

BR815570

NOTA TÉCNICA
CFA - EAV/NT-012/79
01 Ago 79

- 1 -

"MODERAÇÃO ATRAVÉS DAS RESSONÂNCIAS"

por

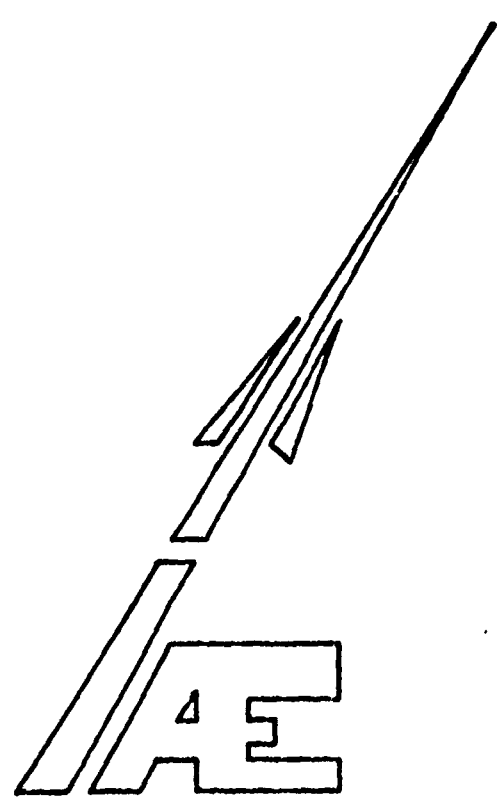
C. Moura Neto

e

R.P. Kesavan Nair

("SLOWING DOWN WITH RESONANCE ABSORPTION")

Divisão de Estudos Avançados
Instituto de Atividades Espaciais
Centro Técnico Aeroespacial
12.200-São José dos Campos-SP
Brasil



MODERAÇÃO ATRAVÉS DE RESSONÂNCIAS

C. Moura Neto e R.P. Kesavan Nair

RESUMO

A presença de núcleos pesados nos reatores nucleares, ~~x~~ em concentrações significativas, favorece o aparecimento de ressonâncias de absorção. Uma solução exata das equações integrais, para moderação na presença de ab sorvedores, é possível por métodos numéricos.

- Discute-se, neste trabalho, soluções aproximadas para o caso de ressonân ci as separadas, em função de sua largura prática (aproximações NR e NRIM).
- Procura-se generalizar o método, apresentando-se a solução através de uma aproximação intermediária, na definição da integral de ressonância.

ABSTRACT

The presence of heavy nuclei, ~~and~~ in significant con ce ntrations, facilitates the appearance of absorption resonances. For the moderation in the presence of absorbers an exact solution of the inte gr al equations is possible by numerical methods.

- Approximated solutions for separated resonances in function of the prac ti cal width, (NR and NRIM approximations) are discussed in this paper.
- The method is generalized, presenting the solution by an intermediate ap pr oximation, in the definition of the resonance integral. (Author)

MODERAÇÃO ATRAVÉS DAS RESSONÂNCIAS

1. INTRODUÇÃO

As soluções assintóticas, obtidas para as densidades de moderação e para o fluxo, são válidas somente nos meios com absorção leve ($\Sigma_a \ll \Sigma_S$). Entretanto, nos reatores nucleares, encontram-se núcleos pesados em concentração significativa (U-235, U-238, Th-232, Pu-239) e que apresentam várias ressonâncias de absorção. Uma solução exata das equações integrais para moderação na presença de absorvedores ressonantes é possível somente por métodos numéricos. Algumas soluções aproximadas bastante úteis podem ser obtidas em casos especiais. Estas notas são dedicadas ao estudo da moderação através das ressonâncias pelos métodos aproximados.

2. TIPOS DE RESSONÂNCIAS

As ressonâncias encontradas nos elementos pesados podem ser divididas em dois tipos:

- a) ressonâncias estreitas bem separadas.
- b) ressonância não resolvidas.

As ressonâncias na absorção, podem ser vistas como fontes negativas. Então, no caso de ressonâncias separadas pode-se supor que elas caem na região assintótica da ressonância de maior energia mais próxima e assim empregar a teoria assintótica de moderação, nas regiões fora das ressonâncias. Entretanto, quando as ressonâncias forem muito próximas, localizando-se na região não assintótica das ressonâncias vizinhas, a única solução é vista por métodos numéricos, para cálculos de densidade de moderação, ou fluxo com dependência temporal. Estas notas irão se restringir às ressonâncias bem separadas.

Sabe-se que a seção de choque nas vizinhanças de uma ressonância é dada por uma soma de três contribuições: interação potencial, formação de núcleo composto e interferência de ondas espalhadas pelos dois processos.

$$\sigma_S(E_n) = 4\pi R^2 + 4\pi\lambda_R R \underbrace{\frac{(E_n - E_R)\Gamma_n^R}{(E_n - E_R)^2 + \frac{\Gamma_n^2}{4}}}_{\text{interferência}} + \lambda_R^2 g \underbrace{\frac{\Gamma_n^R}{(E_n - E_R)^2 + \frac{\Gamma_n^2}{4}}}_{\text{núcleo composto}} \quad (1)$$

$$\sigma_Y(E_n) = \pi \lambda_R^2 g \left(\frac{E_R}{E_n} \right) \frac{\Gamma_R^n \Gamma_Y}{(E_n - E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (2)$$

Considere-se uma mistura homogênea de um moderador e um absorvedor pesado que apresente ressonâncias estreitas bem separadas nas energias E_j .

Estas ressonâncias são classificadas de acordo com suas larguras práticas, definidas como a largura da faixa de energia em que a seção de choque ressonante do meio é maior que a seção de choque de espalhamento potencial do meio. O moderador não exhibe ressonâncias e, portanto, possui somente uma seção de choque potencial. O absorvedor possui uma seção de choque potencial (σ_{pot}) e uma seção de choque ressonante (σ_r) composta das seções de choque de espalhamento ressonante (σ_{srA}) e de captura (σ_{YA}).

