RO7901105

INS-mf--4980

Dr.

COMITETUL DE STAT PENTRU ENERGIA NUCLEARA

INSTITUTUL DE FIZICA ATOMICA

TARNOVEANU GH. IOAN

CONTRIBUTII LA TEORIA DEZINTEGRARII ALFA A NUCLEELOR GRELE SI SUPRAGRELE

Rezumatul tezei de doctorat

CONDUCATOR STIINTIFIC,

Conf.Dr. A.SANDULESCU

Bucureşti, 1977

C U P R I N S

ÎNTRODUCERE

Este bine cunoscut faptul că una din principalele proprietăți radioactive ale nucleelor grele este dezintegrarea alfa. Pe de altă parte toate extrapolările proprietăților nucleelor de la sfîrșitul tabelului lui Mendeleev, care țin seama de efectele de model în pături, conduc la concluzia existenței unei insule de stabilitate în jurul numerelor magice cu Z = 114 și N = 184 elemente numite supragrele. Este demn de remarcat că o eventuală descoperire a acestor elemente, dat fiind numărul mare de neutroni emiși la fiecare proces de fisiune, va putea permite miniaturizarea actualelor reactori nucleari bazați pe fisiunea nucleară.

În lucrarea de față se abordă problema dezintegrării alfa a nucleelor sferice grele și supragrele. După introducerea unei noi tehnici de calcul al intensităților alfa pe baza modelului în pături, tehnică care permite introducerea unei structuri mai complexe a particulei alfa, folosind teoria matricii R a dezintegrării alfa independentă de raza canalului, vom efectua calculul detailat a timpurilor de înjumătățire alfa atît a nuclelor radioactive alfa din zona plumbului cît și a nucleelor supragrele.

După cum se știe analiza datelor empirice referitoare la emițătorii alfa /35/, conduce la următoarele două efecte: o dependență puternică de energia particulei alfa a vieții medii a unui emițător alfa și o structură fină a liniilor alfa. Primul efect a fost explicat încă din 1928 de G. Gamow /1/ și independent de R. Gurney și E. Condon /2/ folosind următoarele ipoteze : 1.- particulele alfa preexistă în nucleu; 2.- ceilalți nucleoni generează un potențial de forma unei gropi cu simetrie sferică, adîncimea fiind determinată de forțele nucleare de atracție, iar marginea gropii de repulsia coulombiană dintre particula alfa și nucleul final; 3.- fenomenul de dezintegrare alfa constă în trecerea particulei prin bariera de potențial a cărei transparență este o funcție puternică de energie. Cu acest model se explică legea ce dă dependența vieții medii de energia particulei alfa, cunoscută sub numele de legea „Geiger - Nuttall.

Structura fină - alfa poate fi explicată numai de o teorie care poate să țină seama de structura nucleară a emițătorului alfa. În acest sens în anul 1954 R.G. Thomas/3/ folosind teoria formală a reacțiilor nucleare de rezonanță /5/,/6/ arată că matricea de difuzie pentru un singur nivel poate fi aplicată acestui fenomen, dezintegrarea alfa fiind tratată ca un caz special al acestei teorii. În anul 1957 ,H.J.Mang /6/, /7/, generalizează pentru cazul a mai multor particule vechea teorie a lui Born - Casimir bazată pe o ecuație Schrödinger temporală. Dacă funcția de undă nucleară satisface aceleași condiții pe suprafața nucleului , atunci ambele teorii sînt echivalente.

Constanta de dezintegrare în cadrul ambelor teorii (Thomas - Mang) se compune dintr-o sumă de termeni în care fiecare depinde de o anumită stare finală. În cadrul acestei sume fiecare termen se descompune în doi factori unul numit penetrabilitate sau transparența bariei de potențial, iar al doilea lărgimea redusă . În cadrul teoriei Thomas- Mang,expresia lărgimii reduse, se reduce la calculul unei integrale din produsul funcțiilor de undă ale nucleului inițial ,nucleului final, al particulei alfa și a momentului unghiular relativ.

În Cap.I. intitulat "Formularea teoriei dezintegrării alfa" este expusă succint teoria Born - Casimir precum și legătura cu teoria Thomas - Mang.

În Cap.II. sînt prezentate cele două metode (Talmi - Moshinsky /9/ și dezvoltărilor Taylor /26/, /30/, /31/)de trecere la coordonatele relative și a centrului de masă pentru două particule situate într-un potențial comun de oscilator armonic, precum și legătura dintre cele două metode.

În Cap.III. sînt generalizate cele două metode (Talmi - Moshinsky /9/ și a dezvoltărilor Taylor /26/, /30/ /31/ de trecere la coordonatele relative și a centrului de masă pentru o funcție de patru particule într-un potențial de

./.

oscilator armonic. De asemenea s-a făcut legătura dintre cele două metode.

Cap.IV. tratează prin cele două metode integralele de suprapunere din teoria dezintegrării alfa pentru cazul general al unei funcții de undă intrinseci a particulei alfa, scrisă ca produs de trei oscilatori armonici, în coordonate relative, cu toate numerele cuantice diferite de zero. Se arată de asemeni că cele două metode conduc la rezultate identice pentru integralele de suprapunere.

În Cap.V. este prezentată structura intrinsecă a particulei alfa, deducîndu-se stările posibile ce pot interveni precum și ponderile lor, iar în Cap.VI. este făcută analiza influentei diferitelor componente a particulei alfa asupra integralei de suprapunere. Analiza s-a făcut asupra nucleelor par - pare grele (Pt., Hg, Po, Rn, Ra, Th) și supragrele ($110 \leqslant Z_{par} \leqslant 120$ și $176 \leqslant N_{par} \leqslant 190$).

Cap.VII. prezintă valorile relative ale integralelor de suprapunere calculate cu funcția intrinsecă a particulei alfa de tip Gauss și tip Moshinsky și compararea acestora cu experiența pentru razele de canal 8.6, 9.oo și 9.6 fm. la izotopii Po, Ra, Rn, Th. Se conclude că una din cele două funcții de undă intrinseci a particulei alfa și anume cea cu parametrul gama = -30° reușește să descrie mai bine valorile relative ale lărgimilor reduse decît o funcție de undă de tip Gauss, precum și faptul că cea de a doua funcție Moshinsky pentru $\gamma = -70^{\circ}$ este în complet dezacord cu datele experimentale. De asemeni în acest capitol este prezentată și teoria matricii R a dezintegrării alfa independentă de raza canalului, teorie folosită pentru deducerea ambiguităților parametrilor potențialului alfa - nucleul final.

Cap.VIII. intitulat "Analiza diferitelor aproximații" își propune să precizeze care sînt consecințele asupra valorilor integralelor de suprapunere în condițiile unor aproximații date. Acest capitol are ca scop precizarea unor concluzii necesare în eventualitatea aplicării metodei dezvoltărilor Taylor , pentru funcții de undă ale particulelor situate intr-un potential comun de tip Woods - Saxon.

./.

Capitolul IX. prezintă timpurile de înjumătățire la nucleele grele și supragrele folosind o funcție intrinsecă a particulei alfa de tip Moshinsky.

Lucrarea se încheie cu concluzii care precizează principalele rezultate obținute în studiul întreprins cu privire la influența structurii intrinseci a particulei alfa asupra intensităților alfa.

ANALIZA PE CAPITOLE

În cadrul Cap.I. intitulat "Formularea teoriei dezintegrării alfa" este expusă succint teoria Born - Casimir precum și legătura cu teoria Thomas-Mang.

În teoria Thomas-Mang constanta de dezintegrare se compune dintr-o sumă de termeni în care fiecare depinde de o anumită stare finală. Fiecare termen se descompune în doi factori, unul numit penetrabilitate iar al doilea lărgimea redusă. Fie J_i și J_f momentele unghiulare ale stării inițiale și respectiv finale, iar L momentul unghiular relativ, putem scrie :

$$\Gamma_\alpha = \sum_L P_L(R_0)\,\Omega^2_{J_i L J_f}(R_0) \qquad (1)$$

unde P_L este penetrabilitatea barierei de potențial definită prin relația :

$$P_L(R_0) = 2kR_0 \left| \frac{\psi_L(\infty)}{\psi_L(R_0)} \right|^2 \qquad (2)$$

unde R_0 este raza canalului, iar $\psi_L(r)$ este soluția radială a ec. Schrödinger a mișcării relative,

$$\frac{d^2\psi_L}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - \frac{L(L+1)}{r^2} - V_{coul}(r) - U_{nucl}(r)\right]\psi_L = 0 \qquad (3)$$

unde E este energia relativă a particulei alfa și a nucleului final. În cele ce urmează vom presupune că potențialul nuclear este un potențial de forma Woods - Saxon:

$$U_{nucl}(r) = V_{WS}(r) = V_0\left[1+\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)\right]^{-1} \qquad (4)$$

unde prin a s-a notat difuzitatea, prin $R = r_0\, A^{1/3}$ raza nucleului, iar V_0 adîncimea potențialului, iar potențialul coulombian $V_{coul}(r)$ de forma :

$$V_{coul}(r) = \begin{cases} \frac{zz'e^2}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) & r \leq R \\ \frac{zz'e^2}{2r} & r > R \end{cases} \qquad (5)$$

./.

care corespunde unei sfere uniform încărcate de raza R.

