

V ROSIOTI
1N12-ml-6599

INSTITUTUL CENTRAL DE FIZICĂ
INSTITUTUL DE FIZICĂ ȘI INGINERIE NUCLEARĂ

Ileana OUIAȘU

Contribuții la studiul împrăștierei elastice
a fotonilor pe nucleon la energii joase
și intermediare

REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT

CONDUCATOR ȘTIINȚIFIC

Academician Profesor

ȘERBAN ȚIȚICA

BUCUREȘTI

-1978 -

TABLA DE MATERII

	pag.
INTRODUCERE	3
CAPITOLUL I	
A. Convenții, notații	12
B. Relații cinematice	14
C. Elemente de dinamică	27
CAPITOLUL II TEOREME DE ENERGII JOASE PENTRU AMPLITUDINILE DE HELICITATE COMPTON SI PENTRU SECTIUNEA EFICACE DIFERENTIALA NEPOLARIZATA A PROCESULUI	
- Concluzii la Capitolul II	61
CAPITOLUL III IMPRASTIEREA FOTONILOR PE NUCLEON LA ENERGII JOASE SI INTERMEDIARE	
A. Calculul părților absorptive ale amplitudinilor invariante în canalul s -	64
B. Calculul părților absorptive ale amplitudinilor invariante în canalul t -	74
C. Prezentarea rezultatelor și compararea cu experiența	86
- Concluzii la Capitolul III	100
CAPITOLUL IV REGULI DE SUMA : EGALITATI SI INEGALITATI STABILITE INTRE MARIMI CARACTERISTICE EFECTULUI COMPTON PE NUCLEON PE BAZA PROPRIETATILOR DE ANALICITATE ALE AMPLITUDINILOR INVARIANTE	
A. Regulă de sumă pentru diferența polarizabilită- ților electromagnetice generalizate ($\bar{\alpha} - \bar{\beta}$).	103
B. Inegalități	109
- Concluzii la Capitolul IV	122
Anexa 1	123
Anexa 2	126
Anexa 3	130
Anexa 4	136
BIBLIOGRAFIE	143

INTRODUCERE

Studiul împrăștierei fotonilor pe nucleon reprezintă una din posibilitățile cele mai interesante de a investiga structura nucleonului. Teoria interacțiunii câmpului electromagnetic cu sisteme complexe - atom, nucleu sau nucleon - se elaborează, ca și teoria interacțiunii γ - electron, pornind de la o dezvoltare a amplitudinii de împrăștiere în serie de puteri ale constantei structurii fine $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$; în cazul nucleului și nucleonului apar, însă, dificultăți suplimentare datorită prezenței interacțiunilor tari.

Rezolvarea problemei interacțiunii radiației electromagnetice cu nucleul atomic este în primă aproximație - atita vreme cît lucrăm la energii suficient de mici față de pragul de fotoproducere de mezon din nucleon - simplificată datorită posibilității de tratare a nucleului ca un sistem de nucleoni fără structură, descris de o funcție de undă corespunzătoare unei ecuații Schrödinger cu un anumit model pentru potențialul de interacție; în acest mod se poate defini explicit densitatea de sarcină și curent a sistemului și, în consecință, interacțiunea cu câmpul electromagnetic /1/,/2/.

Ipotezele asupra structurii nucleonului și modelele intuitive pentru descrierea acestuia sînt foarte greu de făcut astfel că devine important să se analizeze ce se poate afla prin metode indirecte care să se bazeze cît mai mult pe principii și ipoteze generale; una din aceste metode este studiul teoretic al amplitudinii de împrăștiere a fotonilor pe nucleon comparat cu datele experimentale existente asupra acestui proces.

Teoria împrăștierei γ -nucleon s-a dezvoltat pe două direcții, inițiate prin două lucrări de bază în acest domeniu : F.E.Low-împrăștierea luminii de frecvență foarte mică pe sisteme cu spinul

1/2 /3/ și M.Gell-Mann, E.L.Goldberger, W.E.Thiring : Folosirea consecințelor impuse de condițiile de cauzalitate în teoria cuantică /4/. Low calculează amplitudinea de împrăștiere a fotonilor pe un sistem compus dintr-un câmp fermionic (spin 1/2) local cuplat cu un câmp bozonic scalar, stabilind că pînă în ordinul ω^2 (ω -frecvența fotonului incident în sistemul laboratorului) această amplitudine depinde numai de proprietățile statice ale sistemului: masă, sarcină și moment magnetic anomal. Pornind de la acest rezultat, Klein, Baldin, și în special Petrunkin /5 a,b,c/ arată, tot în cadrul teoriei cuantice a câmpului, că în ordinul ω^2 , pentru descrierea amplitudinii de împrăștiere γ -nucleon sînt necesare încă două constante de structură, pe care le identifică cu polarizabilitățile electrică și magnetică ale nucleonului $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$.

În lucrarea /4/, pe de altă parte, este scrisă pentru prima oară o relație de dispersie pentru amplitudinea Compton a împrăștierii înainte mediată pe spin. Această lucrare a stimulat numeroase alte lucrări în care se tratează împrăștierea γ -nucleon în cadrul teoriei relațiilor de dispersie, teoria procesului fiind impulsionată în continuare și de introducerea reprezentării Mandelstam care permite exploatarea proprietăților analitice ale amplitudinii de împrăștiere în scopul analizei generale a procesului la orice unghi de împrăștiere, /6/, /7/, /8/, /9/. Pe această linie ipotezele dinamice se concentrează în modul de scriere al reprezentării de dispersie pentru amplitudinile invariante ale procesului, care să înglobeze corespunzător singularitățile dinamice admise (după ce a fost în prealabil rezolvată corect problema cinematică a aflării setului de amplitudini invariante care nu au singularități și zerouri cinematice) și în modul de calcul al părților absorptive ale acestor amplitudini, care determină integran-

dul reprezentărilor integrale considerate.

În cadrul aproximației de ordin α -primul ordin în electromagnetism - reprezentarea de dispersie pentru amplitudinile invariante Compton nu conduce la ecuații integrale, deoarece stările intermediare introduse pentru explicitarea părților absorptive nu conțin fotoni. Astfel se obțin relații care calculează amplitudinea procesului $\gamma + p \rightarrow \gamma' + p'$ în funcție de mărimi caracteristice altor procese, de exemplu, fotoproducerea de pioni pe nucleon. Teza de doctorat prezintă o analiză în cadrul teoriei relațiilor de dispersie a efectului Compton pe nucleon la energii joase - sub pragul de fotoproducere a unui mezon π ($0 \leq \omega \leq \mu (1 + \mu/2m)$) și intermediare ($\mu(1+\mu/2m) \leq \omega \leq 450 \text{ MeV}$) (ω = energia fotonului incident în sistemul laboratorului, μ = masa mezonului π , m = masa nucleonului). Acest studiu a fost făcut pe baza unei noi reprezentări de dispersie admisă pentru cele 6 amplitudini invariante A_1 , care descriu procesul $\gamma + p \rightarrow \gamma' + p'$, introduse de către Bardeen și Tung /10a/ și Yamamoto /10b/, libere de singularități și zerouri cinematice.

Introducerea acestui set de amplitudini a permis și definierea corectă a constantelor de structură $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ - polarizabilitățile electromagnetice generalizate ale nucleonului /11/, ca valori de prag ale unora din amplitudinile de mai sus, pînă la această lucrare existînd ambiguități cu privire la definirea lor în funcție de amplitudinile invariante cu care se lucra.

S-a introdus pentru constantele de structură care apar în ordinul ω^2 al amplitudinii de împrăștiere Compton pe nucleon, denumirea de polarizabilități electromagnetice generalizate, deoarece expresiile acestor mărimi /5c/, /12/ conțin și termeni care nu au interpretabilitate directă de polarizabilități electrică și magne-

tică în cadrul electrodinamicii clasice și a mecanicii cuantice nerelativiste.

În afară de problemele teoretice legate de definirea corectă și calculul polarizabilităților electromagnetice generalizate, există dificultăți legate de extragerea valorilor acestor mărimi din experiență : energia fotonilor incidenți trebuie să fie suficient de joasă pentru ca fitarea secțiunii eficace diferențiale experimentale cu o expresie teoretică corectă în ordinul ω^2 să fie posibilă; rezoluția în energie trebuie de asemenea să fie bună iar erorile experimentale mici. Primele experiențe la energii joase analizate în scopul extragerii polarizabilităților protonului au fost cele ale lui Goldanski și colaboratorii /13/. Analiza acestor date, reluată de T.E.O.Ericson și colaboratorii /14/ a condus însă la următorul rezultat :

$$\bar{\alpha}_{\text{proton}}^{\text{exp}} = [(10 \pm 2) \pm 5] \times 10^{-4} \text{ fm}^3$$

$$\bar{\beta}_{\text{proton}}^{\text{exp}} = [(4 \mp 2) \mp 5] \times 10^{-4} \text{ fm}^3$$

(unde prima eroare este statistică și a doua sistematică provenind din 8% eroare în normarea secțiunii eficace) care lasă deschisă problema determinării experimentale a acestor mărimi. Mai recent (1974), au fost făcute experiențe îngrijite de către P.Barenov și colaboratorii /15/ care obțin rezultatele :

$$\bar{\alpha}_{\text{proton}}^{\text{exp}} = (10,7 \pm 1,1) \times 10^{-4} \text{ fm}^3$$

$$\bar{\beta}_{\text{proton}}^{\text{exp}} = (-0,7 \pm 1,6) \times 10^{-4} \text{ fm}^3 .$$

Acestei ultime extracții a valorilor $\bar{\alpha}_p^{\text{exp}}$, $\bar{\beta}_p^{\text{exp}}$, i se poate aduce ca obiecție faptul că au fost folosite și experiențe la $\omega = 106,7, 109,9$ și $111,1$ MeV, energii care pot să fie prea mari pentru utilizarea unei formule de fit pentru secțiunea

eficace limitată la termeni de ordinul ω^2 . În capitolul II al tezei de doctorat s-a analizat cum se modifică aceste valori prin luarea în considerație a termenilor de ordin superior imediat următori (ω^4 , ω^5).

Teza de doctorat cuprinde o introducere, 4 capitole și 4 anexe. Capitolul I are rolul fixării cadrului teoretic în care s-a lucrat, cinematica procesului $\Upsilon + N \rightarrow \Upsilon' + N'$ și teoria dinamică de lucru. Rezultatele originale sînt conținute în capitolele II - IV.

În Capitolul II sînt prezentate pe scurt teoremele de energii joase pînă la ordinul ω^3 stabilite în literatură între anii 1954-1968 /5/, /16/, /17/, /18/ și extinderea acestor rezultate în ordinul ω^5 , dîndu-se o expresie simplă a secțiunii eficace diferențiale nepolarizate conținînd numărul minim de parametri necesari /19/.

Capitolul 3 conține calculul teoretic al secțiunii eficace diferențiale nepolarizate a împrăștierei γ -proton la energii joase și intermediare, presupunînd o anumită reprezentare de dispersie pentru amplitudinile invariante A_1 și folosind pentru calculul părților absorptive condiția de unitaritate în aproximația biparticulă în canalul direct și cel de anihilare. Rezultatele teoretice obținute /20/ sînt comparate cu datele experimentale (figurile 1-6) și cu alte rezultate teoretice existente în acest domeniu /21 a,b/, /22/, /23/.

Capitolul 4 este dedicat regulilor de sumă ce s-au stabilit exploatînd teoremele de energii joase și proprietățile analitice ale amplitudinilor invariante A_1 , egalități și inegalități care exprimă legături simple între constante fizice ale nucleonului : masa, sarcina, momentul magnetic anomal, polarizabilitățile electromagnetice generalizate și integrale asupra unor

mărimi fizice măsurabile sau calculabile teoretic, de exemplu, secțiuni eficace pentru împrăștierea γ -nucleon sau mărimi caracterizând fotoproducerea de particule /24 a,b/, /25 a,b/, /26/.

