

- i -

V
NOTA TÉCNICA
CTA - EAV/NT-011/79
01 Ago 79

"REATORES HETEROGÊNEOS"

por

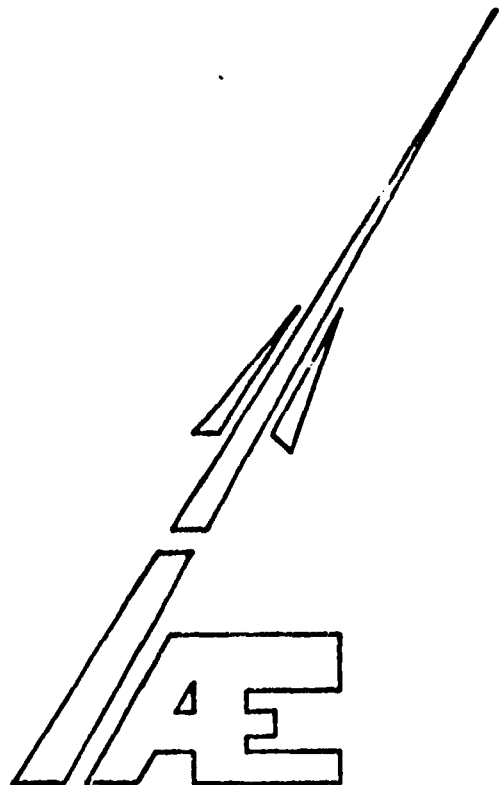
C. Moura Neto

e

R. P. Kesavan Nair

("HETEROGENEOUS REACTORS")

Divisão de Estudos Avançados
Instituto de Atividades Espaciais
Centro Técnico Aeroespacial
12.200-São José dos Campos-SP
Brasil



— ii —

REACTORES HETEROGÊNEOS

C. Moura Neto e R. P. Kesavan Nair

RESUMO

O estudo microscópico da célula destina-se à determinação do fator de multiplicação infinita da célula, que é dado pela fórmula dos quatro fatores

$$K_{\infty} = n\epsilon p f.$$

A análise de um reator heterogêneo é semelhante a de um reator homogêneo, mas cada um dos quatro fatores não pode ser computado pelas fórmulas desenvolvidas para o reator homogêneo.

Um grande número de métodos foi desenvolvido para o cálculo de reatores heterogêneos e alguns deles são discutidos neste trabalho.

ABSTRACT

The microscopic study of a cell to the determination of the infinite multiplication factor of the cell, which is given by the four factor formula:

$$K_{\infty} = n\epsilon p f.$$

The analysis of an homogeneous reactor is similar to a heterogeneous reactor, but each factor of the four factor formula can not be calculated by the formulas developed in the case of an homogeneous reactor.

A great number of methods was developed to the calculation of heterogeneous reactors and some of them are discussed in this work.

1 - INTRODUÇÃO

O estudo dos núcleos de reatores nucleares pode ser feito considerando-se que o moderador, combustível, refrigerante e materiais estruturais estão intimamente misturados. O reator é, então, dito homogêneo. Entretanto, os núcleos dos reatores, por certo, não são projetados e construídos nesta configuração homogênea. Isto se verifica por uma necessidade de:

- 1) facilitar a retirada de calor do núcleo do reator (canais de refrigeração, superfícies para transferência de calor);
- 2) proporcionar um projeto mecânico adequado (integridade da estrutura, fabricação e manuseio do combustível);
- 3) controlar a reatividade (barras de controle, venenos queimáveis e instrumentação).

Colocando-se o combustível na forma de uma malha de barras ou placas, em uma matriz de moderador, é possível conseguir-se um aumento no fator de multiplicação infinita, como resultado do ganho na probabilidade de escape às ressonâncias.

Em um sistema heterogêneo, ocorre também um aumento no fator de fissão rápida, quando comparado com uma mistura uniforme da mesma composição.

O único fator, que é menor em uma malha homogênea da mesma composição, é o fator de utilização térmica, em virtude do fluxo de nêutrons térmicos ser maior no moderador que no interior do elemento combustível.

2 - CONCEITOS BÁSICOS

a) Fatores de multiplicação.

Uma das propriedades básicas de um sistema multiplicativo, no qual nêutrons estão sendo produzidos por fissão, é o fator de multiplicação infinito (k_{∞}).

É definido como a razão entre o número de nêutrons resultantes da fissão em cada geração pelo número absorvido na geração precedente, em um sistema de tamanho infinito.

Em um sistema de tamanho finito, entretanto, alguns nêutrons são perdidos por fuga. Então, a condição de criticalidade é descrita por meio do fator de multiplicação efetiva (k_{ef}), definido como a razão entre o número de nêutrons resultantes da fissão em cada geração pelo número total de nêutrons perdidos tanto por fuga como por absorção, na geração precedente. Quando este fator é exatamente igual a unidade, o sistema é dito crítico. Se o fator de multiplicação é maior que a unidade o número de fissões aumenta com cada geração sucessiva e a reação em cadeia diverge: o sistema é dito supercrítico. Finalmente, se o fator de multiplicação é menor que a unidade, a reação diminui gradualmente e o sistema é chamado subcrítico.

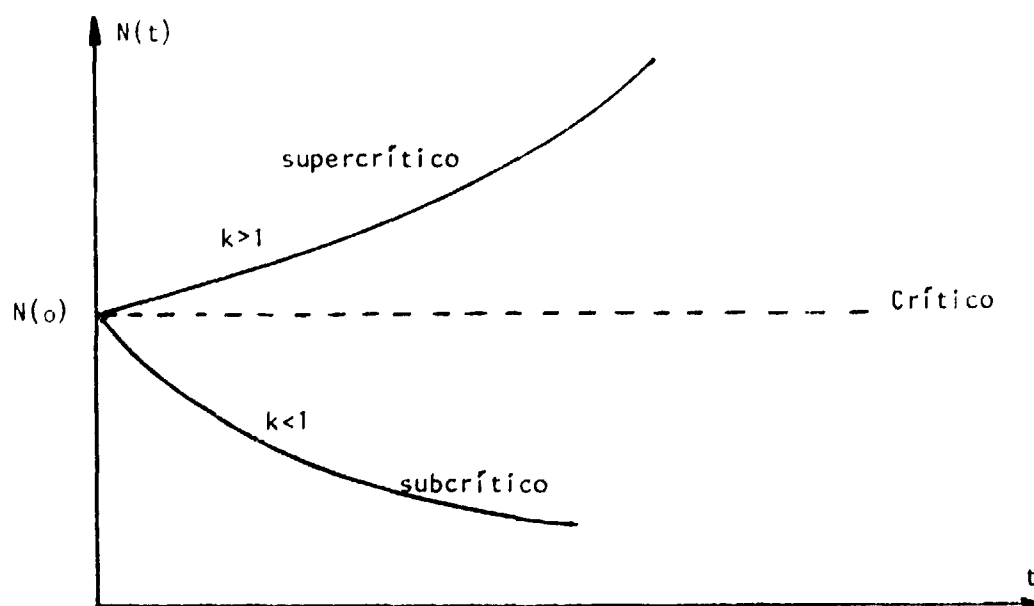


Figura 1: Comportamento temporal do número de nêutrons em um reator.

b) O ciclo de multiplicação de nêutrons.

Considere-se a história de N nêutrons de fissão com energia média de 2 MeV, numa mistura de vários materiais, incluindo um elemento físsil (por ex. ^{235}U). Estes materiais de fissão começam um percurso complexo sofrendo colisões com os núcleos dos elementos presentes resultando em absorção ou perda de energia por espalhamento. Esta perda por espalhamento continua até que os nêutrons atijam o equilíbrio térmico com os átomos do meio, ou seja, a energia do nêutron é reduzida até a ordem de $\frac{3}{2} kT$ (sendo T a temperatura do meio e k a constante de Stefan-Boltzmann). Este processo de moderação de energia e as absorções que o acompanham estão esquematizados no lado direito da Figura 2.