Lărgimea redusă din relația (1) este dată de expresia :

$$\Omega^2_{J_i L J_f}(R_0) = \frac{\hbar^2 R_0}{2\mu} \left| M_{J_i L J_f}(R_0) \right|^2 \binom{Z}{2}\binom{N}{2} \qquad (6)$$

în care prin $M_{J_i L J_f}(R_0)$ s-a notat integrala de suprapunere în punctul $r = R_0$

$$M_{J_i L J_f}(R_0) = A \int \chi_\alpha(\xi) \sum_{M_f} C^{L\; J_f\; J_i}_{M_i-M_f\; M_f\; M_i}\, Y_{L\, M_i-M_f}(\Omega)\, \psi_{J_f M_f}(\eta_f)^{*} \cdot$$
$$\cdot\, \psi_{J_i M_i}(\eta_i)\, d\xi\, d\eta\, d\Omega \qquad (7)$$

unde prin $\chi_\alpha(\xi)$ s-a notat funcția intrinsecă a potențialului alfa, prin $\psi_{J_i M_i}(\eta_i), \psi_{J_f M_f}(\eta_f)$ funcția de undă a nucleului inițial și final, iar prin μ masa redusă,

$$\mu = \frac{m_\alpha A_f}{m_\alpha + A_f} \qquad (8)$$

unde m_α este masa particulei alfa iar A_f masa nucleului final.

În Cap.II intitulat trecerea la coordonatele relative și a centrului de masă pentru doi nucleoni situați într-un potențial comun de oscilator armonic" se vor analiza două metode de trecere la coordonatele relative și a centrului de masă pentru două funcții de oscilator armonic. Fie $\psi_{n_1 l_1}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_1)$ și $\psi_{n_2 l_2}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_2)$ funcțiile uniparticule de oscilator armonic a celor doi nucleoni, cu $\vec{r}_1$ și $\vec{r}_2$ vectorii ce definesc pozițiile lor. Asupra metodei Talmi - Moshinsky nu se va insista deoarece este foarte cunoscută. În această metodă se poate scrie direct funcția cuplată a celor doi nucleoni,

$$\left[\psi_{n_1 l_1}, \psi_{n_2 l_2}\right]_{\lambda\mu} = \sum_{nlNL} \langle nl, NL, \lambda | n_1 l_1, n_2 l_2, \lambda\rangle \left[\psi_{nl}, \psi_{NL}\right]_{\lambda\mu} =$$
$$= \exp\left[-\frac{\alpha}{2}(r^2+R^2)\right] \Big\{ \sum_{nl,NL} \langle nl, NL, \lambda | n_1 l_1, n_2 l_2, \lambda\rangle N_{nl} N_{NL} \cdot$$
$$\cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k (n+l+\frac{1}{2})!}{k!(n-k)!(k+l+\frac{1}{2})!} L_N^{L+\frac{1}{2}}(\alpha R^2)(\alpha R^2)^{L/2} \Big\} (\alpha r^2)^{k+\frac{l}{2}} \cdot$$
$$\cdot \left[Y_l(\Omega_r), Y_L(\Omega_R)\right]_{\lambda\mu} \qquad (9)$$

unde matricile Talmi - Moshinsky sînt diferite de zero dacă sînt îndeplinite condițiile de conservarea energiei , parității și a momentului cinetic (vezi relațiile din teză (2.8.a,b,c)). În

./.

relația (9) $\vec{\rho}_1$ și $\vec{R}_1$ sînt de forma .

$$\vec{\rho}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\ ;\ \vec{R}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2) \tag{10}$$

iar N_{nl} este constanta de normare a funcțiilor radiale $\mathcal{R}_{nl}(\alpha\rho)$ iar $L_n^{l+\frac{1}{2}}(\alpha R^2)$ sînt polinoamele Laguerre .

Noua metodă a dezvoltărilor Taylor își propune să se obțină forma finală a două funcții de undă cuplate în noile coordonate $\vec{\rho}_1$ și $\vec{R}_1$ prin dezvoltarea părților radiale în seriile Taylor iar partea care va depinde de unghiuri va fi grupată împreună cu partea unghiulară a părții multipolare.

Funcția uniparticulă de oscilator armonic $\psi_{n_i l_i m_i}$ se poate scrie :

$$\psi_{n_i l_i}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_i) = N_{n_i l_i} \exp\left[-\frac{\alpha r_i^2}{2}\right] L_{n_i}^{l_i+\frac{1}{2}}(\alpha r_i^2)\, \mathcal{M}_{l_i m_i}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_i) \tag{11}$$

unde prin $\mathcal{M}_{l_i m_i}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_i)$ s-a definit multipolul:

$$\mathcal{M}_{l_i m_i}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_i) = (\sqrt{\alpha}\, r_i)^{l_i}\, Y_{l_i m_i}(\Omega_{r_i}) \tag{12}$$

După o transformare de tipul (10) multipolii $\mathcal{M}_{l_1 m_1}$ și $\mathcal{M}_{l_2 m_2}$ se poate exprima în funcție de $|\vec{\rho}|$, $|\vec{R}|$, $|\Omega_\rho|$ și $|\Omega_R|$ prin relațiile (vezi /26/ și /30/):

$$\mathcal{M}_{l_1 m_1}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_1) = 4\pi \sum_{l_1'} (-1)^{l_1'} A(l_1', l_1 - l_1', l_1) \times \left(\frac{\sqrt{\alpha}\,\rho}{\sqrt{2}}\right)^{l_1'} \left(\frac{\sqrt{\alpha}\,R}{\sqrt{2}}\right)^{l_1 - l_1'} * \left[Y_{l_1'}(\Omega_\rho), Y_{l_1 - l_1'}(\Omega_R)\right]_{l_1 m_1} \tag{13.a}$$

$$\mathcal{M}_{l_2 m_2}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_2) = 4\pi \sum_{l_2'} A(l_2', l_2 - l_2', l_2) \times \left(\frac{\sqrt{\alpha}\,\rho}{\sqrt{2}}\right)^{l_2'} \left(\frac{\sqrt{\alpha}\,R}{\sqrt{2}}\right)^{l_2 - l_2'} * \left[Y_{l_2'}(\Omega_\rho), Y_{l_2 - l_2'}(\Omega_R)\right]_{l_2 m_2} \tag{13.b}$$

unde ,

$$A(l', l'', l''') = (-1)^{l''} \sqrt{\frac{(2l'''+1)!}{(2l'+1)!\,(2l''+1)!}} \tag{14}$$

Introducînd coeficientul $Q^{s}_{lL\lambda}(l_1, l_2)$ definit prin relația:

$$Q^{s}_{lL\lambda}(l_1, l_2) = \hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l} \hat{L} \sum_{l'} (-1)^{l'} A(l', l_1 - l', l_1) A(s - l', l_2 + l' - s, l_2) * \begin{Bmatrix} l' & l_1 - l' & l_1 \\ s - l' & l_2 - s + l' & l_2 \\ l & L & \lambda \end{Bmatrix} B(l', s - l', l) B(l_1 - l', l_2 - s + l', L) \tag{15}$$

./.

cu condiţiile:

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{1}{2}(\lambda-\ell) \leq \ell' \leq \tfrac{1}{2}(\ell+\lambda) \\ \tfrac{1}{2}(\ell_1-\ell_2+\lambda-L) \leq \ell' \leq \tfrac{1}{2}(\ell_1-\ell_2+\lambda+L) \\ \ell \leq \lambda \leq \ell_1+\ell_2-L \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

şi relaţiile de simetrie :

$$(-1)^{\ell_1+\ell_2-\ell-\lambda} Q^{\lambda}_{\ell L \lambda}(\ell_2,\ell_1) = Q^{\lambda}_{\ell L \lambda}(\ell_1,\ell_2) \qquad (17.a)$$

$$(-1)^{\lambda} Q^{\lambda}_{\ell L \lambda}(\ell_1,\ell_2) = (-1)^{\ell+L-\lambda} Q^{\ell_1+\ell_2-\lambda}_{L \ell \lambda}(\ell_1,\ell_2) \qquad (17.b)$$

unde,

$$\hat{\ell} = \sqrt{2\ell+1}$$

$$B(\ell_1,\ell_2,\ell_{12}) = \frac{\hat{\ell}_1\hat{\ell}_2}{\hat{\ell}_{12}} C^{\ell_1\ \ell_2\ \ell_{12}}_{0\ \ 0\ \ 0} \qquad (18)$$