Obiectivele lucrării prezentate sînt :

(a) cercetarea și exploatarea posibilității de a folosi în studiul împrăștierii elastice γ -proton o reprezentare de dispersie presupusă pentru setul de amplitudini A_1 /lo a/, libere de singularități și zerouri cinematice. Acest lucru se realizează prin calculul direct al secțiunii eficace diferențiale nepolarizate a efectului Compton pe proton la diferite unghiuri de împrăștiere și un domeniu energetic $0 \leq \omega \leq 450$ MeV și compararea rezultatelor obținute cu experiențele existente și alte rezultate teoretice. Pînă la lucrarea /20/, inclusă în teza de doctorat prezentată, nu au existat în literatură calcule care să folosească concret setul de amplitudini invariante /lo a/; această situație s-a datorat apariției destul de tîrziu (1968) a lucrărilor care determinau setul corect de amplitudini invariante Compton cît și ideii /22/ că setul cel vechi de amplitudini Prange /27/, Hearn și Leader /6/, ne asigurînd automat teorema de energii joase pentru amplitudinea de împrăștiere Compton pe nucleon, necesită substrații care ar putea fi folosite în scopul îmbunătățirii comportării asimptotice a reprezentării de dispersie^{*}. Această condiție nu este necesară, în lucrarea /20/ demonstrîndu-se posibilitatea folosirii unei reprezentări de dispersie postulată direct pentru

^{*}) O atenție specială în cadrul acestei discuții merită lucrarea foarte recentă /23/ în care deși se lucrează cu setul de amplitudini Hearn-Leader, constrîngerile impuse de zerourile cinematice sînt exact luate în considerație.

amplitudinile invariante A_1 /10 a/ libere de singularități și zerouri cinematice; reprezentarea noastră de dispersie este simplă, rezonabilă din punctul de vedere al comportării asimptotice a amplitudinilor, nu necesită subtracții ad-hoc pentru satisfacerea teoremelor de energii joase, fiind astfel avantajoasă ca metodă de tratare a procesului $\gamma + p \rightarrow \gamma' + p'$ (Capitolul III).

(b) calculul polarizabilităților electromagnetice generalizate $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$, atât pe baza unei reguli de sumă care rezultă direct din reprezentarea de dispersie admisă în capitolul III pentru amplitudinea invariantă relevantă cât și pe baza unei reguli de sumă stabilită pornind de la o relație de dispersie pentru aceeași amplitudine, nesubstrasă, la unghi de împrăștiere 180° . Această din urmă regulă de sumă prezintă avantajul că părțile absorptive atât în canalul direct cât și în canalul de anihilare se calculează la unghi de împrăștiere fizic. Cele două reguli de sumă confirmă ordonarea $\bar{\alpha} > \bar{\beta}$, rezultat teoretic în concordanță cu datele experimentale actuale /15/ (Capitolul IV).

(c) stabilirea unei teoreme de energii joase în ordinul ω^5 pentru amplitudinile de helicitate și pentru secțiunea eficace diferențială nepolarizată a procesului $\gamma + p \rightarrow \gamma' + p'$. Această teoremă o considerăm necesară pe de o parte pentru extragerea mai corectă din experiențele existente a mărimilor $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ cât și pentru posibilitatea definirii în cadrul efectului Compton pe nucleon a altor constante de structură a nucleonului cum ar fi, de exemplu, polarizabilitățile electromagnetice cuadrupolare /29/. Prin fitarea formulei pentru secțiunea eficace diferențială nepolarizată în ordinul ω^5 cu datele experimentale /15/ am obținut valori modificate față de cele din lucrarea /15/ pentru $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$, dar care

respectă în continuare ordonarea $\bar{\alpha} > \bar{\beta}$. (Capitolul II).

(d) stabilirea unei inegalități pe baza proprietăților de analiticitate ale amplitudinilor invariante Compton, între expresii conținând mărimi fizice măsurabile, proprietăți statice ale nucleonului și integrale asupra secțiunii eficace diferențiale pentru procesul $\gamma + p \rightarrow \gamma' + p'$ (Capitolul IV).

În cele ce urmează, vom prezenta pe scurt conținutul celor 4 capitole ale tezei de doctorat.

CAPITOLUL I

Am adoptat convențiile și notațiile din cartea lui J.D. Bjorken și S.D.Drell^{*)} /30/.

Relatii cinematice mai importante

Matricea de împrăștiere pentru procesul $\gamma(k) + N(p) \rightarrow \gamma'(k') + N'(p')$ este :

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i(2\pi)^4 \delta^4(p' + k' - p - k) \frac{-1/2}{(2\pi)^{-5}} \times \epsilon_{\mu} \cdot + (k') \bar{u}(p') T^{\mu\nu}(p', k'; p, k) u(p) \epsilon_{\nu}(k), \quad (I.1)$$

$\epsilon_{\nu}(k)$ ($\epsilon'_{\mu}(k')$) = vectorii de polarizare al fotonului incident (emergent), care conform cu invarianța la etalonare satisfac relațiile :

$$\epsilon \cdot k = \epsilon' \cdot k' = 0 \quad (I.2)$$

Introducând sistemul de cuadri-vectori independenți :

$$Q = k - k' = p - p', \quad K = \frac{1}{2}(k + k'), \quad P = \frac{1}{2}(p + p'), \quad (I.3)$$

$$*) \quad c = \hbar = 1; \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}; \quad g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Nucleonul admitând două proiecții ale izospinului, proton și neutron, vom introduce matrici pentru sarcină și momentul magnetic

$$\text{anomal} : \hat{e} = \begin{pmatrix} e & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ și } x = \begin{pmatrix} e x_0 & 0 \\ 0 & e x_n \end{pmatrix}, \quad x = 1,79, \quad x_n = -1,91.$$

invarianții Mandelstam sînt definiți prin :

$$s = (k+p)^2 = m^2 + 2P \cdot K - \frac{1}{2} Q^2$$

$$t = (k'-k)^2 = Q^2 \quad ; \quad (I.4)$$

$$u = (k-p')^2 = m^2 - 2P \cdot K - \frac{1}{2} Q^2 \quad (I.5)$$

$$s + t + u = 2m^2.$$

Vom considera că matricea de împrăștiere $T^{\mu\nu}$ (I.1) descrie simultan următoarele procese :

$$\begin{aligned} \gamma(k)+N(p) \rightarrow \gamma'(k')+N'(p') & - \text{canalul } s- : \langle \gamma'(k')N'(p') | T | \gamma(k)N(p) \rangle = \\ & = \epsilon_{\mu}^{+}(k') \bar{u}(p') T^{\mu\nu} u(p) \epsilon_{\nu}(k) \\ \gamma'(-k')+N(p) \rightarrow \gamma(-k)+N'(p') & - \text{canalul } u- : \langle \gamma(-k)N'(p') | T | \gamma'(-k')N(p) \rangle = \\ & = \epsilon_{\mu}^{+}(-k) \bar{u}(p') T^{\mu\nu} u(p) \epsilon_{\nu}(-k') \\ \bar{N}(-p')+N(p) \rightarrow \gamma'(k')+\gamma(-k) & - \text{canalul } t- : \langle \gamma(-k)\gamma'(k') | T | N(p)\bar{N}(-p') \rangle = \\ & = \epsilon_{\mu}^{+}(k') \bar{v}(-p') T^{\mu\nu} u(p) \epsilon_{\nu}^{+}(-k), \quad (I.6) \end{aligned}$$

descrise de aceleași funcții $T^{\mu\nu}$ dar evaluate pentru fiecare caz în parte în regiunea de variabile corespunzînd procesului fizic respectiv; de exemplu, regiunea fizică a canalului $s-$ este :

$$t \leq 0, \quad s \geq s_{\min} = -\frac{t}{2} + m^2 + \sqrt{(-t)(m^2 - \frac{t}{4})}. \quad (I.7)$$

Cîteva relații cinematice, în diferite sisteme de referință, sînt strict necesare pentru urmărirea lucrării :

a. sistemul centrului de masă al canalului s : $\vec{k} + \vec{p} = \vec{k}' + \vec{p}' = 0$
 $s \equiv W^2; \quad t = -2\omega_c^2(1 - \cos\theta_c), \quad \cos\theta_c = \vec{k} \cdot \vec{k}' \equiv y \quad (I.8)$

b. sistemul laboratorului al canalului $s-$: $\vec{p} = 0,$
 $k_0 = \omega, \quad s = 2m\omega + m^2 \quad (I.9)$

$$k'_0 \equiv \omega' = \frac{s - m^2 + t}{2m}, \quad v = \frac{m}{2}(\omega + \omega'), \quad \frac{\omega'}{\omega} = \frac{1}{1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos\theta_L)},$$

$$t = -2\omega\omega'(1 - \cos\theta_L), \quad \cos\theta_L \equiv Z.$$

c. sistemul centrului de masă al canalului $t-$:

$$\vec{Q} = \vec{k}' - \vec{k} = \vec{p} - \vec{p}' = 0, \quad Q_0 = \sqrt{t} \quad (I.10)$$

$$k'_0 = -k_0 = p_0 = -p'_0, \quad p = \frac{1}{2}\sqrt{t - 4m^2}, \quad \cos\varphi \equiv \vec{p} \cdot \vec{k} = \frac{u - s}{\sqrt{t(t - 4m^2)}}$$

In cazul împrăștierei Compton pe particule de spin 1/2 fără moment magnetic anomal și fără structură, matricea $T^{\mu\nu}$ corespunzătoare conduce la expresia secțiunii eficace diferențială nepolarizată dedusă de Klein-Nishina /30/; ținând cont de existența momentului magnetic anomal, expresia corespunzătoare pentru secțiunea eficace diferențială nepolarizată a fost dedusă de Powell /31/. In general, pentru nucleon, forma matricii $T^{\mu\nu}$ este restricționată de impunerea unor condiții principiale generale : invarianța de etalonare, invarianța la transformările Lorentz, invarianța la inversia spațială și conjugarea de sarcină; impunându-se în continuare condiția ca amplitudinile invariante obținute prin proiecția amplitudinii de împrăștiere pe setul complet de 6 operatori să nu aibă singularități și zerouri cinematice, se obțin amplitudinile A_1 , cu care vom lucra în cele ce urmează. Definiția acestor amplitudini este următoarea /lo a/ :

$$T^{\mu\nu} = \sum_{i=1}^6 \alpha_i A_i \quad (I.11)$$

$$\begin{aligned} \text{cu } \alpha_1 &= K^2 I \ell_1 I ; \alpha_2 = K^2 I \ell_7 I , \alpha_3 = I [m \ell_2 - (P.K) \ell_1 - K^2 \ell_6] I , \\ \alpha_4 &= I [K^2 \ell_5 - m K^2 \ell_1 + (P.K) \ell_2] I , \alpha_5 = I [K^2 \ell_3 - \frac{1}{2} (P^2 K^2 - (P.K)^2) \ell_1] I \\ \alpha_6 &= I [\ell_4 + \frac{1}{2} (P.K) m \ell_1 - \frac{1}{2} P^2 \ell_2 - \frac{1}{2} (P.K) \ell_5 + \frac{1}{2} m K^2 \ell_6 + \frac{1}{2} (P.K) \ell_7] I \end{aligned} \quad (I.11a)$$

unde

$$I^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k \cdot k'}$$

$$\begin{aligned} \ell_1 &= g^{\mu\nu} , \ell_2 = g^{\mu\nu} (\gamma.K) , \ell_3 = P^\mu P^\nu , \ell_4 = P^\mu (\gamma.K) P^\nu , \ell_5 = P^\mu \gamma^\nu + \gamma^\mu P^\nu , \\ \ell_6 &= \frac{1}{2} [\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu] , \ell_7 = \frac{1}{2} [\gamma^\mu (\gamma K) \gamma^\nu - \gamma^\nu (\gamma K) \gamma^\mu] . \end{aligned}$$

Funcțiile invariante $A_1(s, t, u)$ satisfac condițiilor :

$$A_1(s, t, u) = \eta_1 A_1^*(u, t, s); \quad \eta_1 = \begin{cases} 1 & , i=1, 2, 4, 5 \\ -1 & , i=3, 6 \end{cases} \quad (I.12)$$

Permutarea $s \leftrightarrow u$ corespunde schimbării $v \rightarrow -v$ la $t = \text{constant}$.