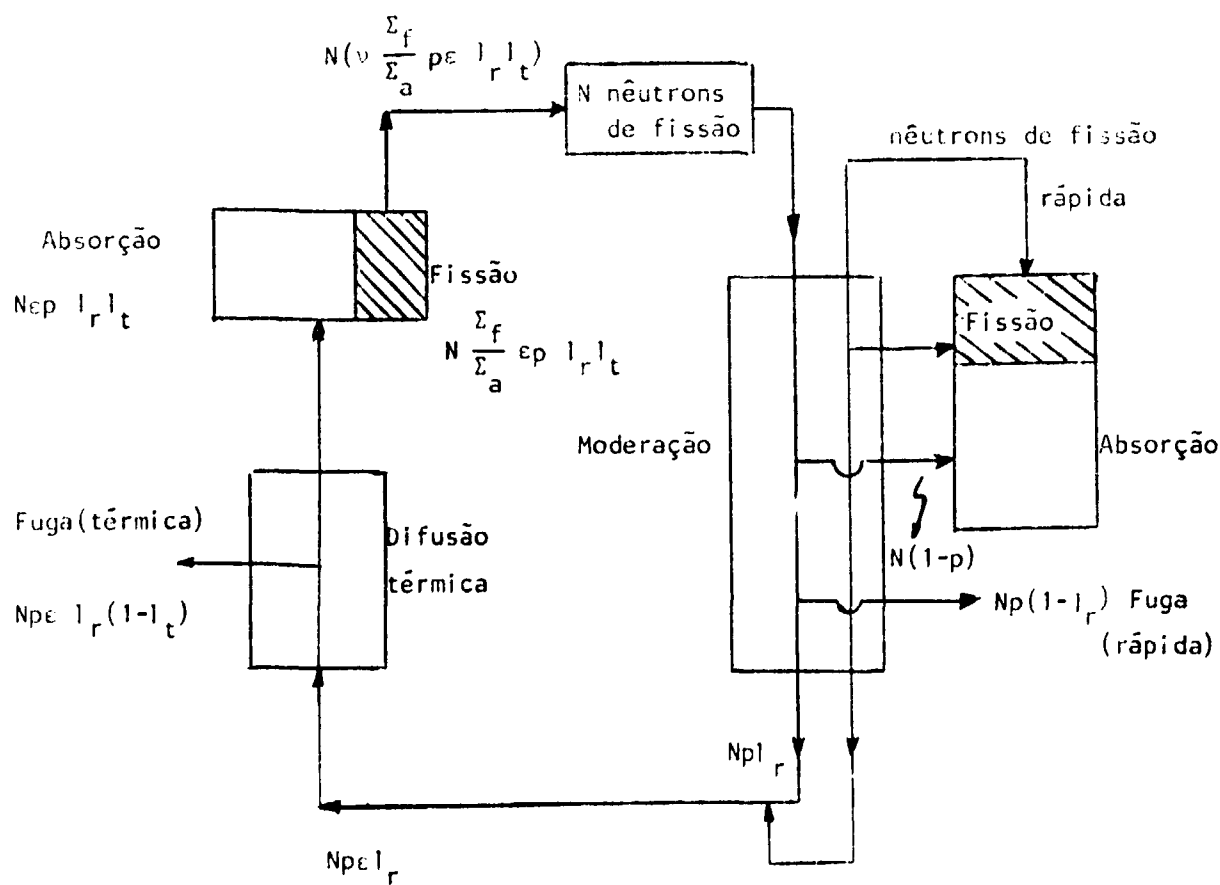


Figura 2: Ciclo de multiplicação de nêutrons.

A fração de nêutrons que escapa da absorção durante a moderação é conhecida como "probabilidade de escape de ressonância", desde que a maior parcela da absorção nesta faixa de energia é nas ressonâncias.

Alguns nêutrons escapam do meio durante a moderação.

A fração l_r que permanece dentro do sistema é chamada "fator de não fuga rápida".

Uma parte da fração $(1-p)$ dos nêutrons absorvidos produz fissões, aumentando o número de nêutrons de fissão no sistema. Estes nêutrons de fissão (rápida) também sofrem o processo de moderação e juntam-se ao $Np l_r$ nêutrons de fissão iniciais, aumentando o número de nêutrons moderados ao valor $Nep l_r$. A razão entre o número total de nêutrons e os nêutrons oriundos das fissões térmicas é chamada "fator de fissão rápida" (ϵ).

Em virtude do pequeno valor de σ_f para nêutrons rápidos, o valor $(\epsilon-1)$ é muito pequeno.

Uma vez que os nêutrons atingem as energias térmicas, eles continuam a se difundir no meio sofrendo colisões com os núcleos e trocando energia com eles (nesta faixa, a energia pode ser transferida dos núcleos aos nêutrons e vice-versa), até que são eventualmente absorvidos ou espalhados do sistema (fuga).

No lado esquerdo da Figura 2, é apresentado o processo de difusão térmica de nêutrons. A fração que não foge do sistema durante a difusão térmica é conhecida como "fator de não fuga térmica" (l_t).

No final, quando os nêutrons são absorvidos, cada absorção resulta em $\frac{\Sigma_f}{\Sigma_a}$ fissões, sendo Σ_f e Σ_a respectivamente as seções de choque macroscópica de fissão e absorção do meio para nêutrons térmicos. Cada fissão produz então ν nêutrons. Assim, os $Nep l_r$ nêutrons, que entram em processo de difusão, produzem $N\nu \frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} ep l_r l_t$ nêutrons para iniciar o próximo ciclo.

A razão entre os números de nêutrons em dois ciclos sucessivos é chamada "fator de multiplicação" do sistema:

$$k = \nu \frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} ep l_r l_t \quad (1)$$

Quando somente um elemento físsel se encontra no meio

$$\Sigma_f = N_f \sigma_f^F \quad (2)$$

onde:

N_F é a concentração atômica do elemento físsel.

σ_f^F é a seção de choque microscópica do elemento para nêutrons térmicos.

A seção de choque de absorção macroscópica do meio é dada por:

$$\Sigma_a = N_F \sigma_a^F + \sum_j N_j \sigma_a^j \quad (3)$$

onde:

N_j e σ_a^j são respectivamente a concentração atômica e a seção de choque microscópica do elemento j . O somatório estende-se sobre todos os elementos

A equação (1) pode ser reescrita como:

$$k = v \frac{\sigma_f^F}{\sigma_a^F} \frac{N_F \sigma_a^F}{N_F \sigma_a^F + \sum_j N_j \sigma_a^j} e^{-\rho l_r} e^{-\lambda l_t} \quad (4)$$

$$k = \eta f e^{-\rho l_r} e^{-\lambda l_t} \quad (5)$$

onde:

$\eta = \frac{v \sigma_f^F}{\sigma_a^F}$ = número de nêutrons produzidos por absorção no combustível.

$f = \frac{N_F \sigma_a^F}{N_F \sigma_a^F + \sum_j N_j \sigma_a^j}$ = fator de utilização térmica.

Quando o sistema é infinito, não existe fuga de nêutrons e o fator de multiplicação infinito é:

$$k_\infty = \eta \rho f \quad (6)$$

Se S_0 nêutrons são introduzidos no sistema, a número de nêutrons no sistema após n ciclos é:

$$S_n = S_0 k^n \quad (7)$$

$$\text{Quando } n \rightarrow \infty \quad S_n = \begin{cases} \rightarrow \infty & \text{para } k > 1 \\ S_0 & k = 1 \\ 0 & k < 1 \end{cases}$$

Considere-se agora uma fonte de nêutrons emitindo S_0 nêutrons/segundo, localizada num sistema cujo fator de multiplicação é k . A população neutrônica, no tempo t depois da introdução da fonte, é dada por:

$$S(t) = S_0 (1 + k + k^2 + \dots + k^n)$$

sendo $n = \frac{t}{\tau}$ (τ = tempo de multiplicação do ciclo).

Assim, quando $t \rightarrow \infty$, $n \rightarrow \infty$.