Cuplajul a doi multipoli se poate exprima prin coeficientul (15)

$$\left[\mathcal{M}_{\ell_1}(\alpha\vec{r}_1), \mathcal{M}_{\ell_2}(\alpha\vec{r}_2)\right]_{\lambda\mu} = \sum_{\lambda,\ell,L} Q^{\lambda}_{\ell L\lambda}(\ell_1,\ell_2)\left(\frac{\alpha\rho^2}{2}\right)^{\frac{\lambda}{2}} *$$

$$*\left(\frac{\alpha R^2}{2}\right)^{(\ell_1+\ell_2-\lambda)/2} * \left[Y_{\ell}(\Omega_\rho), Y_L(\Omega_R)\right]_{\lambda\mu} \qquad (19)$$

Introducînd notaţiile :

$$\left.\begin{aligned} f_{n_i\ell_i}(\alpha r_i^2) \equiv L^{\ell_i+\frac{1}{2}}_{n_i}(\alpha r_i^2) \\ \varepsilon_+ = \frac{2\rho_1}{R_1}\cos\theta_1 + (\rho_1/R_1)^2 \\ \varepsilon_- = -\frac{2\rho_1}{R_1}\cos\theta_1 + (\rho_1/R_1)^2 \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

atunci produsul funcţiilor $f_{n_1\ell_1}(\alpha r_1^2)\, f_{n_2\ell_2}(\alpha r_2^2)$ se poate scrie:

$$f_{n_1\ell_1}\left[\frac{\alpha R_1^2}{2}(1+\varepsilon_+)\right] * f_{n_2\ell_2}\left[\frac{\alpha R_1^2}{2}(1+\varepsilon_-)\right] =$$

$$= \sum_{n n'}\sum_{k k'} (-1)^{k} 2^{k+k'} \binom{n}{k}\binom{n'}{k'} \frac{1}{n!\,n'!} f^{(n)}_{n_1\ell_1}\left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right) f^{(n')}_{n_2\ell_2}\left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right) *$$

$$* \left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right)^{n+n'} \left(\frac{\sqrt{\alpha}\rho_1}{\sqrt{2}}\right)^{2n+2n'-k-k'} * \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha}R_1}\right)^{2(n+n')-k-k'} \cos^{k+k'}\theta_1 =$$

$$= \sum_{t,q} P^{t,q}_{n_1\ell_1,n_2\ell_2}\left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right) * \left(\frac{\sqrt{\alpha}\rho_1}{\sqrt{2}}\right)^{t} \cos^{q}\theta_1$$

$t+q=par;\ t\geq q;\ 0\leq t\leq 2(n_1+n_2)$ (21)

./.

unde am notat cu :

$$q = k + k' ; \quad t = 2(n+n') - k - k'$$

$$P^{t,q}_{n_1 l_1, n_2 l_2}\left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right) = 2^{q} * \left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right)^{q/2} \sum_{n \geq k}^{n_1} \sum_{n' \geq k'}^{n_2} (-1)^{k'} \frac{f^{(n)}_{n_1 l_1}\left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right)}{k!(n-k)!} * \tag{22}$$

$$* \frac{f^{(n')}_{n_2 l_2}\left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right)}{k'!(n'-k')!} * \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha}\, R_1}\right)^{t} .$$

(23)

iar,

$$f^{(n)}_{n_i l_i}\left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right) = (-1)^{n} \frac{n!}{(n_i - n)!} L^{l_i + n + \frac{1}{2}}_{n_i - n}\left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right) \tag{24}$$

$$\cos^{q}\theta_1 = 4\pi \sum_{s=0}^{q} (-1)^{s} \hat{s}\, p^{qs} * \left[Y_s(\hat{R}), Y_s(\hat{\xi})\right]_{00} \tag{25}$$

unde,

$$p^{qs} = \frac{1}{2^{r}} \sum^{\left[\frac{s}{2}\right]} (-1)^{m} \frac{(2r-2m)!}{m!(s-m)!(s-2m)!} \cdot \frac{1}{s+q-2m+1} \tag{26}$$

pentru $q + s$ = par.

După dezvoltarea părţii radiale în serie Taylor partea care depinde de unghiuri (relaţiile (21) şi (25) va fi grupată cu partea unghiulară a părţii multipolare,

$$\left[\left[Y_{s_1}(\Omega_{\xi_1}), Y_{s_1}(\Omega_{R_1})\right]_0 \left[Y_{l_{12}}(\Omega_{\xi_1}), Y_{L_{12}}(\Omega_{R_1})\right]_{\lambda_{12}}\right]_{\lambda_{12}\mu_{12}} =$$

$$= \frac{1}{4\pi} \sum_{l'_{12} L'_{12}} \hat{\lambda}_{12} \hat{l}'_{12} \hat{L}'_{12} \begin{Bmatrix} l_{12} & L_{12} & \lambda_{12} \\ s_1 & s_1 & 0 \\ l'_{12} & L'_{12} & \lambda_{12} \end{Bmatrix} B(l_{12}, s_1, l'_{12}) B(L_{12}, s_1, L'_{12}) *$$

$$* \left[Y_{l'_{12}}(\Omega_{\xi_1}), Y_{L'_{12}}(\Omega_{R_1})\right]_{\lambda_{12}\mu_{12}} \tag{27}$$

Introducem notaţiile :

$$\mathcal{V}^{q,s_1}_{l'_{12} L'_{12} \lambda_{12}} \equiv \sum_{l_{12} L_{12}} Q^{s_{12}}_{l_{12} L_{12} \lambda_{12}}(l_1, l_2) \sum_{s_1} (-1)^{L_{12} - l'_{12} - \lambda_{12}} p^{q s_1} \hat{l}'_{12} \hat{L}'_{12} *$$

$$* W(l_{12} L_{12} l'_{12} L'_{12}; \lambda_{12} s_1) * B(l_{12}, s_1, l'_{12}) B(L_{12}, s_1, L'_{12})$$

(28)

$$F^{t_{12}\, l_{12}\, L_{12}}_{n_1 l_1, n_2 l_2, \lambda_{12}}\left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right) \equiv \mathcal{N}_{n_1 l_1} \mathcal{N}_{n_2 l_2} \sum_{q, t} \left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right)^{l_1 + l_2 - l_{12}} \left(\frac{1}{2}\right)^{t + q/2} *$$

$$* \sum_{q_1}^{2(n_1+n_2)} P_{n_1 \ell_1, n_2 \ell_2}^{t_1 q_1} \left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right) V_{\ell_{12}' L_{12}' \lambda_{12}}^{\varphi q_1 s_{12}} (\ell_1, \ell_2) \tag{29}$$

cu condiţiile :

$$\left.\begin{array}{l} t_{12} = t_1 + s_{12} \\ |\ell_1 - \ell_2| \leq \lambda_{12} \leq \ell_1 + \ell_2 \ ; \quad 0 \leq \ell_{12}' \leq s_{12} \ ; \quad \ell_{12}' + s_{12}' = par \\ |\ell_{12}' - \lambda_{12}| \leq L_{12}' \leq \ell_{12}' + \lambda_{12} \ ; \quad \ell_{12}' + L_{12}' + \ell_1 + \ell_2 = par \\ |L_{12} - L_{12}'| \leq s_1 \leq L_{12} + L_{12}' \ ; \ |\ell_{12} - \ell_{12}'| \leq s_1 \leq \ell_{12} + \ell_{12}' \end{array}\right\} \tag{30}$$

Expresia finală a funcţiilor de undă a sistemului de două particule cuplate în coordonatele $\vec{\rho}_1$ şi $\vec{R}_1$ se poate scrie :

$$\left[\Psi_{n_1\ell_1}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_1) . \Psi_{n_2\ell_2}(\sqrt{\alpha}\,\vec{r}_2)\right]_{\lambda_{12}\mu_{12}} = \exp\left[-\frac{\alpha}{2}(\rho_1^2 + R_1^2)\right] *$$

$$* \sum_{t_{12}\ell_{12}L_{12}} F_{n_1\ell_1, n_2\ell_2, \lambda_{12}}^{t_{12}\ell_{12}L_{12}} \left(\frac{\alpha R_1^2}{2}\right) \left(\frac{\alpha \rho_1^2}{2}\right)^{t_{12}/2} \left[Y_{\ell_{12}}(\Omega_{\rho_1}) . Y_{L_{12}}(\Omega_{R_1})\right]_{\lambda_{12}\mu_{12}} \tag{31}$$