Definind amplitudinile de helicitate în canalul s - prin relația :

$$f_{\lambda_c \lambda_d, \lambda_a \lambda_b}^s = - \epsilon_{\mu}^+(k', \lambda_d) \bar{u}_{\lambda_c}(p') T^{\mu\nu} \epsilon_{\nu}(k, \lambda_a) u_{\lambda_b}(p) \quad (I.13)$$

și amplitudinile de helicitate în canalul t - prin

$$f_{\mu_c \mu_d, \lambda_a \lambda_b}^t = \epsilon_{\mu}^+(k', \mu_c) \epsilon_{\nu}^+(-k, \mu_d) \bar{v}_{\lambda_b}(-p') T^{\mu\nu} u_{\lambda_a}(p), \quad (I.14)$$

se pot obține prin calcul direct relațiile cinematice care leagă aceste amplitudini de amplitudinile invariante A_i .

Normarea amplitudinilor de helicitate în canalul s - este astfel încît secțiunea eficace diferențială nepolarizată a împrăștierii $\gamma + p \rightarrow \gamma' + p'$ în sistemul centrului de masă este :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{c.m.} &= \frac{m^2}{16\pi^2 s} \frac{1}{4} \sum_{(\lambda)=1}^{16} |f_{(\lambda)}^s|^2 = \\ &= \frac{1}{64\pi^2 s} \cdot \frac{1}{32} \left\{ t \left[(-2t^2 + 8m^2 t) |A_1|^2 - 2m^2 t^2 |A_2|^2 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (64v^2 + 8m^2 t) |A_3|^2 + (16v)(mt \operatorname{Re} A_2 A_3^* - t \operatorname{Re} A_1 A_3^*) \right] + (4v^2 - \frac{t^2}{4} + 8m^2 t) \right. \\ &\quad \left. \left[8(4v^2 + \frac{t^2}{4} + m^2 t) |A_4|^2 + (4v^2 - \frac{t^2}{4} + m^2 t) (2m^2 - \frac{t}{2}) |A_5|^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (8v^2 + \frac{t^2}{2} - 2m^2 t) |A_6|^2 + 8m(4v^2 - \frac{t^2}{4} + m^2 t) \operatorname{Re} A_4 A_5^* + 16vt \operatorname{Re} A_4 A_6^* \right] \right\} \quad (I.15) \end{aligned}$$

Introducere în dinamica procesului

Amplitudinile invariante A_i , libere de singularități și zero-uri cinematice, au fiecare în parte proprietățile analitice ale unei amplitudini descriind un proces de împrăștiere între particule fără spin. Structura analitică ce se poate presupune pentru fiecare din amplitudinile A_i este o reprezentare Mandelstam nesubstrasă în care domeniile de integrare sînt dictate de singularitățile impuse de unitaritate. Pentru reacțiile cu fotoni, invarianța de etalonare are o consecință interesantă și anume contribuția uninucleonică va apare atît în funcțiile simplu spectrale cît și cele dublu spectrale, astfel că structura contribuțiilor uninucleonice la funcțiile invariante A_i - pe care le vom numi simplu termenii Born ai acestor amplitudini este :

$$A_1^B = R_1^+ \left[\frac{1}{m^2-s} + \frac{1}{m^2-u} \right] + R_1^- \left[\frac{1}{m^2-s} - \frac{1}{m^2-u} \right] + R_1^{su} \frac{1}{(m^2-s)(m^2-u)}, \quad (I.16)$$

Rezultatul proiecției amplitudinii de împrăștiere Compton univ-nucleonice pe setul de operatori α_1 , (I.11) determină coeficienții R_1 în funcție de δ , λ /loa/.

În cele ce urmează vom împărți în două părți distincte amplitudinile A_1 :

$$A_1 \equiv A_1^B + A_1^C, \quad (I.17)$$

A_1^C fiind părțile de continuum ale amplitudinilor invariante A_1 , ele fiind determinate în teoria relațiilor de dispersie prin contribuția stărilor cu două sau mai multe particule ca stări intermediare în relația de unitaritate.

Cunoașterea dintr-un principiu dinamic, a funcțiilor dublu spectrale - din reprezentarea Mandelstam ar rezolva complet problema calculării amplitudinilor $A_1(s,t,u)$, dar nu aceasta este situația: teoria dinamică a interacțiunilor tari nu permite în prezent stabilirea concretă a ponderilor în reprezentarea Mandelstam pentru procesul de care ne ocupăm. Deoarece una din armele cele mai sigure pe care le avem la dispoziție este relația de unitaritate în diferite canale, vom încerca să construim pentru amplitudinile A_1 o reprezentare de dispersie unidimensională, rezonabilă din punct de vedere al comportării asimptotice, și în care să includem cât mai multă informație experimentală sigură. Părțile absorptive în A_1 , definite în canalele s- și t- prin relația :

$$\text{canalul s-}, s \geq (m+u)^2: \text{Im } A_1(s,t,u) \equiv A_1^{(s)}(s,t,u) = \frac{1}{2i} \left[A_1(s+ic,t) - A_1(s-ic,t) \right], \quad (I.18)$$

$$\text{canalul t-}, t \geq 4u^2: \text{Im } A_1(s,t,u) \equiv A_1^{(t)}(s,t,u) = \frac{1}{2i} \left[A_1(s,t,ic) - A_1(s,t-ic) \right],$$

vor fi calculate cu ajutorul relației de unitaritate corespunzătoare

fiecărui canal. Scrierea unei relații de dispersie unidimensionale pentru amplitudinile A_1 implică deci : îndeplinirea teoremei de energii joase a lui Low /3/, ipoteze de analiticitate, folosirea relației de unitaritate pentru calculul părților absorptive și ipoteze asimptotice care să asigure convergența integralelor corespunzătoare. Asupra comportării asimptotice singurele informații dinamice le avem prin predicțiile modelului polilor Regge, astfel că pentru respectarea acestor indicații în cazul unora din amplitudinile A_1 vor fi necesare subtracții /21b/, /32/.

Astfel, ne putem permite să scriem o reprezentare de dispersie la t - fixat nesubstrasă pentru amplitudinile A_3, A_4, A_5, A_6 , iar pentru combinația de amplitudini $(A_1 - A_3)$ și $(A_2 + \frac{1}{2}A_3)$, reprezentări de dispersie la t - fixat substrase la $u = u^2$; cele două funcții de subtracție $F_1(t), F_2(t)$ care apar astfel, vor fi calculate, la rândul lor, printr-o relație de dispersie nesubtrasă în t -, rămânând dependente de modelul dinamic admis pentru canalul de anihilare $N\bar{N} \rightarrow \gamma\gamma$.

Pentru evaluarea părților absorptive $A_1^{(s)}$ din canalele s - și u - reținem numai sistemele intermediare: 1 nucleon-stare care conduce la termenii A_1^B (I.15) și sistemul (πN) în stările de moment cinetic $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$; astfel, după izolarea termenilor Born, mărimile $A_1^{(s)}$ vor fi calculate în funcție de multipolii procesului de fotoproducere $N + \gamma \rightarrow \pi + N$, considerând în acest scop ultimele date experimentale existente /33/, /34a,b/.

În cealaltă- vom considera stările intermediare determinate de 1 mezon π^0 , și de sistemul de doi pioni, $(\pi\pi)$, cu moment cinetic total $J=0$. Vom izola din capul locului contribuția termenului uniparticulă din canalul t - care apare numai în amplitudinea A_2 sub forma unui termen polar :

$$A_2^{(\pi_0)} = \frac{2}{m} g_{\pi NN} F_\pi \frac{1}{\mu_0^2 - t} \quad (I.19)$$

unde $g_{\pi NN} \equiv g_\pi \approx \sqrt{4\pi} \times 14,5$ iar F_π - definit aici în convenția lui Lapidus și Kuang-Chao /35/ - este determinat pînă la semn de timpul de viață al procesului $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ prin

$$\tau_{\pi^0} = \frac{64\pi}{\mu_0^3 F_\pi^2} = 0,83 \times 10^{-16} \text{ sec.} \quad (I.20)$$

Astfel reprezentarea de dispersie admisă pentru cele 6 amplitudini invariante A_1 , pe care se bazează studiul efectului Compton pe proton pînă la energii medii, 400-450 MeV este următoarea :

$$\begin{aligned} \text{Re } A_{3,6}(s,t,u) &= A_{3,6}^B + \frac{1}{\pi} P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \left[\frac{1}{s'-s} - \frac{1}{s'-u} \right] A_{3,6}^{(s)}(s',t) , \\ \text{Re } A_{4,5}(s,t,u) &= A_{4,5}^B + \frac{1}{\pi} P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \left[\frac{1}{s'-s} + \frac{1}{s'-u} \right] A_{4,5}^{(s)}(s',t) , \\ \text{Re } A_1(s,t,u) - A_3(s,t,u) &= (A_1^B - A_3^B) + \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{4\mu^2}^{\infty} dt' \frac{A_1^{(t)}(t',u=m^2) - A_3^{(t)}(t',u=m^2)}{t' - t} \right. \\ &+ P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_1^{(s)}(s',u=m^2) - A_3^{(s)}(s',u=m^2)}{s' - m^2 + t} \left. \right\} + \\ &+ \frac{(u-m^2)}{\pi} \left\{ P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_1^{(s)}(s',t) + A_3^{(s)}(s',t)}{(s'-m^2)(s'-u)} - \right. \\ &- P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_1^{(s)}(s',t) - A_3^{(s)}(s',t)}{(s'-m^2+t)(s'-s)} \left. \right\} , \\ \text{Re } A_2(s,t,u) + \frac{1}{m} A_3(s,t,u) &= (A_2^B + \frac{1}{m} A_3^B) + \frac{2}{m} g_{\pi NN} F_\pi \frac{1}{\mu_0^2 - t} + \\ &+ \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{4\mu^2}^{\infty} dt' \frac{A_2^{(t)}(t',u=m^2) + \frac{1}{m} A_3^{(t)}(t',u=m^2)}{t' - t} + \right. \end{aligned} \quad (I.21)$$

$$\begin{aligned}
 & + P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_2^{(s)}(s', u=m^2) + \frac{1}{m} A_3^{(s)}(s', u=m^2)}{s' - m^2 + t} + \frac{(u-m^2)}{\pi} \\
 & \left\{ P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_2^{(s)}(s', t) - \frac{1}{m} A_3^{(s)}(s', t)}{(s'-m^2)(s'-u)} - \right. \\
 & \left. - P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_2^{(s)}(s', t) + \frac{1}{m} A_3^{(s)}(s', t)}{(s'-m^2+t)(s'-s)} \right\}.
 \end{aligned}$$

(P = integrală în valoare principală).

CAPITOLUL II TEOREME DE ENERGII JOASE PENTRU AMPLITUDINILE DE HELICITATE COMPTON

Rezultatul lucrărilor lui Low /3/ și Petrunkin /5c/ este conținut în următoarea expresie pentru matricea T a procesului $\gamma + N \rightarrow \gamma' + N'$, (I.1), în ordinul 2 în frecvența fotonului incident, scrisă în subspațiul spinorilor Pauli :

$$\begin{aligned}
 T = & \left(\frac{e^2}{m}\right) \left\{ \vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}' + i \frac{1}{m} \vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon}' \times \vec{\epsilon}) - i \frac{(1+x)}{2} \frac{\vec{\sigma}}{m\omega} \left[(\vec{\epsilon} \times \vec{k}) \times (\vec{\epsilon}' \times \vec{k}') \right] - \right. \\
 & - i \frac{(1+x)}{2} \frac{1}{m\omega} \left[(\vec{\epsilon} \cdot \vec{k}') \vec{\epsilon}' + (\vec{\sigma} \times \vec{k}') - (\vec{\epsilon}' \cdot \vec{k}) \vec{\epsilon} \cdot (\vec{\sigma} \times \vec{k}) \right] - \\
 & \left. - \frac{4\pi m}{e^2} \left[\bar{\alpha} \omega^2 \vec{\epsilon} \cdot \vec{\epsilon}' + \bar{\beta} (\vec{k} \times \vec{\epsilon}) \cdot (\vec{k}' \times \vec{\epsilon}') \right] \right\}. \quad (II.1)
 \end{aligned}$$

Această expresie pentru matricea T conduce la următoarea formă pentru secțiunea eficace diferențială nepolarizată a efectului Compton pe proton corectă pînă la ordinul ω^3 inclusiv /16/ :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab.}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab.}}^{\text{Powell}} - \left(\frac{e^2}{4\pi m}\right) \omega^2 \left[\bar{\alpha}(1+z^2) + 2\bar{\beta}z \right] \left[1 - 3\left(\frac{\omega}{m}\right)(1-z) \right], \quad (II.2)$$

unde primul termen este cel calculat în lucrarea /31/.