Se

$$k > 1 \quad S_t \rightarrow \infty$$

$$k = 1 \quad S_t \rightarrow \infty$$

$$k < 1 \quad S_t = \frac{S_0}{1-k}$$

c) Condição de criticalidade.

Na equação (1), os valores de η , ϵ , p , f são dependentes da composição do reator. A fuga de nêutrons do reator depende da área superficial e a produção de nêutrons dentro do reator é função do volume.

Portanto, as frações de fuga l_r e l_t são funções de uma razão entre área superficial e volume do reator, sendo maior quando esta razão é menor e vice-versa, ambos aproximando-se do valor 1 para o reator infinito. No caso de um reator esférico esta variação será com $\frac{1}{R}$, ou seja, a fuga será tanto menor quanto maior for o raio.

3 - CONCEITO DE REATORES HETEROGÊNEOS

Um reator é dito ser heterogêneo se o livre caminho médio do nêutron a uma determinada energia é comparável ou menor que a espessura (ou diâmetro) de um elemento combustível. Neste caso, a distribuição de fluxo no combustível será substancialmente diferente daquela no moderador. A presença de combustível em barras ou placas quando o livre caminho médio é muito maior que o diâmetro

da barra (ou espessura da placa) faz com que o sistema possa ser tratado como homogêneo.

Um grande número de métodos foi desenvolvido para o cálculo de reatores heterogêneos, e alguns deles serão discutidos a seguir. Ordinariamente, somente reatores térmicos são heterogêneos.

Uma grande variedade de elementos combustíveis tem sido usada em reatores heterogêneos. Estes elementos consistem de placas ou barras de urânio natural ou urânio enriquecido em U^{235} , que é envolvido por algum material de revestimento.

Por outro lado, podem ser também uma liga de urânio ou algum outro material estrutural. Algumas vezes, encontram-se tubos cheios com pastilhas de óxido de urânio (UO_2). De qualquer forma, no entanto, os elementos combustíveis consistem de uma mistura de isótopos físséis e não físséis.

Na discussão de reatores heterogêneos, é conveniente referir-se ao elemento combustível simplesmente como combustível, incluindo isótopos físséis e não físséis, de urânio, oxigênio do UO_2 , materiais estruturais, produtos de fissão (se o elemento já foi exposto a fluxo de nêutrons), encamisamento, etc.

Em muitas maneiras, a análise de um reator heterogêneo é semelhante a de um reator homogêneo. É possível, por exemplo, definir-se o fator de multiplicação para um conjunto heterogêneo infinito como o número de fissões de uma geração por fissão na geração precedente.

Também, como no caso homogêneo, considera-se que a absorção térmica de nêutrons, a absorção por ressonância e a fissão rápida são processos que ocorrem em regiões mais ou menos separadas, tanto que se é possível escrever $k_{\infty} = \eta \epsilon p f$, onde cada um dos quatro fatores tem essencialmente o mesmo significado como no caso homogêneo. Entretanto, estes fatores não podem ser computados pelas fórmulas desenvolvidas para o reator homogêneo. Outras fórmulas serão apresentadas no decorrer do texto.

4- FATOR ETA

Por definição, η é igual ao número médio de nêutrons de fissão emitidos por nêutron térmico absorvido no combustível. Assim, se o combustível consiste de uma mistura de isótopos físséis e não físséis, η é dado por:

$$\eta = \frac{\sum_n \bar{\nu}_n \bar{\Sigma}_{fn}}{\bar{\Sigma}_a} \quad (7)$$

onde:

ν_n é o número de nêutrons emitidos por fissão térmica no isótopo \underline{n} .

$\bar{\Sigma}_{fn}$ é a seção de choque macroscópica média de fissão para o isótopo \underline{n} .

$\bar{\Sigma}_a$ é a seção de choque macroscópica média de absorção para o isótopo \underline{n} .

O valor da seção de choque térmica depende do espectro térmico dos nêutrons, e este espectro deve ser conhecido dentro do combustível de forma a se poder calcular . Entretanto, é difícil calcular-se o espectro para este caso, porque nos reatores heterogêneos os nêutrons são termalizados inicialmente no moderador, para depois passarem para o combustível. Assim, há necessidade de se elaborar cálculos de termalização em dependência espacial.

Para a finalidade a que se prende este texto, vai-se considerar que o fluxo seja maxwelliano e independente da posição. As seções de choque da equação (7) são fornecidos por:⁽¹⁾

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\sqrt{\pi}}{2} g_a(T) \left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/2} \Sigma_a(E_0) \quad (8)$$

$$\bar{\Sigma}_f = \frac{\sqrt{\pi}}{2} g_f(T) \left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/2} \Sigma_f(E_0) \quad (9)$$

onde:

$g(T)$ é o fator "não $1/v$ "

$E_0 = 0,0253$ ev

$T_0 = 293,61^{\circ}$ k

$T =$ temperatura absoluta dos nêutrons

5 - FATOR DE UTILIZAÇÃO TÉRMICA

O fator de utilização térmica é definido como a fração de nêutrons térmicos que é absorvida no combustível, em uma malha infinita de combustível e moderador. Logicamente, considere-se aqui que o reator apresenta somente combustível e moderador, quando, na realidade, outros materiais estão presentes (revestimento, materiais estruturais, barras de controle, etc.). O produto ηf é então igual ao número médio de nêutrons de fissão produzidos em fissão térmica por nêutron térmico absorvido em um reator infinito. Logo:

$$f = \frac{\int \Sigma_{aF}(r) \phi(r) dV}{\int [\Sigma_{aF}(r) + \Sigma_{aM}(r)] \phi(r) dV} \quad (10)$$

onde:

$\phi(r)$ é o fluxo térmico

$\Sigma_{aF}(r)$ e $\Sigma_{aM}(r)$ são as seções de choque térmicas macroscópicas de absorção do combustível (F) e moderadores (M) respectivamente, e integradas sob todo o volume do reator.

Considerando-se Σ_{aF} e Σ_{aM} como constantes em suas regiões respectivas, visto que em um reator heterogêneo o combustível e o moderador são regiões homogêneas:

$$f = \frac{\Sigma_{aF} \int_{V_F} \phi(r) dV}{\Sigma_{aF} \int_{V_F} \phi(r) dV + \Sigma_{aM} \int_{V_M} \phi(r) dV} \quad (11)$$

onde:

V_M e V_F são respectivamente os volumes do moderador e do combustível.

Em termos de fluxos médios no combustível e no moderador, a equação (11) é reescrita como:

$$f = \frac{\Sigma_{aF} V_F}{\Sigma_{aF} V_F + \Sigma_{aM} V_M (\bar{\phi}_M / \bar{\phi}_F)} \quad (12)$$

onde:

$$\bar{\phi}_F = \frac{1}{V_F} \int_{V_F} \phi(r) dV$$

$$\bar{\phi}_M = \frac{1}{V_M} \int_{V_M} \phi(r) dV$$

Quando $\bar{\phi}_M = \bar{\phi}_F$, a equação (12) reduz-se ao caso de um sistema homogêneo equivalente.

Como os nêutrons térmicos são absorvidos mais fortemente pelo combustível que

pelo moderador, haverá uma depleção dentro do combustível como indicado na Figura 3.

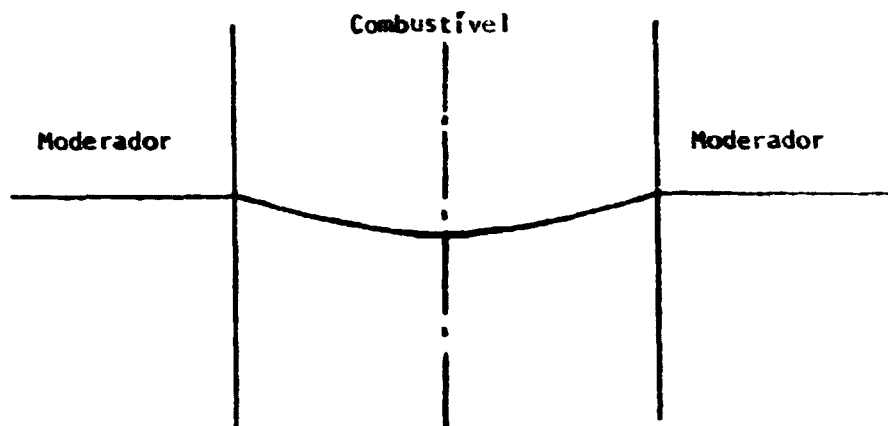


Figura 3: Fluxo de nêutrons térmicos em uma barra de combustível e fora dela.

