

CTA - EAV - - 008/79

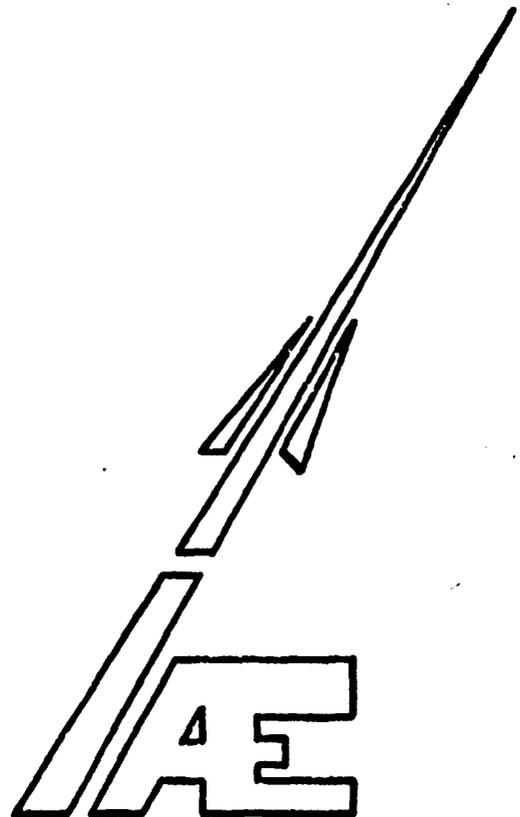
"DETERMINAÇÃO DO FLUXO DE NÊUTRONS PARA UMA POSSÍVEL FORMA DE
CONTROLE DE UM REATOR RÁPIDO ATRAVÉS DO REFLETOR"

por

A. W. A. Souza

("DETERMINATION OF THE NEUTRON FLUX FOR A POSSIBLE WAY OF
CONTROLLING A FAST REACTOR THROUGH THE REFLECTOR")

Divisão de Estudos Avançados
Instituto de Atividades Espaciais
Centro Técnico Aeroespacial
12.200-São José dos Campos-SP
Brasil



— ii —

"DETERMINAÇÃO DO FLUXO DE NEUTRONS PARA UMA POSSÍVEL FORMA DE
CONTROLE DE UM REATOR RÁPIDO ATRAVÉS DO REFELTOR"
REFLETOR

A.W.A. Souza

RESUMO

A determinação do fluxo dependente do tempo é feita em um reator rápido, com o núcleo envolvido por um refletor perfeito. A queima do combustível é levada em conta estabelecendo-se um problema de difusão não-linear. Um esquema numérico estável é montado e a integração de dois casos limites é obtida. Finalmente, uma possibilidade de controle do reator através da variação entre dois casos é discutida. (autor.)

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A atual preocupação em nível mundial para com o uso parcimonioso das reservas não renováveis de energia, estimulou novos ramos de pesquisa. Entre várias escolhas, uma que provocou interesse de imediato foi a melhor utilização do Urânio em reatores que provocassem a queima quase total deste elemento.

Hoje já existem reatores a nêutrons rápidos que aproximam eficientemente este desejo. Entretanto, usinas nucleares utilizando o mesmo princípio não são ainda construídas.

Com o intuito de compreender melhor o desenvolvimento de uma reação em cadeia provocada por um nêutron inicial no centro de um reator com massa supercrítica, realizamos o presente trabalho na esperança de que este conhecimento poderá orientar ou sugerir idéias para a geometria e controle de reatores e nêutrons rápidos através do uso de refletores.

Um sistema de equações foi montado para simulação do fenômeno e seu tratamento numérico analisado. Este trabalho teve seu início e desenvolvimento em colaboração com o Físico Dr. José Pantuso Sudano do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), que foi o principal responsável pela física do problema.

Anteriormente, o método Monte Carlo havia quase que totalmente substituído outros métodos de estudo neste ramo, e nossa tentativa em voltar a utilizar o método de diferenças finitas, deve-se ao desejo de melhor entender o desenvolvimento físico do reator, o que um método aleatório como o método de Monte Carlo não permite.

O sistema de equações a derivadas parciais que será tratado no presente trabalho, representa uma aproximação, ou mais explicitamente, através da teoria da difusão, o desenvolvimento transitório do fluxo de nêutrons em cada ponto de um reator a nêutrons rápidos sem dispor de nenhum moderador presente.

A geometria esférica foi escolhida pelo fato de permitir maior eficiência por massa de material físsil [4], como é o objetivo principal

dos reatores a neutrons rápidos. O trabalho ainda considera apenas um grupo de neutrons da ordem de 2 MeV (dois mega-elétron volts), que estamos a uma velocidade de aproximadamente 10^9 cm/s, por simplificação. Esta simplificação do caso real, onde não existe apenas um grupo de neutrons, se deve ao dispendioso tempo de computação no tratamento numérico do sistema e não em dificuldades teóricas, ou de discretização das equações do sistema, considerando-se o caso multigrupo, como se pode facilmente ver na referência [4].