În lucrarea /19/ arătăm că rezultatul obținut de Barașenkov, Kaizer și Ogreba, /16/, este general : ca o consecință

a simetriei amplitudinilor A_1 la permutarea $s \leftrightarrow u$, $t = \text{constant}$, constantele de structură care determină secțiunea eficace diferențială nepolarizată a procesului $\gamma + N \rightarrow \gamma' + N'$ în ordinul ω^{2n} , $n \geq 1$ o determină și în ordinul $\omega^{(2n+1)}$. Formalizînd procesul împrăștierei Compton pe nucleon în termen de cele 6 amplitudini invariante A_1 , $A_1 \equiv A_1^B + A_1^C$ unde A_1^C sînt funcții analitice de (s, t, u) , (la $t = \text{constant}$, A_1^C sînt funcții analitice de v în planul complex v tăiat pe axa reală de-a lungul semiaxelor [$v_0 = \frac{2m\mu + \mu^2}{2} + \frac{t}{4}$, ∞) și $(-\infty, -v_0]$), putem exprima teoremele de energii joase pentru amplitudinile de helicitate $f_{\{\lambda\}}^S$ în termeni de $A_1^C(v, t)$. La energii joase, sub pragul de fotoproducere de mezonii, deci în regiunea $0 \leq v \leq \frac{\sqrt{2m + \mu^2}}{2} + \frac{t}{4}$ și $t \leq 0$, $A_1^C(v, t)$ sînt funcții reale de variabilele v, t , fără singularități, fiind deci corectă următoarea dezvoltare în serie de puteri, care ține cont de proprietățile de simetrie (I.12) :

$$\begin{aligned} A_1^C(v, t) &= \sum_{l, m=0}^{\infty} C_1^{l, m} v^{2l} t^m, \quad i=1, 2, 3, 4, 5 \\ A_1^C(v, t) &= v \sum_{l, m=0}^{\infty} C_1^{l, m} v^l t^m, \quad i=3, 6. \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Introducînd aceste dezvoltări în serie în expresiile amplitudinilor de helicitate $f_{\{\lambda\}}^S$ și a secțiunii eficace diferențiale nepolarizate, în ordinul ω^2 , obținem următoarea identificare :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} A_1^C(v=0, t=0) &= (\bar{\alpha} - \bar{\beta}), \\ \frac{m}{4\pi} \left[A_4^C(v=0, t=0) + \frac{m}{2} A_5^C(v=0, t=0) \right] &= (\bar{\alpha} + \bar{\beta}). \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

În lucrarea /19/ a fost extinsă teorema de energii joase pentru amplitudinile de helicitate Compton pe nucleon și secțiunea eficace diferențială nepolarizată în ordinul ω^4 (ω^5). Folosind dezvoltările în serie (II.3) se arată prin calcul direct că în amplitudinile de helicitate $f_{\{\lambda\}}^S$ în ordinul ω^4 apar următoarele

noi constante independente : valorile de prag ale amplitudinilor $A_{2,4,3,6}^C$ și primele derivate în raport cu v^2 și t ale amplitudinilor A_1^C și $(A_4^C + \frac{m}{2} A_5^C)$, adică constantele : $C_2^{0,0}, C_3^{0,0}, C_4^{0,0}, C_6^{0,0}$; $C_1^{1,0}, C_1^{0,1}$; $(C_4^{1,0} + \frac{m}{2} C_5^{1,0}), (C_4^{0,1} + \frac{m}{2} C_5^{0,1})$.
 Cu toate că în amplitudinile de helicitate $f_{(\lambda)}^S$ în ordinul ω^4 apar 8 noi mărimi independente necesare și suficiente pentru definirea lor (în ordinul ω^5 apar încă 8 constante noi), secțiunea eficace diferențială nepolarizată poate fi exprimată în ordinul ω^5 în funcție de numai patru constante independente, notate mai jos cu $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$, combinații lineare de cei 8 coeficienți introduși mai sus. Pe de altă parte, unul din termenii cei mai importanți din A_2^C , contribuția polului pionic, fiind cunoscut explicit, poate fi inclus exact în calculul secțiunii eficace diferențiale, /21 b/, astfel că vom redefini corespunzător coeficienții $C_2^{l,m}$, de exemplu $C_2^{0,0} + \bar{C}_2^{0,0} + \frac{2}{m} \frac{F_\pi g_{\pi NN}}{\mu_0^2}$.

În acest fel secțiunea eficace diferențială nepolarizată pentru procesul $\gamma + N \rightarrow \gamma' + N'$ în care contribuțiile termenilor uniparticulă (N, π^0) este inclusă exact, restul termenilor fiind calculați pînă în ordinul ω^6 este următoarea :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab.}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab.}}^{\text{Powell}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab.}}^{(\bar{\alpha}, \bar{\beta})} + \frac{2}{m^2} \left(\frac{\omega}{\mu_0}\right)^2 \frac{(1-z)}{\left[1 + \left(\frac{\omega}{m}\right)(1-z)\right]^3} B_\pi (B_\pi + E) - \frac{1}{4} \frac{e^2}{64\pi^2 m^2} \left[1 - 4 \left(\frac{\omega}{m}\right)(1-z)\right] \left(\frac{\omega}{m}\right)^4 \left[\bar{A} + \bar{B}_z + \bar{C}_z + \bar{D}_{z3}\right] + O(\omega^6) \quad (\text{II.5})$$

unde

$$B_\pi = \frac{\mu_0}{16\pi} g_{\pi NN} F_\pi \frac{t}{\mu_0^2 - t} ; \quad (\text{II.6})$$

$$E = \left(\frac{e^2}{4\pi}\right) \left(\frac{\mu_0}{2m}\right) \left[(1-z) + x^2 + x(3-z) \right]$$

iar prin $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{lab.}}^{(\bar{\alpha}, \bar{\beta})}$ am înțeles contribuția determinată prin constantele $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ pînă la ordinul ω^6 .

Scopul deducerii expresiei (II.5) pentru secțiunea eficace diferențială nepolarizată este dublu : (a) posibilitatea definirii unor noi constante de structură ale protonului - în anexa 1 se arată printr-un calcul intuitiv de electrodinamică clasică că o parte din coeficientul \bar{D} , de exemplu, poate fi considerată ca provenind din împrăștierea fotonilor pe un sistem cu polarizabilitate electrică cuadripolară statică λ (o analiză în unde parțiale pentru amplitudinile de helicitate Compton $f_{\{\lambda\}}^S$) ar permite o identificare precisă a constantelor de structură ale protonului care se manifestă în secțiunea eficace în ordine superioare în ω).

(b) refacerea extragerii din datele experimentale existente a valorilor polarizabilităților electromagnetice generalizate $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, ținând cont de termenii de ordin superior; acest lucru îl considerăm necesar deoarece experiențele efectuate cu rezoluție bună și ale căror rezultate le vom considera, /15/, merg pînă la energii ω , în jur de 100 MeV, care pot fi prea mari pentru valabilitatea relației (II.2). Pe de altă parte, după cum vom rediscuta în capitolele următoare, mărimea $(\bar{\alpha} + \bar{\beta})$ poate fi calculată pe baza unei reguli de sumă dedusă din relația de dispersie Gell-Mann, Goldberger, Thiring /4/, direct din datele experimentale asupra secțiunii totale de fotoabsorbție pe proton, σ_T ; analiza numerică a lui Damashek și Gilman /36/ conduce la următorul rezultat :

$$(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} d\omega \frac{\sigma_T(\omega)}{\omega^2} = 14,1 \pm 0,3) \times 10^{-4} \text{ fm}^3 . \quad (\text{II.7})$$

$\mu(1 + \frac{h}{2m})$

Calculul mărimii $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$, în schimb, este puternic afectat de model, dificultatea principală datorîndu-se influenței canalului de anihilare. Influența canalului de anihilare asupra termenilor de or-

din superior $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$, care se manifestă prin intermediul coeficientului :

$$C_1^{0,1}(\text{anihilare}) = \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} dt' \frac{[A_1^{(t)}(t', u=m^2) - A_3^{(t)}(t', u=m^2)]}{t'^2} \quad (\text{II.8})$$

este mai mică deoarece integrandul în (II.8) scade mai rapid decât în expresia corespunzătoare care apare în $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$.

În aceste condiții am efectuat fitarea prin metoda celor mai mici pătrate a expresiei (II.5) pentru secțiunea eficace cu datele experimentale /15/, impunând restricția (II.7), în scopul găsirii valorii optime pentru parametrul $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$ în două cazuri:

(a) un singur parametru, $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$; $C_1^{0,1}(\text{anihilare})$ calculat într-un model concret pentru canalul de anihilare și anume contribuția graficelor Feynmann de ordinul 4, /21 a/, /7/.

(b) doi parametri liberi $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$ și $C_1^{0,1}(\text{anihilare})$.

Calculul coeficienților $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$, exceptând contribuția, $C_1^{0,1}(\text{anihilare})$, a fost făcută pe baza relațiilor de dispersie (I.21), părțile absorptive $A_1^{(s)}$ fiind calculate prin datele de fotoproducere /33/, /34a/.

Rezultatele numerice sînt următoarele :

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad (\bar{\alpha} - \bar{\beta}) &= 19,41 \times 10^{-4} \text{ fm}^3 \\ \left(\frac{\mu}{M}\right)^4 (16m^5) C_1^{0,1}(\text{anihilare}) &= -0,1030 \quad (\text{II.9}) \\ \text{(b)} \quad (\bar{\alpha} - \bar{\beta}) &= 15,53 \times 10^{-4} \text{ fm}^3 \\ \left(\frac{\mu}{M}\right)^4 (16m^5) C_1^{0,1}(\text{anihilare}) &= -0,3788 . \end{aligned}$$

Rezultatul fitului realizat în lucrarea /15/ pe baza aceluiași date experimentale ca mai sus și a formulei de ordinul ω^3 (II.2), pentru secțiunea eficace, fără a impune restricția (II.7) este :

$$\bar{\alpha} = (10,7 \pm 1,1) \times 10^{-4} \text{ fm}^3, \quad \bar{\beta} = (-0,7 \pm 1,6) \times 10^{-4} \text{ fm}^3,$$

Observăm că modificarea valorilor parametrilor $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ obținută prin luarea în considerare a termenilor de ordin superior (restricția (II.7) influențează puțin rezultatul fitului) este astfel încât se respectă în continuare ordonarea $\bar{\alpha} > \bar{\beta}$, obținută și în lucrarea /15/.

CAPITOLUL III IMPRAȘTIEREA COMPTON PE NUCLEON LA ENERGII JOASE ȘI INTERMEDIARE

Calculul secțiunii eficace nepolarizate Compton pe proton a fost realizat pentru energii $\omega < 450$ MeV și diferite unghiuri de împrăștiere pe baza reprezentării de dispersie (I.21).