Supondo-se que a energia do nêutron (E) e a energia de ressonância (E_j) são aproximadamente iguais nas proximidades da ressonância, as seções ressonantes podem ser obtidas das equações (1) e (2). Assim:

$$\sigma_{srA}(E) = \frac{\sigma_{Sj}}{1 + \frac{4(E-E_j)^2}{\Gamma_j^2}} \quad (3)$$

$$\sigma_{YA}(E) = \frac{\sigma_{Yj}}{1 + \frac{4(E-E_j)^2}{\Gamma_j^2}} \quad (4)$$

onde:

$$\sigma_{Sj} = \frac{4\pi \lambda_j^2}{\Gamma_j^2} \Gamma_{nj}$$

$$\sigma_{\gamma j} = \frac{4\pi \lambda_i^2 g \Gamma_{nj} \Gamma_{\gamma j}}{\Gamma_j^2}$$

Então, a seção de choque macroscópica do meio para processos ressonantes é:

$$\Sigma_r = N_A \sigma_{rA} = \frac{N_A \sigma_{jA}}{1 + \frac{4(E_n - E_j)^2}{\Gamma_j^2}} \quad (5)$$

onde:

$$\sigma_j = \sigma_{Sj} + \sigma_{\gamma j}$$

A seção de choque potencial do meio é:

$$\Sigma_p = N_A \sigma_{pA} + N_M \sigma_{SM} \quad (\text{parte não ressonante}) \quad (6)$$

Igualando-se (5) e (6)

$$\Sigma_r = \frac{N_A \sigma_{jA}}{1 + \frac{4(E_n - E_j)^2}{\Gamma_j^2}} = \Sigma_p \quad (7)$$

pode-se tirar o valor da energia dos nêutrons

$$E_n = E_j \pm \sqrt{\frac{\Gamma_j^2}{4} \frac{N_A \sigma_{jA}}{\Sigma_p} \left[1 - \frac{\Sigma_p}{N_A \sigma_{jA}} \right]}$$

$$E_n = E_j \pm \frac{\Gamma_j}{2} \sqrt{\frac{N_A \sigma_{jA}}{\Sigma_p}} \quad (8)$$

A largura prática da ressonância, definida como a largura do intervalo de energia onde $\Sigma_r > \Sigma_p$ é obtida, então, como:

$$\Gamma_{pj} \approx \Gamma_j \sqrt{\frac{N_A \sigma_{jA}}{\Sigma_p}} \quad (9)$$

onde:

Γ_j é a largura natural da ressonância.

Vê-se, então, que $\Gamma_{pj} > \Gamma_j$ sendo $N_A \sigma_{jA} > \Sigma_p$.

Observe-se que, no desenvolvimento acima, a parte suave da seção de choque de absorção fora da ressonância é desprezada em comparação em Σ_p .

A análise aproximada da moderação através da ressonância é feita de acordo com a razão da largura prática à perda média de energia por colisão de nêutrons com energia nas vizinhanças da ressonância.

Antes de se detalhar estas aproximações, vai-se procurar examinar as densidades de moderação assintóticas:

a) no meio não absorvente

$$q(E) = S \quad (10)$$

b) na presença de absorvedor leve

$$q(u) = S \exp \left[- \int_0^u \frac{\Sigma_a(u')}{\xi \Sigma_S(u') + \gamma \Sigma_a(u')} du' \right] \quad (11)$$

No meio não absorvente, a densidade de moderação é constante e igual a densidade da fonte, enquanto que, na presença de absorção leve, há uma atenuação por um termo exponencial, que representa a probabilidade do nêutron

escapar à absorção durante a moderação até a letargia u . Esta é conhecida frequentemente como a "probabilidade de escape às ressonâncias", desde que a maior parte da absorção durante a moderação ocorra nas ressonâncias.

Entretanto, na presença das ressonâncias ou absorvedores pesados, as suposições empregadas para se obter $q(u)$ não são válidas e a equação (11) não representa mais a "probabilidade de escape das ressonâncias".

Assim recapitulando-se:

$$q(u) = S$$

$$q(E) = S$$

$$\Sigma_a = 0 \quad \Sigma_a \ll \Sigma_S$$

$$q(u) = Sp(u, 0) = S \exp \left[- \int_0^u \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_t(u')} du' \right]$$

$$q(E) = Ep(E, E_0) = S \exp \left[- \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} \right]$$

Fazendo-se $\Sigma_t(u) \approx \Sigma_S \approx \Sigma_S(u) + \gamma \Sigma_a(u)$

1) Em um meio homogêneo

$$F(E) = \int_E^{E/\alpha} \frac{\Sigma_S(E') \phi(E')}{(1-\alpha)E'} dE'$$

2) Em um meio com moderador (M) e absorvedor (A)

$$F(E) = \int_E^{E/\alpha_M} \frac{\Sigma_{SM}(E') \phi(E')}{(1-\alpha_M)E'} dE' + \int_E^{E/\alpha_A} \frac{\Sigma_{SA}(E') \phi(E')}{(1-\alpha_A)E'} dE' \quad (12)$$

Como já foi mencionado, uma solução exata para a equação (12) não é conseguida por meios analíticos. As duas aproximações empregadas para resolvê-la, a fim de se determinar a probabilidade de escape as ressonâncias, são elaboradas a seguir.