Como o fluxo de neutrons é variável com o tempo, foi preciso que considerássemos o equacionamento da queima de combustível físsil interferindo na reação, pois a aproximação que torna o combustível físsil como constante, se válida para reatores a neutrons térmicos, certamente não o é para reatores a neutrons rápidos.

Para condição inicial da distribuição de fluxo no reator foi considerada uma fonte puntiforme central de 1 neutron, como citada na referência [4] que, como sabemos, admite uma distribuição de fluxo singular na origem. A regularização desta fonte é, entretanto, possível [7], e a regularização realizada por nós na simulação do problema para computador, onde singularidades não poderiam ser admitidas, comportou-se satisfatoriamente.

As condições de contorno iniciais foram estabelecidas com a hipótese de um refletor perfeito. Entretanto, o fato de termos problemas transitórios, complica consideravelmente estas condições e, no caso, o sistema de equações que representam as mesmas tornou-se também transitório, e não linear, com consideráveis dificuldades para um tratamento analítico. A solução proposta por nós é equivalente a substituir esta não linearidade por uma discretização das condições de contorno, como poderemos ver no Capítulo III, deste trabalho.

O tratamento numérico aplicado ao problema não pode ser sofisticado. Este fato ficou logo patente, pois apesar de não haver método numérico comprovadamente estável e convergente [2], [3], para o tipo de não linearidade considerada, o método de diferenças finitas de integração passo a passo, com critério de avaliação de incremento no tempo, considerando-se a equação linearizada, já torna o tempo de computação insuportável. As possíveis melhoras tentadas como o método Implícito e o método "Predictor-Corrector", mostraram-se de impossível implementação prática.

Tendo esta realidade como fator de orientação, um esquema numérico simples foi montado, de forma a permitir o ajuste de parâmetros da grade de integração numérica, por resultados físicos conhecidos. Isto se deve ao fato de que a não linearidade do sistema de equações não permite a determinação precisa de um incremento de tempo que satisfaça para todos os pontos do reator as condições de estabilidade e convergência da equação linearizada.

A programação é feita em linguagem FORTRAN, de fácil assimilação e os resultados podem ser vistos nos capítulos finais do trabalho, bem como o programa que se encontra em Apêndice.

O método numérico é calibrado por resultados provenientes de conhecimentos das propriedades físicas do núcleo do reator, já que a estabilidade do método numérico é garantida, ao passo que sua convergência não pode ser facilmente determinada.

Nos últimos capítulos fazemos, ainda, a análise final dos resultados e mostramos não somente sua coerência, bem como sua compatibilidade com os resultados e princípios do mundo físico.

CAPÍTULO II

II.1 - EQUAÇÃO BÁSICA

Admitiremos, neste capítulo, um núcleo de reator composto de material físsil, exclusivamente U^{235} , blindado por um refletor perfeito.

Como sabemos da referência [5], se chamarmos ϕ o fluxo de nêutrons no sistema C.G.S., teremos, baseados na Lei de Fick [4], o equacionamento obtido por Sudano [5], que segue:

$$\frac{1}{vD} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla^2 \phi + B_m^2 \phi \quad (1)$$

onde v é a velocidade com que se propagam os nêutrons que compõem o fluxo, D é o coeficiente de difusão e B_m^2 é dado pela relação:

$$B_m^2 = \frac{k_{\infty} - 1}{L^2} \quad (2)$$

onde L é o comprimento de difusão como definido na referência [4], e k_{∞} é relacionado por:

$$P k_{\infty} = P \gamma \frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_c} \quad (3)$$

onde o fator $\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_c}$ tem como σ_f e σ_c as seções de choque microscópicas efetivas de colisão para fissão e captura radioativa, respectivamente; P é probabilidade de não escape de nêutrons pela superfície externa do refletor e γ é fator de produção média. Obviamente, com a hipótese de termos refletor perfeito, esta probabilidade é 1.

A teoria mostra [4] a validade desta aproximação da equação de Boltzmann, desde que o comprimento em estudo seja bem maior que o livre percurso λ_B , o que é verdade para um núcleo de reator de tamanho físico real.

II.2 - O SISTEMA DE EQUAÇÕES

A equação do fluxo de neutrons acima descrita é uma aproximação da equação de Boltzmann para o transporte de neutrons, e usaremos como aproximação para o coeficiente de difusão

$$D = \frac{1}{3\Sigma_s},$$

onde Σ_s é a seção de choque macroscópica de espalhamento, calculada pela relações:

$$\Sigma_s = \frac{\sigma_s \times \rho \times N_0}{A}, \quad (4)$$

onde ρ é a densidade do elemento físsil; A a sua massa atômica e N_0 o número de Avogadro.

De maneira análoga são calculadas as seções de choque macroscópicas de absorção, total e demais.

Consideremos, agora, que um determinado elemento de volume tenha uma massa determinada pela densidade. Podemos, facilmente ver a variação desta densidade de núcleos do elemento físsil que deverá ser diretamente proporcional ao fluxo de neutrons, à densidade e à seção de choque microscópica de absorção. Então,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \sigma_a \phi \quad (5)$$

As equações (1) a (5) poderão então ser referidas ao sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{vD} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla^2 \phi + B_m^2 \phi \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \sigma_a \phi \end{array} \right. \quad (6)$$

que será o sistema estudado.