Părțile absorptive în canalul $s-A_1^{(s)}$ au fost evaluate pe baza relației de unitaritate biparticulă în funcție de elementele matricii T ale procesului $\gamma + N \rightarrow \pi + N$:

$$\text{abs } f_{\lambda_c \lambda_d, \lambda_a \lambda_b}^s = 2\pi |\vec{q}| \frac{\sqrt{s}}{m \omega_c^2} \frac{\Sigma}{\lambda' \tau'} \frac{\Sigma}{J} (J + \frac{1}{2}) \cdot \langle J \lambda_c \lambda_d | \tau' T_{(s)}^+ | J \lambda'_0 \rangle \times \\ \times \langle J \lambda'_0 | \tau' T_{(s)} | J \lambda_a \lambda_b \rangle d_{\lambda \mu}^J(\theta_c) \quad (\text{III.1})$$

unde \vec{q} este impulsul pionului intermediar în sistemul centrului de masă, $\lambda = \lambda_a - \lambda_b$, $\mu = \lambda_c - \lambda_d$, λ' , τ' , respectiv, helicitatea și izospinul nucleonului intermediar. Suma asupra lui J a fost extinsă numai asupra valorilor $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, ceea ce în domeniul energetic în care lucrăm reprezintă o bună aproximație. (Calculul concret arată că $J = \frac{5}{2}$ reprezintă o corecție de numai aproximativ 3% față de contribuția primelor două unde). Restrîngerea numai la aceste valori a lui J este datorită și situației prezente a analizei în multipoli a datelor experimentale de fotoproducere. Revenind la reprezentarea de dispersie (I.21) observăm că pentru combinația de amplitudini (A_1-A_3) putem face o modificare avanta-

joasă, introducând explicit informația experimentală asupra polarizabilităților electromagnetice generalizate prin exprimarea funcției de substracție în t ca relație de dispersie în t - substrasă la $t=0$; se obține astfel :

$$\begin{aligned} \text{Re}(A_1 - A_3) &= (A_1^B - A_3^B) + 4\pi(\bar{\alpha} - \bar{\beta}) + \\ &+ t \left\{ \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} dt' \frac{[A_1^{(t)}(t', u=m^2) - A_3^{(t)}(t', u=m^2)]}{t'(t' - t)} - \right. \\ &- \frac{1}{\pi} P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{[A_1^{(s)}(s', u=m^2) - A_3^{(s)}(s', u=m^2)]}{(s'-m^2)(s'-m^2+t)} \left. \right\} + \frac{(u-m^2)}{\pi} \\ &\left\{ P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_1^{(s)}(s', t) + A_3^{(s)}(s', t)}{(s'-m^2)(s'-u)} - P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_1^{(s)}(s', t) - A_3^{(s)}(s', t)}{(s'-m^2+t)(s'-s)} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

Această substracție are și avantajul că îmbunătățind convergența integralei în t' atenuează dependența de modelul de anihilare adoptat. Pentru A_2 nu are sens să facem aceeași operație deoarece nu avem informație experimentală directă pentru $A_2^c(t=0, u=m^2)$. De altfel, partea dependentă de canalul de anihilare a amplitudinii A_2 este în primul rând determinată de contribuția cunoscută a polului pionic deoarece contribuția biparticulă $\pi\pi + \gamma\gamma$ și $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ apare în A_2 numai prin unde $J \geq 2$.

Calculul părților absorptive în canalul t - $A_1^{(t)}$ se face tot pe baza relației de unitaritate biparticulă în funcție de amplitudinile de împrăștiere ale proceselor $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ și $\pi\pi \rightarrow \gamma\gamma$;

în această aproximație pentru $t \geq 4\mu^2$ avem :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 A_1^{(t)}(s, t, u) \epsilon_{\mu}^+(\vec{k}') \epsilon_{\nu}^+(-\vec{k}) \bar{v}(-\vec{p}') \propto \sum_{\mu\nu} u(\vec{p}) = \\ = - \frac{1}{64\pi^2} \left(\frac{t-4\mu^2}{t} \right)^{1/2} \int_{\text{izospin}} d\Omega_{\vec{k}} \langle \gamma_{\mu} \gamma_{\nu} | \pi^+ \pi_2^- \rangle \langle \pi_1^+ \pi_2^- | T^+ | N\bar{N} \rangle, \quad (\text{III.3}) \end{aligned}$$

unde se integrează pe unghiul solid al impulsului \vec{k} relativ, al celor doi mezozi π , în sistemul centrului de masă.

Amplitudinile proceselor $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ și $\pi\pi \rightarrow \gamma\gamma$ se descompun în unde parțiale, respectiv, /37/ , :

$$\langle \pi\pi | T | \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle = - \frac{4\pi}{m} \frac{1}{p} \sum_J (2J+1) (p\ell)^J f_+^J(t) P_J(\cos \varphi) , \quad (III.4)$$

$$\langle \pi\pi | T | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle = - \frac{4\pi}{m} \cdot \frac{1}{p} \sum_J \frac{(2J+1)}{\sqrt{J(J+1)}} (p\ell)^J f_-^J(t) \sin\varphi P_J'(\cos\varphi) ,$$

și, /38 a,b/ :

$$\langle 1, 1 | T | \pi\pi \rangle = - \sum_J (2J+1) (k\ell)^J g_+^J(t) P_J(\cos \chi) \quad (III.5)$$

$$\langle 1, -1 | T | \pi\pi \rangle = - \sum_J \frac{(2J+1)}{\sqrt{(J-1)J(J+1)(J+2)}} (k\ell)^J g_-^J(t) \sin^2\chi P_J''(\cos\chi) .$$

Descompunerea izotopică corespunzătoare este :

$$T_{\alpha\beta} = T^{(+)} \delta_{\alpha\beta} + T^{(-)} \frac{1}{2} [\tau_\alpha, \tau_\beta] , \quad (III.6)$$

$$T^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{6}} T^{I=0} , \quad T^{(-)} = \frac{1}{2} T^{I=1} ,$$

și

$$\langle \gamma\gamma | T | \pi^+ \pi^- \rangle = \frac{2}{3} T^{I=0} + \frac{1}{3} T^{I=2} \quad (III.7)$$

$$\langle \gamma\gamma | T | \pi^0 \pi^0 \rangle = \frac{2}{3} T^{I=0} - \frac{2}{3} T^{I=2}$$

În calculul care ne interesează aici contribuie numai stările cu $I=0$ și vom face aproximația de a reține numai unda $J=0$; obținem astfel în punctul $u=m^2$:

$$\left[A_2^{(+)}(t) (s, t, u=m^2) + \frac{1}{m} A_3^{(+)}(t) (s, t, u=m^2) \right] = 0 , \quad (III.8)$$

$$\left[A_1^{(+)}(t) (s, t, u=m^2) - A_3^{(+)}(t) (s, t, u=m^2) \right] = - \frac{4}{t} \sqrt{\frac{t-4\mu^2}{t}} \times \frac{1}{(4m^2-t)} f_+^{(+)\circ}(t) g_+^{(o)\circ}(t) .$$

Funcția $f_+^{(+)\circ}(t)$ există tabelată în literatură pentru $4\mu^2 \leq t \leq 50\mu^2$, obținută ca extrapolare din regiunea $-26\mu^2 \leq t \leq 4\mu^2(1 - \frac{\mu^2}{4m^2})$, unde poate fi determinată direct din datele experimentale asupra procesului $\pi + N \rightarrow \pi + N$ /39 a,b,c/. Deoarece însă, pentru funcția

$g_+^{(o)\circ}(t)$ nu avem informații experimentale am adoptat o metodă unitară de tratare a celor două amplitudini, $f_+^{(+)\circ}$ și $g_+^{(o)\circ}$ pe baza modelului N/D , în care se folosește o parametrizare convena-

bilă a amplitudinii de împrăștiere $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$, cu parametrii extrași din experiență, și care ne asigură că produsul $f_+^{(+)\circ} g_+^{(o)\circ}$ este real. Această metodă a fost folosită de Köberle /28/, în lucrarea /20/ fiind recalculați parametrii optimi conform cu noile date experimentale asupra fazei împrăștierei $\pi\pi, \delta_0^0$. Modelul admis de noi respectă, pe domeniul $4\mu^2 \leq t \leq 16\mu^2$, - în care unitaritatea bi-particulă este exactă și pe care s-au extins integralele în t - din reprezentarea de dispersie (I,21) - ordinul de mărime și faza funcției $f_+^{(+)\circ}$ obținută din extrapolarea datelor experimentale. Funcția $g_+^{(o)\circ}$ obținută este apropiată de aproximația sa Born, $g_+^{(o)\circ}$, Born. În prezent studiul procesului $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ este reactualizat în literatură, /38 b/, datorită rolului pe care îl joacă în caracterizarea reacției $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \pi\pi$, foarte interesantă în contextul dezvoltării experiențelor cu ciocniri e^+e^- în fascicule intersectate, din ultimii ani; astfel calculul efectului canalului de anihilare asupra împrăștierei elastice γ pe proton trebuie continuat odată cu acumularea informațiilor teoretice și experimentale asupra undelor parțiale ale procesului $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$.

Expresia finală a secțiunii eficace diferențiale nepolarizate după care s-a efectuat calculul numeric este :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab.}(\omega, Z) = & \frac{\alpha^2}{2m^2} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\omega}{m}\right)(1-Z)\right]^3} \left\{ (1+Z^2) \left[1 + \left(\frac{\omega}{m}\right)(1-Z) \right] + \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \left[(1-Z)^2 + f \right] \right\} - \\ & - \frac{1}{512\pi^2 m^2} \frac{\left(\frac{\omega}{m}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{\omega}{m}\right)(1-Z)\right]^5} \left\{ (1-Z)^2 \left[2 + 2\left(\frac{\omega}{m}\right)(1-Z) + \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 (1-Z) \right] \cdot \right. \\ & \left. \left[2m^3 \operatorname{Re} A_1^C \cdot a_1 - 4\left(\frac{\omega}{m}\right)^2 m^6 |A_1^C|^2 \right] + (1-Z)^3 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \left[2m^4 \operatorname{Re} A_2^C \cdot a_2 - 4\left(\frac{\omega}{m}\right)^2 m^8 |A_2^C|^2 \right] \right. \\ & + (1-Z)^2 \left[(3+Z) + (1-Z)(3+Z)\left(\frac{\omega}{m}\right) + (1-Z)^2 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \right] \left[2m^3 \operatorname{Re} A_3^C \cdot a_3 - \right. \\ & \left. - 4\left(\frac{\omega}{m}\right)^2 m^6 |A_3^C|^2 \right] + 2(1-Z)^2 \left(\frac{\omega}{m}\right) \left[2 + \left(\frac{\omega}{m}\right)(1-Z) \right] \left[m^3 \operatorname{Re} A_3^C \cdot a_2 + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + m^4 \operatorname{Re} A_2^C \cdot a_3 - 4 \left(\frac{\omega}{m}\right) m^7 \operatorname{Re} (A_2^{C*} A_3^C) \Big] - 2(1-Z)^2 \left(\frac{\omega}{m}\right) \left[2 + \left(\frac{\omega}{m}\right) (1-Z) \right] \times \\
 & \times \left[m^3 \operatorname{Re} A_1^C \cdot a_3 + m^3 \operatorname{Re} A_3^C \cdot a_1 - 4 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \cdot m^6 \operatorname{Re} (A_1^{C*} A_3^C) \right] + \\
 & + 2(1+Z) \left[(1+Z) + (1-Z) (1+Z) \left(\frac{\omega}{m}\right) + (1-Z)^2 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \right] \times \left[2m^4 \operatorname{Re} A_4^C \cdot a_4 - \right. \\
 & - 4 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \cdot m^8 |A_4^C|^2 \Big] + \frac{1}{2} (1+Z)^2 \left[1 + (1-Z) \left(\frac{\omega}{m}\right) + \frac{1}{2} (1-Z) \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \right] \times \\
 & \times \left[2m^5 \operatorname{Re} A_5^C \cdot a_5 - 4 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 m^{10} |A_5^C|^2 \right] + \\
 & + (1+Z) \frac{1}{2} \left[(3-Z) + (3-Z) (1-Z) \left(\frac{\omega}{m}\right) + (1-Z)^2 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \right] \times \left[2m^4 \operatorname{Re} A_6^C \cdot a_6 - \right. \\
 & - 4 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 m^8 |A_6^C|^2 \Big] + 2(1+Z)^2 \left[1 + \left(\frac{\omega}{m}\right) (1-Z) \right] \left\{ m^4 \operatorname{Re} A_4^C \cdot a_5 + m^5 \operatorname{Re} A_5^C \cdot a_4 - \right. \\
 & - 4 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \cdot m^9 \operatorname{Re} (A_4^{C*} A_5^C) \Big] - 2(1+Z) (1-Z) \left(\frac{\omega}{m}\right) \left[2 + (1-Z) \left(\frac{\omega}{m}\right) \right] \left\{ m^4 \operatorname{Re} A_4^C \cdot a_6 + \right. \\
 & \left. + m^4 (\operatorname{Re} A_6^C) a_4 - 4 \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 m^8 \operatorname{Re} (A_4^{C*} A_6^C) \right\} , \\
 f \equiv f(Z) & = \left[2x + \frac{9}{2} x^2 + 3x^3 + \frac{3}{4} x^4 \right] + [-4x - 5x^2 - 2x^3] Z + \left[2x + \frac{1}{2} x^2 - x^3 - \frac{1}{4} x^4 \right] Z^2 , \\
 a_1 & = (4\pi\alpha) \left\{ 4 \left[1 + \left(\frac{\omega}{m}\right) (1-Z) \right] + \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 (1-Z) (2x+x^2) \right\} , \\
 a_2 & = (4\pi\alpha) \left\{ 4(1+x) \left[1 + \left(\frac{\omega}{m}\right) (1-Z) \right] - \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 (1-Z) (2x+x^2) \right\} , \\
 a_3 & = (4\pi\alpha) \left(\frac{\omega}{m}\right) (2x+x^2) \left[2 + \left(\frac{\omega}{m}\right) (1-Z) \right] , \\
 a_4 & = (4\pi\alpha) \left\{ 4(1+x) \left[1 + \left(\frac{\omega}{m}\right) (1-Z) \right] - x^2 (1-Z) \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \right\} , \\
 a_5 & = (4\pi\alpha) \left\{ (-8x) \left[1 + \left(\frac{\omega}{m}\right) (1-Z) \right] , \quad a_6 = (4\pi\alpha) (-2x^2) \left(\frac{\omega}{m}\right) \left[2 + \left(\frac{\omega}{m}\right) (1-Z) \right] \right\} .
 \end{aligned}$$