3. APROXIMAÇÃO NR (NARROW RESSONANCE - RESSONÂNCIA ESTREITA)

Esta aproximação é empregada nas ressonâncias cuja largura prática é muito menor que a perda média de energia do nêutron com energia nas proximidades da energia da ressonância, nas colisões com núcleos absorvedores. A perda média de energia nas colisões com os núcleos moderadores sendo maior que a perda com os núcleos absorvedores, a condição necessária para a aproximação NR pode ser escrita como:

$$\Gamma_{pj} \ll \frac{1}{2} (1-\alpha_A) E_j < \frac{1}{2} (1-\alpha_M) E_j \quad (13)$$

Neste caso, os nêutrons não sofrem mais que uma colisão dentro da ressonância, desde que sejam espalhados para fora da ressonância ou absorvidos na primeira colisão, em virtude da equação (13). Os nêutrons que se encontram com energias dentro da ressonância são espalhados das energias maiores fora da ressonância, onde a presença da ressonância não manifesta. Portanto, o fluxo dentro da ressonância é suposto não ter sido perturbado significativamente devido à presença da ressonância. Assim, a solução assintótica para o fluxo é:

$$\phi(E') \sim \frac{C}{\xi \Sigma_t E} \sim \frac{C}{\xi \Sigma_s E} \quad (14)$$

Este fluxo é empregado na determinação das integrais da equação (12). A constante C é o produto da intensidade da fonte pela probabilidade de não ser absorvido até a proximidade da ressonância. A forma explícita da constante C não é necessária no tratamento de uma ressonância isolada. Neste caso, a constante C pode ser vista como a densidade de moderação imediatamente acima da ressonância, ou seja $q(E_j^+)$. O valor de Σ_s fora da ressonância deve ser empregada na expressão assintótica da equação (14):

$$\Sigma_s = \Sigma_{sM} + \Sigma_{pM} = \Sigma_p \quad (15)$$

Desta forma, a contribuição do espalhamento para energias E dentro da ressonância, $E_j^- < E < E_j^+$ é de fora da ressonância:

$$\Sigma_{SM}(E') = \Sigma_{SM} \quad ; \quad E < E' < E/\alpha_M \quad (16)$$

$$\Sigma_{SA}(E') = \Sigma_{pA} \quad ; \quad E < E' < E/\alpha_A \quad (17)$$

Substituindo-se as equações (14), (16) e (17) na equação (12), e arrumando-se a expressão, obtém-se:

$$F(E) = \Sigma_t(E) \phi(E) = \frac{C}{\xi \Sigma_p} \left[\frac{\Sigma_{SM}}{1-\alpha_M} \int_E^{E/\alpha_M} \frac{dE'}{E'} + \frac{\Sigma_{pA}}{1-\alpha_A} \int_E^{E/\alpha_A} \frac{dE'}{E'} \right]$$

$$\phi(E) \Sigma_t(E) = \frac{C}{\xi \Sigma_p} \left[\frac{\Sigma_{SM}}{1-\alpha_M} \left(\frac{1-\alpha_M}{E} \right) + \frac{\Sigma_{pA}}{1-\alpha_A} \left(\frac{1-\alpha_A}{E} \right) \right]$$

$$\phi(E) \Sigma_t(E) = \frac{C}{\xi \Sigma_p} \left[\frac{\Sigma_{SM} + \Sigma_{pA}}{E} \right] = \frac{C}{\xi E}$$

$$\phi(E) = \frac{C}{\xi \Sigma_t(E)} \quad ; \quad E_j^- < E < E_j^+ \quad (18)$$

Escrevendo-se $\Sigma_t(E) = \Sigma_{SM} + \Sigma_{pA} + \Sigma_{rA}(E)$

Logo:

$$\Sigma_t(E) = \Sigma_{SM} + \Sigma_{pA} + \frac{N_A \sigma_j A}{1 + \frac{4(E - E_j)^2}{\Gamma_j^2}} \quad (19)$$

Nota-se que $\Sigma_t(E)$ apresenta um pico com o máximo de energia do neutrón $E_n = E_j$.

Conseqüentemente, o fluxo sofre uma depressão dentro da faixa de ressonância com um mínimo em $E_n = E_j$, como ilustrado na Figura 1.

