

Attention Microfiche User,

The original document from which this microfiche was made was found to contain some imperfection or imperfections that reduce full comprehension of some of the text despite the good technical quality of the microfiche itself. The imperfections may be:

- missing or illegible pages/figures
- wrong pagination
- poor overall printing quality, etc.

We normally refuse to microfiche such a document and request a replacement document (or pages) from the National INIS Centre concerned. However, our experience shows that many months pass before such documents are replaced. Sometimes the Centre is not able to supply a better copy or, in some cases, the pages that were supposed to be missing correspond to a wrong pagination only. We feel that it is better to proceed with distributing the microfiche made of these documents than to withhold them till the imperfections are removed. If the removals are subsequently made then replacement microfiche can be issued. In line with this approach then, our specific practice for microfiching documents with imperfections is as follows:

1. A microfiche of an imperfect document will be marked with a special symbol (black circle) on the left of the title. This symbol will appear on all masters and copies of the document (1st fiche and trailer fiches) even if the imperfection is on one fiche of the report only.
2. If imperfection is not too general the reason will be specified on a sheet such as this, in the space below.
3. The microfiche will be considered as temporary, but sold at the normal price. Replacements, if they can be issued, will be available for purchase at the regular price.
4. A new document will be requested from the supplying Centre.
5. If the Centre can supply the necessary pages/document a new master fiche will be made to permit production of any replacement microfiche that may be requested.

The original document from which this microfiche has been prepared has these imperfections:

missing pages/figures numbered: ALL FIGURES ARE MISSING

wrong pagination

poor overall printing quality

combinations of the above

other

INIS Clearinghouse
IAEA
P. O. Box 100
A-1400, Vienna, Austria

BR 8105026
INB-mf--6677

DIRETORIA DE RECURSOS MINERAIS
ASSESSORIA DE AVALIAÇÃO DE RECURSOS MINERAIS

1-11-77

CÁLCULO DE RESERVAS DO SETOR C/09

POÇOS DE CALDAS - MG

ATRAVÉS DE GEOESTATÍSTICA

1978

P. A. Garcia Guerra - NUCLEBRÁS / DRM - Rio de Janeiro
A. C. Censi - NUCLEBRÁS / DAD - Rio de Janeiro
J. P. M. Marques - NUCLEBRÁS / DRM - Rio de Janeiro
Ch. Huijbregts - NUCLEBRÁS/BRGM/DRM - Rio de Janeiro

* Trabalho apresentado no XXX Congresso Brasileiro de Geologia,
Recife, PE com autorização das Empresas Nucleares Brasilei-
ras S.A. - NUCLEBRÁS.

RESUMO

Através de Geoestatística procedeu-se à avaliação da tonelagem de U_3O_8 e recursos associados do Setor C-09, Poços de Caldas, MG, visando delimitar o volume mineralizado e estéril, a fim de fornecer os elementos necessários à programação dos trabalhos referentes à definição do sistema de lavra.

O cálculo de reservas foi baseado em informações de furos, contendo resultados de análise química e/ou radiométrica.

Foram realizadas avaliações bidimensionais e tridimensionais, conforme os modelos geológicos existentes (tipo amas).

Inicialmente foi realizado o cálculo com base na informação química, podendo-se considerar como estudo Geoestatístico clássico (krigeage). Posteriormente, foi realizado outro cálculo através de uma técnica mais recente que permitiu incorporar a informação radiométrica (co-krigeage).

Foi também estudada a correlação radiometria-teor, usando-se o método das covariâncias cruzadas.

Por restrições de seletividade na mineralização foi feita uma seleção probabilística de blocos em dimensões adequadas para avaliar a curva tonelagem-teor local de cada painel. (Autor)

ABSTRACT

In Sector C-09, Poços de Caldas in the state of Minas Gerais, geostatistical techniques have been used to evaluate the tonnage of U_3O_8 and associated minerals and to delimit ore from sterile areas.

The calculation of reserve was based on borehole information including the results of chemical and/or radiometric analyses. Two and three dimensional evaluations were made following the existing geological models.

Initially, the evaluation was based on chemical analyses using the more classical geostatistical technique of kriging. This was followed by a second evaluation using the more recent technique of co-kriging which permitted the incorporation of radiometric information in the calculations. The correlation between ore grade and radiometry was studied using the method of cross-covariance.

Following restrictions imposed by mining considerations, a probabilistic selection was made of blocks of appropriate dimensions so as to evaluate the grade-tonnage curve for each panel. (author)

I - INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta a estimação geoestatística das Reservas do Setor C-09, Poços de Caldas, MG. A jazida foi reconhecida por furos de sondagens inclinados e verticais à malha irregular, amostrados irregularmente com um tamanho médio de amostras de 1m, contendo resultados de análise química (U_3O_8 em ppm), e medidas radiométricas (cps) obtidas com Mount Soupris 1000, 2000, 3000 e Widco.