Como resultado $\bar{\phi}_F$ é sempre um pouco menor que $\bar{\phi}_M$, e a quantidade $\bar{\phi}_M/\bar{\phi}_F$ será maior que a unidade. Em outras palavras a utilização térmica de um sistema heterogêneo é menor que a de uma mistura homogênea dos mesmos materiais. Por esta razão:

$$\frac{\bar{\phi}_M}{\bar{\phi}_F} = \xi$$

(13)

é chamado fator de desvantagem térmica.

É evidente que ξ só poderá ser calculado se os valores de fluxo foram determinados. Infelizmente, isto só é possível por métodos numéricos bastante elaborados (por exemplo: método da teoria de difusão, método de Amouyal, Benoist e Horowitz.). Aqui vai ser tratado somente o método da teoria da difusão (1).

Este método é baseado no fato de que a teoria da difusão é válida tanto no combustível como no moderador. Algumas simplificações devem ser feitas:

1º) A densidade de moderação térmica (q) é zero dentro do combustível. Fisicamente esta consideração é razoável porque embora núcleos pesados possam moderar nêutrons de altas energias por espalhamento inelástico, estes núcleos não são eficazes na moderação de nêutrons próximos às energias térmicas.

2º) a densidade de moderação térmica (q), no moderador, é constante. Isto é razoável visto que cada barra de combustível é fonte de nêutrons rápidos que se moderam no moderador. Se a teoria da idade é válida, a distribuição de moderação térmica em cada barra é uma gaussiana. Assim, se a distância entre os centros de barras vizinhas (passo ou "pitch" da malha) é pequena comparada com a distância de moderação $\sqrt{\tau_T}$, estas gaussianas se superpõem, produzindo um valor constante de q (ver Figura 4.).

É interessante introduzir-se neste ponto o conceito de célula unitária, na qual serão divididos combustível e moderador. A Figura 5 mostra duas das malhas mais utilizadas.

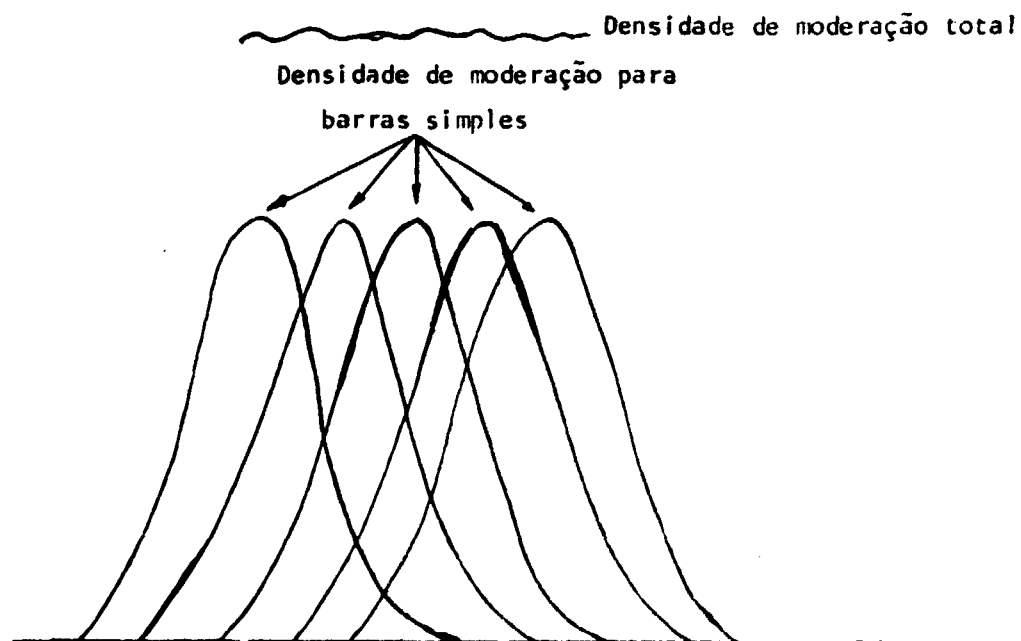


Figura 4: Densidade de moderação para barras individuais e a densidade de densidade de moderação total em uma malha heterogênea.

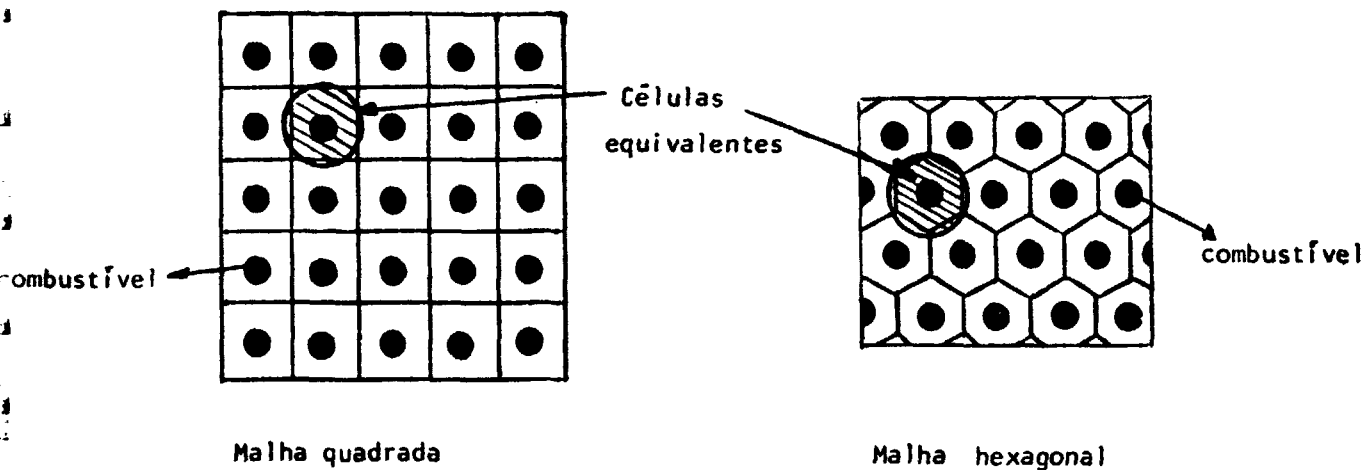


Figura 5: Malhas heterogêneas típicas e células equivalentes.

Desde que as células são idênticas em uma malha uniforme infinita, a corrente entre as células é zero.

Para se calcular o fluxo dentro da célula é necessário substituir-se a célula real por uma célula equivalente tendo uma geometria mais simples. O procedimento de se empregar uma célula equivalente com condição de corrente nula, na interface moderador-combustível, é conhecido por método de Wigner-Seitz.

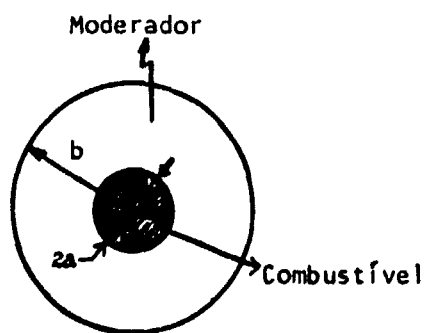


Figura 6: Célula cilíndrica equivalente.