Comparînd expresia (9) cu (31) se poate face legătura dintre cele două metode utilizate. Din această comparaţie se deduce expresia coeficientului $F_{n_1\ell_1, n_2\ell_2, \lambda_{12}}^{t_{12}\ell_{12}L_{12}}$ exprimat prin intermediul relaţiei (29), iar pe de altă parte prin intermediul matricilor Talmi - Moshinsky. Dacă vom pune condiţiile $\ell_{12} = \ell$, $L_{12} = L$, $\lambda_{12} = \lambda$, $\mu_{12} = \mu$, $t = 2k + \ell$ şi $t - \ell$ = par, se poate obţine :

$$F_{n_1\ell_1, n_2\ell_2, \lambda}^{t\,\ell\,L}(\alpha R^2) = \sum_{n,N} \langle n\ell, NL, \lambda | n_1\ell_1, n_2\ell_2, \lambda \rangle * N_{n\ell} N_{NL} *$$

$$* \frac{(-1)^{(t-\ell)/2} \left(n + \ell + \frac{1}{2}\right)!}{\left(\frac{t-\ell}{2}\right)! \left(n - \frac{t-\ell}{2}\right)! \left(\frac{t+\ell+1}{2}\right)!} * (\alpha R^2)^{\frac{L}{2}} L_N^{L+\frac{1}{2}}(\alpha R^2) \tag{32}$$

cu condiţiile :

$$n \geq \frac{t-\ell}{2} \ ; \ n + N = n_1 + n_2 + \frac{\ell_1 + \ell_2 - \ell - L}{2} \tag{33}$$

Programarea celor două metode a arătat identitatea rezultatelor numerice, iar că timpul de calcul al noului

./.

procedeu este de două ori mai scurt față de procedeul Talmi - Moshinsky. Avantajul noului procedeu este acela că poate fi generalizat pentru cazul unor potențiale arbitrare folosind desvoltările numerice ale părților radiale.

În Cap.III. intitulat "Trecerea la coordonatele relative și a centrului de masă pentru patru nucleoni situați într-un potențial comun de oscilator armonic", vom folosi metoda lui A. Săndulescu /15/ care constă în trecerea succesivă a primei și celei de a doua perechi de nucleoni la centrul de masă și distanțele relative respective, iar apoi la trecerea funcțiilor de undă din centrele de masă ale perechilor la distanțele relative a centrului de masă a întregului sistem de patru nucleoni.

Folosind metoda desvoltărilor Taylor funcția de undă a patru nucleoni se poate scrie după trecerea acesteia prin metoda A.Sandulescu la coordonatele relative și a centrului de masă :

$$\Phi_{\lambda_{12}\lambda_{34}\lambda}(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\vec{r}_3,\vec{r}_4)=\left[\left[\psi_{n_1l_1}(\vec{r}_1)\,\psi_{n_2l_2}(\vec{r}_2)\right]_{\lambda_{12}}\left[\psi_{n_3l_3}(\vec{r}_3)\,\psi_{n_4l_4}(\vec{r}_4)\right]_{\lambda_{34}}\right]_{\lambda\mu}=$$

$$=\exp\left[-\frac{\alpha}{2}(\rho_1^2+\rho_2^2+\rho_3^2+R^2)\right]\sum_{t_{12}l_{12}L_{12}}\sum_{t_{34}l_{34}L_{34}}\sum_{t_{\rho}l_{\rho}L_{\rho}}\sum_{l'L'}\hat{\lambda}_{12}\hat{\lambda}'\hat{L}'\,*$$

$$*\begin{Bmatrix} l_{12} & L_{12} & \lambda_{12}\\ l_{34} & L_{34} & \lambda_{34}\\ l' & L' & \lambda\end{Bmatrix}*C^{t_{12}l_{12}L_{12},\,t_{34}l_{34}L_{34},\,t_{\rho}l_{\rho}L_{\rho}}_{n_1l_1n_2l_2(\lambda_{12})n_3l_3n_4l_4(\lambda_{34})L'}(\alpha R^2)(\alpha\rho_1^2)^{\frac{t_{12}}{2}}(\alpha\rho_2^2)^{\frac{t_{34}}{2}}*$$

$$*(\alpha\rho_3^2)^{\frac{t_{\rho}}{2}}\left[\left[Y_{l_{12}}(\hat{\rho}_1)\,Y_{l_{34}}(\hat{\rho}_2)\right]_{l'}\left[Y_{l_{\rho}}(\hat{\rho}_3)\,Y_{L_{\rho}}(\hat{R})\right]_{L'}\right]_{\lambda\mu} \qquad (34)$$

unde coeficientul C are expresia :

$$C^{t_{12}l_{12}L_{12},\,t_{34}l_{34}L_{34},\,t_{\rho}l_{\rho}L_{\rho}}_{n_1l_1n_2l_2(\lambda_{12})n_3l_3n_4l_4(\lambda_{34})L'}(\alpha R^2)=N_{n_1l_1}N_{n_2l_2}N_{n_3l_3}N_{n_4l_4}\,*$$

$$*\sum_{q_1=0}^{n_1+n_2}\ \sum_{\substack{t'_{12}=q_1\\ t'_{12}+q_1=par\\ \rho'_{12}=t_{12}-t'_{12}}} V^{q_1t'_{12}}_{l_{12}L_{12}\lambda_{12}}(l_1,l_2)\sum_{\substack{n'_1=0\\ n'_2=\frac{q_1+t'_{12}}{2}-n'_1}}\left[\sum_{\substack{k_1=0\\ k_2=q_1+k_1\\ k_1\leq n'_1\leq n_1\\ k_2\leq n'_2\leq n_2}}\frac{(-1)^{k_2}}{k_1!(n'_1-k_1)!\,k_2!(n'_2-k_2)!}\right]$$

./.

$$\cdot \sum_{q_2=0}^{n_2+n_4} \frac{2^{q_1+q_2-t_{14}}}{(\sqrt{2})^{t_{12}+t_{34}+t_{12}+t_{34}}} \sum_{\substack{t_{34}'=q_2 \\ t_{34}'+q_2=par \\ \Lambda_{34}'=t_{34}-t_{34}'}} V^{q_2 \Lambda_{34}'}_{l_{34} L_{34} \lambda_{34}}(l_3,l_4) \sum_{\substack{n_3'=0 \\ n_3'=\frac{q_2+t_{34}}{2}-k_3'}} \sum_{\substack{k_3'=0 \\ k_4'=q_2-k_3' \\ k_3'\le n_3'\le n_3 \\ k_4'\le n_4'\le n_4}} \frac{(-1)^{k_3'}}{k_3'!(q_2-k_3')!} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{k_4'!(n_4'-k_4')!} \sum_{\substack{t=0 \\ \lambda=t_{34}-t}}^{t_{34}} \sum_{\substack{q=0 \\ \lambda+q=par}} V^{q\lambda}_{l_{12} l_{34} L'}(L_{12},L_{34}) \Big[\left(\frac{\alpha R^2}{2}\right)^{\frac{l_{12}+l_{34}-\ell}{2}} \cdot$$

$$\cdot \mathcal{P}^{q_1 \Lambda_{12}' L_{12},\, q_2 \Lambda_{34}' L_{34},\, t, q}_{n_1 l_1 n_1',\, n_2 l_2 n_2',\, n_3 l_3 n_3',\, n_4 l_4 n_4'}\left(\frac{\alpha R^2}{4}\right)\Big] \qquad (35)$$

iar coeficientul P din (35) este dat de relația :

$$\mathcal{P}^{q_1 \Lambda_{12}' L_{12},\, q_2 \Lambda_{34}' L_{34},\, t, q}_{n_1 l_1 n_1',\, n_2 l_2 n_2',\, n_3 l_3 n_3',\, n_4 l_4 n_4'}\left(\frac{\alpha R^2}{4}\right) = 2^{q}\left(\frac{\alpha R^2}{2}\right)^{\frac{q}{2}} \sum_{n n'} \sum_{k k'} (-1)^{k'} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{k!(n-k)!\,k'!(n'-k')!} \left(F^{q_1 \Lambda_{12}' L_{12}}_{n_1 l_1 n_1',\, n_2 l_2 n_2'}\left(\frac{\alpha R^2}{4}\right)\right)^{(n)} \left(F^{q_2 \Lambda_{34}' L_{34}}_{n_3 l_3 n_3',\, n_4 l_4 n_4'}\left(\frac{\alpha R^2}{4}\right)\right)^{(n')} \qquad (36)$$

unde prin n și n′ s-au notat ordinele de derivare a celor două funcții definite prin relațiile :

$$F^{q_1 \Lambda_{12}' L_{12}}_{n_1 l_1 n_1',\, n_2 l_2 n_2'}(x) = x^{\frac{1}{2}(q_1+l_1+l_2-\Lambda_{12}'-L_{12})} \cdot f^{(n_1')}_{n_1 l_1}(x)\, f^{(n_2')}_{n_2 l_2}(x) \qquad (37.a)$$

$$F^{q_2 \Lambda_{34}' L_{34}}_{n_3 l_3 n_3',\, n_4 l_4 n_4'}(x) = x^{\frac{1}{2}(q_2+l_3+l_4-\Lambda_{34}'-L_{34})} f^{(n_3')}_{n_3 l_3}(x)\, f^{(n_4')}_{n_4 l_4}(x) \qquad (37.b)$$