Visando o aproveitamento da informação radiométrica foram realizadas correções de deslocamento vertical dos perfis, seja a partir da rocha ultrabásica, seja a partir da técnica das covariâncias cruzadas. Da mesma maneira, foram realizadas correções dos dados radiométricos pelo fator de revestimento (absorventes da radiação) a partir de reta de regressão, obtida de medidas práticas realizadas em Poço-Teste.

Objetivando uma avaliação local do potencial uranífero, visando o fornecimento dos elementos necessários para programação dos trabalhos relativos à definição do sistema de lavra, foi realizada uma avaliação por seleção a duas etapas:

- Uma primeira estimando painéis de 40 x 40 x 8m através de:
 - Krigeage - estudo geoestatístico clássico, baseado somente em informação de caráter químico;
 - Co-krigeage - técnica mais avançada que permitiu estimar as reservas, empregando dados de natureza diferente quais sejam: química (quantitativa) e radiometria (qualitativa). Este tópico será desenvolvido com maiores detalhes.
- Uma segunda, empregada por restrições de seletividade mineira, avaliando através de seleção probabilística, blocos de 5 x 5 x 4 m dentro dos painéis de 40 x 40 x 8m a fim de avaliar a curva tonelagem-teor médio-teor de corte local de cada painel.

De acordo com os modelos geológicos-morfológicos existentes foram feitas:

- Uma avaliação tridimensional para o corpo B inferior (tipo amas, com mineralização difusa e concentrações mais importantes ligadas a zonas de falhas ou de tectônica mais forte).
- Uma avaliação bidimensional para os corpos superiores A, E, B superior (tipo lenticular com mineralização ligada ao potencial de óxido-redução).

II - ANÁLISE ESTRUTURAL

1. Corpo B Inferior (tipo amas)

1.1 - Confecção de Variogramas

Tendo em vista que o valor da função variograma depende do volume da amostra (suporte geométrico da variável em estudo) e amostras de tamanhos diferentes não podem ser misturadas na confecção do variograma, foi necessário fazer uma regularização dos dados iniciais a um suporte de 1 e 8 metros.

Foram confeccionados variogramas diretos (para o krigeage) e cruzados (para o co-krigeage) sobre valores aritméticos e logarítmicos das variáveis teor de U_3O_8 (ppm) e radiometria (cps), as quais foram estudadas em forma paralela.

Foram construídos variogramas médios ao longo dos furos verticais e ao longo de furos inclinados, separando-os em azimute de $90^\circ-180^\circ$, $45^\circ-60^\circ$, $135^\circ-145^\circ$, $185^\circ-195^\circ$, por agrupamento em blocos de 40 x 40 x 8m.

A função variograma corresponde à ferramenta matemática que permite estudar a dispersão natural de uma regionalização (grau de continuidade da mineralização neste caso) e é avaliada a partir da expressão:

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(x_i+h) - f(x_i)]^2 \quad (\text{variograma direto})$$

onde, $f(x_i)$ é o valor da variável (teor ou radiometria por exemplo) no ponto x_i .

$f(x_i+h)$ é o valor da variável no ponto $(x_i + h)$.

N número de pares distanciados em h .

A função variograma cruzado (corregionalização) se emprega no caso de existir uma repartição espacial simultânea de mais de uma variável (radiometria e

teor neste caso) sendo avaliada por:

$$\gamma_{kk'}(h) = \frac{1}{N} \sum_{i,j} [f_k(x_i+h) - f_k(x_i)] [f_{k'}(x_i+h) - f_{k'}(x_i)]$$

onde: $f_k(x_i+h), f_{k'}(x_i+h)$: são os valores das variáveis k, k' (teor e radiometria) no ponto (x_i+h)

$f_k(x_i), f_{k'}(x_i)$: são os valores das variáveis k e k' no ponto x_i tendo como propriedades:

$$\gamma_{kk'}(0) = 0 ; \gamma_{kk'}(h) = \gamma_{k'k}(h) = \gamma_{kk'}(-h) \quad (\text{simetria})$$

e quando $k=k' \Rightarrow \gamma_{kk}(h)$ variograma direto.

Se associa com a covariância cruzada pela expressão:

$$\gamma_{kk'}(h) = 2C_{kk'}(0) - C_{k'k}(h) - C_{kk}(h)$$

A função covariância cruzada (corregionalização) se emprega para medir o deslocamento existente entre 2 variáveis de naturezas diferentes (informação química e radiométrica) estando definido por:

$$C_{kk'}(h) = E [f_{k'}(x+h) f_k(x)] - m_{k'} m_k \quad m_k = E [f(x)]$$

$C_{kk}(h) = E [f_k(x+h) f_k(x)] - m_k m_k$ tendo como propriedades:

$$C_{k'k}(h) = C_{kk'}(h) ; C_{k'k}(h) \neq C_{kk}(h)$$

A covariância cruzada (geralmente assimétrica) permite estudar o retardo de uma variável a outra (deslocamento). Isto se obtém ao graficar $C_{kk'}(h)$ em função de h . A correlação máxima entre $f_{k'}$ (radiometria) e f_k (teor químico) se obtém a distância d (ver Figura 1). Isto é $f_{k'}$ está "avançada" uma distância d sobre f_k .