Com estas considerações, o fluxo térmico através da célula equivalente pode ser facilmente calculado pela teoria de difusão. Considere-se uma barra cilíndrica de combustível de raio a em uma célula cilíndrica de raio b como mostrado na Figura 6. A teoria da difusão, para os fluxos no combustível e moderador é, respectivamente:

$$D_F \nabla^2 \phi_F - \Sigma_{aF} \phi_F = 0 \quad 0 < r < a \quad (14)$$

$$D_M \nabla^2 \phi_M - \Sigma_{aM} \phi_M + q = 0 \quad a < r < b \quad (15)$$

onde:

D_F , D_M , Σ_{aF} , Σ_{aM} e q representam valores já definidos anteriormente.

Considerando-se que o problema é simétrico, os fluxos são uma função apenas de r . Escrevendo-se o laplaciano em coordenadas cilíndricas:

$$\frac{d^2 \phi_F}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_F}{dr} - K_F^2 \phi_F = 0 \quad 0 < r < a \quad (16)$$

$$\frac{d^2 \phi_M}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_M}{dr} - K_M^2 \phi_M + \frac{q}{D_M} = 0 \quad a < r < b \quad (17)$$

A equação (16) é do tipo Bessel modificada de ordem zero, cujas soluções são $I_0(K_F r)$ e $K_0(K_F r)$.

Como a função $K_0(K_F r)$ é singular em $r=0$, e desde que ϕ_F deva permanecer finito quando r se aproxima de zero, tem-se

$$\phi_F(r) = A I_0(K_F r) \quad 0 < r < a \quad (18)$$

Desde que a equação (17) é não homogênea:

$$\phi_M(r) = A' I_0(K_M r) + C' K_0(K_M r) + \frac{q}{D_M} \quad a < r < b \quad (19)$$

Nas equações (18) e (19) A , A' e C' são constantes a serem determinadas por condições de contorno.

A corrente é zero em $r=b$

$$\phi'_M(b) = 0 = K_M A' I'_0(K_M b) + C' K'_0(K_M b) \quad (20)$$

Observe-se que:

$$I'_0(x) = I_1(x)$$

$$K'_0(x) = -K_1(x)$$

(21)

Da equação (20) tira-se

$$C' = \frac{A' I_1(K_M b)}{K_1(K_M b)}$$

Introduzindo-se o valor de C' na equação (19)

$$\phi_M(r) = C \left[I_0(K_M r) K_1(K_M b) + K_0(K_M r) I_1(K_M b) \right] + \frac{q}{\Sigma_{aM}} \quad (22)$$

onde:

$$C = \frac{A'}{K_1(K_M b)}$$

As duas constantes A e C tornam-se não determinadas e podem ser encontradas a partir da condição de que fluxo e corrente são contínuos na interface combustível-moderador.

A continuidade de fluxo fornece:

$$A I_0(K_F a) = C \left[I_0(K_M a) K_1(K_M b) + K_0(K_M a) I_1(K_M b) \right] + \frac{q}{\Sigma_{aM}} \quad (23)$$

A continuidade de corrente fornece:

$$A D_F K_F I'_0(K_F a) = C D_M K_M \left[I'_0(K_M a) K_1(K_M b) + K'_0(K_M a) I_1(K_M b) \right] \quad (24)$$

ou utilizando-se as identidades (21)

$$AD_F K_F I_1(K_F a) = CD_M K_M \left[I_1(K_M a) K_1(K_M b) - K_1(K_M a) I_1(K_M b) \right] \quad (25)$$

As equações (23) e (25) permitem a determinação de uma das constantes, A ou C. É mais conveniente calcular-se $\frac{1}{A}$, ou:

$$\frac{1}{A} = \frac{\Sigma_{aM}}{q} \left\{ I_0(K_F a) - \frac{D_F K_F I_1(K_F a) \left[I_0(K_M a) K_1(K_M b) + K_0(K_M a) I_1(K_M b) \right]}{D_M K_M \left[I_1(K_M a) K_1(K_M b) - K_1(K_M a) I_1(K_M b) \right]} \right\} \quad (26)$$

A utilização térmica pode, agora, ser calculada observando-se que, em virtude de não haver fluxo líquido de nêutrons através do contorno externo de célula, o número de nêutrons moderados na célula, por unidade de tempo, deve ser igual ao número de nêutrons que é absorvido por unidade de tempo pelo combustível e pelo moderador, na célula. Segue-se então, que a utilização térmica é a razão do número de nêutrons absorvidos no combustível pelo número de nêutrons que é moderado, na célula. Este último pode facilmente ser calculado desde que a densidade de moderação é considerada constante no moderador e zero no combustível. O número de nêutrons absorvidos por unidade de comprimento de combustível é dado por

$$\left[\begin{array}{c} \text{Número de nêutrons absorvidos} \\ \text{no combustível} \end{array} \right] = 2\pi \Sigma_{aF} \int_0^a \phi_F(r) r dr \quad (27)$$

Introduzindo-se em (27) o valor de (18):

$$\left[\begin{array}{c} \text{Número de nêutrons absorvidos} \\ \text{no combustível} \end{array} \right] = 2\pi \Sigma_{aF} A \int_0^a I_0(K_F r) r dr \\ = \frac{2\pi \Sigma_{aF} A}{aK_F} I_1(K_F a) \quad (28)$$

visto que $\int_0^x I_0(x) x dx = x I_1(x)$

Dividindo-se a equação (28) pelo número de nêutrons moderados na célula $\pi(b^2 - a^2)q$, obtem-se o valor do fator de utilização térmica (f)

$$f = \frac{2\Sigma_{aF} A a I_1(K_F a)}{K_F (b^2 - a^2) q} \quad (29)$$

A razão $\frac{A}{q}$ é fornecida pela equação (26). Logo, o valor $\frac{1}{f}$ é dado por:

$$\frac{1}{f} = \frac{\sum_a M K_F (b^2 - a^2)}{2 \sum_a F a} \left\{ \frac{I_0(K_F a)}{I_1(K_F a)} + \frac{D_F K_F [I_0(K_M a) K_1(K_M b) + K_0(K_M a) I_1(K_M a)]}{D_M K_M [I_1(K_M b) K_1(K_M a) - K_1(K_M b) I_1(K_M a)]} \right\} \quad (30)$$

Vai-se introduzir aqui as funções de malha:

$$F(K_F a) = \frac{K_F a I_0(K_F a)}{2 I_1(K_F a)} \quad (31)$$

$$E(K_M a, K_M b) = \frac{K_M (b^2 - a^2)}{2a} \left[\frac{I_0(K_M a) K_1(K_M b) + K_0(K_M a) I_1(K_M b)}{I_1(K_M b) K_1(K_M a) - K_1(K_M b) I_1(K_M a)} \right] \quad (32)$$

Sabendo-se que a razão de volumes moderador-combustível é:

$$\frac{V_M}{V_F} = \frac{\pi (b^2 - a^2)}{\pi a^2} \quad (33)$$

a equação (30) pode ser colocada em uma forma mais completa:

$$\frac{1}{f} = \frac{\sum_a M V_M}{\sum_a F V_F} F(K_F a) + E(K_M a, K_M b) \quad (34)$$

A tabela 1 apresenta as funções de malha para geometrias planar e esférica.

Geometria	F	E
Planar	$K_F a \operatorname{ctgh} K_F a$	$K_M (b-a) \operatorname{ctgh} K_M (b-a)$
Esférica	$\frac{K_F^2 a^2}{3} \frac{\operatorname{tgh} K_F a}{K_F a - \operatorname{tgh} K_F a}$	$\frac{K_M^3 (b^3 - a^3)}{3 K_M a} \frac{1 - K_M b \operatorname{ctgh} K_M (b-a)}{1 - K_M^2 ab - K_M (b-a) \operatorname{ctgh} K_M (b-a)}$

Tabela 1 - Funções de malha para geometrias planar e esférica.

A tabela 2 apresenta valores para os comprimentos de difusão de moderadores, combustíveis e materiais regeneradores mais comumente empregados.