În încheierea cap.III se face legătura dintre metoda Talmi - Moshinsky cu metoda nouă a dezvoltărilor Taylor. Se poate scrie expresia lui G obținută prin trei transformări succesive :

$$\mathcal{G}^{t_{12} l_{12} L_{12},\, t_{34} l_{34} L_{34},\, t_{14} l_{14} L_{14}}_{n_1 l_1 n_2 l_2 (\lambda_{12})\, n_3 l_3\, n_4 l_4 (\lambda_{34})\, L'}(\alpha R^2) = \sum_{n_{12} N_{12}} \langle n_1 l_1, n_2 l_2, \lambda_{12} | n_{12} l_{12}, N_{12} L_{12}, \lambda_{12}\rangle \cdot$$

./.

$$* \sum_{n_{34} N_{34}} \langle n_3 l_3, n_4 l_4, \lambda_{34} / n_{34} l_{34}, N_{34} L_{34}, \lambda_{34} \rangle \sum_{n_{14} N_{14}} \langle N_{12} L_{12}, N_{34} L_{34}, L' / n_{14} l_{14}, N_{14} L_{14}, L' \rangle *$$

$$* \mathcal{N}_{n_{12} l_{12}} \mathcal{N}_{n_{34} l_{34}} \mathcal{N}_{n_{14} l_{14}} \mathcal{N}_{N_{14} L_{14}} \frac{(-1)^{\frac{1}{2}(t_{12}-l_{12})} \left(n_{12}+l_{12}+\frac{1}{2}\right)!}{\left(\frac{t_{12}-l_{12}}{2}\right)! \left(n_{12}-\frac{t_{12}-l_{12}}{2}\right)! \left(\frac{t_{12}+l_{12}+1}{2}\right)!} *$$

$$* \frac{(-1)^{\frac{1}{2}(t_{34}-l_{34})} \left(n_{34}+l_{34}+\frac{1}{2}\right)!}{\left(\frac{t_{34}-l_{34}}{2}\right)! \left(n_{34}-\frac{t_{34}-l_{34}}{2}\right)! \left(\frac{t_{34}+l_{34}+1}{2}\right)!} * \frac{(-1)^{\frac{1}{2}(t_{14}-l_{14})} \left(n_{14}+l_{14}+\frac{1}{2}\right)!}{\left(\frac{t_{14}-l_{14}}{2}\right)! \left(n_{14}-\frac{t_{14}-l_{14}}{2}\right)! \left(\frac{t_{14}+l_{14}+1}{2}\right)!} \quad (38)$$

Calculele făcute la calculatorul CDC-6400 din Dubna (URSS) pentru seturi foarte diferite de parametri ai expresiei lui G obţinută prin trei transformări Talmi - Moshinsky sau trei coeficienţi $\mathcal{V}$ şi coeficientul P, au arătat identitatea numerică a celor două expresii a lui G (vezi relaţiile (35) şi (38)).

În capitolul IV intitulat "Integralele de suprapunere din teoria dezintegrării alfa" s-au obţinut expresiile explicite ale integralelor de suprapunere, care apar în teoria dezintegrării alfa descrisă prin matricea R a reacţiilor nucleare, pentru cazul general cînd funcţia de undă a particulei alfa se poate scrie ca un produs de trei funcţii de oscilator armonic cu numerele cuantice relative şi orbitale diferite de zero, funcţia de undă totală avînd însă momentul cinetic total egal cu zero. De asemenea s-a analizat şi cazul cîns se include spinul în funcţia de undă uniparticulă descrisă în cuplajul j - j iar funcţia de undă a particulei alfa printr-o funcţie de spin obţinută prin cuplarea perechilor de spin la zero. În final se particularizează expresiile pentru cazul nucleelor par - pare şi a unei funcţii de undă intrinsecă a particulei alfa de tip Gauss

Să notăm cu $\varphi^{\alpha}_{n_1' l_1' n_2' l_2' n_3' l_3' 00}(\sqrt{\beta}, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$ o componentă a funcţiei de undă intrinsecă spaţială a particulei alfa, unde prin $n_1' l_1'$, $n_2' l_2'$ şi $n_3' l_3'$ s-au înteles numerele radiale şi unghiulare ale oscilatorului armonic. Explicit această componentă se poate scrie :

$$\varphi^{\alpha}_{n_1' l_1'; n_2' l_2' (l_3') n_3' l_3', 00}(\sqrt{\beta}, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \equiv \left[\left[\psi^{\alpha}_{n_1' l_1'}(\sqrt{\beta}, \vec{r}_1), \psi^{\alpha}_{n_2' l_2'}(\sqrt{\beta}, \vec{r}_2)\right]_{l_3'} \psi^{\alpha}_{n_3' l_3'}(\sqrt{\beta}, \vec{r}_3)\right]_{00}$$

(39)

./.

unde $\varphi_{n_i' l_i'}$ sînt evident funcţii de oscilator armonic.

Scriind acum funcţia de undă χ_α a particulei alfa ce apare în relaţia (7) prin componentele de forma (39)

$$\chi_\alpha = \sum_{n_1'l_1'} \sum_{n_2'l_2'} \sum_{n_3'l_3'} C^{\alpha}_{n_1'l_1',n_2'l_2',n_3'l_3'} \varphi^{\alpha}_{n_1'l_1',n_2'l_2',n_3'l_3'}(\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2,\vec{\rho}_3,\vec{R}) \tag{40}$$

Integrala de suprapunere ce apare în relaţia (6) şi (7) în care introducem şi partea de spin, pentru o singură componentă se poate scrie :

$$M^{n_1'l_1',n_2'l_2',n_3'l_3'}_{n_1l_1j_1,n_2l_2j_2(J_{12})n_3l_3j_3,n_4l_4j_4(J_{34})\lambda\mu}(\alpha,\beta,R_0) =$$

$$= \int \psi^{(\alpha)}_{n_1l_1j_1,n_2l_2j_2(J_{12})n_3l_3j_3,n_4l_4j_4(J_{34})\lambda\mu}(1\,\vec{r}_1, 2\,\vec{r}_2, 3\,\vec{r}_3, 4\,\vec{r}_4) *$$

$$* \psi^{*}_{n_1'l_1',n_2'l_2'(l'),n_3'l_3',00}(\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2,\vec{\rho}_3,\vec{R})\, \chi^{(1,2)}_{\frac{1}{2}\frac{1}{2},00}\, \chi^{(3,4)}_{\frac{1}{2}\frac{1}{2},00} *$$

$$* Y^{*}_{\lambda\mu}(\Omega)\, d\vec{\rho}_1\, d\vec{\rho}_2\, d\vec{\rho}_3\, d\Omega \tag{41}$$

După efectuarea calculelor se poate separa factorii care depind numai de spin şi în aceste condiţii relaţia (41) se poate scrie :

$$M^{n_1'l_1',n_2'l_2',n_3'l_3'}_{n_1l_1j_1,n_2l_2j_2(J_{12})n_3l_3j_3,n_4l_4j_4(J_{34})\lambda}(\alpha,\beta,R_0) = \frac{\sqrt{2-J_{12}}\,\sqrt{2-J_{34}}}{2}\, \hat{j}_1\hat{j}_2\hat{j}_3\hat{j}_4 *$$

$$* (-1)^{l_1+j_2+\lambda_{12}+l_3+j_4+\lambda_{34}+1} * \begin{Bmatrix} l_2 & j_2 & \frac{1}{2} \\ j_1 & l_1 & \lambda_{12} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_4 & j_4 & \frac{1}{2} \\ j_3 & l_3 & \lambda_{34} \end{Bmatrix} *$$

$$* I^{n_1'l_1',n_2'l_2',n_3'l_3'}_{n_1l_1,n_2l_2(\lambda_{12})n_3l_3\,n_4l_4(\lambda_{34})\lambda}(\alpha,\beta,R_0) \tag{42}$$

unde :

$$I^{n_1'l_1',n_2'l_2',n_3'l_3'}_{n_1l_1,n_2l_2(\lambda_{12})n_3l_3\,n_4l_4(\lambda_{34})\lambda}(\alpha,\beta,R_0) =$$