Como podemos ver, o sistema é não linear, pois o coeficiente de ∇^2 depende de ρ que por sua vez depende da integral de ϕe^t , se resolvermos a equação diferencial diretamente nesta variável, o que é possível [11].

Este será o sistema estudado por nós, e o Laplaciano $\nabla^2\phi$ da equação (1) será tomado em coordenadas esféricas.

II.3 - CONDIÇÕES INICIAIS

Admitiremos que uma fonte de um neutron por segundo existe no centro do reator e que antes de qualquer reação de fissão ocorra, o termo fonte na equação (1), bem como a variação no tempo não interfiram no valor de ϕ , de acordo com a referência [4], teremos:

$$\nabla^2\phi - \frac{\Sigma_a}{D} \phi = 0$$

que em coordenadas esféricas, em um meio simétrico em relação à origem, nos dá:

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} - \frac{\Sigma_a}{D} \phi = 0 \quad (7)$$

Esta equação após transformação apropriada nos dá a solução:

$$\phi(r) = \frac{A \cdot e^{-\sqrt{\frac{\Sigma_a}{D}} r} + B \cdot e^{\sqrt{\frac{\Sigma_a}{D}} r}}{r}$$

As constantes A e B devem ser tomadas de forma a satisfazerem a condição de que na origem tenhamos 1 neutron/s. Para isto consideraremos a equação da corrente de neutrons a uma distância r do centro que é dada por:

$$J = -D \frac{d\phi}{dr} \quad (8)$$

como podemos ver na referência [4].

Da relação acima, temos:

$$I = \pi r^2 J$$

ou,

$$\phi(r) = \frac{1}{4 \pi D} \frac{e^{-\sqrt{\frac{z}{a}}}}{r} \quad (9)$$

Esta é, então, a condição inicial por nós adotada como válida. O maior problema que esta condição inicial apresenta para o fluxo é a singularidade que possui na origem. Evidentemente, esta singularidade não permitirá o desenvolvimento numérico. Este polo pode ser considerado como uma distribuição semelhante ao caso do potencial newtoniano citado na referência [7].

O fato de na equação termos explicitamente ϕ como termo de fonte nos impele a fazermos uma aproximação para o valor de ϕ na origem.

Como vemos, não é possível remover esta singularidade da fonte sem prejudicarem o sentido físico do problema. No próximo capítulo discutiremos a fonte puntual em sua simulação numérica.

II.4 - CONDIÇÕES DE CONTORNO

De uma maneira geral, consideraremos uma interface de dois meios quaisquer, condicionadas à continuidade de corrente do fluxo. Estas condições nos dão as seguintes relações nos bordos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_1(a,t) - \frac{1}{v\Sigma_{1s}} \frac{\partial \phi_1(a,t)}{\partial t} = \phi_2(a,t) - \frac{1}{v\Sigma_{2s}} \frac{\partial \phi_1(a,t)}{\partial t} \\ \frac{1}{\Sigma_{1s}} \frac{\partial \phi_1(a,t)}{\partial r} = \frac{1}{\Sigma_{1s}} \frac{\partial \phi_2(a,t)}{\partial r} \end{array} \right. \quad (10)$$

O sistema (10) acima, que descreve as condições de contorno do reator, deve ser adicionado ao sistema (6). Os índices 1 e 2 indicam referência aos meios 1 e 2, de um e outro lado do combustível e do refletor para os parâmetros Σ_s e ϕ . Este sistema não dispõe de singularidade, pois quando $\Sigma_{1s} = 0$, com a queima total do combustível, a equação não é singular.

A obtenção deste sistema se faz de maneira usual como na referência [4], capítulo 5, mas iremos admitir apenas o fluxo dependente do tempo, o que implica na aproximação por Taylor do fluxo nas vizinhanças de zero.

CAPÍTULO III

DA CONSTRUÇÃO DO ESQUEMA NUMÉRICO

Como tivemos ocasião de dizer anteriormente, o único método aplicável ao sistema com as condições materiais de que dispomos era o método implícito que, conforme AMES [2], (pág. 4a), desde que limitado pela condição de convergência em $\Delta t/2a\Delta x^2$ produz bons resultados. Além do mais, o método explícito nos permitiu um entendimento físico do problema em seu desenvolvimento temporal, imprescindível na solução de um problema de simulação complexo.

Duas simulações foram feitas: a primeira para um refletor perfeito e a segunda, para o vácuo como refletor, ambas com uma massa de material físsil de 10 cm de raio. Como sabemos de experiências anteriores, [12] e [13], estas massas são críticas, sendo que o caso do refletor espesso, quase perfeito, a massa considerada é mesmo supercrítica.

O nosso objetivo é justamente sabermos o desenvolvimento destas massas.

III.1 - O SISTEMA DE EQUAÇÕES

Consideraremos uma grade dividida em 101 pontos, a uma distância de 0,1 cm entre si. Esta grade dispõe-se ao longo do raio da esfera.