MATERIAL	DENSIDADE (g/cm ³)	L _F (cm)	K _F (cm ⁻¹)
1) Combustíveis			
- urânio natural	18,9	1,55	0,645
- U ₃ O ₈	6,0	3,7	0,27
- tório	11,2	2,7	0,37
- ThO ₂	6,0	4,1	0,24
2) MODERADORES			
- H ₂ O	1,0	2,85	0,35
- D ₂ O	1,1	3,00x10 ⁴	3,33x10 ⁻⁵
- berílio	1,85	480	2,08x10 ⁻³
- BeO	2,96	790	1,26x10 ⁻³
- grafite	1,6	3500	2,85x10 ⁻⁴

Tabela 2

A função F é mostrada ser igual à razão do fluxo na superfície do combustível pelo fluxo médio do fluxo dentro do combustível. Assim:

$$\bar{\phi}_F = \frac{2\pi}{V_F} \int_0^a \phi_F(r) r dr = \frac{2\pi A}{V_F} \int_0^a I_0(K_F r) r dr = \frac{2A}{K_F a} I_1(K_F a) \quad (35)$$

Logo:

$$\frac{\phi_F(a)}{\bar{\phi}_F} = F(K_F a) \quad (36)$$

Desde que $\bar{\phi}_F < \phi_F(a)$, o valor de F será sempre menor que a unidade.

Facilmente pode ser verificado que:

$$\bar{\phi}_M = \frac{1}{\pi(b^2 - a^2)} A' \int_a^b 2\pi r \left[I_0(K_M r) - \frac{I_1(K_M b)}{K_1(K_M b)} K_0(K_M r) \right] dr + \frac{q_M}{D_M K^2} \quad (37)$$

A interpretação para a função E é a seguinte: por nêutron absorvido pelo combustível $E-1$ é igual ao número de nêutrons absorvidos no moderador em excesso ao número que seria absorvido se o fluxo fosse constante e igual ao seu valor na superfície do combustível. O valor $E-1$ é ligeiramente maior que a unidade, pois o fluxo não varia rapidamente com a posição no moderador. Logo, a função F será responsável pelo decréscimo do fator de utilização térmica e não a função E .

$$\frac{\text{Excesso de absorção no moderador}}{\text{Absorção no combustível}} = -1 + \frac{V_M \left[q - \Sigma_{aM} \phi_M(a) \right]}{2\pi a D_M \phi'_M(a)} \quad (38)$$

Substituindo-se a equação (22) em (38) chega-se ao valor:

$$\frac{\text{Excesso de absorção no moderador}}{\text{Absorção no combustível}} = E-1 \quad (39)$$

6 - PROBABILIDADE DE ESCAPE A RESSONÂNCIA (p)

Sabe-se que o fator de utilização térmica de uma malha heterogênea é algo menor que o do sistema homogêneo equivalente, visto que os núcleos de combustível próximos à superfície da barra tendem a blindar os núcleos no interior da barra contra o fluxo de nêutrons do moderador (fenômeno de auto blindagem). Essencialmente, o mesmo fenômeno ocorre para ressonância de nêutrons. Estes nêutrons são fortemente absorvidos pelos núcleos próximos à superfície da barra combustível com o resultado que os núcleos no interior do combustível enxergam um fluxo substancialmente menor que aquele que poderiam ver se estivessem em um sistema homogêneo. Assim, a probabilidade relativa que um nêutron seja capturado nas ressonâncias do combustível é menor em um sistema heterogêneo do que em um sistema homogêneo. Isto significa dizer que a probabilidade de escape a ressonância é maior para um sistema heterogêneo do que para um sistema homogêneo equivalente.

Fazendo-se o balanço de nêutrons no intervalo de energia dE numa energia E , o fluxo $\phi(E)$ é satisfeito pela seguinte equação:

$$\Sigma_t(E) \phi(E) = \frac{1}{1 - \alpha_A} \int_E^{E/\alpha_A} \Sigma_{SA}(E') \phi(E') \frac{dE'}{E'} +$$

$$+ \frac{1}{1 - \alpha_M} \int_E^{E/\alpha_M} \Sigma_{SM}(E') \phi(E') \frac{dE'}{E'} \quad (40)$$

onde os subscritos M e A referem-se respectivamente ao moderador e absorvedor, e os outros símbolos tem seus valores usuais. Empregando-se técnicas numéricas, o fluxo pode ser determinado a partir da equação (40). A integral de ressonância é dada nas notas de aproximações NR e NRIM.

A situação em uma malha heterogênea é mais complicada porque o fluxo é agora função de energia bem como de posição. Para simplificar a análise, considera-se que os nêutrons nas energias de ressonância podem passar de uma barra para outra sem ter sua energia diminuída por colisões com o moderador. Neste caso, é possível tratar-se cada célula separadamente e as barras são ditas isoladas. Se, ao contrário, um nêutron de ressonância pode passar de uma barra para outra dentro da região de ressonância, as barras são ditas interagirem.

Considere-se um nêutron rápido sendo emitido isotropicamente por cm^3/s , em uma célula equivalente.

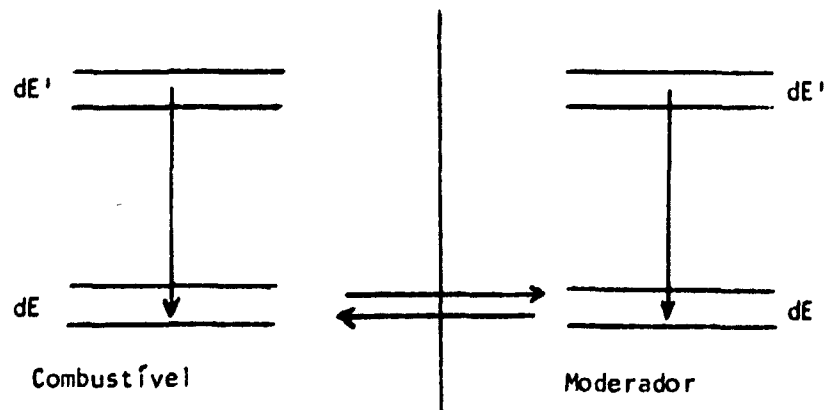


Figura 7: Diagrama para derivação das equações de balanço para combustível e moderador.

Como indicado esquematicamente na Figura 7, os nêutrons chegam à energia dE como resultado das colisões de espalhamento em altas energias no combustível e por virem do moderador para o combustível, tendo já chegado até a energia dE , no próprio moderador.

Sendo $\phi_F(E)$ o fluxo médio no combustível, o número total de nêutrons que chega a dE por segundo pelas colisões no combustível é:

$$\frac{V_F dE}{1 - \alpha_F} \int_E^{E/\alpha_F} \Sigma_{SF}(E') \phi_F(E') \frac{dE'}{E'} \quad (41)$$

Todos estes nêutrons não necessariamente interagem com o combustível na energia dE ; alguns nêutrons podem deixar o combustível e ter sua próxima interação no moderador. Sendo $P_{F0}(E)$ a probabilidade que um nêutron de energia E escape do combustível sem colisão, então $1 - P_{F0}(E)$ é a probabilidade que um nêutron tenha sua próxima interação dentro do combustível. Segue-se então que o número de nêutrons que é espalhado e interage em dE no combustível por segundo é dado por:

$$\frac{V_F [1 - P_{F0}(E)] dE}{1 - \alpha_F} \int_E^{E/\alpha_F} \Sigma_{SF}(E') \phi_F(E) \frac{dE'}{E'} \quad (42)$$

Considere-se agora que os nêutrons cheguem a dE vindo do moderador. O número desses nêutrons é igual ao número de nêutrons espalhados em dE no moderador multiplicado pela probabilidade $P_{M0}(E)$ que um nêutron de energia E no moderador tenha sua próxima colisão no combustível ou seja:

$$\frac{V_M P_{M0}(E) dE}{1 - \alpha_M} \int_E^{E/\alpha_M} \Sigma_{SM}(E) \phi(E') \frac{dE'}{E'} \quad (43)$$

