:

$$T_{1f} = T_{1i} - \frac{Q_1}{mV_1} \cdot / 1 - e^{-mktF_c} / \quad /III.27/$$

a tym samym temperatury wylotowej płynu ogrzewanego:

$$W_1 \cdot /T_{1i} - T_{1f}/ = W_2 \cdot /T_{2f} - T_{2i}/ \quad /III.28/$$

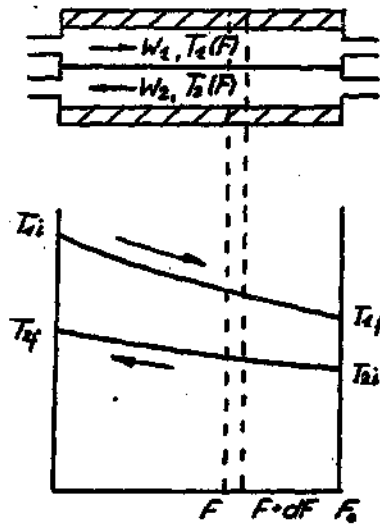
Reasumując, teoria rekuperatora współprądowego pozwala^{m/} na:

- a/ Obliczenie temperatur wylotowych płynów w rekuperatorze o zadanej powierzchni, gdy dane są temperatury wlotowe płynów /III.27 i 28/.
- b/ Obliczenie mocy cieplnej rekuperatora, gdy dana jest temperatura wlotowa i wylotowa jednego z płynów /III.7 i 7'/.
- c/ Obliczenie potrzebnej powierzchni wymiany ciepła, gdy dane są temperatury wlotowa i wylotowe płynów /III.4,7,7'122/.

3. Rekuperator przeciwprądowy

Rekuperator przeciwprądowy przedstawia dwa równoległe kanały oddzielone ścianką /Rys.5/, w których płyny płyną równoległe w przeciwnych kierunkach.

.....
m/Zakładając znajomość współczynnika k i pojemności cieplnych W_1, W_2 .



Rys.5 Model rekuperatora przeciwprądowego i rozkład temperatur w tym wymienniku w funkcji powierzchni wymiany ciepła. Oznaczenia na rysunku jak w przypadku rekuperatora współprądowego / $F=0$ - wlot płynu grzejącego i wylot płynu ogrzewanego/.

Bilans strumienia ciepłego dla liczonej od wlotu płynu oddającego ciepło powierzchni F , daje równość :

$$Q_h = W_1 / T_{1i} - T_1 / = W_2 \cdot / T_{2f} - T_2 / \quad /III.29/$$

Skąd, po zróżniczkowaniu:

$$dT_1 = - \frac{dQ_h}{W_1} \quad /III.30/$$

$$dT_2 = \frac{dQ_h}{W_2} \quad /III.31/$$

Przyjmując, podobnie jak we współprądzie, $\theta = T_1 - T_2$, otrzymujemy:

$$d\theta = -dq_h \cdot \left/ \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right/ = -mdq_h \quad /III.32/$$

Dalej postępujemy tak jak w przypadku współprądu i obliczamy $\int_{T_1 - T_2} / \delta r$ oraz $T_1 = T_1 / F$, skąd otrzymujemy, że:

$$\int_{T_1 - T_2} / \delta r = \frac{\int_{T_{11} - T_{2f}} - \int_{T_{1f} - T_{21}}}{\ln \frac{T_{11} - T_{2f}}{T_{1f} - T_{21}}} \quad /III.33/$$

$$T_1 = T_{11} - \frac{\theta_1}{mV_1} / 1 - e^{-mkF} / \quad /III.34/$$

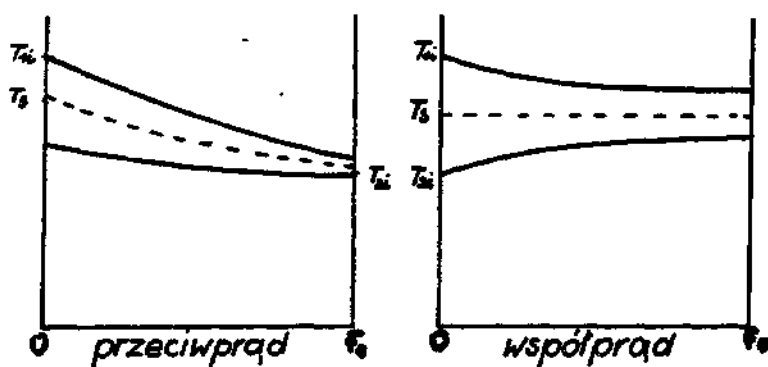
Odzie: $\theta_1 = T_{11} - T_{2f}, \quad m = \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}$

4. Porównanie rekuperatora współprądowego i przeciwprądowego

Jeżeli przez $Q_{hc \text{ wsp}}$ i $Q_{hc \text{ prz}}$ oznaczyć ilość ciepła wymienianą w jednostce czasu w rekuperatorze współ- i przeciwprądowym o tej samej powierzchni przepływu F , wówczas można pokazać [4], że:

$$\frac{Q_{hc \text{ wsp}}}{Q_{hc \text{ prz}}} < 1 \quad /III.35/$$

Oznacza to, że ciepło wymienione w rekuperatorze o danej powierzchni przy tych samych temperaturach wlotowych płynów jest większe w przypadku przeciwprądu. Ponadto, we współprądzie płyn ogrzewany może się ogrzać co najwyżej do najniższej temperatury płynu grzejącego, podczas gdy w przeciwprądzie może on w zasadzie osiągnąć najwyższą temperaturę płynu grzejącego. Ilustruje to rys.6.