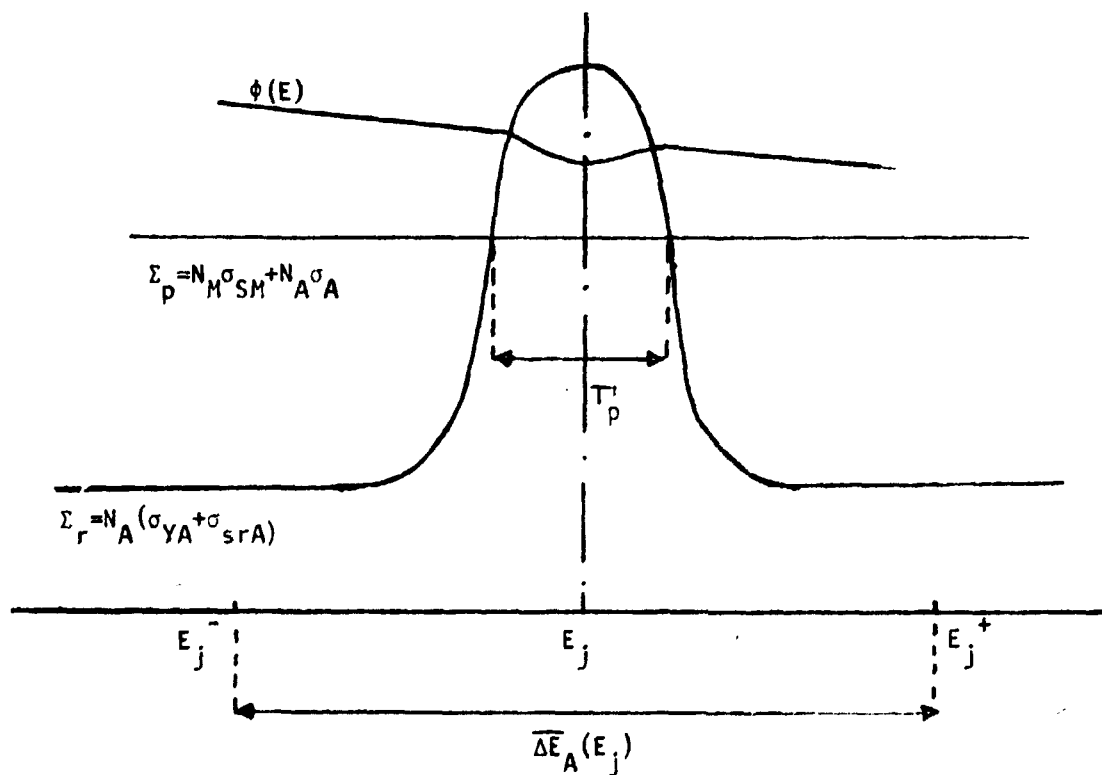


Figura 1

Sabe-se que:

$$\frac{dq(E)}{dE} = \Sigma_a(E) \phi(E) \quad (20)$$

que integrada entre E_j^- e E_j^+ resulta em:

$$q(E_j^+) - q(E_j^-) = \int_{E_j^-}^{E_j^+} \Sigma_a(E') \phi(E') dE' \quad (21)$$

A substituição da equação (18) em (21) torna-se

$$q(E_j^+) - q(E_j^-) = \frac{C}{\xi E_j} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} \quad (22)$$

Ao se dividir a equação (22) por $q(E_j^+)$, obtém-se a probabilidade de escape da absorção na ressonância j como:

$$p_j = \frac{q(E_j^-)}{q(E_j^+)} = 1 - \frac{C}{q(E_j^+)} \frac{1}{\xi} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} \quad (23)$$

Lembrando-se que $C = q(E_j^+)$ e notando-se que o termo integral na equação (23) é muito menor que a unidade:

$$p_j = 1 - \frac{1}{\xi} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} = \exp \left[- \frac{1}{\xi} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_t(E')} \frac{dE'}{E'} \right] \quad (24)$$

Escrevendo-se $\Sigma_a(E')$ e $\Sigma_t(E')$ explicitamente:

$$p_j = \exp \left[- \frac{1}{\xi} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{N_A \sigma_{\gamma A}(E')}{N_{pA} \sigma_{pA} + N_M \sigma_{SM} + N_A \sigma_{rA}(E')} \right]$$

$$p_j = \exp \left[- \frac{N_A}{\bar{\xi} \Sigma_p} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\sigma_{\gamma A}(E')}{1 + \frac{N_A \sigma_{rA}(E')}{\Sigma_p}} \frac{dE'}{E'} \right]$$

(25)

visto que $\sigma_{rA} = \sigma_{\gamma A} + \sigma_{srA}$

$$\Sigma_p = \Sigma_{SM} + \Sigma_{pA} = \Sigma_{pM} + \Sigma_{pA}$$

e onde $\sigma_{\gamma A}(E')$ e $\sigma_{rA}(E')$ são fornecidos por (3) e (4).

A probabilidade de escape de mais de uma ressonância entre a energia da fonte e a observação é obtida como o produto das probabilidades de escape das ressonâncias individuais encontradas nesta faixa de energia, desde que elas sejam separadas e não sejam localizadas nas regiões não assintóticas das outras. Então, a probabilidade de escape da ressonância da energia da fonte E_0 até a energia E é igual a:

$$p(E, E_0) = \prod_j p_j$$

$$p(E, E_0) = \exp \left[- \frac{N_A}{\bar{\xi} \Sigma_p} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\sigma_{\gamma A}(E')}{1 + \frac{N_A \sigma_{rA}(E')}{\Sigma_p}} \frac{dE'}{E'} \right]$$

(26)

onde $\sigma_{\gamma A}(E')$ e $\sigma_{rA}(E')$, dados pelas equações (3) e (4), aproximam-se de zero fora das ressonâncias. Supondo-se que Σ_p é zero entre as ressonâncias, a equação (26) pode ser escrita como:

$$p(E, E_0) = \exp \left[- \frac{N_A}{\bar{\xi} \Sigma_p} \int_E^{E_0} \frac{\sigma_{\gamma A}(E')}{1 + \frac{N_A \sigma_{rA}(E')}{\Sigma_p}} \frac{dE'}{E'} \right]$$

(27)

A integral

$$I(NR) = \int_E^{E_0} \left[\sigma_{\gamma A}(E') \right]_{ef} \frac{dE'}{E'} = \int_E^{E_0} \frac{\sigma_{\gamma A}(E')}{1 + \frac{N_A \sigma_{rA}(E')}{\Sigma_p}} \frac{dE'}{E'} \quad (28)$$

é conhecida como a "Integral da Ressonância Efetiva" (na aproximação NR).

Se a concentração do absorvedor fosse muito baixa ($N_A \rightarrow 0$), a integral de ressonância da equação (28) modifica-se para:

$$I_{\infty} = \int_E^{E_0} \sigma_{\gamma A}(E') \frac{dE'}{E'} \quad (29)$$

conhecida como a "Integral da Ressonância na Diluição Infinita".

4. A APROXIMAÇÃO NRIM (Narrow Resonance Infinite Mass Absorber - Ressonância estreita com absorvedor de massa infinita).

A aproximação NRIM (também conhecida como aproximação NRIM) é empregada quando a largura prática da ressonância é muito maior que a perda média da energia do nêutron, nas colisões com os núcleos absorvedores, mas sendo muito menor que a perda média nas colisões com os núcleos moderadores, ou seja:

$$\frac{1}{2} (1 - \alpha_M) E_j \gg \Gamma_{pj} \gg \frac{1}{2} (1 - \alpha_A) E_j \quad (30)$$

Tipicamente, as ressonâncias nas baixas energias dos núcleos férteis (Urânio-238) caem nesta classe.