Adicionando-se as equações (42) e (43) tem-se a equação do balanço de nêutrons para o combustível:

$$\begin{aligned}
 V_F \Sigma_{tF}(E) \phi_F(E) &= \frac{V_F \left[1 - P_{F0}(E) \right]}{1 - \alpha_F} \int_E^{E/\alpha_F} \Sigma_{SF}(E') \phi_F(E') \frac{dE'}{E'} + \\
 &+ \frac{V_M P_{M0}(E)}{1 - \alpha_M} \int_E^{E/\alpha_M} \Sigma_{SM}(E') \phi_M(E') \frac{dE'}{E'}
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

Pelo mesmo argumento, é possível derivar uma equação de balanço de nêutrons para o moderador:

$$\begin{aligned}
 V_M \Sigma_{SM}(E) \phi_M(E) &= \frac{V_F P_{F0}(E)}{1 - \alpha_F} \int_E^{E/\alpha_F} \Sigma_{SF}(E') \phi_F(E') \frac{dE'}{E'} + \\
 &+ \frac{V_M \left[1 - P_{M0}(E) \right]}{1 - \alpha_M} \int_E^{E/\alpha_M} \Sigma_{SM}(E') \phi_M(E') \frac{dE'}{E'}
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

Nesta equação, verifica-se que $\Sigma_{SM} \approx \Sigma_{tM}$ visto que praticamente não há absorção de nêutrons no moderador na regiões de ressonância.

Considerando-se que não haja depressões de fluxo no combustível e no moderador, e aplicando-se o teorema da reciprocidade:

$$P_{F0}(E) \Sigma_{tF}(E) \phi_F(E) V_F = P_{M0}(E) \Sigma_{SM}(E) \phi_M(E) V_M
 \tag{46}$$

$$V_M P_{M0}(E) = \frac{V_F P_{F0}(E) \Sigma_{tF}(E) \phi_F(E)}{\Sigma_{SM}(E) \phi_M(E)}
 \tag{47}$$

As soluções assintóticas das equações (44) e (45), isto é, os fluxos assintóticos, na ausência de absorção, são os mesmos no combustível e no moderador.

Assim:

$$\bar{\phi}_M(E) = \bar{\phi}_F(E) = \frac{V_M + V_F}{E \left[V_M \bar{\epsilon}_M \Sigma_{SM} + V_F \bar{\epsilon}_F \Sigma_{pF} \right]} = \frac{1}{E \bar{\epsilon} \Sigma_p} \quad (48)$$

onde:

$$\frac{1}{\bar{\epsilon} \Sigma_p} = \frac{1}{(V_M + V_F)} \left[V_M \bar{\epsilon}_M \Sigma_{SM} + V_F \bar{\epsilon}_F \Sigma_{pF} \right]$$

Σ_p = potencial de espalhamento do combustível

$V_M + V_F = V$ = volume total da célula equivalente

Quando $V_M = V_F = V$, a equação (48) reduz-se ao caso homogêneo.

Desde que Σ_{SM} seja constante nas energias de ressonância (caso de aproximação NR para o moderador):

$$\begin{aligned} \frac{V_M P_{Mo}(E)}{1 - \alpha_M} \int_E^{E/\alpha_M} \Sigma_{SM}(E') \phi_M(E') &= \\ = \frac{V_M P_{Mo}(E) \Sigma_{SM}(E)}{(1 - \alpha_M) \bar{\epsilon} \Sigma_p} \int_E^{E/\alpha_M} \frac{dE'}{E'^2} &= \frac{V_M P_M(E) \Sigma_{SM}(E)}{\bar{\epsilon} \Sigma_p E} \end{aligned} \quad (49)$$

Empregando-se a relação (47)

$$\frac{V_M P_{Mo}(E)}{1 - \alpha_M} \int_E^{E/\alpha_M} \Sigma_{SM}(E') \phi_M(E') \frac{dE'}{E'} = \frac{V_F P_{Fo}(E) \Sigma_{tF}(E)}{\overline{\xi \Sigma_p} E} \quad (50)$$

Então, a equação (44) pode ser escrita como:

$$\Sigma_{tF}(E) \phi_F(E) = \frac{1 - P_{Fo}(E)}{1 - \alpha_F} \int_E^{E/\alpha_F} \Sigma_{SF}(E') \phi_F(E') \frac{dE'}{E'} + \frac{P_{Fo}(E) \Sigma_{tF}(E)}{\overline{\xi \Sigma_p} E} \quad (51)$$

ou seja, o fluxo no combustível é função de uma única equação integral. Deve-se observar que a probabilidade $P_{Fo}(E)$ aparece com ambos os sinais. Assim, qualquer erro em P_{Fo} tende a ser cancelado no cálculo do fluxo, e este pode ser calculado por métodos numéricos, substituindo-se $P_{Fo}(E)$ por valores adequados na equação (51).

No caso de uma ressonância isolada, o cálculo de p_i é feito, diretamente:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Número de nêutrons absorvidos} \\ \text{por segundo em uma barra para} \\ \text{uma ressonância em uma ener-} \\ \text{gia } E_i \end{array} \right] = V_F \int_{E_i} \Sigma_{aF} \phi_F dE \quad (52)$$

Desde que V nêutrons rápidos sejam produzidos por segundo na célula, a probabilidade de escape para esta ressonância será:

$$p_i = 1 - \frac{V_F}{V} \int_{E_i} \Sigma_{aF} \phi_F dE \quad (53)$$

Como no caso homogêneo, a probabilidade de escape à ressonância, para uma sequência de ressonâncias isoladas, é dada por:

$$p = \prod_i p_i \sim \exp \left[- \frac{V_F}{V} \int \sigma_{aF} \phi_F dE \right] \quad (54)$$

que é normalmente escrita como:

$$p = \exp \left[- \frac{N_F V_F I}{\epsilon_F \Sigma_{pF} V_F + \epsilon_M \Sigma_{SM} V_F} \right] \quad (55)$$

onde:

I é chamada "integral de ressonância"

$$I = \frac{1}{\epsilon \Sigma_p} \int \sigma_{aF} \phi_F dE \quad (56)$$

A probabilidade de escape à ressonância é normalmente medida experimentalmente observando-se a atividade induzida em um absorvedor como resultado da captura ressonante.

Por exemplo, para achar-se a probabilidade de escape à ressonância para uma mistura de U^{238} e moderador, coloca-se pastilhas finas deste isótopo em um meio moderador contendo fontes conhecidas de nêutrons rápidos, e mede-se a atividade do U^{239} ($T_{1/2} = 23\text{min.}$) formado por captura de nêutrons no U^{238} .

Em seguida, as pastilhas são envolvidas em folhas de um forte absorvedor de nêutrons térmicos (p. ex., cádmio), de modo a eliminar a atividade induzida pela absorção de nêutrons térmicos. A atividade medida é então causada primariamente por absorção ressonante. Uma comparação da atividade induzida com as fontes fornece diretamente a probabilidade de escape à ressonância.

Experimentalmente chega-se à seguinte fórmula, para a integral de ressonância:

$$I = a + b \sqrt{\frac{S_F}{M_F}} \quad (57)$$

onde:

a e b são constantes que dependem da natureza do combustível

S_F e M_F são respectivamente a área superficial e a massa do combustível.

A Tabela 3 apresenta valores para a e b, para alguns dos combustíveis utilizados.

Combustível	a	b
^{238}U (metal)	2,8	27,1
^{238}U O_2	0,3	28,0
^{232}Th (metal)	3,9	14,8
^{232}Th O_2	3,4	17,3

Tabela 3: Constantes medidas para a integral de ressonância.

7. FATOR DE FISSÃO RÁPIDA (ϵ)

O efeito de fissões rápidas deve sempre ser levado em consideração desde que haja grandes quantidades de isótopos fissionáveis tais como ^{238}U ou ^{232}Th em um reator térmico. Como este é o caso usual de um reator heterogêneo, é sempre conveniente incluir a fissão rápida em cálculos deste tipo em reator.

O fator de fissão rápida (ϵ) é definido como a razão entre o número total de nêutrons emitidos tanto por fissão rápida como térmica pelo número de nêutrons emitidos somente por fissão térmica.