Rys.6 Rozkład temperatur płynów T_1/F , T_2/F oraz ścianki T_w/F w rekuperatorze współ- i przeciwpłądowym przy tych samych temperaturach wlotowych płynów.

We współprądzie maksymalna temperatura ścianki jest mniejsza niż w przeciwpłądzie /rys.6/, toteż rekuperatory współprądowe stosujemy wówczas, gdy ze względu na materiały konstrukcyjne temperatura ścianki nie może przekroczyć pewnej wartości. W pozostałych wypadkach regułą jest stosowanie rekuperatorów przeciwpłądowych.

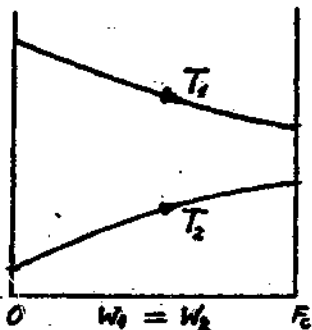
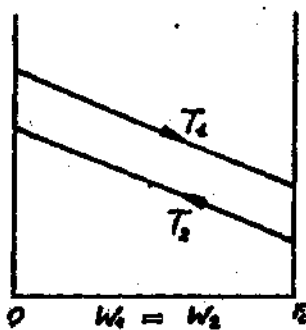
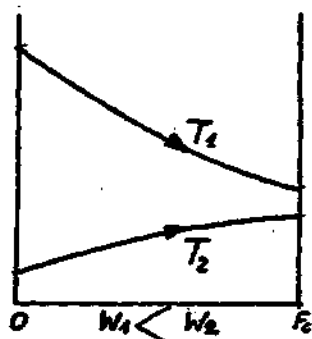
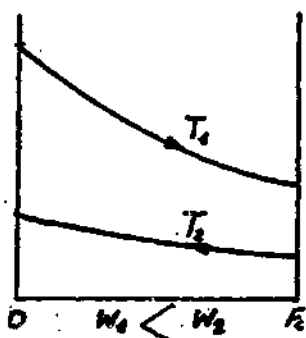
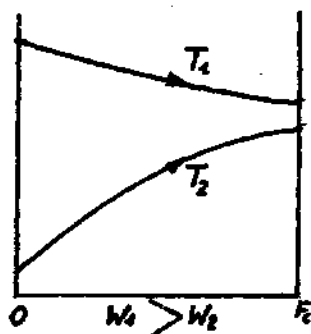
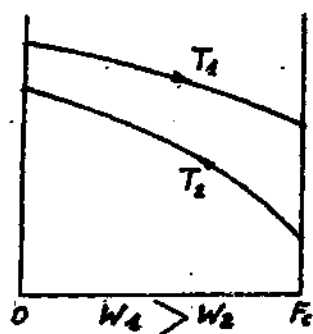
5. Rozkład temperatur płynów w rekuperatorze

Zależności temperatur płynów od liczony od wlotu powierzchni wymiany ciepła mają charakter eksponencjalny /III.26 i 34/. Przebieg krzywych T_1/F oraz T_2/F /rys.7/, przy danych temperaturach wlotowych płynów T_{11} , T_{21} , zależy od stosunku pojemności cieplnych płynów W_1/W_2 , bowiem:

$$W_1/T_{11} - T_{1f} = W_2/T_{2f} - T_{21} \quad /III.36/$$

przeciuprąd

współprąd



Rys.7 Krzywe zmian temperatury w zależności od stosunku pojemności cieplnych W_1/W_2 .

6. Zadanie

I. Obliczyć temperatury końcowe płynów oraz moce cieplne chłodnicy powietrza /chłodzenie wodą/ dla przepływów:

a/ współprądowego

b/ przeciwprądowego

Dane:

$$G_1 = 25000 \text{ kg/h} \text{ /natężenie przepływu powietrza/}$$

$$G_2 = 15000 \text{ kg/h} \text{ /natężenie przepływu wody/}$$

$$T_{1f} = 180^\circ\text{C} \text{ /temperatura początkowa powietrza/}$$

$$T_{2f} = 20^\circ\text{C} \text{ /temperatura początkowa wody/}$$

$$F = 150 \text{ m}^2 \text{ /powierzchnia wymiany ciepła/}$$

$$k = 60 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C} \text{ /współczynnik przenikania ciepła/}$$

II. W oparciu o wyniki części I. znaleźć niezbędną powierzchnię wymiany ciepła.

- - - - -

ad I/ z tablic:

$$\text{powietrze } c_{p1} = 0.241 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C} \quad /T = 70 \pm 130^\circ\text{C/}$$

$$\text{woda } c_{p2} = 0.997 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C} \quad /T = 40^\circ\text{C/}$$