Neste caso, a integral relacionada ao moderador na equação (12) é tratada da mesma maneira que na aproximação NR.

Porém, as colisões com os núcleos absorvedores devem ser tratadas diferente

mente. A largura de ressonância sendo muito maior que a perda média de energia na colisão com o absorvedor, este é tratado como se fosse de massa infinita e a perda de energia nas colisões com absorvedor, é totalmente desprezada.

Assim, os nêutrons, que sofrem colisão com o absorvedor, permanecem dentro da região da ressonância, sendo espalhados com a energia ou são absorvidos.

Então, a integral relativa ao absorvedor na equação (12) torna-se em:

$$\Sigma_t(E) \phi(E) = \frac{q(E_j^+)}{\bar{\xi} \Sigma_p E} \Sigma_{SM} + \int_E^{E/\alpha_A} \frac{\Sigma_{SA}(E') \phi(E') dE'}{(1-\alpha_A) E'} \quad (31)$$

$$\lim_{\alpha_A \rightarrow 1} \int_E^{E/\alpha_A} \frac{\Sigma_{SA}(E') \phi(E') dE'}{(1-\alpha_A) E'} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_E^{E/1-\delta} \frac{\Sigma_{SA}(E') \phi(E') dE'}{(1-\alpha_A) E'} \approx$$

$$\approx \frac{\Sigma_{SA}(E) \phi(E)}{\delta E} \int_E^{E(1+\delta)} dE' = \Sigma_{SA}(E) \phi(E) \quad (32)$$

Logo:

$$\Sigma_t(E) \phi(E) = \frac{q(E_j^+)}{\bar{\xi} \Sigma_p E} \Sigma_{SM} + \Sigma_{SA}(E) \phi(E)$$

$$\left[(\Sigma_t(E) - \Sigma_{SA}(E)) \right] \phi(E) = \frac{q(E_j^+)}{\bar{\xi} \Sigma_p E} \Sigma_{SM}$$

$$\phi(E) = \frac{q(E_j^+)}{\xi \Sigma_p E} \frac{\Sigma_{SM}}{\Sigma_t(E) - \Sigma_{SA}(E)}$$

(33)

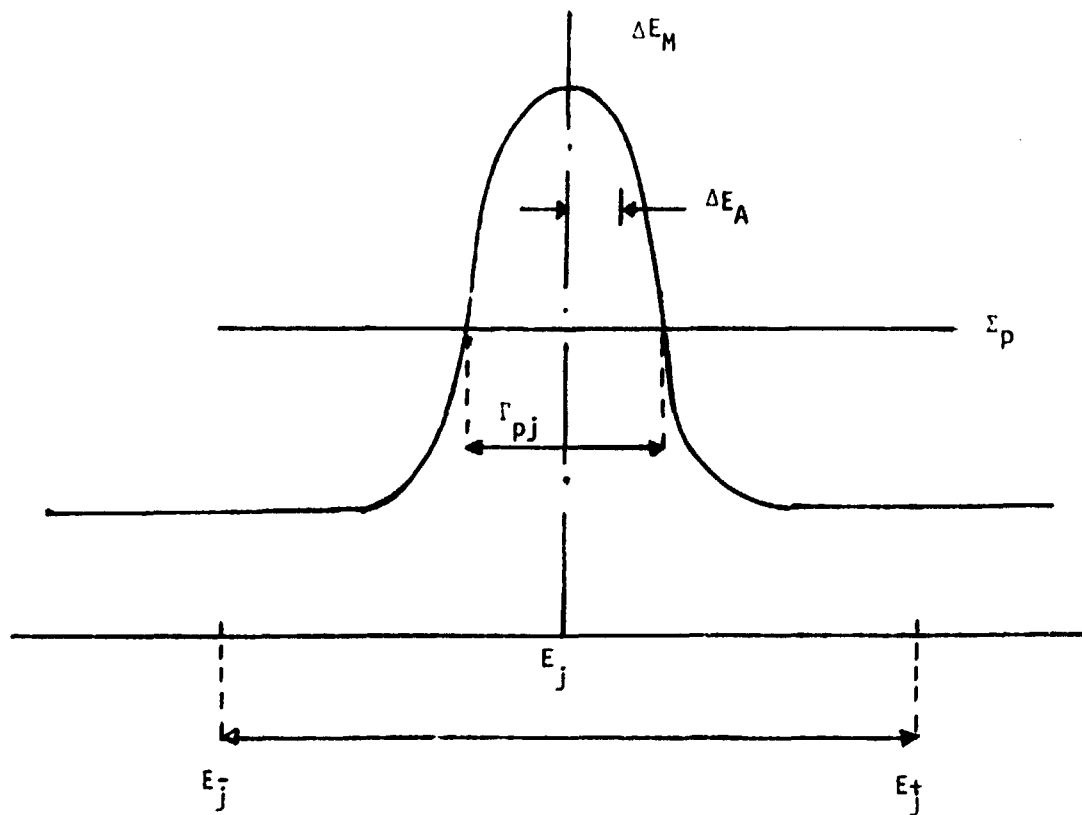


Figura 2

Observação:

$$\Sigma_t(E) = \Sigma_{pA} + \Sigma_{srA} + \Sigma_{SM} + \Sigma_{\gamma A}$$

$$\Sigma_{SA}(E) = \Sigma_{pA} + \Sigma_{srA}$$

$$\Sigma_t(E) - \Sigma_{SA}(E) = \Sigma_{SM} + \Sigma_{\gamma A}(E)$$

Assim:

$$\phi(E) = \frac{q(E_j^+)}{\bar{\xi} \Sigma_p} \times \frac{\Sigma_{SM}}{\Sigma_{SM} + \Sigma_{YA}(E)} \quad (34)$$