Usamos a integração no tempo de um passo adiante [2] e a representação da derivada segunda de ϕ em relação a r com erro de ordem $O(\Delta x^2)$ e a derivada primeira com aproximação central teremos em cada ponto de coordenadas $i\Delta x$, no instante $j\Delta t$ o Laplaciano expresso por:

$$\Delta^2\phi(r,t) = \left\{ \phi_{i+1}^j - 2\phi_i^j + \phi_{i-1}^j + \frac{1}{i} \left[\phi_{i+1}^j - \phi_{i+1}^j \right] \right\} \frac{1}{\Delta x^2}$$

o que nos dá para a equação (1) após a discretização a aproximação:

$$\frac{\phi_i^{j+1} - \phi_i^j}{vD \Delta t} = \frac{1}{\Delta x^2} \left[\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1} + \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{i} \right] +$$

$$+ \frac{vk_\infty - 1}{L^2} \phi_i \quad (11)$$

o que nos dá, após as substituições e aproximações convenientes,

$$\phi_i^{j+1} = \phi_i^j + \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} \left[\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1} + \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{i} \right] +$$

$$+ 1,6v \Sigma_a \phi_i \Delta t \quad (12)$$

O coeficiente do último termo, $1,6v \Sigma_a$, é o resultado da substituição dos parâmetros equacionados por valores reais, que se conhecem por indicação de pessoas que trabalharam experimentalmente no assunto.

A equação (5) pode ser integrada com a hipótese de que é função apenas de r e t . Neste caso,

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{-\int_0^t \sigma_a \phi dt} \quad (13)$$

com ρ_0 sendo a densidade de núcleos de U^{235} no instante inicial.

A aproximação usada por nós foi a integração, substituindo-se a função $\sigma_a \phi(r_i, t)$ pela constante em t , $\phi(r, t_0)$ em cada ponto.

Teremos, então, a aproximação em cada incremento de tempo de t_0 a $t_0 + \Delta t$:

$$\rho_{j+1} = \rho_j e^{-\sigma_a \phi \Delta t}$$

Com esta aproximação vê-se facilmente que o erro em cada passo pode ser limitado, como:

$$Er_t < \rho \Delta t \left[\max \phi(r,t) - \min \phi(r,t) \right] \sigma_a < 0(\Delta t \sigma_a)$$

onde $\max \phi(r,t)$ e $\min \phi(r,t)$ significam máximo e mínimo de $\phi(r,t)$ em $(t, t+\Delta t)$ com os valores de ϕ e σ_a coerentes com o problema físico.

Ao contrário, se aproximarmos a equação (5) por diferenças finitas, coerentemente com a aproximação (11), o erro é da ordem $0(\Delta t)$ em relação a Δt e não leva em consideração σ_a que é $0(10^{-24})$.

Uma integração linear tornando o erro ainda inferior ao admitido por nós é possível, mas isto implicaria em mais tempo de computação e os resultados obtidos pela forma usada por nós foram satisfatórios.

A Figura 1 mostra o esquema de influência dos valores anteriores, na formação de ϕ no instante $(j+1)\Delta t$.

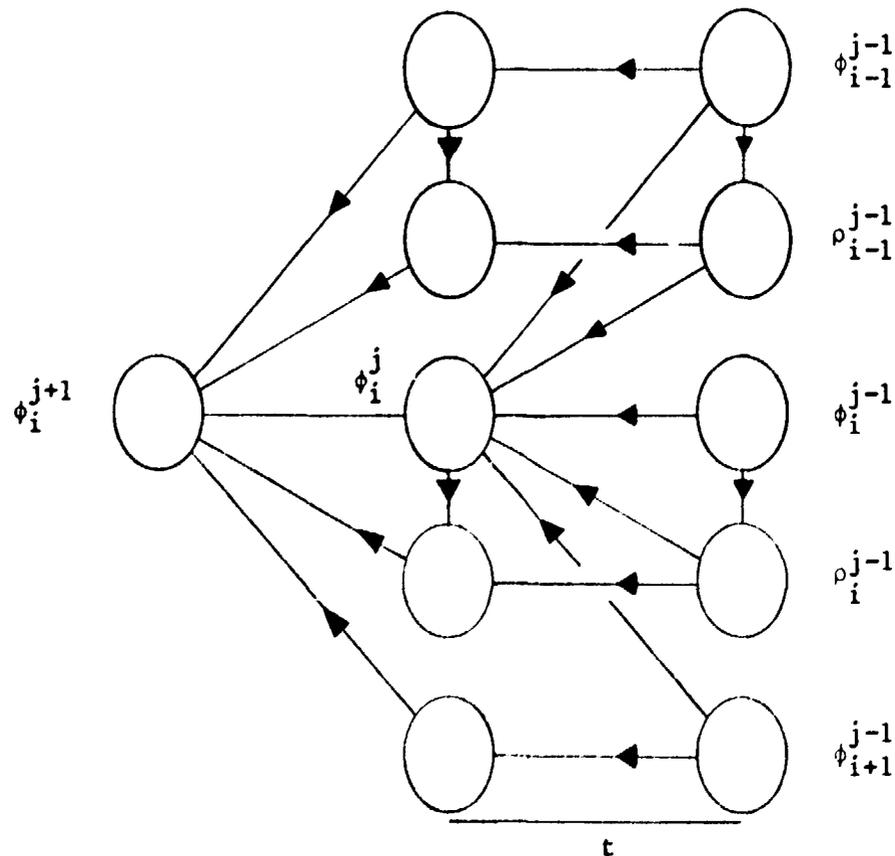


Fig. 1 - Influência dos elementos na grade na integração no tempo.