Para determinar o deslocamento existente entre a informação radiométrica e a química foram examinados os seguintes fatores:

- coeficiente de correlação ponto a ponto avaliado por:

$$\rho_{kk'} = \frac{\frac{1}{N} \sum f_k(x_i) f_{k'}(x_i) - m_k m_{k'}}{\sqrt{D_k^2 D_{k'}^2}}$$

- Valor máximo da função covariância cruzada levando em consideração o número de pares com que ela foi avaliada (valores mais distantes da origem são calculados com menor número de pares, logo valores elevados de $C_{kk'}$ podem ser devidos a flutuações).
- Comparação direta entre as duas variáveis (valores de análise química e radiometria).

2. Análise dos variogramas experimentais

a) Efeito Proporcional

Foi verificado experimentalmente sobre as características de dispersão (variância das amostras) em relação à média de teores químicos e radiometria (Ver Figura 2). A curva obtida apresentou uma forma parabólica e observou-se que o efeito proporcional esconde a existência de uma anisotropia sistemática ao longo das sondagens. (Ver Figura 3). Logo foi necessário corrigir o efeito proporcional mediante a execução do cálculo sobre logarítmicos, o que não muda em nada o significado dos variogramas.

b) Correlação Intrínseca

Da comparação dos variogramas diretos e cruzados observa-se que as variáveis estão em correlação intrínseca (proporcionais a um variograma base). (Ver Figura 4).

c) Anisotropia

A característica mais destacável detectada é que os variogramas ao longo das sondagens inclinadas foram sistematicamente mais regulares que os variogramas ao longo das sondagens verticais, logo as flutuações de teor e radiometria são anisotrópicas. O variograma vertical foi o mais variável apresentando um alcance de 20 a 40m (Ver Figura 5 e 6). Os variogramas sobre as sondagens inclinadas apresentaram estrutura embricada, contendo uma primeira estrutura em torno de 5 a 10m e outra em torno de 30 a 50m. O variograma horizontal resultou isotrópico já que as diferentes direções apresentaram um comportamento análogo sem que aparecessem diferenças sistemáticas.

d) Efeito de Pepita

Todos os variogramas praticamente não apresentaram efeito de pepita.

3. Modelo de Variograma Teórico para Avaliação

Para estabelecer o modelo estrutural empregado na avaliação do corpo B inferior, considerou-se as duas direções principais de variação (vertical e horizontal). No que concerne às direções diagonais a estrutura local depende essencialmente da localização do bloco na jazida.

Por apresentar todos os variogramas um comportamento linear e crescimento rápido na origem, foi escolhido um modelo esférico simples para avaliação:

$$\gamma(h) = C \left[\frac{3}{2} \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right]$$

O variograma horizontal apresentou um patamar relativo de V^2

O variograma relativo foi calculado a partir dos variogramas logarítmicos através das relações teóricas seguintes:

$\Gamma_{10}(h)$ = variograma de logaritmos de teores (base 10)

$$\alpha = \ln(10) = 2.302$$

$$\frac{\gamma(h)}{M^2} = e^{\alpha^2 \Gamma_{10}(h)} - 1 = \text{semi-variograma relativo.}$$

A média experimental de teores foi M, com um coeficiente de variação:

$$V^2 = \frac{\sum z^2}{M^2} = \frac{\text{variância aritmética}}{\text{média aritmética}}$$

Os valores estimados sobre a hipótese lognormal foram:

$$M^* \text{ e } V^{2*}$$

Para calcular o alcance, foi tomado a intersecção da tangente na origem com o patamar: $\alpha_h = \frac{2}{3} \cdot 75 \approx 110\text{m}$ (Ver Figura 7)

Em seguida levou-se em conta o alcance aparente muito mais fraco da direção vertical.

Tendo em conta a inclinação na origem do variograma vertical foi determinado o alcance "equivalente" da direção vertical obtendo-se $\alpha_v = \frac{3}{2} \times 52 = 52$ o que permitiu determinar o alcance equivalente na direção diagonal. $\alpha_d = \frac{3}{2} \times 42 = 63$

Os três alcances correspondem a uma anisotropia geométrica que para efeito de avaliação poderá ser utilizada de maneira isotrópica corrigindo as coordenadas verticais pelo fator $\frac{\alpha_h}{\alpha_v} = \frac{110}{52} = 2,12$ (Ver Figura 8).

Os variogramas de radiometria apresentaram um patamar de $C = 0,55$ e um alcance equivalente àquele dos teores (110m).