Voltando-se à equação

$$\frac{dq}{dE} = \Sigma_a(E) \phi(E) = \frac{q(E_j^+)}{\bar{\xi} \Sigma_p} \frac{\Sigma_{SM}}{E} \frac{\Sigma_{YA}(E)}{\Sigma_{SM} + \Sigma_{YA}(E)}$$

$$\Sigma_a(E) \phi(E) = \frac{q(E_j^+) N_A}{\bar{\xi} \Sigma_p} \times \frac{\sigma_{YA}(E)}{\left[1 + \frac{\Sigma_{YA}(E)}{\Sigma_{SM}} \right]} \quad (35)$$

Integrando-se a equação (35) entre E_j^- e E_j^+

$$q(E_j^+) - q(E_j^-) = \frac{q(E_j^+) N_A}{\bar{\xi} \Sigma_p} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\sigma_{YA}(E')}{1 + \frac{\Sigma_{YA}(E')}{\Sigma_{SM}}} \frac{dE'}{E'} \quad (36)$$

Procedendo-se de maneira análoga como na aproximação NR, a probabilidade de escape da ressonância j na aproximação NRIM é obtida como:

$$p_j = 1 - \frac{N_A}{\bar{\xi} \Sigma_p} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\sigma_{YA}(E')}{1 + \frac{N_A}{\Sigma_{SM}} \sigma_{YA}(E')} \frac{dE'}{E'} \quad (37)$$

$$p_j \approx \exp \left[- \frac{N_A}{\bar{\xi} \Sigma_p} \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\sigma_{YA}(E')}{1 + \frac{N_A}{\Sigma_{SM}} \sigma_{YA}(E')} \frac{dE'}{E'} \right] \quad (38)$$

Então, a probabilidade de escape das ressonâncias entre E^- e E^+ na aproximação NRIM torna-se:

$$p = \exp \left[- \frac{N_A}{\bar{\xi} \Sigma_p} I \right] \quad (39)$$

onde a integral de ressonância é dada por:

$$I(\text{NRIM}) = \int_E^{E_0} \frac{\sigma_{YA}(E')}{1 + \frac{N_A}{\Sigma_{SM}} \sigma_{YA}(E')} \frac{dE'}{E'} \quad (40)$$

Quando a ressonância não for, nem muito estreita nem muito larga, em comparação com a perda média de energia na colisão com o absorvedor, aplica-se uma aproximação intermediária entre NR e NRIM.

A contribuição da ressonância j na integral da ressonância é dada pelas seguintes expressões, nas aproximações NR e NRIM [equações (28) e (39)]

$$I_j(\text{NR}) = \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\sigma_{YA}(E')}{1 + \frac{N_A \sigma_{rA}(E')}{\Sigma_p}} \frac{dE'}{E'} = \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\sigma_{YA}(E')}{1 + \frac{N_A (\sigma_{YA} + \sigma_{s rA})}{\Sigma_{SM} + \Sigma_{pM}}} \frac{dE'}{E'} \quad (41)$$

$$I(\text{NRIM}) = \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\sigma_{\gamma A}(E')}{1 + \frac{N_A \sigma_{\gamma A}(E')}{\Sigma_S}} \frac{dE'}{E'} \quad (42)$$

Uma aproximação intermediária é obtida definindo-se a integral de ressonância como:

$$I(\text{Inter}) = \int_{E_j^-}^{E_j^+} \frac{\sigma_{\gamma A}(E')}{1 + \frac{N_A (\sigma_{\gamma A} + \lambda \sigma_{srA})}{\Sigma_{SM} + \lambda \Sigma_{pA}}} \frac{dE'}{E'} \quad (43)$$

onde:

$$0 > \lambda > 1.$$

Logo se observa que a equação (43) é uma aproximação NRIM ou NR, conforme seja $\lambda = 0$ ou 1 respectivamente. O parâmetro λ é determinado pelo método resumido a seguir.

$$F(E) = \Sigma_t(E) \phi(E) = \underbrace{\frac{q(E_j^+) \Sigma_{SM}}{\bar{\xi} \Sigma_p E}}_{\text{NR}} + \int_{E_j^-}^{E_j^+} \Sigma_{SA}(E') \phi(E') dE' \quad (44)$$

Dentro da ressonância $E \approx E_j$

$$\phi(E)_{\text{NR}} = \frac{q(E_j^+)}{\bar{\xi} \Sigma_p E} \times \frac{\Sigma_{SM} + \Sigma_{pA}}{(\Sigma_{SM} + \Sigma_{pA}) + [\Sigma_{SrA}(E) + \Sigma_{SA}(E)]} \quad (45)$$

$$\phi(E)_{NRIM} = \frac{q(E_j^+)}{\bar{\xi} \Sigma_p E} \frac{\Sigma_{SM}}{\Sigma_{SM} + \Sigma_{pA}} \quad (46)$$

$$\phi(E)_{inter} = \frac{q(E_j^+)}{\bar{\xi} \Sigma_p E} \times \frac{\Sigma_{SM} + \lambda \Sigma_{pA}}{\left[\Sigma_{SM} + \lambda \Sigma_{pA} \right] \left[\Sigma_{SA}(E) + \lambda \Sigma_{srA}(E) \right]} \quad (47)$$

A equação integral (12) com aproximação NR para o moderador pode ser escrita como:

$$\Sigma_t(E) \phi(E) = \frac{C}{\bar{\xi} \Sigma_p} \frac{\Sigma_{SM}}{E} + \int_E^{E/\alpha_A} \frac{\Sigma_S(E') \phi(E')}{(1-\alpha_A)} \frac{dE'}{E} \quad (48)$$

Esta equação pode ser resolvida empregando-se o fluxo definido pela equação (47), por método iterativo, obtendo-se o valor de λ em cada ressonância. A integral de ressonância é então obtida como a soma das contribuições das ressonâncias individuais.