./.

$$\equiv \iint \Big[\big[\psi_{n_1 l_1}(\sqrt{\alpha}\,\vec r_1),\psi_{n_2 l_2}(\sqrt{\alpha}\,\vec r_2)\big]_{\lambda_{12}}\big[\psi_{n_3 l_3}(\sqrt{\alpha}\,\vec r_3),\psi_{n_4 l_4}(\sqrt{\alpha}\,\vec r_4)\big]_{\lambda_{34}}\Big]_{\lambda\mu}^{*}\,*$$

$$*\Big[\big[\psi^{\alpha}_{n_1' l_1'}(\sqrt{\beta}\,\vec\xi_1),\psi_{n_2' l_2'}(\sqrt{\beta}\,\vec\xi_2)\big]_{l_3'}\,\psi_{n_3' l_3'}(\sqrt{\beta}\,\vec\xi_3)\Big]_{00}^{*}\,Y^{*}_{\lambda\mu}(\hat R)\,d\vec\xi_1\,d\vec\xi_2\,d\vec\xi_3\,d\Omega_R \qquad (43)$$

Această integrală poate fi rezolvată folosind funcţia de undă a celor patru nucleoni dată prin relaţia (34), funcţie exprimată prin intermediul lui G ce a fost obţinută prin metoda desvoltărilor Taylor, fie folosind funcţia de undă exprimată prin intermediul lui G ce a fost obţinută prin metoda Talmi - Moshinsky. Integrala (43) devine :

$$I^{n_1'l_1',\,n_2'l_2',\,n_3'l_3'}_{n_1l_1,n_2l_2(\lambda_{12})n_3l_3n_4l_4(\lambda_{34})\lambda}(\alpha,\beta,R)=\frac{\hat\lambda_{12}\hat\lambda_{34}}{\hat\lambda}\exp\Big[-\frac{\alpha R^2}{2}\Big]\sum_{L_{12}L_{34}l''}(-1)^{l''-l_3'-\lambda}\,*$$

$$*(2l''+1)\begin{Bmatrix} l_1' & L_{12} & \lambda_{12}\\ l_2' & L_{34} & \lambda_{34}\\ l_3' & l'' & \lambda\end{Bmatrix}*\sum_{t_{12}t_{34}t_{14}}G^{t_{12}l_1'L_{12},\,t_{34}l_2'L_{34},\,t_{14}l_3'\lambda}_{n_1l_1,n_2l_2(\lambda_{12})n_3l_3n_4l_4(\lambda_{34})l''}(\alpha R^2)\,*$$

$$*\,I^{n_1'l_1'}_{t_{12}}(\alpha,\beta)\,I^{n_2'l_2'}_{t_{34}}(\alpha,\beta)\,I^{n_3'l_3'}_{t_{14}}(\alpha,\beta) \qquad (44)$$

unde

$$I^{n'l'}_{t}(\alpha,\beta)=\int_0^\infty \exp\Big[-\frac{\alpha}{2}\xi^2\Big](\alpha\xi^2)^{\frac{t}{2}}\,\mathcal{R}_{n'l'}(\beta\xi^2)\,\xi^2\,d\xi \qquad (45)$$

cu condiţiile :

$$\left.\begin{aligned} &l_1'\le t_{12}\le 2(n_1+n_2)+l_1+l_2; \quad l_1'+t_{12}=par\\ &l_2'\le t_{34}\le 2(n_3+n_4)+l_3+l_4; \quad l_2'+t_{34}=par\\ &l_3'\le t_{14}\le 2(n_1+n_2+n_3+n_4)+l_1+l_2+l_3+l_4-t_{12}-t_{34}; \quad l_3'+t_{14}=par \end{aligned}\right\} \qquad (46)$$

În capitolul V intitulat "Structura intrinsecă a particulei alfa" este prezentată explicit funcţia de undă intrinsecă a particulei alfa /17/, /19/ şi /2o/ . Pînă în

./.

prezent în marea majoritate a lucrărilor de teoria dezintegrării alfa s-a considerat că funcţia intrinsecă a particulei alfa este de tip Gauss /13/ . În lucrarea /17/ din analiza datelor experimentale privind difuzia elastică a electronilor pe ^4He conclude că numai includerea componentelor superioare de model în pături pentru patru nucleoni în structura internă a particulei alfa, poate explica form - factorii experimentali. El propune ca funcţii de undă o suprapunere a păturii $(1s)^4$ cu o pătură superioară $(nl)^4$, bineînţeles după eliminarea coordonatei corespunzătoare centrului de greutate a celor patru nucleoni scrise sub forma :

$$\psi^{m}_{[4]0} = \cos\gamma\,|1\rangle + \sin\gamma\,|m\rangle \tag{47}$$

unde prin m s-a notat componentele liniar independente ,fiind un parametru care urmează să fie obţinut din datele experimentale. Aceste mărimi (γ şi m) pot lua valorile :

$$m = 2,3,4,5; \qquad -\frac{\pi}{2} \leq \gamma \leq +\frac{\pi}{2} \tag{48}$$

Din compararea form-factorilor teoriei cu valorile experimentale , Moshinsky obţine că cea mai bună combinaţie este :

$$\psi^{\alpha} = \cos\gamma\,|1\rangle + \sin\gamma\,|4\rangle \tag{49}$$

unde γ şi β pot lua perechile de valori $\gamma_1 = -30^\circ$, $\beta_1 =$ 0.8056 fm $^{-2}$ şi $\gamma_2 = -70^\circ$, $\beta_2 =$ 0.8871 fm $^{-2}$.

Prin starea $|4\rangle$ se înţelege combinaţia de stări:

$$|4\rangle = \frac{\sqrt{45}}{9}|4'\rangle + \frac{6}{9}|5'\rangle \tag{50}$$

iar prin $|4'\rangle$ şi $|5'\rangle$ sînt funcţii de undă exprimate în coordonate simetrice . După trecerea funcţiilor $|4'\rangle$ şi $|5'\rangle$ de la coordonatele simetrice la coordonatele Talmi - Moshinsky /2o/ se poate scrie în cele din urmă funcţia intrinsecă a particulei alfa,

$$\chi_\alpha = \cos\gamma\,|00.00.00\rangle + \sin\gamma\Big\{-\frac{\sqrt{3}}{9}|02.02.00\rangle +$$
$$+ \frac{\sqrt{2}}{4}\big(|20.00.00\rangle + |00.20.00\rangle\big) - \frac{\sqrt{5}}{18}|10.10.00\rangle +$$

$$+\frac{\sqrt{15}}{9}\left(|10.00.10\rangle+|00.10.10\rangle\right)+\frac{2\sqrt{3}}{9}\left(|00.02.02\rangle+\right.$$

$$\left.+|02.00.02\rangle\right)\Big\} \tag{51}$$

Integrala de suprapunere totală va fi suma celor nouă integrale de suprapunere corespunzătoare fiecărei componente a funcţiei de undă intrinsecă.

În Cap.VI intitulat "Analiza influenţei diferitelor componente ale particulei alfa asupra integralei de suprapunere" s-a studiat influenţa componentelor funcţiei de undă intrinseci a particulei alfa asupra integralei de suprapunere ce apar în teoria matricii R a dezintegrării alfa. S-au făcut calcule detailate pentru isotopii nucleelor par - pare din următoarele două zone : zona nucleelor grele din regiunea plumbului cu Z = 8o,84,86,88,9o şi zona nucleelor supragrele cu Z =114,N=184 cu Z=11o,112,114,116,118,12o.

