



FR 8201083

DESCRIPTION D'UNE METHODE  
D'IDENTIFICATION DES CONSTANTES DE  
TEMPS DES THERMOCOUPLES BASEE SUR  
L'APPLICATION DU FILTRAGE NUMERIQUE  
RECURSIF AUX FLUCTUATIONS DE TEMPERATURE

B. BERNARDIN - G. LE GUILLOU - JP. PARCY\*

RESUME :

Les méthodes spectrales traditionnelles, basées sur l'analyse des fluctuations de température, ayant pour objectif l'identification de la constante de temps des thermocouples utilisent un appareillage encore trop sophistiqué pour que l'on puisse les appliquer en ligne.

On montre que la technique du filtrage numérique est remarquablement optimale pour cette application : sa mise en oeuvre requiert un appareillage plus simple que pour les méthodes spectrales et, à précision égale, moins d'échantillons de signaux.

Dans cette note on décrit la méthode et on fait une étude paramétrique : pour cela on a mis au point et utilisé un simulateur de bruit de température.

\* STAGIAIRE UNIVERSITAIRE - GIA LUMINY

14. Informal meeting on reactor noise.  
Munich, RFA, April 28 - 30, 1981.  
CEA - CONF 5912

- P L A N -

- I - INTRODUCTION
- II - COMPARAISONS DES DIFFERENTES METHODES
- III - HYPOTHESES ET MODELISATION
- IV - PRINCIPE DE LA METHODE
- V - RESULTATS DE SIMULATION
- VI - PERSPECTIVES D'AVENIR

I - INTRODUCTION

Cette étude a pour objet la mise au point d'un programme de calcul des constantes de temps de thermocouples, les données expérimentales étant les fluctuations des températures issues de ces capteurs en régime permanent.

Ce programme doit être suffisamment simple pour pouvoir être implanté sur un micro-processeur ou sur un mini-calculateur sans nécessiter l'appoint d'un appareillage spécialisé.

En effet les méthodes appliquées jusqu'à présent utilisent essentiellement :

- soit (méthode active)- une action directe sur le réacteur (échelon de réactivité) ce qui permet d'identifier la fonction de transfert entre le thermocouple et la puissance neutronique, méthode très lourde d'application car elle nécessite une perturbation du fonctionnement du réacteur, chose qui n'est pas aisée.

- soit (méthode passive)- des mesures effectuées sur le spectre du bruit enregistré par le thermocouple. Cette méthode a l'avantage de fonctionner en régime permanent mais par contre elle a l'inconvénient :

- de nécessiter un système spécialisé "temps réel" (analyseur FFT spécialisé) qui peut difficilement être installé sur place car faisant plutôt partie d'un matériel de laboratoire,
- de nécessiter une étape d'interprétation (ajustement de la constante de temps sur le spectre obtenu).