Para estabelecer o modelo do variograma cruzado radiometria-teor, utilizou-se a hipótese simplificadora de "correlação intrínseca", ou seja os variogramas diretos (teor e radiometria) e variograma cruzado (radiometria-teor) são proporcionais isto é:

$$\gamma_T = \alpha_T^2 \gamma_0 \quad (\text{variograma de teores})$$

$$\gamma_R = \alpha_R^2 \gamma_0 \quad (\text{variograma de radiometria})$$

$$\gamma_{RT} = \alpha_{RT} \gamma_0 \quad (\text{variograma cruzado radiometria-teor})$$

Po outro lado sabe-se que o coeficiente de correlação entre radiometria e teor é:

$$\Phi = \frac{\gamma_{RT}}{\sqrt{\gamma_T \gamma_R}} \quad \text{logo } \Phi = \frac{\alpha_{RT} \gamma_0}{\sqrt{\alpha_T^2 \gamma_0 \cdot \alpha_R^2 \gamma_0}} = \frac{\alpha_{RT}}{\alpha_R \alpha_T}$$

$$\text{é } \alpha_{RT} = \Phi \alpha_R \alpha_T$$

Tomando para γ_0 um alcance = 1 se obtém:

$$\hat{\gamma}_T = \alpha_T^2 \gamma_0 \text{ e como } \frac{\hat{\gamma}_T}{M_T^2} \text{ tem um patamar de } V^*$$

$$\hat{\gamma}_T = V^2 M_T^2 \gamma_0 \Rightarrow \alpha_T^2 = V^2 M_T^2$$

Similarmente α_R^2 e α_{RT}

O sistema de krigeage ou (co-krigeage) foi escrito diretamente em função dos variogramas relativos dos teores, o que não alterou em nada a avaliação (termos relativos em $2/M^2$) mas permitiu calcular diretamente as variâncias relativas, levando em conta o efeito proporcional logo:

$$\hat{\gamma}_T = V^2 M_T^2 \gamma_0 \quad \frac{\hat{\gamma}_R}{M_R^2} = \frac{\alpha_R^2}{M_T^2} \gamma_0 \quad \frac{\hat{\gamma}_{RT}}{M_T^2} = \frac{\alpha_{RT}}{M_T^2} \gamma_0$$

Por outro lado uma simplificação importante foi de escrever diretamente o sistema em função dos variogramas dos blocos a avaliar e não em função do variograma das amostras: O variograma pontual tem:

$$\text{alcance } a = \alpha l - l$$

$$\text{patamar } c = \frac{C\ell}{l - F(\ell)}$$

$$\text{Sabe-se que } \alpha l = 112\text{m}, \quad l = 8\text{m} \quad a = 104\text{m}$$

$$C\ell = 1 \cdot \gamma_0$$

$$C\ell = \frac{1}{1 - 0,038} = 1,04$$

Os variogramas dos blocos apresentam:

$$\text{alcance dos blocos } a_b = a + 40 = 104 + 40 = 144\text{m}$$

patamar dos blocos $C_b = 1 - F(40 \times 40 \times 8)$, $F = 8 \rightarrow 8 \times 2,12$ (função auxiliar obtida de abaco após correção de anisotropia).

$$C_b = 1,04 [1 - 0,31] = 0,72$$

$$\text{Logo: } \frac{\hat{\gamma}_T}{M_T^2} = 0,64 \gamma_{0b} ; \frac{\hat{\gamma}_R}{M_R^2} = 1,0 \gamma_{0b} ; \frac{\hat{\gamma}_{RT}}{M_T^2} = 0,64 \gamma_{0b}$$

O termo restante a calcular para o sistema de krigeage corresponde ao valor médio do variograma das amostras de 8m dentro do bloco B:

$$\hat{\gamma}(B,B) = 1,04 [0,31 - 0,038] = 0,28 \quad \text{com termos em } \hat{\gamma}_T = 0,25$$

$$\hat{\gamma}_R = 0,51 \quad \hat{\gamma}_{RT} = 0,25$$

Para cálculo da curva tonelagem-teor médio-teor de corte local, foi necessário conhecer a variância de dispersão logarítmica dos blocos de $5 \times 5 \times 4\text{m}$ no interior dos painéis de $40 \times 40 \times 8\text{m}$. Para os teores de $U_3 O_8$ obteve-se:

$D^2(v, V)$ = variância de dispersão dos pequenos blocos v de $5 \times 5 \times 4\text{m}$ no interior dos painéis V de $40 \times 40 \times 8\text{m}$.

$$D^2(v, V) = F(V) - F(v) = 1,04 [0,31 - 0,06] = 0,26 \text{ para o variograma } \hat{\gamma}_0$$

$$\text{como } \frac{\hat{\gamma}_T}{M_T^2} = V^* \text{ se obteve: } D^2(v, V) = 0,26 \times V^*$$

$$\text{e em logarítmico } \sigma^2(v, V) = \text{Log}(1 + 0,26 \times V^*)$$

III - MODELO DE ESTIMAÇÃO EMPREGADA NO CORPO B INFERIOR

Para a estimação dos painéis de $40 \times 40 \times 8\text{m}$ foram utilizados os métodos de krigeage e co-krigeage aleatórios que consistem em calcular um ponderador para as amostras internas e externas ao painel a avaliar de forma a minimizar a variância de estimação.

ra 9). A configuração adotada para o corpo B inferior foi tridimensional (Ver Figura 9).