Părțile reale ale amplitudinilor A_i^C rezultă din reprezentarea de dispersie (I.21), iar părțile imaginare sînt calculate prin relația de unitaritate biparticulă în canalul s - în funcție de multipolii de fotoproducere tabelați, începînd cu $\omega \geq \mu + \frac{\mu^2}{2m}$.

Integralele pe canalul de anihilare se extind pe regiunea $4\mu^2 \leq t \leq 16 \mu^2$ unde unitaritatea biparticulă este strict corectă. Rezultatele calculului numeric au fost prezentate în lucrările /19/, /20/. În figurile 1-6 este reprezentată secțiunea eficace diferențială nepolarizată în cîteva din cazurile calculate, /20/, și incluse în teza de doctorat; pentru a putea aprecia semnificația

aproximațiilor făcute și contribuția diferiților termeni din modelul considerat pentru părțile reale ale amplitudinilor A_i^C la secțiunea eficace diferențială, în figura 7 am reprezentat pentru cazul $\theta_C = 139^\circ$, $F_\pi < 0$, caz în care efectele sînt mai pronunțate - aceste contribuții relative la secțiunea eficace diferențială nepolarizată. Pentru fiecare caz în parte calculele au fost făcute atât cu $F_\pi > 0$ cît și cu $F_\pi < 0$, deoarece semnul acestei mărimi nefiind încă definitiv stabilit studiul efectului Compton pe proton ne poate furniza oarecare informații asupra sa. Pe baza studierii rezultatelor numerice se poate aprecia o îmbunătățire a curbelor teoretice față de lucrările /21 b/, /22/, /28/ în regiunea rezonanței $N_{3/2}^*$ ($w \sim 320$ MeV) în special la $\theta_C = 90^\circ$ și a distribuțiilor unghiulare la energii mari (fig.5-6). Aceste îmbunătățiri le putem considera ca datorate pe de o parte reprezentării de dispersie admise, iar pe de altă parte multipolilor de fotoproducere folosiți și modelului adoptat pentru canalul de anihilare (în calculele noastre nu există parametri liberi, ajustabili în scopul îmbunătățirii comparației cu experiența).

Calcularea mărimii $(\bar{\alpha}-\beta)$ în modelul dinamic admis mai sus conduce la valoarea $10,2 \times 10^{-4} \text{ fm}^3$, valoare foarte apropiată de rezultatul experimental /15/. Astfel utilizarea relației (III.2) în loc de cea corespunzătoare pentru (A_1-A_3) din (I.21) duce la o modificare a rezultatelor de numai 4%. Semnificația notațiilor din figura 7 este următoarea :

$$\Delta_1(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_1^{(s)}(s', u=m^2) - A_3^{(s)}(s', u=m^2)}{s' - m^2 + t}$$

$$\Delta_2(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_2^{(s)}(s', u=m^2) + \frac{1}{m} A_3^{(s)}(s', u=m^2)}{s' - m^2 + t}$$

$$A(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{A_1^{(t)}(t', u=m^2) - A_3^{(t)}(t', u=m^2)}{t' - t}$$

CAPITOLUL IV. REGULI DE SUMA ; EGALITATI SI INEGALITATI STABILITE INTRE MARINI CARACTERISTICE EFECTULUI COMPTON PE NUCLEON PE BAZA PROPRIETATILOR DE ANALITICITATE ALE AMPLITUDINILOR INVARIANTE

A. Regula de sumă pentru mărimea $(\bar{\alpha} - \bar{\beta})$

In mecanica cuantică nerelativistă pe baza unor principii generale : hermiticitatea hamiltonianului sistemului și completitudinea sistemului de funcții proprii ale unui operator hermitic s-au stabilit reguli de sumă pentru sisteme cu unul sau mai mulți electroni; astfel regula de sumă Thomas-Reiche-Kuhn (T.R.K.) stabilește că : pentru un electron in câmp exterior suma intensităților tranzițiilor electrice dipolare de pe starea fundamentală pe toate stările excitate posibile, ponderate energetic, este o constantă a sistemului /40/. Asemenea reguli de sumă dipolare au fost scrise apoi pentru sisteme de mai mulți electroni sau pentru nucleul atomic, de asemenea realizându-se generalizări pentru tranziții multipolare de ordin superior /40/.

Prin metoda relațiilor de dispersie se poate obține o regulă de sumă echivalentă cu T.R.K. pentru cazul nucleului atomic - relația Gell-Mann - Goldberger - Thiring - exprimând partea dispersivă (reală) a amplitudinii de împrăștiere înainte a fotonilor pe sistem, mediată pe spin, printr-o integrală de dispersie pe secțiunea totală de fotoabsorbție $\sigma_T(u)$; o consecință imediată a acestei relații de dispersie este și regula de sumă (II.7) pentru mărimea fizică $(\bar{\alpha} + \bar{\beta})$.

Pornind de la relația de dispersie admisă pentru amplitudinea $A_1(s, t, u) - A_3(s, t, u)$ în cadrul reprezentării (I.21) pu-

tem obține o regulă de sumă și pentru mărimea $(\bar{\alpha}-\bar{\beta})$ și anume :

$$(\bar{\alpha}-\bar{\beta}) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} dt' \frac{A_1^{(t)}(t', u=m^2) - A_3^{(t)}(t', u=m^2)}{t'} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} ds' \frac{A_1^{(s)}(s', u=m^2) - A_3^{(s)}(s', u=m^2)}{s' - m^2} \right\} \quad (IV.1)$$

Această relație prezintă însă dezavantajul că pe lângă dependența de modelul de anihilare considerat, care în nici un caz nu poate fi evitată, înseși părțile absorptive din canalul s - contribuie într-o regiune nefizică. Din acest motiv am dedus o regulă de sumă /25 a,b/ pentru mărimea $(\bar{\alpha}-\bar{\beta})$ pornind de la o relație de dispersie la unghi constant, $\theta_c = 180^\circ$, pentru amplitudinea $A_1(s, t, u) - A_3(s, t, u)$. Observăm că în acest caz și unghiul în canalul de anihilare este fizic, $\psi = 180^\circ$. Pe această cale obținem următoarea regulă de sumă pentru mărimea $(\bar{\alpha}-\bar{\beta})$:

$$(\alpha-\beta) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{\mu(1+\frac{\mu}{2m})}^{\infty} \frac{d\mu}{\mu^2} (1 + 2\frac{\mu}{m})^{1/2} \left[\sigma(\Delta P - da) - \sigma(\Delta P - nu) \right] - \\ - \frac{1}{\pi^2} \int_{4\mu^2}^{4m^2} dt' \frac{\sqrt{t'-4\mu^2}}{t'^2 \sqrt{t'(4m^2-t')}} \sum_{L \geq 0} (4L+1) (pL^2 k)^{2L+2L^*} f_+^{(o)2L}(t') g_+^{(o)2L}(t') , \quad (IV.2)$$

unde $\sigma(\Delta P - da)$ și $\sigma(\Delta P - nu)$ sînt secțiunile eficace totale de foto-producere conținînd multipolii care schimbă paritatea stării inițiale și care nu schimbă paritatea stării inițiale, respectiv ;
 $p = (1/2) \sqrt{t'-4m^2}$, $\ell = (1/2) \sqrt{t'-4\mu^2}$, $k = 1/2 \sqrt{t'}$, $f_+^{(o)2L}(t')$,
 $g_+^{(o)2L}(t')$ fiind undele parțiale corespunzătoare proceselor $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ și $\pi\pi \rightarrow \gamma\gamma$, respectiv, (III.4), (III.5), în starea de isospin I=0. Partea dependentă de canalul s- din expresia de mai sus $-(\bar{\alpha}-\bar{\beta})^{(s)}$

a fost dedusă pornind de la amplitudinea Compton mediată pe spin și în lucrarea /14/, Contribuția acestei părți, evaluată de noi în aproximația reținerii numai a undelor $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$, este :

$$(\bar{\alpha} - \bar{\beta})_{\text{proton}}^{(s)} = -4,92 \times 10^{-4} \text{ fm}^3, \quad (\bar{\alpha} - \bar{\beta})_{\text{neutron}}^{(s)} = -4,32 \times 10^{-4} \text{ fm}^3 \quad (\text{IV.3})$$

Modelul introdus în capitolul precedent conduce la următoarea contribuție a canalului de anihilare /26/ :

$$(\bar{\alpha} - \bar{\beta})^{(t)} = 10,9 \times 10^{-4} \text{ fm}^3, \quad (\text{IV.4})$$

aceeași pentru proton și neutron.

În acest fel evaluarea de mai sus ne conduce la următorul rezultat total, care confirmă relația $\bar{\alpha} > \bar{\beta}$:

$$(\bar{\alpha} - \bar{\beta})_{\text{proton}} \approx 5,98 \times 10^{-4} \text{ fm}^3, \quad (\bar{\alpha} - \bar{\beta})_{\text{neutron}} \approx 6,58 \times 10^{-4} \text{ fm}^3. \quad (\text{IV.5})$$

8. Inegalități

În toate capitolele precedente am discutat teoria împrăștierii elastice γ -p în cadrul unor reprezentări de dispersie care implicau presupunerea unui model dinamic, bazat pe relația de unitaritate pentru partea absorptivă și obținerea părții reale printr-o formulă Cauchy în planul variabilei convenabil alese. Există un punct de vedere diferit exploatat în literatură în câteva cazuri particulare /41/, /42/, /43/, /24a/ care conduce la relații independente de model, între mărimi fizice, cu prețul trecerii însă de la egalități, la inegalități.