III.2 - O TRATAMENTO DO CENTRO DO NÚCLEO

Como podemos facilmente ver, a equação (1) bem como sua condição inicial $\phi(r, 0)$ admitem numa singularidade na origem. Como sabemos, sendo a singularidade da equação (1) regular, ela não oferece problemas de maior monta para soluções analíticas, porém a condição inicial singular, não nos permite uma simulação razoável em cálculo numérico. Entretanto, se a matemática em seu estágio atual não oferece informações para a solução deste problema, como se pode ver na referência [15], a condição física da existência de uma fonte nos dá a solução do problema.

Assim consideraremos a fonte de potência 1, porém de dimensões reais, ou seja, de raio 0,1 cm.

Desta forma, nossa rede ficará disposta como na Figura 2.

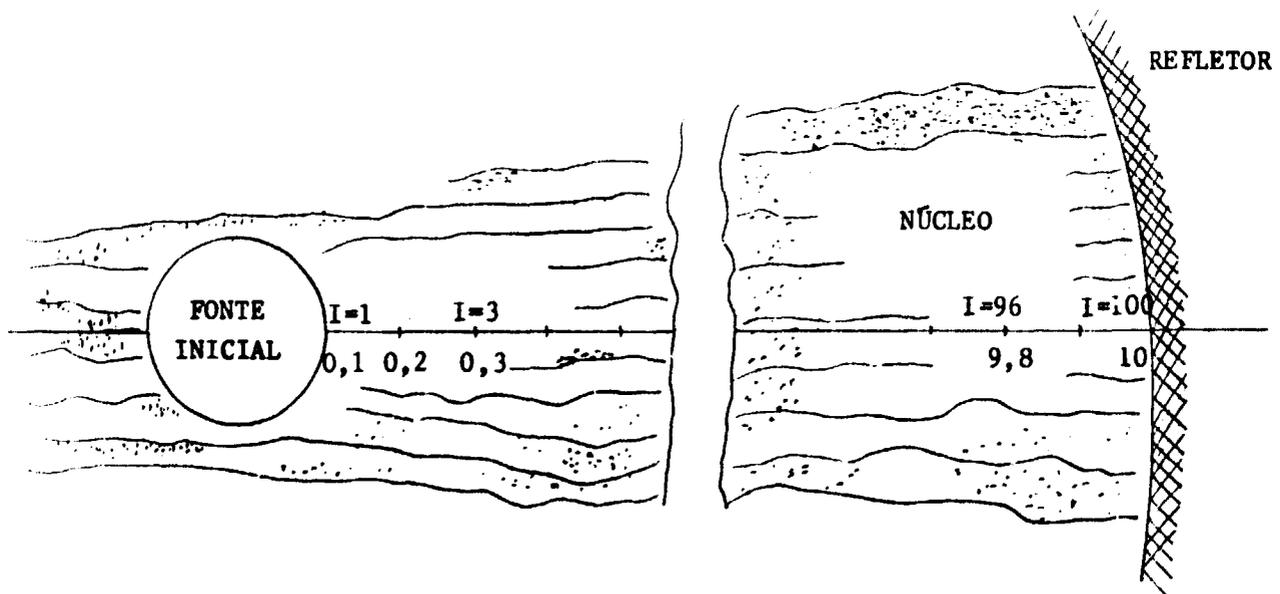


Fig. 2 - Aspecto do núcleo considerado.

Vemos, então, que o centro do reator contém uma fonte que em um determinado instante $t = 0$, nos dá o fluxo que pode ser representado pela equação (9), porém regularizada como:

$$\begin{aligned} \phi(r,0) = & \phi(r,0) H(r-0,1) + \phi(r,0) H(-r-0,1) + \phi(0.1,0) + \\ & + \phi(0.1,0) H(0,1-r) H(0,1+r) \end{aligned} \quad (14)$$

onde $\phi(r,0)$ satisfaz a equação (9) e $H(r)$ é a função degrau de Heaviside [1].

Procedimento semelhante em método numérico foi usado, entre outros, por Kasahara [14], com sucesso em projetos numéricos de vultu internacional. Não obstante, sem a justificativa física que estamos dando.

Neste caso, a derivação no primeiro ponto considerado com respeito a r seria dada pela derivada à direita da função no ponto $I=1$, visto que a derivada à esquerda é zero e não afeta o núcleo, pois a fonte é homogênea e sua dimensão desprezível em relação à núcleo de combustível físsil.

A representação usada, neste caso, foi a de erro da ordem $O(\Delta r)$.

Quanto à derivada segunda, neste ponto inicial, usamos a equação (14) para fazermos sua avaliação na origem.

III.3 - DISCRETIZAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Como havíamos discutido, anteriormente, as condições de contorno no sistema são dadas pelo sistema (10) do capítulo anterior.