Foram considerados NA ponderadores, cada um correspondente a um painel da auréola do painel a avaliar (no caso da auréola completa NA = 27 painéis).

Cada um dos painéis foram estimados como segue:

a) Caso do Krigage aleatório (empregando somente resultados de análise química).

O teor de cada painel foi estimado por:

$$T_P^* = \sum_{i=1}^{NA} \lambda_i T_i$$

onde: T_P^* = teor estimado do painel P

λ_i = ponderador de cada painel da auréola com informação química (incluindo o painel a avaliar).

T_i = teor de cada painel da auréola.

O sistema geral de equações do krigage que permite calcular cada ponderador de modo a minimizar a variância de estimação é:

$$\sum_{i=1}^{NA} \lambda_i \bar{y}_{11}(S_i, S_j) + \mu = \bar{y}_{11}(S_i, P_0)$$

$$\sum_{i=1}^{NA} \lambda_i = 1$$

onde: $\bar{y}_{11}(S_i, S_j)$ = é o valor médio da função variograma de teores $\gamma_{11}(h)$, sendo h a distância entre um ponto no conjunto S_i e outro no conjunto S_j .

sendo: $\bar{y}_{11}(S_i, P)$ = é o valor médio do variograma de teores $\gamma_{11}(h)$ para um ponto no conjunto S_i e outro no painel P.

μ = parâmetro auxiliar (Parâmetro de Lagrange).

No presente trabalho, dado que a malha de sondagem não é regular (é aleatória estratificada), não se considerou a localização exata de cada amostra de um conjunto S_i no interior do volume V_i do painel, portanto:

- No cálculo dos termos da diagonal principal do sistema, quais sejam os $\bar{y}_{11}(S_i, S_i)$, intervêm somente o número n_i de interseções de sondagens com informação química com:

$$\bar{y}_{11}(S_i, S_i) = \frac{1}{n_i} \times \bar{y}_{11}(r, r) + \frac{(n_i - 1)}{n_i} \bar{y}_{11}(P, P)$$

onde: $\bar{y}_{11}(r, r)$ = valor médio do variograma de teor de $\gamma_{11}(h)$ para um ponto no conjunto Ω (8m) e outro deslocado em h no mesmo conjunto.

$\bar{y}_{11}(P, P)$ = valor médio do variograma de teores $\gamma_{11}(h)$ para um ponto no painel P e outro deslocado em h no mesmo painel P.

- No cálculo dos $\bar{y}_{11}(S_i, S_j)$ com $i \neq j$, foi substituído $\bar{y}_{11}(S_i, S_j)$ por $\bar{y}_{11}(P_i, P_j)$ portanto:

$$\lambda_i \left[\frac{1}{n_i} \bar{y}_{11}(r, r) + \frac{(n_i - 1)}{n_i} \bar{y}_{11}(P, P) \right] + \sum_{j=1}^{NA} \lambda_j \bar{y}_{11}(P_i, P_j) + \mu = \bar{y}_{11}(P_i, P_0) \text{ e } \sum_{i=1}^{NA} \lambda_i = 1$$

A variância de krigage σ_k^2 de cada painel foi avaliada como segue:

$$\sigma_k^2 = -\bar{y}_{11}(P, P) + \mu + \sum_{i=1}^{NA} \lambda_i \bar{y}_{11}(P_0, P_i)$$

b) Caso do Co-krigage aleatório sendo esta técnica mais recente e existindo atualmente poucas aplicações conhecidas, o tópico será desenvolvido mais profundamente.

O método de estimação do co-krigage consiste em empregar informações de na turzeas distintas ao mesmo tempo para avaliação, desde que exista uma ligação entre as variáveis a empregar (variáveis que estejam corregeionalizadas).

- Sistema de Co-krigage Geral

Seja T_P o valor médio desconhecido do painel P a estimar, $T(S_i)$ os valores conhecidos de dados S_i da variável a estimar, $R(z_j)$ os valores conhecidos Q_j sobre a variável adicional. Sabe-se que $\gamma_{11}, \gamma_{22}, \gamma_{12}$ correspondem aos semivariogramas da variável T, R e variograma cruzado entre T e R.