În acest capitol sînt prezentate de asemeni configuraţiile pentru protoni şi neutroni din cele două zone. O atenţie deosebită s-a acordat celor trei isotopi ai poloniului (^{2o8}Po, ^{21o}Po, ^{212}Po) cu configuraţiile neutronice diferite. Sînt date succesiv pentru cei trei isotopi ai poloniului de masă 2o8,21o,212 integralele de suprapunere pentru cele două componente ale funcţiei de undă intrinseci a particulei alfa ,apoi integralele totale pentru parametrii $\Gamma = -3o^{o}$ şi $\Gamma = -7o^{o}$ şi se compară cu integrala Mang pentru $\beta = 0.434$. În următoarele figuri s-au ilustrat rapoartele pătratelor integralelor de suprapunere cu funcţii intrinseci a particulei alfa de tip Gauss şi tip Moshinsky ($\Gamma = -3o^{o}$) pentru diferite raze ale canalului, rapoarte care depind de configuraţia nucleelor şi care cresc cu raza canalului. În încheiere , ţinînd seama de faptul că pătratul integralei de suprapunere este proporţional cu lărgimea relativă redusă se poate conclude :a). integralele de suprapunere cu funcţia de undă intrinsecă a particulei alfa de tip Moshinsky $\Gamma = -7o^{o}$ nu poate reproduce valorile relative ale lărgimilor reduse, deoarece depind puternic de raza canalului; b)integralele de suprapunere cu funcţii Moshinsky(Γ=-3o^{o}) sînt mai mici decît valorile integralelor de suprapunere Mang

./.

pentru $R_o \approx$ lo fm .în zona plumbului cu un factor de 2 - lo iar pentru nucleele supragrele cu un factor de lo - 3o, factorii depinzînd de configurația modelului în pături aleasă pentru descrierea nucleului inițial.

În Cap.VII. intitulat "Lărgimile alfa ale izotopilor Po, Rn, Ra, Th" se definesc lărgimile alfa reduse relative ca raportul dintre lărgimile reduse a unui izotop a unui element dat și izotopul corespunzător cu un număr magic de neutroni N = 126 prin relația :

$$\Gamma_{rel}^2 = \frac{\Omega^2_{J_iLJ_f}(R_o)}{\Omega_{J_i'L'J_f'}(R_o)} = \frac{|M_{J_iLJ_f}(R_o)|^2}{|M_{J_i'L'J_f'}(R_o)|^2} \qquad (52)$$

unde $M_{J_1 L J_f}(R_o)$ și $M_{J_1' L' J_f'}(R_o)$ sînt integralele de suprapunere ale izotopului considerat și izotopul cu N=126 .În cazul elementelor Po, Rn, Ra și Th izotopii considerați ca referințe sînt : ^{210}Po, ^{212}Rn, ^{214}Ra, ^{216}Th.Lărgimile reduse relative ale izotopilor Po pentru trei valori ale razei canalului 8.6, 9.oo și 9.6. fm. împreună cu valorile exprimentale și valorile obținute cu funcție intrinsecă de tip Gauss și respectiv tip Moshinsky pentru parametrul γ = - 3o° și γ = - 7o° conduc la concluzia că funcția de undă intrinsecă de tip Moshinsky cu γ = - 3o° îmbunătățește descrierea valorilor relative ale lărgimilor reduse, iar funcția de undă intrinsecă a particulei alfa de tip Moshinsky cu γ= - 7o° nu reușește să descrie compotarea lărgimilor relative experimentale.

Teoriile dezintegrării alfa pot fi clasificate în teorii care depind explicit de raza canalului R_o și teorii care nu depind de raza canalului. Descrierea dezintegrării alfa cu ajutorul matricii R este bazată pe presupunerea că întreg spațiul poate fi divizat în două regiuni: regiunea internă cu $r < R_o$ cu Hamiltonianul $H_{int.}$ și regiunea externă cu Hamiltonianul $H_{ext.}$, funcțiile de undă corespunzătoare fiind lipite la marginea R_o . Cele două regiuni sînt descrise prin Hamiltoniene independente: modelul în pături pentru interior și modelul optic pentru exterior, funcțiile corespunzătoare fiind întrebuințate pentru calculul lărgimilor reduse și a penetrabilităților. În calculul penetrabilităților sînt întrebuințate

./.

valorile experimentale ale energiei particulelor alfa, acestea implică că Γ_α sînt dependente de raza canalului. Pe de altă parte trebuie să se găsească condițiile pentru care lărgimile alfa Γ_α să dea o valoare constantă într-un interval larg a lui R_0 la suprafața nucleului. Pentru a obține o astfel de teorie trebuie satisfăcute condițiile la limită. Acestea pot fi obținute prin folosirea ambiguităților în partea centrală reală a potențialului optic pentru particula alfa. Penetrabilitatea poate fi scrisă sub forma :

$$P_\ell = \frac{2kR_0}{F_\ell^2(k,R_0)+G_\ell^2(k,R_0)} \approx \frac{2kR_0}{G_\ell^2(k,R_0)} \tag{53}$$

unde $F_\ell(k,R_0)$ și $G_\ell(k,R_0)$ sînt funcțiile coulombiene regulate și respectiv neregulate extinse în zona potențialului nuclear, iar K este vectorul de undă. Folosind această expresie lărgimea alfa poate fi scrisă sub forma :

$$\Gamma_\alpha = \frac{k\hbar R_0}{\mu}\sum_L \left|\frac{\Omega_{I_f L I_i}}{G_L(k,R_0)}\right|^2 \tag{54}$$

Dacă numărătorul și numitorul au aceeasi compotare la suprafata nucleului, raportul rămîne constant. Acest lucru poate fi realizat prin alegerea parametrilor potențialului nuclear alfa - nucleu, potențial care determină funcția $G_L(k,R_0)$ deci o ambiguitate continuă a parametrilor considerați. Notăm cu V_1 și V_2 două adîncimi de potențial de tip Woods - Saxon pentru care se obține Γ_α constant se constată că aceste adîncimi satisfac relația :

$$\frac{V_1}{1+\exp\left[(B-r_1A^{1/3})/a\right]} = \frac{V_2}{1+\exp\left[(B-r_2A^{1/3})/a\right]} = C \tag{55}$$

unde constantele B și C urmează să fie determinate. Constanta B poate fi scrisă și determinată prin relația :

$$B = a\ln\left[\frac{(V_2-V_1)A^{1/3}\exp\left[(r_1+r_2)/a\right]}{V_1\exp(r_1A^{1/3}/a)-V_2\exp(r_2A^{1/3}/a)}\right] \tag{56}$$

iar C prin relația (55). Cunoscînd aceste constante dependența adîncimii potențialului este dată de expresia :

./.

$$V_0 = -|C| / \left[1 + \exp\left(\frac{B - r_0 A^{1/3}}{a}\right)\right] \qquad (57)$$

Rezultă de aici o varietate extrem de largă a parametrilor potențialului alfa-nucleu care dau lărgimii alfa nedepinzînd de raza canalului. Dacă reprezentăm pe Γ_α în funcție de doi parametri (r_0 și a) rezultă că lărgimea alfa Γ_α este constantă în limitele unui factor 2 – 3 pe o plaje mare a valorilor parametrilor (0.9 fm. $\leqslant r_0 \leqslant$ 1.25 fm și 0.35 fm $\leqslant$ a $\leqslant$ 0.55 fm.)

În cadrul cap.VIII . se pune problema dacă particulele sînt situate într-un potențial de tip Woods – Saxon, părțile radiale ale funcțiilor de undă nu mai pot fi exprimate prin polinoame Laguerre, ele sînt date sub forma numerică. În cazul funcțiilor de oscilator armonic dezvoltările erau finite iar derivatele părților radiale s-au putut efectua analitic. Pentru a se vedea influența diferinților termeni s-au studiat diferitele aproximații ale integralei de suprapunere. Capitolul se încheie cu reprezentarea integralelor de suprapunere (44) pentru diferite aproximații a funcției intrinseci a particulei alfa și cu concluzii cu privire la valorile minime ce le pot lua parametrii $t_{1\,2}$, $t_{3\,4}$, $t_{1\,4}$.

În capitolul IX intitulat " Timpii de înjumătățire" s-au analizat tranzițiile alfa a nucleelor par-pare cu senioritate zero, adică perechi de protoni și neutroni cuplați la zero, iar momentul orbital total este zero. În acest caz timpul de înjumătățire este dat de relația:

$$T_{1/2} = \frac{\hbar \ln 2}{\Gamma} = \frac{2\mu \ln 2}{\hbar R_0} * \left[P_0(R_0) |M_{000}(R_0)|^2 \binom{Z}{2}\binom{N}{2}\right]^{-1} \qquad (58)$$

Raportul timpurilor de înjumătățire calculate cu funcții de tip Gauss sau Moshinsky a aceluiași nucleu în condițiile în care lărgimile alfa nu depind de raza canalului se reduce la raportul pătratelor integralelor de suprapunere acestea din urmă depinzînd de configurațiile nucleonilor.