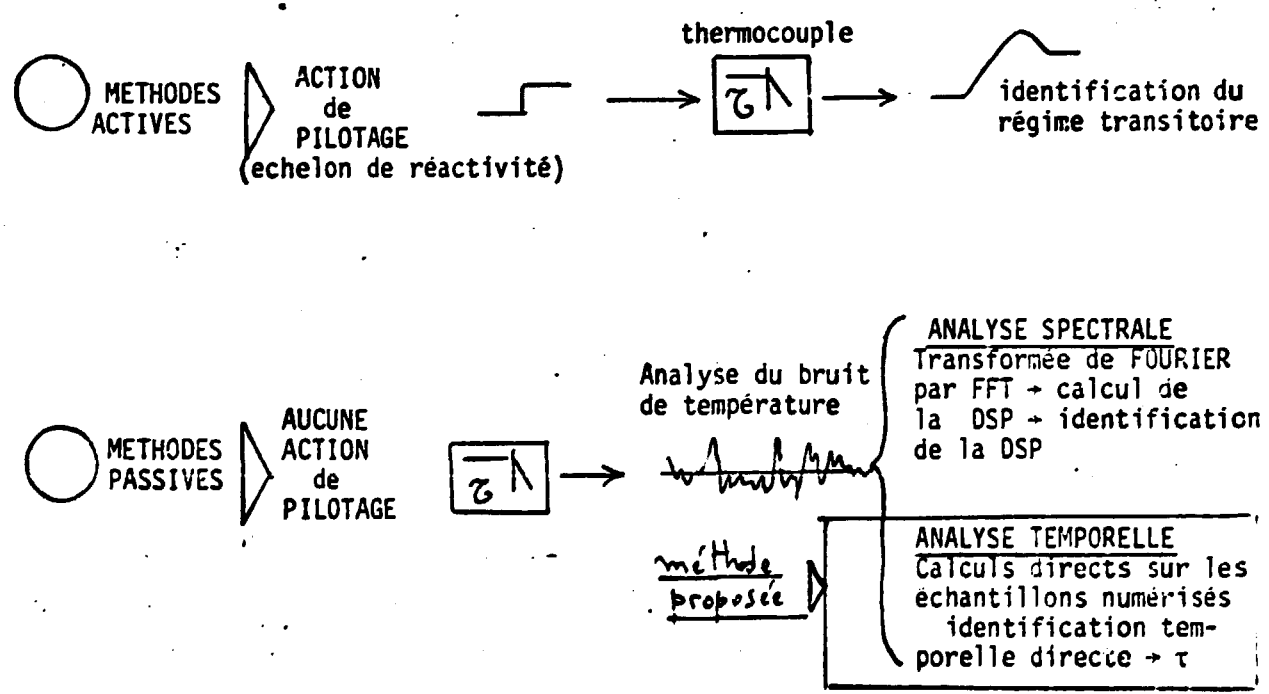
L'appareillage "temps réel" ne peut d'autre part pas être remplacé par des programmes car alors les temps de calcul ne seraient plus dans des limites acceptables (jusqu'à 100 fois plus lent).

Pour cela nous avons essayé de développer une méthode à la fois facile d'application et ne nécessitant pas d'appareillage spécifique. Nous avons exclusivement travaillé en simulation de façon à nous placer dans des conditions optimales et à connaître parfaitement les paramètres que nous faisons varier.

II - COMPARAISON DES DIFFERENTES METHODES

La méthode proposée ici, que l'on appellera "méthode temporelle", nécessite seulement l'acquisition échantillonnée du bruit issu du thermocouple. Les calculs opérés sur les échantillons sont suffisamment simples pour ne pas avoir à être exécutés par un appareillage spécialisé.

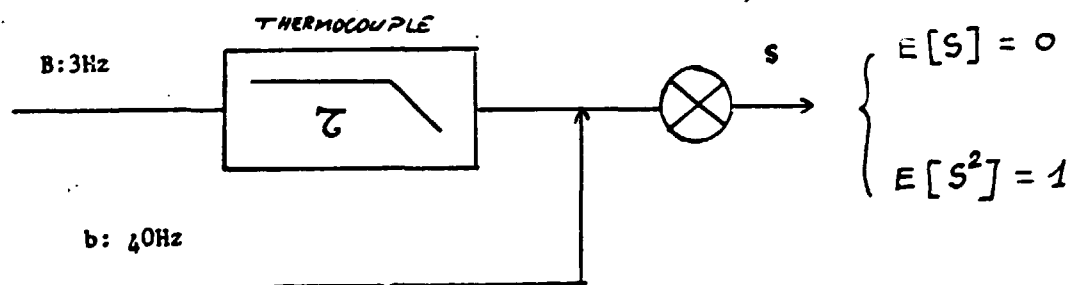
La figure suivante décrit, très schématiquement, les diverses méthodes que l'on peut utiliser afin de résoudre le problème d'identification des constantes de temps de thermocouples.