O objetivo é obter o estimador T_P^* do valor médio desconhecido T_P do painel P sob a forma:

$$T_P^* = \sum_{i=1}^m \lambda_i T(S_i) + \sum_{j=1}^n \theta_j R(Q_j)$$

sendo por ex:
informação de informação de
caráter químico caráter radiométrico

Sujeito a:

- condição de não tendência: $E [T_p^*] = E [T_p]$ que ocasiona $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \sum_{k=1}^m \theta_k = 0$
- variância de estimação mínima: $\sigma_{E^2}^2 = E [(T_p - T_p^*)^2]$

$$\sigma_{E^2}^2 = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{y}_{12}(s_i, P) + 2 \sum_{k=1}^m \theta_k \bar{y}_{12}(g_k, P) - \bar{y}_{11}(P, P) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \theta_k \bar{y}_{12}(s_i, g_k) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \bar{y}_{11}(s_i, s_j) - \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \theta_k \theta_l \bar{y}_{22}(g_k, g_l)$$

Obtém-se o sistema geral de equações de co-krigeage seguinte:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{y}_{11}(s_i, s_j) + \sum_{k=1}^m \theta_k \bar{y}_{12}(s_i, g_k) + \mu = \bar{y}_{11}(s_i, P) \\ \sum_{k=1}^m \theta_k \bar{y}_{12}(g_k, s_i) + \sum_{l=1}^m \theta_l \bar{y}_{22}(g_k, g_l) + \gamma = \bar{y}_{12}(g_i, P) \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 ; \sum_{k=1}^m \theta_k = 0 \end{cases}$$

Sendo a variância de co-krigeage

$$\sigma_{E^2}^2 = -\bar{y}_{11}(P, P) + \mu + \sum_j \lambda_j \bar{y}_{11}(s_j, P) + \sum_k \theta_k \bar{y}_{12}(g_k, P)$$

Este sistema é muito similar ao sistema de Krigeage Normal. Ele apresenta 2 fatores de Lagrange (μ e γ) já que existem 2 restrições. Corresponde a um sistema de $n + m + 2$ incógnitas, simétrico e admite uma solução única. Sob forma matricial é escrito: $[A][\lambda] = [B]$

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_{11}(s_1, s_1) & \bar{y}_{11}(s_1, s_2) & \dots & \bar{y}_{11}(s_1, s_m) & \bar{y}_{12}(s_1, g_1) & \dots & \bar{y}_{12}(s_1, g_m) & 1 & 0 \\ \bar{y}_{11}(s_2, s_1) & \bar{y}_{11}(s_2, s_2) & \dots & \bar{y}_{11}(s_2, s_m) & \bar{y}_{12}(s_2, g_1) & \dots & \bar{y}_{12}(s_2, g_m) & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{y}_{11}(s_m, s_1) & \bar{y}_{11}(s_m, s_2) & \dots & \bar{y}_{11}(s_m, s_m) & \bar{y}_{12}(s_m, g_1) & \dots & \bar{y}_{12}(s_m, g_m) & 1 & 0 \\ \bar{y}_{12}(g_1, s_1) & \bar{y}_{12}(g_1, s_2) & \dots & \bar{y}_{12}(g_1, s_m) & \bar{y}_{22}(g_1, g_1) & \dots & \bar{y}_{22}(g_1, g_m) & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{y}_{12}(g_m, s_1) & \bar{y}_{12}(g_m, s_2) & \dots & \bar{y}_{12}(g_m, s_m) & \bar{y}_{22}(g_m, g_1) & \dots & \bar{y}_{22}(g_m, g_m) & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_m \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_m \\ \mu \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11}(s_1, P) \\ \bar{y}_{11}(s_2, P) \\ \vdots \\ \bar{y}_{11}(s_m, P) \\ \bar{y}_{12}(g_1, P) \\ \vdots \\ \bar{y}_{12}(g_m, P) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$[A] \times [\lambda] = [B]$

e a variância do co-krigeage:

$$\sigma_{E^2}^2 = -\bar{y}_{11}(P, P) + [\lambda]^T \times [B]$$

- Sistema de Co-krigeage aleatório

Da mesma maneira que em Krigeage aleatório, no presente trabalho o sistema de Co-krigeage geral foi escrito em forma de sistema de Co-krigeage aleatório, substituindo contudo os termos não diagonais do sistema de Co-krigeage geral pelos valores médios de $\bar{y}_{11}, \bar{y}_{22}$ ou \bar{y}_{12} entre os painéis. Considerando o conjunto Si igual ao grupo de informações da variável teor, contendo ni interseções de furos de sondagens nos painéis de comprimento médio l e conjunto Sk igual ao grupo de informações da variável radiometria, contendo ml interseções de furos de sondagens nos painéis de comprimento médio l, temos:

$$\begin{aligned} \bar{y}_{11}(s_i, s_j) &= \bar{y}_{11}(P_i, P_j) \quad \forall i \neq j ; \bar{y}_{11}(s_i, P_0) = \bar{y}_{11}(P_i, P_0) \\ \bar{y}_{12}(s_i, g_k) &= \bar{y}_{12}(P_i, P_k) \quad \forall i \neq k ; \bar{y}_{12}(g_k, P_0) = \bar{y}_{12}(P_k, P_0) \\ \bar{y}_{22}(g_l, g_m) &= \bar{y}_{22}(P_l, P_m) \quad \forall l \neq m \end{aligned}$$