Quando o absorvedor exibe também ressonância de fissão, σ_A é empregado na expressão para a integral da ressonância em lugar de σ_j .

As aproximações NR e NRIM são diferentes somente no tratamento de espalhamento pelo absorvedor na ressonância. A aproximação NR é mais empregada para ressonâncias estreitas e separadas nas altas energias, ou para ressonâncias exibidas pelos núcleos intermediários e leves, ou para ressonâncias dos núcleos pesados nas altas energias. As ressonâncias nas baixas energias exibidas pelos núcleos pesados são tratadas pela aproximação NRIM.

Infelizmente, todas as ressonâncias encontradas não são isoladas, isto é, o intervalo entre elas não é suficiente para a recuperação do fluxo para a forma assintótica dos transientes produzidos pela ressonância vizinha (lem

brar que a ressonância, na absorção, comporta-se como uma fonte). Neste caso, nenhum dos métodos, apresentados acima, é viável. Também nas altas temperaturas, a largura das ressonâncias aumenta em virtude do efeito Doppler.

Quando a largura da ressonância é comparável com a perda de energia na colisão com o moderador, os métodos elaborados acima são falhos.

Neste caso, o único recurso para o cálculo da probabilidade de escape da ressonância é o emprego de solução numérica por método Monte Carlo.

Medidas experimentais são também utilizadas para a determinação da integral de ressonância entre a energia da fonte e a energia de interesse, desde que:

$$p(E, E_0) = \frac{q(E)}{q(E_0)} = \frac{q(E)}{S(E_0)} = \exp - \left[\frac{N_A}{\bar{\xi} \Sigma_p} I \right] \quad (49)$$

A integral efetiva da ressonância pode ser determinada medindo-se o fluxo $\phi(E)$ e conhecendo-se a intensidade da fonte $S(E_0)$

$$I = \frac{\bar{\xi} \Sigma_p}{N_A} \ln \left[\frac{S(E_0)}{\bar{\xi} \Sigma_t(E) \phi(E)} \right] E \quad (50)$$

5. NOCÕES SOBRE O MÉTODO MONTE CARLO

Este método numérico é baseado na teoria das probabilidades. Em virtude do fato das seções de choque macroscópica serem vistas como a probabilidade da interação de um nêutron, a teoria probabilística é empregada para a determinação dos locais das colisões dos nêutrons e suas consequências (espalhamento, absorção, etc). Seguindo-se estes nêutrons, pelas colisões sucessivas até a "morte" (absorção), pode-se determinar o número de nêutrons que sobrevive para satisfazer a determinadas condições entre um grande número de nêutrons, cujas histórias são analisadas. Determina-se, então, a probabilidade dos nêutrons seguirem este caminho específico. As decisões nos cálculos de Monte Carlo são tomadas pelos "números aleatórios" (semelhante a um jogo de roleta), geradas por computador.

Vai-se considerar que:

$\Sigma_t(E)$ = probabilidade total de interação do nêutron por unidade de comprimento.

$\left. \begin{array}{l} \Sigma_a \\ \Sigma_s \\ \Sigma_f \\ \Sigma_{n,2n} \\ \text{etc.} \end{array} \right\} = \text{probabilidade relativa de ocorrência destas reações.}$

$p_s = \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t} = \text{probabilidade de espalhamento, uma vez que a colisão já ocorreu.}$

$p_a = \frac{\Sigma_a}{\Sigma_t} = \text{probabilidade de absorção, uma vez que a colisão já ocorreu.}$

Serão desprezadas, por agora, as reações Σ_f , $\Sigma_{n,2n}$, etc.

A seguir, é ilustrado um esquema simplificado para cálculo da probabilidade de escape da ressonância entre a energia da fonte E_0 e a energia E , em um meio infinito composta de um moderador (M) e um absorvedor (A), conforme ilustrado na Figura 3.