Um dos métodos empregados para a determinação do fator de fissão rápida é o método de Spinrad, Fleishman e Soodak (método SFS).

Neste método, considera-se que desde que um nêutron deixe o combustível, ele se modera no moderador, sem retornar ao combustível.

Com isto, define-se o fator de fissão rápida como:

$$\epsilon = \frac{\text{n}^\circ \text{ de n\^eutrons tendo a primeira colis\~ao no moderador.}}{\text{n}^\circ \text{ de n\^eutrons produzidos em fiss\~ao t\^ermica}} \quad (56)$$

Para se calcular ϵ , todos os n\^eutrons s\~ao divididos em tr\^es grupos:

Grupo 1: este grupo cont\^em todos os n\^eutrons de fiss\~ao com energias acima de uma energia E_f . Os n\^eutrons s\~ao perdidos desde grupo por absor\~cao, fuga ou espalhamento para energias menores que E_f .

Grupo 2: este grupo cont\^em n\^eutrons de fiss\~ao com energias abaixo de E_f . S\~ao perdidos por absor\~cao e fuga. Considera-se que n\~ao h\~a espalhamento para outras energias.

Grupo 3: este grupo cont\^em n\^eutrons com energias abaixo de E_f , que foram espalhados do grupo 1. S\~ao perdidos por fuga e absor\~cao. Considera-se que n\~ao h\~a espalhamento para outras energias.

As se\~c\~oes de choque para cada um dos grupos (m\^edia sobre todo o espectro) s\~ao definidas como:

σ_{1f} : se\~cao de choque de fiss\~ao do grupo 1;

$\sigma_{1\gamma}$: se\~cao de choque de captura do grupo 1;

σ_{11} : Se\~cao de choque de espalhamento do grupo 1 (o n\^eutron espalhado permanece no grupo 1);

σ_{13} : se\~cao de choque de espalhamento do grupo 1 (o n\^eutron espalhado cai para o grupo 3).

Σ \^e a se\~cao de choque de transporte de grupo;

$\sigma_{1t} = \sigma_{1f} + \sigma_{1\alpha} + \sigma_{11} + \sigma_{13}$: se\~cao de choque total do grupo 1;

$\sigma_{2\gamma}$: se\~cao de choque de captura do grupo 2;

σ_{22} : se\~cao de choque de espalhamento do grupo 2 (o n\^eutron espalhado permanece no grupo 2);

$\sigma_{2t} = \sigma_{2\gamma} + \sigma_{22}$: se\~cao de choque total do grupo 2;

$\sigma_{3\gamma}$: se\~cao de choque de captura do grupo 3;

σ_{33} : seção de choque de espalhamento do grupo 3. (o nêutron espalhado permanece no grupo 3);

$\sigma_{3t} = \sigma_{3\gamma} + \sigma_{33}$: seção de choque total do grupo 3.

As frações dos nêutrons de fissão, produzidas, acima e abaixo da energia limiar (threshold energy), são, respectivamente,:

$$\chi_1 = \int_{E_f}^E \chi(E) dE \quad (58)$$

$$\chi_2 = \int_0^E \chi(E) dE \quad (59)$$

onde $\chi(E)$ é o espectro de fissão. Normalmente usa-se tomar E_f como a energia com a qual a seção de choque de fissão é igual à metade do seu valor. Para o ^{238}U e ^{232}Th , E_f é aproximadamente igual a 14 MeV.

O número médio de nêutrons emitidos por fissão induzido por nêutrons do grupo 1 é escrito como ν_1 . Os nêutrons dos grupos 2 e 3 não são capazes de produzir fissão.

Por simplificação, considera-se que todos os nêutrons de fissão são produzidos uniformemente no combustível e que todas as densidades de colisão são independentes da posição no combustível. A probabilidade que um nêutron escape do combustível sem colisão é dada pela função P_{F0} . Desde que P_{F0} depende da seção de choque do combustível Σ_{tF} , seu valor é diferente para os três grupos. Por simplicidade de notação, esta probabilidade por P_1 , P_2 e P_3 , onde o subscrito indica o número do grupo. O número total de nêutrons deixando o combustível em todos os grupos, por nêutron de fissão térmica, isto é, ϵ , é dado pela soma das equações (60), (61) e (62):

1) número total de nêutrons escapando do combustível no grupo 1 após todas as colisões, por nêutron produzido em fissão térmica:

$$\chi_1 P_1 + \chi_1 P_1 (1-P_1) \beta_1 + \chi_1 P_1 (1-P_1)^2 \beta_1^2 + \dots = \frac{\chi_1 P_1}{1 - (1-P_1) \beta_1} \quad (60)$$

2) número de nêutrons deixando a barra no segundo grupo por nêutron produzido em fissão têrmica:

$$\left(\chi_2 + \frac{\chi_2 v_1 \chi_1 (1-P_1) \sigma_{1f}/\sigma_{1t}}{1 - (1-P_1) \beta_1} \right) \left(\frac{P_2}{1 - (1-P_2) \beta_2} \right) \quad (61)$$

3) número de nêutrons deixando o combustível, no grupo 3, por nêutron de fissão:

$$\left(\frac{\chi_1 (1-P_1) \sigma_{13}/\sigma_{1t}}{1 - (1-P_1) \beta_1} \right) \left(\frac{P_3}{1 - (1-P_3) \beta_3} \right) \quad (62)$$

onde:

$$\beta_1 = \frac{\chi_1 v_1 \sigma_{1f} + \sigma_{11}}{\sigma_{1t}}$$

$$\beta_2 = \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{2t}}$$

$$\beta_3 = \frac{\sigma_{33}}{\sigma_{3t}}$$

A tabela 4 fornece valores das seções de choque e para três grupos (em barns), e outras constantes, para cálculo de ϵ .

Material	σ_{1t}	σ_{1f}	$\nu_1 \sigma_{1f}$	σ_{11}	σ_{13}	$\sigma_{1\gamma}$
^{238}U	4,52	0,549	1,56	1,89	2,07	0,054
$^{238}\text{U} \text{ O}_2$	7,77	0,549	1,56	5,10	2,07	0,099

Material	σ_{2t}	σ_{22}	$\sigma_{2\gamma}$	σ_{3t}	σ_{33}	$\sigma_{3\gamma}$
^{238}U	6,05	5,91	0,138	5,66	5,53	0,135
$^{238}\text{U} \text{ O}_2$	14,54	14,40	0,138	14,15	14,01	0,135

Tabela 4: Seções de choque a três grupos (em barns) para cálculo de ϵ .

8. CONCLUSÕES

Como conclusão, é interessante comparar os valores dos parâmetros de fórmula dos quatro fatores para um reator térmico heterogêneo com aquele correspondente a uma mistura homogênea dos mesmos materiais.

Assim:

$$f_{\text{heter}} < f_{\text{homo}}$$

$$p_{\text{heter}} > p_{\text{homo}}$$

$$\epsilon_{\text{heter}} > \epsilon_{\text{homo}}$$

Em vista do fato que

$$(fp)_{\text{heter}} > (fp)_{\text{homo}}$$

$$\epsilon_{\text{heter}} > \epsilon_{\text{homo}}$$

segue-se que k_{∞} para um reator heterogêneo é maior que seu homogêneo equivalente. Isto é válido para reatores heterogêneos com urânio enriquecido até cerca de 5% U-235⁽⁴⁾, e este resultado é de considerável importância no projeto de certos reatores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - Lamarsh, J. R., "Nuclear Reactor Theory", Addison Wesley, 1966.
- 2 - Weinberg, A. M. e Wigner, E. P., "The Physical Theory of Neutron Chain Reactors", University of Chicago Press, Chicago, 1958.
- 3 - Duderstadt, J. J. e Hamilton, L. J., "Nuclear Reactor Analysis", John Wiley, 1976.
- 4 - Lamarsh, J. R., "Introduction to Nuclear Engineering", Addison Wesley, 1975.