Os termos diagonais dependem do número de intersecções:

$$\bar{\gamma}_{11}(S_i, S_i) = \frac{1}{m_i} \bar{\gamma}_{11}(l, l) + \frac{(m_i - 1)}{m_i} \bar{\gamma}_{11}(P_0, P_0)$$

$$\bar{\gamma}_{22}(S_k, S_k) = \frac{1}{m_k} \bar{\gamma}_{22}(l, l) + \frac{(m_k - 1)}{m_k} \bar{\gamma}_{22}(P_0, P_0)$$

Resta definir o valor do termo $\bar{\gamma}_{12}(S_i, S_i)$. Sendo n_i o número de traços comuns aos grupos S_i e S_i pertencendo ao mesmo painel, temos:

$$\bar{\gamma}_{12}(S_i, S_i) = \frac{1}{m_i} \frac{1}{m_i} \sum_{l \in S_i} \sum_{l' \in S_i} \bar{\gamma}_{12}(l, l')$$

$$\bar{\gamma}_{12}(S_i, S_i) = \frac{1}{m_i m_i} \bar{\gamma}_{12}(l, l) + \frac{m_i m_i - n_i}{m_i m_i} \bar{\gamma}_{12}(P_i, P_i)$$

O sistema de co-krigeage aleatório é escrito:

$$\begin{aligned} \lambda_i \left[\frac{1}{m_i} \bar{\gamma}_{11}(l, l) + \frac{m_i - 1}{m_i} \bar{\gamma}_{11}(P_0, P_0) \right] + \sum_{j \neq i} \lambda_j \bar{\gamma}_{11}(P_i, P_j) + \theta_i \left[\frac{n_i}{m_i m_i} \bar{\gamma}_{12}(l, l) + \frac{m_i m_i - n_i}{m_i m_i} \bar{\gamma}_{12}(P_0, P_0) \right] + \\ + \sum_{k \neq i} \theta_k \bar{\gamma}_{12}(P_0, P_k) + \mu = \bar{\gamma}_{11}(P_i, P_0) \\ \lambda_k \left[\frac{n_k}{m_k m_k} \bar{\gamma}_{12}(l, l) + \frac{m_k m_k - n_k}{m_k m_k} \bar{\gamma}_{12}(P_0, P_0) \right] + \sum_{j \neq k} \lambda_j \bar{\gamma}_{12}(P_j, P_k) + \theta_k \left[\frac{1}{m_k} \bar{\gamma}_{22}(l, l) + \frac{m_k - 1}{m_k} \bar{\gamma}_{22}(P_0, P_0) \right] + \\ + \sum_{l \neq k} \theta_l \bar{\gamma}_{22}(P_l, P_k) + \gamma = \bar{\gamma}_{12}(P_k, P_0) \\ \sum_j \lambda_j = 1 \\ \sum_l \theta_l = 0 \end{aligned}$$

A variância de co-krigeage de cada painel foi avaliada por:

$$\sigma_{ck}^2 = -\bar{\gamma}_{11}(P_i, P_i) + \mu + \sum_j \lambda_j \bar{\gamma}_{11}(P_j, P_0) + \sum_l \theta_l \bar{\gamma}_{12}(P_l, P_0)$$

IV - CÁLCULO DA CURVA TONELAGEM-TEOR DE CORTE-TEOR MÉDIO LOCAL

Tendo em conta que o grau de seletividade mineira a ser empregada na fase de lavra será da ordem de blocos de 5 x 5 x 4m, foi necessário calcular a curva tonelagem-teor de corte-teor médio para cada painel de 40 x 40 x 8m.

Como a informação disponível se apresenta em média a 40m, não é possível avaliar painéis menores que o espaçamento das sondagens. Contudo, pelas razões acima expostas, foi feita uma hipótese de permanência de distribuição lognormal (verificada sobre as amostras e painéis) no interior dos painéis, fazendo, posteriormente, uma seleção probabilística da blocos de 5 x 5 x 4m dentro dos painéis de 40 x 40 x 8m, que admitiam ter um teor superior a um teor de corte dado (de 0 a 1200 ppm com intervalos de 100 em 100 ppm).

Assim, conhecida a distribuição dos painéis V , faz-se uma hipótese de permanência de distribuição sobre os pequenos blocos v , a fim de realizar uma seleção probabilística no sentido de conhecer a probabilidade de ter "n" blocos v , superior a um teor de corte z_0 no interior do painel V condicionado a que o teor médio verdadeiro Z_v dos pequenos blocos v corresponda ao teor médio M_v do painel V .