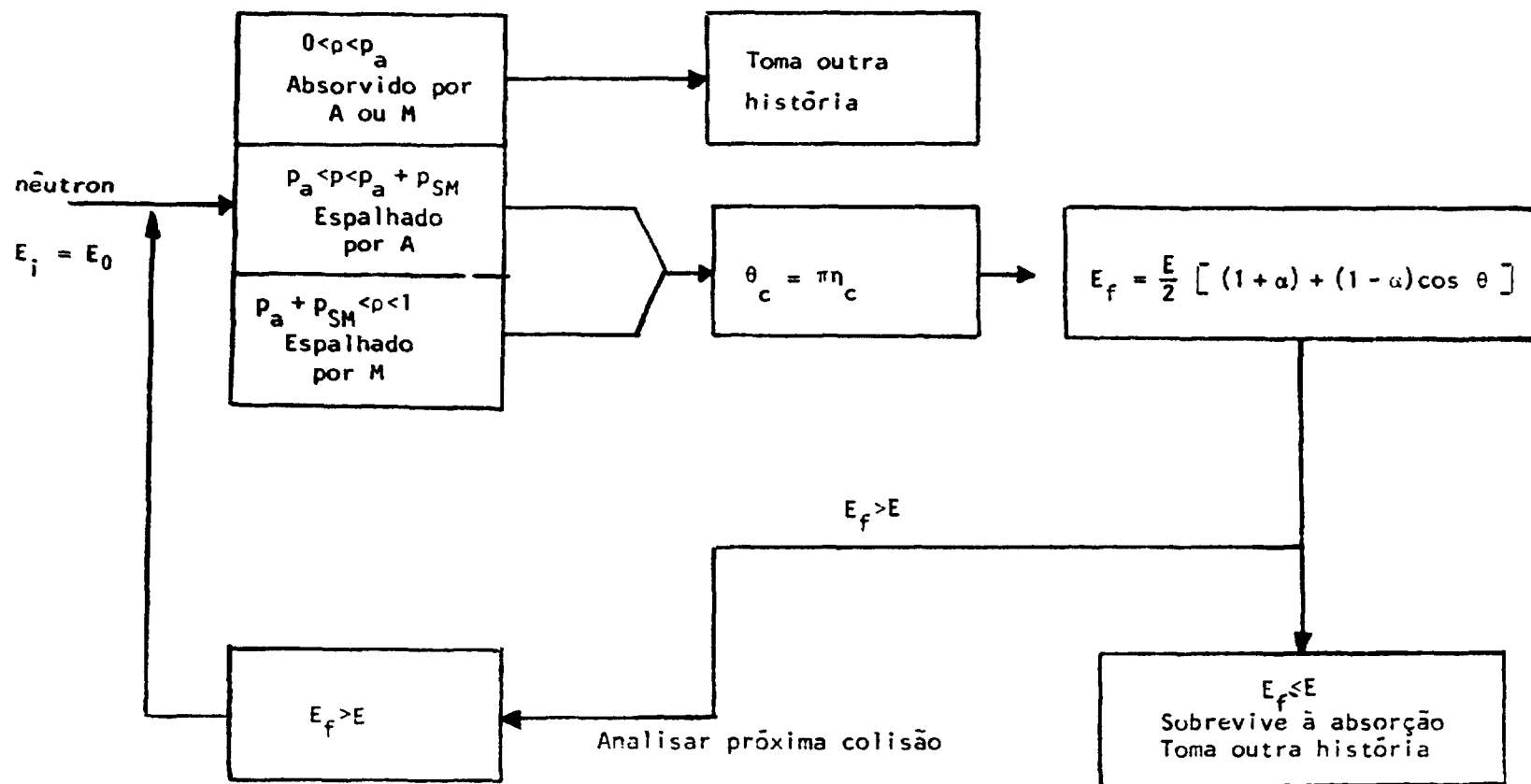


Figura 3: Esquema simplificado para o cálculo de p .

Sejam respectivamente Σ_a , Σ_{SM} e Σ_{SA} as seções de choque macroscópicas de absorção do meio, de espalhamento do moderador e de espalhamento do absorvedor.

Então, as probabilidades relativas de absorção, espalhamento pelo moderador e de espalhamento pelo absorvedor são dadas por:

$$p_a(E') = \Sigma_a(E') / \Sigma_t(E') \quad (51)$$

$$p_{SM}(E') = \Sigma_{SM}(E') / \Sigma_t(E') \quad (52)$$

$$p_{SA}(E') = \Sigma_{SA}(E') / \Sigma_t(E') \quad (53)$$

onde:

$$\Sigma_t(E') = \Sigma_a(E') + \Sigma_{SM}(E') + \Sigma_{SA}(E')$$

$$p_a(E') + p_{SM}(E') + p_{SA}(E') = 1$$

Considere-se um nêutron, sendo introduzido no meio, com energia $E_i = E_0$.

O seu destino na primeira colisão (absorção, espalhamento pelo moderador ou absorvedor) é determinado por um número aleatório, gerado por computador e $0 < \rho < 1$.

Se o nêutron é absorvido, não há interesse em se saber se o foi pelo moderador ou pelo absorvedor.

Há interesse em se saber, quanto ao espalhamento, se é com o absorvedor ou com o moderador.

Assim:

$$0 < \rho < p_a(E_i) \quad \rightarrow \quad \text{nêutron absorvido}$$

$$p_a(E_i) < \rho < p_a(E_i) + p_{SM}(E_i) \quad \rightarrow \quad \text{nêutron espalhado por M}$$

$$p_a(E_i) + p_{SM}(E_i) < \rho < 1 \quad \rightarrow \quad \text{nêutron espalhado por A}$$

Resultando em absorção, a história deste nêutron é abandonada e começa-se

com outro nêutron de energia E_0 .

No caso de espalhamento por M ou A, a energia do nêutron espalhado deve ser determinada.

A energia do nêutron espalhado depende do ângulo de espalhamento. Supondo-se que o espalhamento é isotrópico no sistema de centro de massa, o ângulo de espalhamento é determinado por um segundo número aleatório η_c ($0 < \eta_c < 1$), como:

$$\theta_c = \eta_c \pi \quad (54)$$

Desde que θ_c seja conhecido, a energia do nêutron depois do espalhamento é determinada como:

$$E_f = \frac{1}{2} E_i \left[(1 - \alpha_{M/A}) + (1 - \alpha_{M/A}) \cos \theta_c \right] \quad (55)$$

Se $E_f < E$, este nêutron é considerado ter escapado à absorção. Se $E_f > E$, as colisões sucessivas próximas à colisão são analisadas com E_f sendo a energia inicial ($E_i = E_f$), do mesmo modo, até que este nêutron seja moderado para uma energia menor que E , ou seja absorvido.

Após a análise de um número suficiente de histórias (usualmente 10000, ou mais), a probabilidade de escape da ressonância é determinada como:

$$p(E, E_0) = \frac{\text{número de nêutrons que sobrevive até energias } < E}{\text{número de histórias consideradas}} \quad (56)$$

O método de Monte Carlo tem sido empregado com sucesso em vários cálculos da Física de Neutrons, especialmente em blindagem. O cálculo de $p(E, E_0)$ por Monte Carlo é um dois mais simples. É de grande utilidade:

- no caso de absorção pesada ($\Sigma_a \approx \Sigma_s$).
- nos casos de ressonâncias largas em comparação com a perda média de energia com o moderador.
- nos casos de ressonâncias não resolvidas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - Lamarsh, J. R. "Nuclear Reactor Theory", Addison Wesley, 1966.
- 2 - Weinberg, A. M. e Wigner, E. P., "The Physical Theory of Neutron Chain Reactors", University of Chicago Press, Chicago, 1958.
- 3 - Duderstadt, J. J. e Hamilton, L. J., "Nuclear Reactor Analysis", John Wiley, 1976.