Ideea metodei pe care o vom aplica mai jos, /41/, /42/, /43/, este de a lua în considerație modulul amplitudinilor, care este direct corelat cu secțiunea eficace diferențială; construirea unei funcții olomorfe în interiorul unui anumit domeniu, din cunoașterea modulului său pe frontieră presupune cunoașterea ze-

rourilor acestei funcții, dar în absența cunoașterii lor se pot încă obține rezultate riguroase și independente de model sub forma unor inegalități.

Regiunea fizică a împrăștierei Compton pe proton este :
 $t \leq 0, v \geq v_{\min.} = (1/2) \sqrt{(-t)(m^2 + \frac{t}{4})}$; la t fixat în planul complex v , singularitățile dinamice ale amplitudinilor $A_1(v, t)$ sînt poli Born ($v_B = \pm \frac{t}{4}$) și cele două tăieturi de-a lungul semiaxelor $(-s, -v_0)$, (v_0, s) cu $v_0 = \frac{1}{2} [(m+\mu)^2 - m^2] + \frac{1}{4} t$. Luînd în considerație proprietățile de simetrie ale amplitudinilor A_1 la schimbarea $v \rightarrow -v$ vom formaliza în cele din urmă lucrurile în planul complex v^2 ; considerațiile care urmează sînt restrinse la valori fizice ale lui t în domeniul $0 \geq t \geq - \frac{[(m+\mu)^2 - m^2]^2}{(m+\mu)^2}$ pentru a fi îndeplinită astfel condiția : $\frac{t^2}{16} = v_B^2 \leq v_{\min}^2 \leq v_0^2$.

Definind funcțiile :

$$f_1 = (2m) f_{-1-\frac{1}{2}, 1-\frac{1}{2}}^s = \sin \frac{\theta_c}{2} \cdot \frac{1}{4\pi/s} \left\{ -t(s+m^2)A_1 + mt(s-m^2)A_2 - 2[(s-m^2)^2 - (su-m^4)]A_3 \right\},$$

$$f_2 = (2m) \sqrt{2} f_{-1-\frac{1}{2}, 1-\frac{1}{2}}^s = \sqrt{2} \sin^2 \frac{\theta_c}{2} \cos \frac{\theta_c}{2} \frac{\pi(s-m^2)^2}{4s} \{ 2A_1 + 2A_3 \}, \quad (IV.6)$$

$$f_3 = (2m) f_{-1-\frac{1}{2}, 1-\frac{1}{2}}^s = \sin^3 \frac{\theta_c}{2} \frac{(s-m^2)^2}{4s^{3/2}} \{ (s+m^2)A_1 + m(s-m^2)A_2 + 2m^2A_3 \},$$

$$f_4 = (2m) f_{1-\frac{1}{2}, 1-\frac{1}{2}}^s = \cos \frac{\theta_c}{2} \cdot \frac{1}{4} \left\{ 2[(s-m^2)^2 + m^2t]A_4 - m(su-m^4)A_5 - [(s-m^2)^2 - m^2t]A_6 \right\},$$

$$f_5 = (2m) \sqrt{2} f_{1-\frac{1}{2}, 1-\frac{1}{2}}^s = \sqrt{2} \sin \frac{\theta_c}{2} \cos^2 \frac{\theta_c}{2} \frac{(s-m^2)^2}{4\sqrt{s}} \left\{ -2mA_4 - \frac{1}{2}(s+m^2)A_5 - mA_6 \right\},$$

$$f_6 = (2m) f_{1-\frac{1}{2}, 1-\frac{1}{2}}^s = \cos^3 \frac{\theta_c}{2} \cdot \frac{1}{4}(s-m^2) \{ 2A_4 + mA_5 + A_6 \},$$

simetria amplitudinilor A_1 la schimbarea $v \rightarrow -v$ implică :

$$f_i(-v, t) = \sum_{j=1}^3 C_{ij}(v, t) f_j(v, t), \quad i=1, 2, 3; \quad f_{i'}(-v, t) = \sum_{j'=4}^6 C_{i'j'}(v, t) f_{j'}(v, t),$$

$$i' = 4, 5, 6, \quad (IV.7)$$

cu $\sum_{j=1}^3 C_{ji} C_{jk} = \delta_{ik}, \quad \sum_{j'=4}^6 C_{j'1} C_{j'k} = \delta_{1'k'}$ ($i, k=1, 2, 3; \quad i', k' = 4, 5, 6$).

Pe baza relației (IV.6) se introduc amplitudinile regularizate $\tilde{f}_k(v, t)$ care prin definiție sînt

$$\tilde{f}_k(v, t) \equiv \xi(v, t) M_k(v^2, t) \tilde{f}_k(v, t),$$

$$\xi(v, t) = - \frac{1}{(2v - \frac{t}{2})}$$

$$M_1(v^2, t) = \frac{\sqrt{-t}}{4(4v^2 - \frac{t^2}{4})}, \quad M_2(v^2, t) = - \frac{mt \sqrt{8v^2 - \frac{t^2}{4} + 2m^2 t}}{4(4v^2 - \frac{t^2}{4})},$$

$$M_3(v^2, t) = \frac{\sqrt{-t}^3}{4(4v^2 - \frac{t^2}{4})}, \quad M_4(v^2, t) = \frac{\sqrt{(4v^2 - \frac{t^2}{4} + m^2 t)}}{4(4v^2 - \frac{t^2}{4})},$$

$$M_5 = \frac{\sqrt{-2t} (4v^2 - \frac{t^2}{4} + m^2 t)}{4(4v^2 - \frac{t^2}{4})}, \quad M_6(v^2, t) = \frac{\sqrt{(4v^2 - \frac{t^2}{4} + m^2 t)}^3}{4(4v^2 - \frac{t^2}{4})}.$$

Mărimile $\tilde{f}_k(v, t)$ sînt funcții olomorfe de v în planul complex v cu tăieturi de-a lungul semiaxelor $(-\infty, -v_0)$ și (v_0, ∞) , care pot fi separate într-o parte care este pară la schimbarea $v \rightarrow -v$ și una care este impară :

$$\tilde{f}_k(v, t) = \tilde{f}_k^{(p)}(v^2, t) + v \tilde{f}_k^{(i)}(v^2, t). \quad (IV.9)$$

Relațiile (IV.6)-(IV.9) ne permit să stabilim pentru funcțiile $\tilde{f}_k^{(p)}(v^2, t)$ și $\tilde{f}_k^{(i)}(v^2, t)$ olomorfe în planul complex v^2 cu o tăietură pe semiaxa reală $[v_0^2, \infty)$ următoarea relație pe frontiera domeniului de olomorfie :

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^6 |M_k(v^2, t)|^2 \left\{ |f_k^{(p)}(v^2, t)|^2 + |v^2| |f_k^{(1)}(v^2, t)|^2 \right\} = \\ & = \left[\frac{1}{|\xi(-v, t)|^2} + \frac{1}{|\xi(v, t)|^2} \right] \cdot \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 |f_k(v, t)|^2 = \quad (IV.10) \\ & = \left[(2v - \frac{t}{2})^2 + (2v + \frac{t}{2})^2 \right] \left[64\pi^2 \frac{(d\sigma)}{d\Omega} \right]_{c.m.}, \quad (\Rightarrow v^2 \geq v_0^2) . \end{aligned}$$

Construim următoarele funcții olomorfe în domeniul definit mai sus din planul complex v^2 , care nu au zerouri în interiorul domeniului de olomorfie și sînt, respectiv de module :

$$\begin{aligned} |T(v'^2, t)|^2 &= |v'^2|, \quad |\mathcal{Y}_k(v'^2, t)| = |M_k(v'^2, t)|, \\ |S(v'^2, t)|^2 &= \left[(2v' - \frac{t}{2})^2 + (2v' + \frac{t}{2})^2 \right] 64\pi^2 (2v' - \frac{t}{2} + m^2) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{c.m.}, \end{aligned}$$

pe frontiera domeniului, ($\Rightarrow v'^2 \geq v_0^2$), și anume :

$$T(v^2, t) \equiv \exp \left[\frac{\sqrt{(v_0^2 - v^2)}}{2} \int_{v_0^2}^{\infty} \frac{\ln v'^2 dv'^2}{(v'^2 - v^2) \sqrt{v'^2 - v_0^2}} \right]$$

$$\mathcal{Y}_k(v^2, t) \equiv \exp \left[\frac{\sqrt{(v_0^2 - v^2)}}{\pi} \int_{v_0^2}^{\infty} \frac{\ln |M_k(v'^2, t)| dv'^2}{(v'^2 - v^2) \sqrt{v'^2 - v_0^2}} \right]$$

$$S(v^2, t) \equiv \exp \left[\frac{\sqrt{(v_0^2 - v^2)}}{2\pi} \int_{v_0^2}^{\infty} \frac{\ln \left\{ \left[(2v' - \frac{t}{2})^2 + (2v' + \frac{t}{2})^2 \right] 64\pi^2 (2v' - \frac{t}{2} + m^2) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{c.m.} \right\} dv'^2}{(v'^2 - v^2) \sqrt{(v'^2 - v_0^2)}} \right]$$

În acest fel relația (IV.10) se poate scrie sub forma unei sume de module pătrate de funcții olomorfe, egală cu unitatea pe frontiera domeniului de olomorfie. Conform teoremei maximului modulului pentru funcții subarmonice /42/, /43/, putem trage concluzia că, în orice punct interior domeniului de olomorfie,

in particular in punctul $v^2 = \frac{t^2}{16}$, avem inegalitatea :

$$\sum_{k=1}^6 |M_k(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)|^2 \left[|f_k^{(p)}(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)|^2 + |T(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)|^2 |f_k^{(1)}(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)|^2 \right] \leq |S(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)|^2, \quad (IV.12)$$

unde $f_k^{(p)}(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)$, $f_k^{(1)}(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)$ sînt exprimabile in funcție de \hat{e} , \hat{x} , t iar $T(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)$, $S(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)$, $M_k(v^2 = \frac{t^2}{16}, t)$ sînt funcțiile (IV.11) in punctul $v^2 = \frac{t^2}{16}$.

Această inegalitate poate fi considerată ca o limitare inferioară riguroasă impusă asupra expresiei integrale ce conține secțiunea eficace, putînd constitui o verificare a modelelor teoretice folosite in calculul acestora. Pentru cazul imprăstierii înainte rezultatul obținut trece - pînă la un factor 2, datorat unei informații suplimentare existente la $v = t = 0$ și neconsiderată - in inegalitatea corespunzătoare din lucrarea /15/.

Exprim pe această cale mulțumiri și întreaga mea recunoștință, conducătorului meu științific, academician profesor Șerban Jițeica.