Capitolul se încheie cu un tabel al

./.

timpurilor de înjumătățire al nucleelor supragrele ($110 \leq Z$ par ≤ 120 și $176 \leq N$ par ≤ 190) de unde rezultă că timpii de înjumătățire alfa calculați cu teoria matricii R a dezintegrării alfa independentă de raza canalului sînt mai mari decît timpi calculați de Nix /25/ folosind formula Geiger - Nuttdal, cu un factor cuprins între 1o - 3o, depinzînd de configurația nucleelor inițial și final. (vezi tabelul nr.1)

C O N C L U Z I I

În lucrarea prezentă s-au adus următoarele contribuții originale la teoria dezintegrării alfa:

1.- S-a generalizat metoda dezvoltărilor Taylor de trecere la centrul de masă și a distanței relative de la două particule la cazul a patru particule situate într-un potențial comun de oscilator armonic;

2.- S-a dedus legătura noii metode cu metoda Talmi - Moschinsky și s-au comparat între ele, pentru a cazul a două și patru particule;

3.- S-au calculat integralele de suprapunere cu funcții intrinseci a particulei alfa de tip Gauss și Moshinsky; prin cele două metode arătîndu-se identitatea rezultatelor;

4.- S-au studiat diferitele aproximații posibile ale integralei de suprapunere a patru particule situate într-un potențial comun de oscilator armonic, în metoda dezvoltărilor Taylor în vederea aplicării ulterioare la cazul unui potențial arbitrar, de exemplu: - Woods - Saxon.

5.- S-a extins teoria matricii R a dezintegrării alfa independentă de raza canalului la cazul particulei alfa cu structură complexă, deducîndu-se ambiguitățile potențialului nuclear alfa - nucleu. S-a arătat că aceste ambiguități sînt similare cu ambiguitățile obținute din analiza difuziei particulei alfa pe nucleele grele.

6.- S-a calculat intensitățile alfa pentru izotopii Po, Ra, Rn, Th precum și a elementelor supragrele par - pare cu $110 \leq Z \leq 120$ și $176 \leq N \leq 190$;

7.- S-a arătat că folosirea unei funcții mai complexe a particulei alfa duce:

a).- la o îmbunătățire a descrierii valorilor

./.

relative a lărgimilor reduse alfa a izotopilor Po, Ra, Rn și Th.

b).- la o descriere corectă a valorilor absolute a intensităților alfa a acestor nuclee;

c).- la mărirea timpurilor de viață a nucleelor supragrele cu un factor cuprins între 1o și 3o , factor depinzînd de configurația nucleelor inițial și final, față de timpii de viață calculați cu o funcție intrinsecă a particulei alfa de tip Gauss.

TABELUL NR. 1

CONFIGURAȚIILE PROTONICE	Z \ N		176	178	180	182	184	186	188	190
		CONFIGURAȚIILE NEUTRONICE	3d 5/2		4s 1/2	3d 3/2		2h 11/2		
2f 5/2	120	$T_{1/2}$ MOSH	*	*	*	*	.03096s	*	*	*
		$T_{1/2}$ Nix	28 μs	2.5 μs	0.37 ms	0.48 ms	1.1 ms	27 ns	0.14 μs	0.82 μs
	118	$T_{1/2}$ MOSH	4.2524(-3) s	*	.44312 s	.21835 s	.6451 s	*	*	*
		$T_{1/2}$ Nix	2.0 ms	0.11 ms	17 ms	21 ms	60 ms	0.33 μs	2.1 μs	16 μs
	116	$T_{1/2}$ MOSH	40.67 s	12.85 s	17.83 s	22.08 s	133.435 s	*	*	7.92(-4) s
		$T_{1/2}$ Nix	5.2 s	1.2 s	0.68 s	0.95 s	5.0 s	4.5 μs	36 μs	0.45 ms
2f 7/2	114	$T_{1/2}$ MOSH	12.3169 h	797.14 d	2857.92 y	1364.38 y	12025.05 y	19.23 s	95.14 s	0.992 h
		$T_{1/2}$ Nix	2.4 h	85. d	88. y	110 y	790 y	4.5 s	54. s	0.46 h
	112	$T_{1/2}$ MOSH	179.67 d	1623.88 d	2360.91 y	$10^{5.63}$ y	$10^{6.72}$ y	204.57 s	1.73 h	1.79 d
		$T_{1/2}$ Nix	41. d	180 d	98 y	$10^{4.5}$ y	$10^{5.4}$ y	86 s	0.77 h	1.6 d
	110	$T_{1/2}$ MOSH	95.98 y	3642.18 y	$10^{5.029}$ y	$10^{9.455}$ y	$10^{10.78}$ y	2.99 h	2.42 d	244.8 d
		$T_{1/2}$ Nix	16. y	900. y	$10^{3.8}$ y	$10^{8.1}$ y	$10^{9.4}$ y	1.0 h	2.2 d	190. d

BIBLIOGRAFIE

1.- G.GAMOW, Zs.f.Phys,51,2o4(1928)
2.- R.W. GURNEY, E.U. CONDON, Nature 122,439(1928)
3.- R.G. THOMAS, Theor.Phys.12, 253 (1954)
4.- T.TEICHMANN , E.P. WIGNER, Phys Rov.87 ,123 (1952)
5.- A.M.LANE, R.G.THOMAS, Rev.Moder,Phys. (1960)
6.- H.J.MANG, ZS.f.Phys,148 ,572 (1957)
7.- H.J.MANG,Phys.Rev.119, 1o69 (196o)
8.- G.IGO,Phys.Rev.Letters, 1,72 (1958)
9.- T.A.BRODY, M.MOSHINSKY, Tablas de Parantesis de Transformacion, Mexico, 196o.
1o.-A.SĂNDULESCU, St.Cerc.Fiz.Tom--16,9. 1o35 (1964)
11.-H.CASIMIR,Physica, 1193 (1934)
12.-N.CÂRJAN, S.HOLAN, A.SĂNDULESCU, C.ŞABAC, Rev.Roum.Phys. 1o, 1175 (1971)
13.-N.CÂRJAN, A.SĂNDULESCU, Isvestia Akad.Nauk, SSSR,36, 128(1972)
14.-S.HOLAN, R.RODAN,A.SĂNDULESCU, Rev.Roum.Phys., 5, 511, (1974)
15.-A.SĂNDULESCU, Nucl.Phys., 37 , 532 (1962)
16.-A.SĂNDULESCU, Rev.Roum.Phys., 1o, 11o5 (197o)
17.-V.C. AGUILERA - NAVARO, M.MOSHINSKY and W.W. YEH, Ann.Phys, 51, 321 (1969)
18.-M.MOSHINSKY, Nucl.Phys., 13, 1o4 (1959)
19.-V.CEUŞESCU, S.HOLAN and A.SĂNDULESCU, Z.Naturforsch., 29a 275 (1974)
2o.-S-HOLAN, V.I. FURMAN, Preprint DUBNA , P4-9279 (1975)
21.-O.DUMITRESCU, D.POPESCU, Preprint DUBNA E4-9o97(1975)
22.-N.CÂRJAN, S.HOLAN, A.SĂNDULESCU and C.ŞABAC, Rev.Roum.Phys., 7, 811 (1971)
23.-C.M.LEDERER, J.M. HOLLANDER and I.PERLMAN,Table of izotopes, 6 th.ed. (John Wiley , N.Y. 1967)
24.-A.BOHR and B.R. MOTTELSON, Nuclear Structure , Vol.I. (W.A.Benjamin, Inc/1969/New - York, Amsterdam)
25.-J.R.Nix, Nucl.Phys., A 193, 647 (1972)
26.-A.SĂNDULESCU, I.SILIŞTEANU, Preprint - DUBNA (E 4 - 9418 (1975)).
27.-A.SĂNDULESCU, I.G.TÂRNOVEANU, Rev.Roum.Phys, 17, 777 (1972)

./.

28.- Î.G. TÂRNOVEANU, O.DUMITRESCU and A.SĂNDULESCU, Rev.Roum.Phys., 7, 825 (1973)

29.- Î.BRÎNDUŞ, A.CORCIOVEI, M.IOSIFESCU, A.SĂNDULESCU Bazele Teoriei Nucleului, Ed. Tehnică, Bucuresti (1969)

30.- A.SĂNDULESCU, Î. TÂRNOVEANU, M.RÎZEA, preprint DUBNA (1977)

31.- A.SĂNDULESCU, Î.TÂRNOVEANU, preprint DUBNA (1977)

32.- A.DE SHALIT, I.TALMI, Nuclear Shell Theory, Academic Press, New - York - London, 1963.

33.- N.N. LEBEDEV, Funcţii speciale şi aplicaţiile lor, Ed. Tehnică, Bucuresti 1957.

34.- E.ROST, Phys.Lett. 1968, v.26 B.p.184

35.- Î.PERLMAN, J.O. RAMUSSEN, Handubuch der Physyk Vol.42, Springer - Varlag, Berlin 1957.

36.- CERN - Subprogram : C.326.