Obliczamy pojemności cieplne:

$$W_1 = G_1 \cdot c_{p1} = 6025 \text{ kcal/}^\circ\text{C}$$

$$W_2 = G_2 \cdot c_{p2} = 14955 \text{ kcal/}^\circ\text{C}$$

ad Ia/ współprąd

$$m = \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} = 0.000233$$

$$T_{1f} = T_{11} - \frac{\theta_1}{mV_1} / 1 - e^{-mkF}$$

$$\theta_1 = T_{11} - T_{21} = 160^\circ\text{C}$$

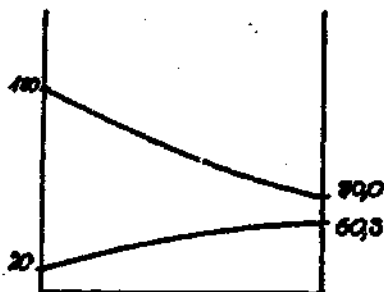
$$T_{1f} = 180 - 113.97 \cdot 0.877 = 80^\circ\text{C}$$

$$V_1/T_{11} - T_{1f} = V_2/T_{2f} - T_{21}$$

$$T_{2f} = T_{21} + \frac{V_1}{V_2} / T_{11} - T_{1f} = 20 + 40.3 = 60.3^\circ\text{C}$$

Moc ciepła $Q = V_1 \cdot \Delta T_1 = V_2 \cdot \Delta T_2$

$$Q = 6025 \frac{\text{kcal}}{^\circ\text{C}} \cdot 100^\circ\text{C} = 6025 \cdot 10^5 \text{ kcal}$$



ad Ib/ przeciwprąd

$$m = \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} = 0.000099$$

$$T_{1f} = T_{11} - \frac{\theta_1}{mV_1} / 1 - e^{-mkF}$$

$$\theta_1 = T_{11} - T_{2f}$$

$$W_1 \cdot /T_{11} - T_{1f}/ = W_2 \cdot /T_{2f} - T_{2i}/$$

$$\frac{T_{2f} - 20}{180 - T_{1f}} = 0.403$$

$$T_{2f} = 20 + 180 \cdot 0.403 = T_{1f} \cdot 0.403$$

$$T_{2f} = 92.5 - 0.403 T_{1f}$$

$$T_{1f} = 180 - \frac{180 - 92.5 + 0.403 \cdot T_{1f}}{0.60} \cdot 0.59$$

$$T_{1f} = 180 - 86 - 0.4 T_{1f}$$

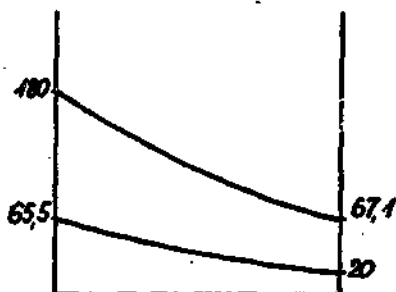
$$T_{1f} = 67,1^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{T_{11} - T_{1f}}{T_{2f} - T_{21}} = \frac{180 - 67,1}{T_{2f} - 20} = \frac{W_2}{W_1} = 2.482$$

$$T_{2f} = 65,5^{\circ}\text{C}$$

Moc cieplna $Q = W_1 \cdot \Delta T_1$

$$Q = 6025 \cdot 112,9 = 6.802 \times 10^5 \text{ kcal}$$



ad II a/ współprąd

$$Q = 6.025 \cdot 10^5 \text{ kcal}$$

$$k = 60 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ h } ^\circ\text{C}}$$

$$T_{1i} = 180 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{1f} = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{2i} = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{2f} = 60,3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{ln}} = \frac{/T_{1i} - T_{2i}/ - /T_{1f} - T_{2f}/}{\ln \frac{T_{1i} - T_{2i}}{T_{1f} - T_{2f}}} = 67 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$F = \frac{Q}{k \cdot \Delta T_{\text{ln}}}$$

$$F = 149.9 \text{ m}^2 \approx 150 \text{ m}^2$$

ad II b/ przeciwprąd

$$Q = 6.802 \cdot 10^5 \text{ kcal}$$

$$k = 60 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ h } ^\circ\text{C}}$$

$$T_{1i} = 180 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{1f} = 67,1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{2i} = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{2f} = 65,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{ln}} = \frac{/T_{1i} - T_{2f}/ - /T_{1f} - T_{2i}/}{\ln \frac{T_{1i} - T_{2f}}{T_{1f} - T_{2i}}} = 75,9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$F = \frac{Q}{k \cdot \Delta T_{\text{ln}}}$$

$$F = 149.3 \text{ m}^2 \approx 150 \text{ m}^2$$

Literatura

1. H. Walden, J. Stasiak "Mechanika cieczy i gazów"
W-wa 1964; PWN
2. E. Staniszewski "Wymiana ciepła" W-wa 1963; PWN
3. T. Hobler "Ruch ciepła i wymienniki" W-wa 1971; PWN
4. J. Madejski "Teoria wymiany ciepła" W-wa 1963; PWN