Dois casos limites serão considerados:

a) Refletor perfeito

Com esta hipótese os termos à direita das equações do sistema (10) se acumulam, dando, conseqüentemente:

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_1(a,t) - \frac{1}{v\Sigma_B} \frac{\partial \phi(a,t)}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial \phi(a,t)}{\partial r} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (15)$$

Este sistema deve ser interpretado da seguinte maneira:

- A primeira equação pode ser integrada analiticamente, dando em cada instante a condição que deve obedecer o fluxo na interface combustível-refletor.
- A segunda equação, entretanto, se integrada não nos dá as informações que necessitamos. Ao contrário, nos diz em sua forma atual que o esquema de integração numérica deve impor a igualdade do último elemento vizinho ao bordo com o elemento representativo do bordo, assegurando a solução da equação a menos de um erro da ordem $O(\Delta t)$.

b) Caso refletor v\u00e1cuo ou c\u00e1dmio

Neste caso de refletor v\u00e1cuo ou c\u00e1dmio, temos:

$$\Sigma_{2s} = 0,$$

ou, o sistema (15) se reduz na superf\u00edcie do bordo \u00e0:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial r} = 0 \end{array} \right.$$

o que nos diz que o fluxo do lado externo do combust\u00edvel n\u00e3o interfere em nada no fluxo anterior do mesmo.

III.4 - CONDI\u00c7\u00d5ES PARA A CONVERG\u00caNCIA DO M\u00c9TODO USADO

Consideremos, inicialmente, a equa\u00e7\u00e3o (13) com a discretiza\u00e7\u00e3o que lhe foi imposta. Esta equa\u00e7\u00e3o n\u00e3o tem derivadas espaciais e por isto permitiu uma integra\u00e7\u00e3o da mesma em rela\u00e7\u00e3o ao tempo. Claramente, a equa\u00e7\u00e3o que se refere ao erro relaciona diretamente este com Δt e com:

$$\Delta\phi_i^j = \left[\max \phi(r,t) - \min \phi(r,t) \right]$$

sendo estes extremos considerados na variável t , e no espaço de tempo $(t-\Delta t, t)$.

Se ela depende apenas destes dois parâmetros, é, obviamente, convergente e estável quando $\Delta t \rightarrow 0$.

Para estudarmos o caso da convergência da aproximação montada pelo esquema representado pela equação (12), façamos:

$$a_j^i = v D(r,t),$$

representando o coeficiente de $\nabla^2\phi$ em cima cada ponto da grade, e chamaremos z_{ij} a função diferença entre a solução que satisfaz a equação analítica estudada, sistema (6), e sua discretização representada por (12) e (13).

Teremos, utilizando expressões já conhecidas na seção 3.2, a seguinte expressão para o erro:

$$\begin{aligned} z_i^{j+1} &= a_i^j z_{i+1}^j \frac{\Delta t}{\Delta x^2} + (i - 2a_i^j \frac{\Delta t}{\Delta x^2}) z_{ij} + \\ &+ a_i^j z_{i-1}^j \frac{\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{a_i^j}{i} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (z_{i+1}^j - z_{i-1}^j) + \\ &+ \Delta t \cdot 1.6 \cdot \Sigma_{ai}^j z_i^j + O(\Delta t \Delta x^2 + \Delta t^2 + \Delta t \Delta\phi_i^j) \end{aligned}$$

Esta expressão pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} z_i^{j+1} &= C_1 z_{i+1}^j + C_0 z_i^j + C_{-1} z_{i-1}^j + \\ &+ O(\Delta t \Delta x^2 + \Delta t^2 + \Delta t \Delta\phi_i^j), \end{aligned}$$

e esta expressão linearizada satisfaz as condições do teorema devido a Forsythe and Wasow, enunciado em seu trabalho [16]; logo, a convergência do método é garantida.

III.5 - DIMENSIONAMENTO DA GRADE PARA A ESTABILIDADE DO MÉTODO

Como se vê facilmente, o sistema é fortemente não linear, ou é não linear nos termos no coeficiente do Laplaciano.

Para este caso não temos amparo na teoria para o estabelecimento da condição de convergência. Entretanto, o método indicado por Eisen [15], oferece bom indício de que a condição:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2a(r,t)} \quad , \quad (16)$$

onde $a(r,t)$ significa o coeficiente do termo de ordem mais alta, ou seja, o Laplaciano. Entretanto, como a depende de ϕ no nono caso, pois a equação é não linear, em cada instante $j\Delta t$, novo Δt deve ser calculado. Ainda, a relação acima nos diz como o coeficiente acima varia também com r , o que torna a determinação de Δt mais incerta. Como há um valor máximo e mínimo de Σ_s , devido a variação de ζ com ϕ , estabelecemos uma combinação linear entre ambos, conforme a Figura 3 e a relação:

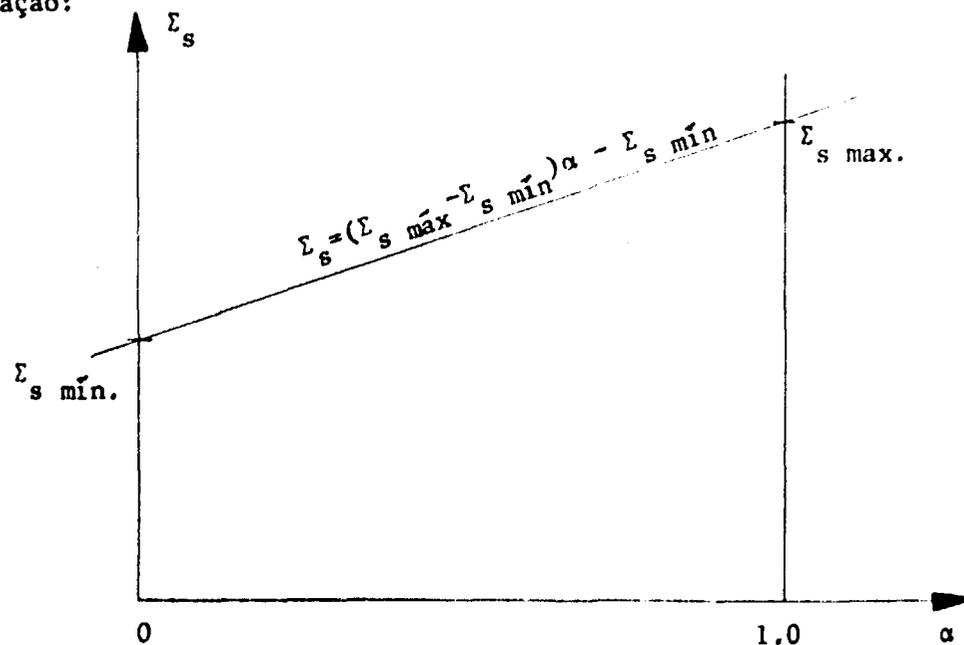


Fig. 3 - Aproximação linear do Σ_s usado.

Os resultados numéricos obtidos com a variação de α mostrou-se estável e útil em todo o intervalo $[-0.1, 1]$, sendo que, os valores mais próximos de 1 convergem mais lentamente, necessitando maior número de iterações e conseqüentemente, mais horas de máquina. Entretanto, oferecem a vantagem de uma melhor precisão em tempo e um melhor entendimento do resultado.

Os valores próximos de α e próximos de 0 funcionam de maneira contrária ao acima exposto, porém para instantes coincidentes, os resultados são compatíveis.

III.6 - DADOS

Os dados usados neste trabalho são baseados na referência [9], com médias para grupo de neutrons com velocidade

$$10^9 \text{ cm/s} = 2 \text{ M e N.}$$

Os valores usados foram:

$$\sigma_a = 1.4 \text{ barn}$$

$$\sigma_s = 5.7 \text{ barn}$$

$$\sigma_t = 7.1 \text{ barn}$$

$$\sigma_s - a$$

$$A = 235$$

$$\rho = 18$$

CAPÍTULO I'

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Como podemos ver na Tabela I a fonte inicial de potência 1 nêutron/s tem a conformação exponencial da solução (9) no sentido r crescente e singularidade no sentido $r \rightarrow 0$. Ver Tabela I.

O caso do refletor perfeito vemos que, inicialmente, o fluxo se espalha pelo reator perdendo seu caráter de concentração no centro. Isto pode ser visto nas Tabelas II e III e tem o aspecto da Figura 4.