BIBLIOGRAFIE

- /1/ R.G.Sachs (1953) Nuclear Theory, Addison-Wesley, Publishing Company, Inc., Cambridge, 2, Massachusetts.
- /2/ I.Guiasu, St.Cerc.Fiz., 26, 445 (1974); 27, 75 (1975)
- /3/ F.E.Low, Phys.Rev. 96, 1428 (1954)
- /4/ M.Gell-Mann, M.L.Goldberger, W.E.Thiring, Phys.Rev. 95, 1612 (1954)
- /5/ a. A.Klein, Phys.Rev. 99, 998 (1955)
b. A.M.Baldin, Nucl.Phys. 18, 310, (1960)
c. V.A.Petrunkin, ДК.Э.М.Ф. 40, 1148 (1961)
- /6/ A.C.Hearn, E.Leader, Phys.Rev. 126, 789 (1962)
- /7/ D.Holliday, Ann.Phys. 24, 289, 319 (1963)

- /8/ H.D.I.Abarbanel, M.L.Goldberger, Phys.Rev. 165, 1594 (1968)
- /9/ P.S.Baranov, L.V.Fil'kov, G.A.Sokol, Fortsch.Physik 16, 595 (1968)
- /10/ a. W.A.Bardeen, Wu Ki Tung, Phys.Rev. 173, 1423 (1968)
b. K.Yamamoto, Phys.Rev. 169, 1353 (1968)
- /11/ S.Rai Choudhury, D.Z.Freedman, Phys.Rev. 168, 1739 (1968)
- /12/ V.Barashenkov, H.Kaiser, Fortsch.Physik 10, 33 (1962)
- /13/ V.I.Goldanski și alții, Nucl.Phys. 18, 473 (1960)
- /14/ J.Bernabeu, T.E.O.Ericson, C.Ferro Fontan, Phys.Lett. B49, 381 (1974)
- /15/ P.Baranov și alții, Phys.Lett. B52, 122 (1974)
- /16/ V.Barashenkov, H.Kaiser, A.Ogreba, Phys.Lett. 2, 33 (1962)
- /17/ K.I.Lin, Nuov.Cim. 2A, 695 (1971)
- /18/ W.M.Shekhter, Izd.Fiz. 7, 1272 (1968)
- /19/ I.Guiașu, E.E.Rădescu, va apare în Phys.Rev.
- /20/ I.Guiașu, C.Pomponiu, E.E.Rădescu, va apare în Ann.Phys.
- /21/ a. L.V.Fil'kov, Trudf Fiz.Inst.im Lebedeva, 41, 3 (1967)
b. P.Baranov, L.V.Fil'kov, Fiz.Elem.Clast.At.Iad., 7 108 (1976)
- /22/ W.Pfeil, H.Rollnik, S.Stankowski, Nucl.Phys. B73, 166 (1974)
- /23/ D.M.Akhmedov, L.V.Fil'kov, Nucl.Phys. B125, 530 (18 iulie 1977)
- /24/ a. I.Guiașu, E.E.Rădescu, Phys.Rev. D10, 357 (1974)
b. I.Guiașu, E.E.Rădescu, Phys.Rev. D10, 3036 (1974)
- /25/ a. I.Guiașu, E.E.Rădescu, Phys.Lett. B62, 193 (1976)
b. I.Guiașu, E.E.Rădescu, Phys.Rev. D14, 1335 (1976)
- /26/ I.Guiașu, E.E.Rădescu, va apare în Phys.Rev.
- /27/ R.E.Prange, Phys.Rev. 110, 240 (1958)
- /28/ R.Köberle, Phys.Rev. 166, 1558 (1968)
- /29/ V.E.Schröder, Phys.Rev. D12, 896 (1975)
- /30/ J.D.Bjorken, S.D.Drell, Relativistic Quantum Mechanics, McGraw-Hill Company (1964)
- /31/ J.Powell, Phys.Rev. 75, 32 (1949)
- /32/ V.Barger, D.Cline, Phys.Rev.Lett. 16, 913 (1966)
- /33/ R.G.Moorhouse, H.Oberlack, A.H.Rosenfeld, Phys.Rev. D9, 1 (1974)

- /34/ a. P.Noelle, W.Pfeil, D.Schvela, Nucl.Phys. B26, 461 (1971); B45, 379 (1972)
b. P.Noelle, W.Pfeil, Nucl.Phys. B31, 1 (1971)
- /35/ L.I.Lapidus, Chou Kuang-Chao 41, 294 (1961)
- /36/ M.Damashek, F.J.Gilman, Phys.Rev. D1, 1319 (1970)
- /37/ W.R.Frazer, J.R.Fulco, Phys.Rev. 117, 1603 (1960)
- /38/ a. M.Gourdin, A.Martin, Nuov.Cim. 17, 224 (1960)
b. O.Babelon și alții, Nucl.Phys. B114, 252 (1976)
- /39/ a. J.Hamilton, J.L.Petersen, New developments in dispersion theory, Nordita 1973/74.
b. E.Pietarinen, Helsinki preprint 1975
c. G.Gustafson, H.Nielsen, G.C.Oades, Aarhus preprint, 1975.
- /40/ J.S.Levinger, Nuclear Photo-disintegration, Oxford University Press. (1960)
- /41/ S.Okubo, review at the 1972 Coral Gables Conference on Fundamental Interactions at High Energy.
- /42/ E.E.Rădescu, Phys.Rev. D5, 135 (1972)
- /43/ E.E.Rădescu, Phys.Rev. D8, 513 (1973).

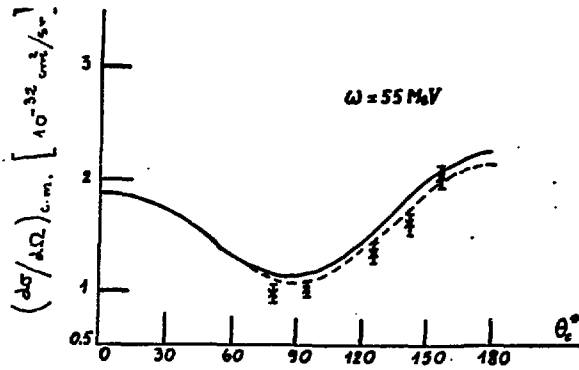


Figura 1
Distribuția unghiulară a secțiunii diferențiale nepolarizate în sistemul centrului de masă pentru $\omega=55$ MeV; (linia continuă), $F_{\pi} < 0$; (linia întreruptă), $F_{\pi} > 0$.

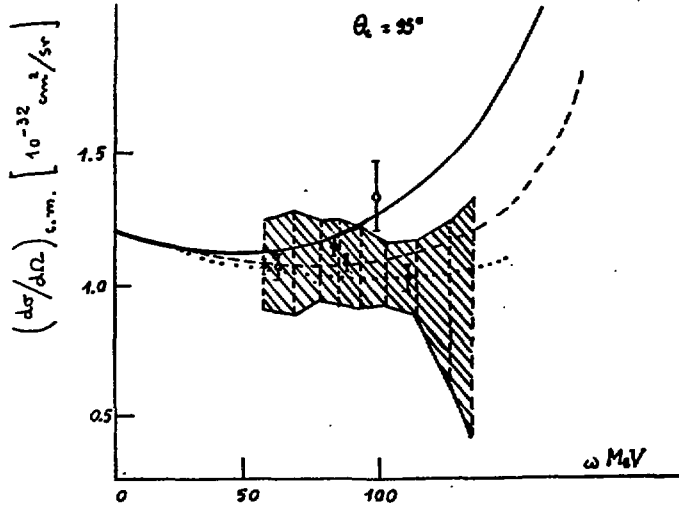


Figura 2
Dependența de energie a secțiunii eficace diferențiale nepolarizate în sistemul centrului de masă la $\theta_c = 95^\circ$; (linia continuă), $F_{\pi} < 0$; (linia întreruptă), $F_{\pi} > 0$. rezultatul obținut cu formula (II.6) și $F_{\pi} < 0$, (linia punctată).

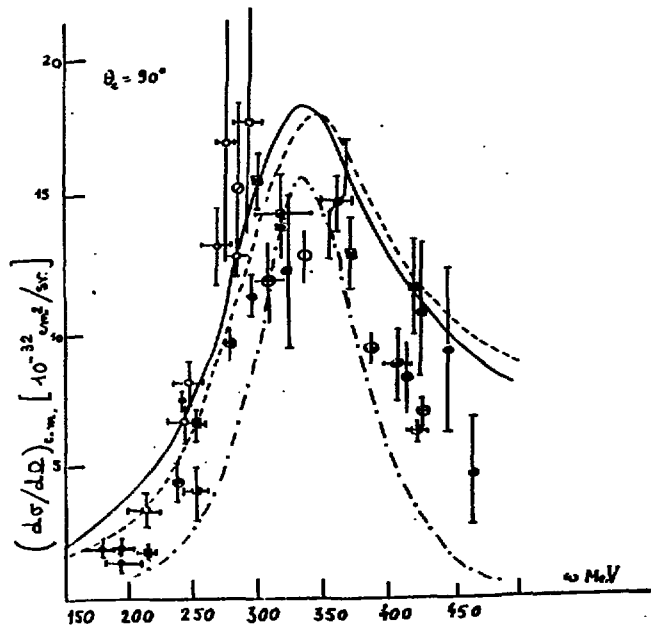


Figura 3
Dependența energetică a secțiunii eficace diferențiale nepolarizate în sistemul centrului de masă la $\theta_c = 90^\circ$. (linia continuă), $F_{\pi} < 0$; (linia întreruptă), $F_{\pi} > 0$; (linie-punct -.-.), minimum de unitaritate obținut punind în formula (III.9), $Re A_1^C = 0$.

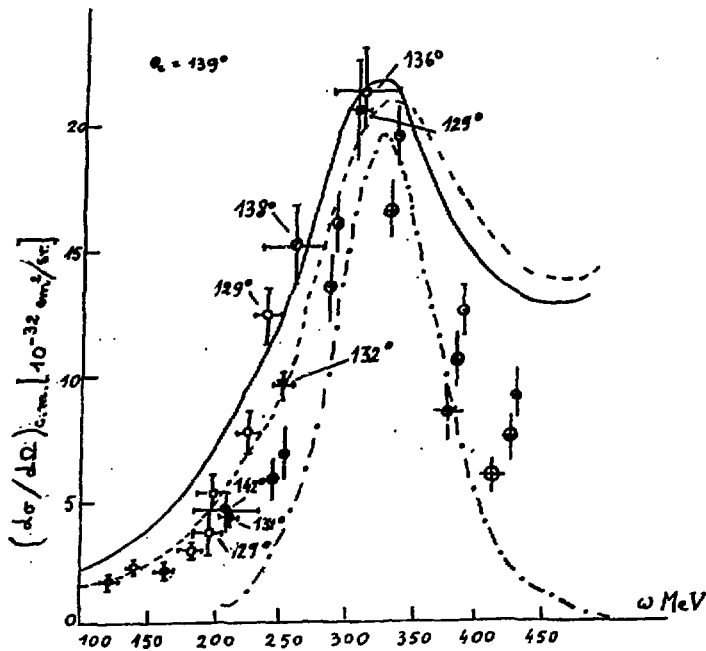
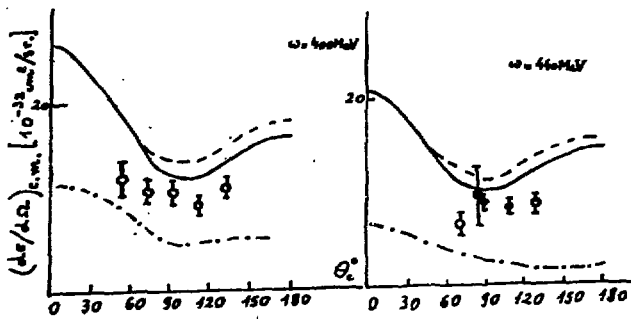


Figura 4

Dependența de energie a secțiunii eficace diferențiale nepolarizate în sistemul centrului de masă la $\theta_c = 139^\circ$.



Figurile 5-6

Distribuția unghiulară a secțiunii eficace diferențiale nepolarizate în sistemul centrului de masă la $\omega = 400$ MeV și $\omega = 440$ MeV, respectiv.

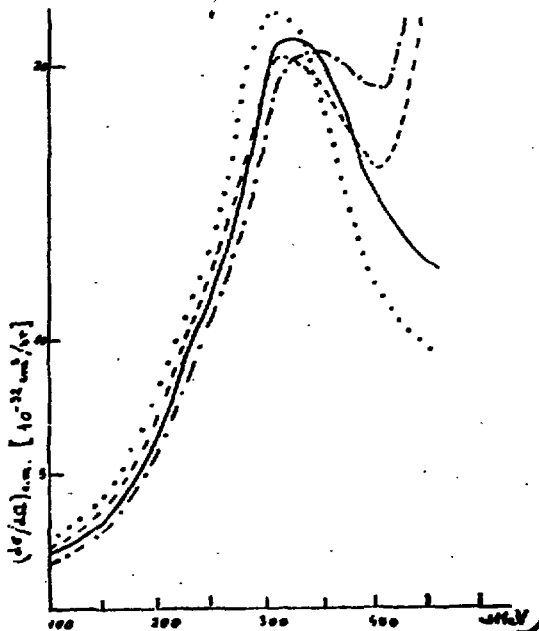


Figura 7

$\theta_c = 139^\circ, F_\pi < 0$

- $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ teoretic, total
- - - $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ ($\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta = 0$)
- · - $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ ($\Delta_1 = \Delta_2 = 0$)
- $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ ($\Delta = 0$)