Em base as propriedades da lognormal tem-se:

$$x_v = \frac{1}{\sigma(v/v)} L_n \frac{z_v}{M_v}$$

onde γ_v é a mediana da distribuição que separa a população em 50% sendo igual a:

$$\gamma_v = M_v e^{-\frac{1}{2} \sigma^2(v/v)}$$

$$\text{Seja } z_0 \text{ o teor de corte e } x_0 = \frac{1}{\sigma(v/v)} L_n \frac{z_0}{M_v}$$

A tonelagem selecionável para aquele teor de corte é dada por:

$$T(z_0) = T_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_0}^{+\infty} e^{-t^2/2} dt = T_0 [1 - G(x_0)]$$

onde:

- T_0 é a tonelagem total de minério contido dentro do painel.

- $G(x_0)$ a integral da lei normal centrada e reduzida variável gaussiana de média 0 e

variância 1.

O teor médio do minério assim selecionado é dado por:

$$M(\bar{z}_0) = \frac{M_v [1 - G(\bar{z}_0 - \sigma(v/v))]}{[1 - G(\bar{z}_0)]}$$

Como o teor médio verdadeiro M_v não é conhecido, se substitui por seu valor estimado M_v^* obtido da avaliação por krigage ou co-krigage, e a variância de dispersão logarítmica $\sigma^2(v/v)$ dos pequenos blocos v no interior do painel V corresponde a:

$$\sigma^2(v/v) = D^2(v/v) = \bar{y}(V, V) - \bar{y}(v, v)$$

Finalmente se substitui y_v por:

$$y_v^* = M_v^* e^{-1/2 \sigma^2(v/v)}$$

V - CORPOS SUPERIORES (Ligados ao Potencial de Óxido-redução)

A metodologia empregada foi similar àquela do corpo B inferior, somente é necessário destacar que por corresponder a uma mineralização de tipo lenticular, o estudo estrutural foi baseado sobre espessuras e acumulações, sendo avaliados blocos de 40 x 40 x 8m por krigage e co-krigage bidimensional.

Neste caso foi necessário ainda para cálculo da curva tonelagem-teor médio-teor de corte, conhecer a variância de dispersão dos teores médios dos blocos de 5 x 5 x 4m no interior dos painéis de 40 x 40 x 8m (variância logarítmica). Para tal, foi calculado inicialmente a variância das espessuras e de acumulações e posteriormente a variância de teores como:

$$\frac{D_T^2}{T^2} = \frac{D_E^2}{E^2} + \frac{D_A^2}{R^2} - 2 \frac{\phi_{DE} D_A}{E \times R}$$

VI - CONCLUSÕES

No caso de se dispor de diferentes tipos de informações que estejam correlacionadas (radiometria e teor por exemplo) e de ter-se passagens não amostradas, uma avaliação por co-krigage conduz a uma melhor estimativa com um melhor grau de precisão.

Ainda que a hipótese de permanência de distribuição não permite definir a localização do minério dentro de painéis, pelo menos permite conhecer a quantidade de minério para efeitos de programação de lavra.

VII - BIBLIOGRAFIA

1. RUBENICK, L. and HAAS, A. - 1969
Method of calculation of the iron ore reserve in the Lorraine Deposit. AIME Special Vol. "A Decade of Digital Computing" - New York pp. 179-210.
2. BOLETIN DE GEOESTADISTICA - 1972 N°s 1, 2, 3 e 5.
Universidad de Chile, Santiago, Chile.
3. CARLIER, Aime - 1964
Contribution aux methodes d'estimation de gisements d'uranium. Doctoral thoses 359 French Commissariat a l'Energie Atomique Report N° 2332 - Fontenay aux Roses, 360 pp.
4. DAVID, Michel - 1974
A Course on Geostatistical Ore Reserve Estimation - Ecole Polytechnique de Montreal, 301 pp.

5. GUARASCIO, Massimo - 1975
Introduzione Pratica alla Geoestatística Mineraria - Estratto da Bolletins della Associazione Mineraria Subalpina, 31 pp.
6. HUIJBREGTS, Ch. and SEGOVIA, R - 1973
Geostatistics for the Valuation of a Copper Deposit in Chile. APCOM Symp. Ed. College of Mines University of Arizona.
7. JOURNAL, Andre - 1975
Guide Pratique de Geoestatistique Minière, 241 pp.
8. MATHERON, George - 1962
Traité de Geoestatistique Appliquée, Bureau de Recherches Geologiques et Minières, Tome I et Tome II, 502 pp.
9. MARECHAL, Alain - 1971
Seminário de Geoestatística, Universidad de Chile - Santiago, Chile, 160 pp.
10. SEGOVIA, Rodrigo - 1974
Elementos de Probabilidades y Geoestatística, Departamento de Minas, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile - Santiago, Chile, 43 pp.
11. SERRA, Jean - 1967
Um critere nouveau de découverte structures: le variogramme. Sciences de la terre, Tome XII N° 4, 275-299 pp.