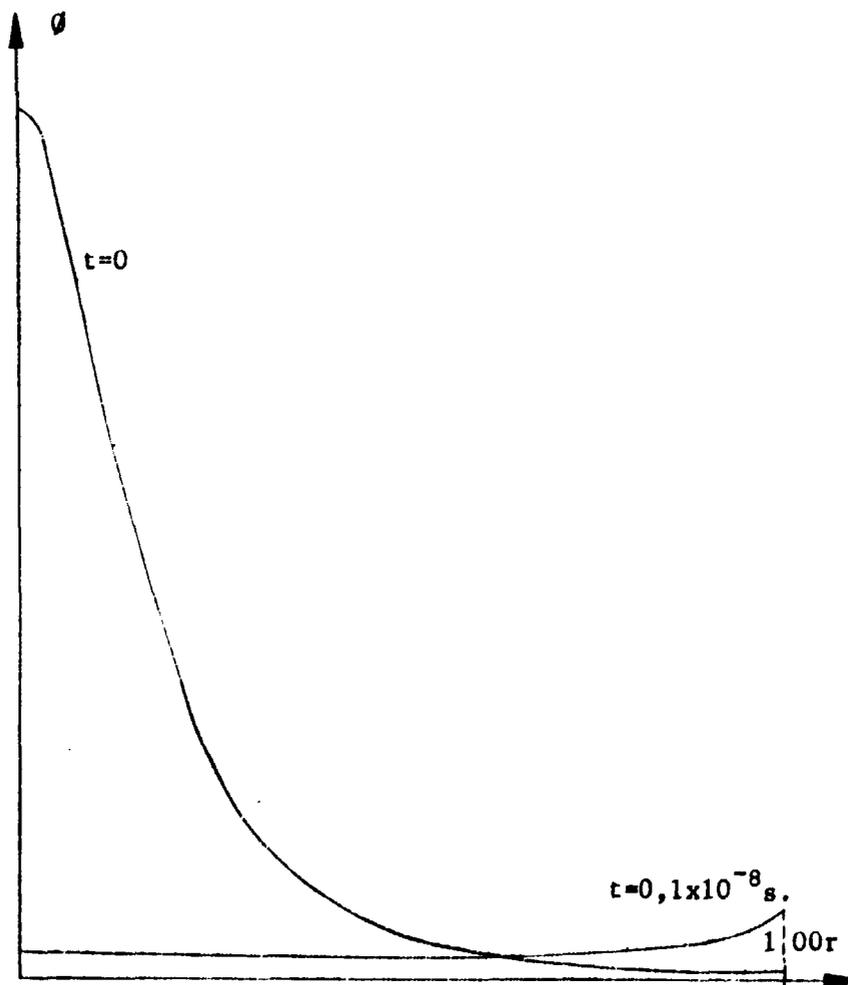


Figura 4.

A partir da iteração 5.000 ou $t=0,2078 \cdot 10^{-8}$ o fluxo quase se homogeneiza e o efeito do refletor é visível, começando então uma reação incontrolável.

Não há maneira precisa de estimarmos a validade do resultado com um tempo da ordem de 10^{-7} s, mas cálculos elementares mostram que se supuzermos o tempo de vida média dos núcleos com captura de 10^{-8} s deveríamos, aproximadamente, ter valores da ordem 10^6 para o valor de multiplicação do fluxo inicial.

Com cerca de 10^{-6} s houve a queima efetiva do combustível tendo o fluxo estabilizado. Este comportamento é esperado pois, de acordo com a experiência citada na referência [12], denominada "TOPSY", sabemos ser a massa tratada por nós supercrítica, em presença de um refletor espesso de núcleos pesados.

Quanto ao caso de refletor vácuo ou cádmio, podemos mostrar que a ausência de refletor torna a experiência completamente outra. Nos instantes iniciais há uma homogeneização do fluxo semelhante ao caso anterior, porém, não há maior ampliação e posterior decaimento do fluxo. Este permanece quase que estático. Isto se aplica pelo fato de que o raio neste caso, está apenas nas vizinhanças do raio crítico, como podemos ver na referência [9] onde a descrição da Experiência "GODIVA" confirma este fato.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Os resultados analisados nos capítulos anteriores são, em nossa opinião, bastante encorajadores. Os comportamentos das soluções nos dois casos estudados mostram que estamos em uma linha de pesquisa matemática aplicada que pode vir a nos fornecer a compreensão total do problema.

Com o comportamento do fluxo de neutrons em um reator conhecido no tempo outros parâmetros como temperatura e pressão podem ser facilmente determinados.

O próximo passo, na presente pesquisa, será a introdução de equações multi-grupo, bem como a introdução de um refletor real.

Esperamos ainda, com este trabalho, ter, segundo Duff [13], conseguido o objetivo da matemática aplicada, que não começa com uma equação e termina com a exibição de uma série, mas se realiza quando esclarece um fenômeno real e necessário.

REFERÊNCIAS

- [01] APOSTOL, T. - "Mathematical Analysis" - Addison-Wesley, N.Y., 1957.
- [02] AMES, W. - "Numerical Methods for Partial Differential Equations" Nelson, 1969.
- [03] HALTNER, G. - "Numerical Weather Prediction" - John Willey, 1971.
- [04] GLASTONE, S. and EDLUND - "The Elements of Nuclear Reactor Theory" Van Nostrand, 1952.
- [05] SUDANO, J.P. - "Contribuição ao Estudo de Refletores de Neutrons Rápidos" - Relatório EAV-06/77, Instituto de Atividades Espaciais, (IAE/CTA).
- [06] HAROLD E. Therington - "Nuclear Engineering Handbook" - MacGraw Hill, 1958.
- [07] SCHWARTZ, L. - "Methods Mathématiques pour les Sciences Phisiques", Herman, 1965.
- [08] GLASTONE, S., SESONKE, A. - "Nuclear Reactor Theory".
- [09] NATIONAL NEUTRON CROSS SECTION CENTER - "Neutron Cross Section" - Vol. I, 1973.
- [10] IAEA, - "Numerical Reactor Calculations Proceedings" - Viena, 1972.
- [11] HUREWICZ, W. - "Lectures on Ordinary Differential Equations" - M. I. Press, 1958.
- [12] GENIE ATOMIQUE - Presse Universitère de France - 1966.
- [13] DUFF, G. and NAYLOR, D. - "Differential Equations of Applied Mathematics" - John Willey, 1966.

- [14] KASAHARA, A. and WASHINGTON W. - "The NCAR Global General Circulation Model of the Atmosphere" - Mon.Wea.Rev., Vol. 95, n° 7, July 1967.
- [15] EISEN, D., - Maths. Comput - 22, p̄ag. 347, 1968.
- [16] FORSYTHE, G.E. and WASOW, W.R. - "Finite Difference Methods for Partial Differential Equations" - Willey, New York, 1960.