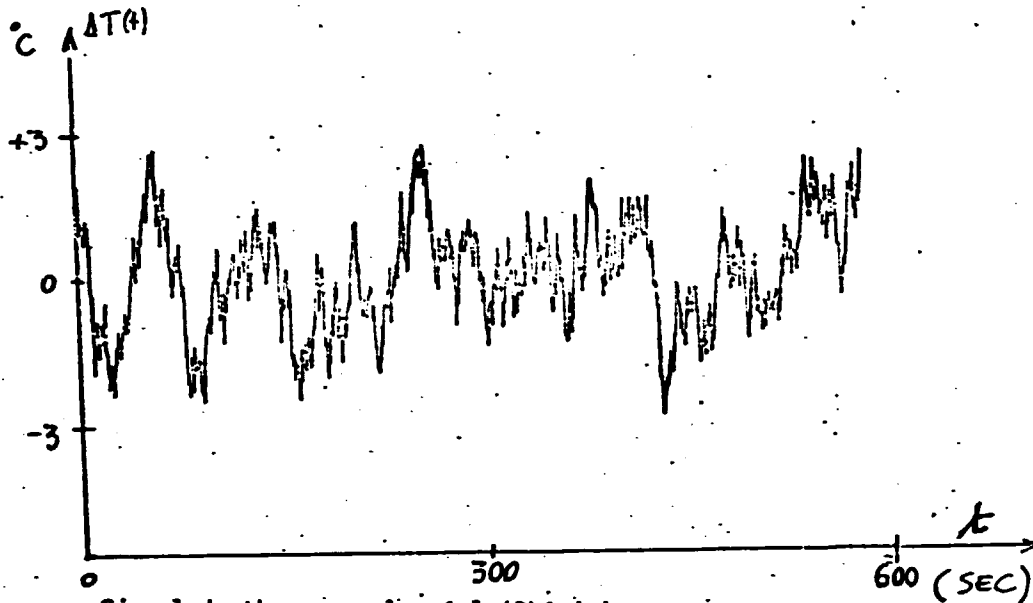
### III - HYPOTHESES ET MODELISATION

La méthode a donc été testée en simulation numérique et pour cela il a fallu imposer des hypothèses de modèle. D'après les résultats d'analyse sur les signaux réels de thermocouple on s'aperçoit qu'un bruit de thermocouple est assimilable à un signal aléatoire de répartition gaussienne filtré par un filtre linéaire du 1er ordre dont la pulsation de coupure est l'inverse de la constante de temps (voir schémas de thermocouples réels et simulés).

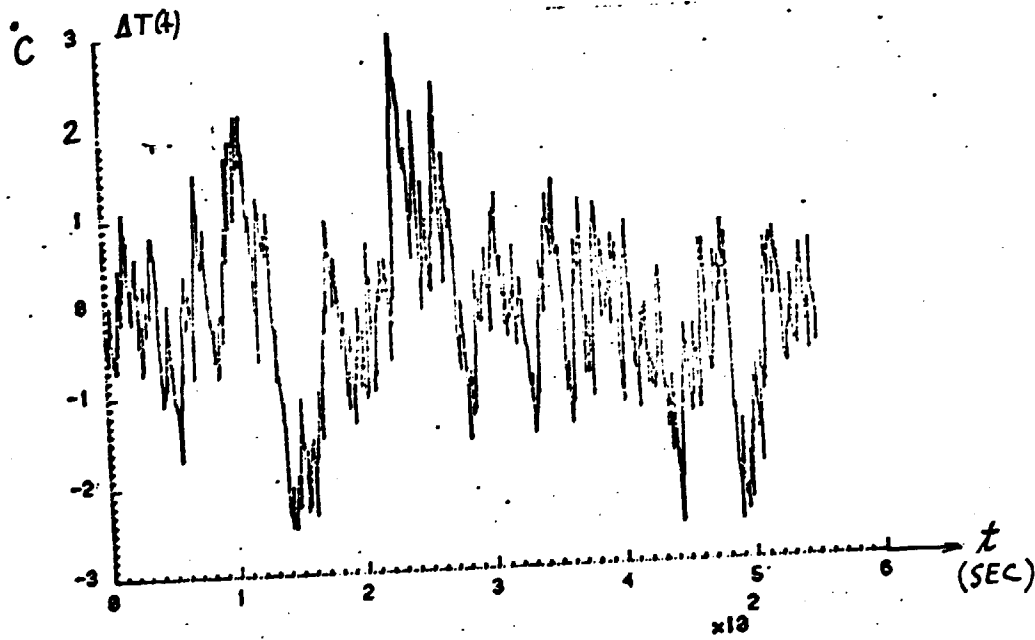
Pour la simulation on a donc superposé un bruit blanc gaussien filtré, de bande passante 0 - 3 Hz, et un bruit de fond, qui est lui aussi un bruit blanc gaussien, dont la bande passante est 0 - 40 Hz et totalement décorrélé avec le précédent. Divers essais ont été faits avec un rapport signal/bruit variant de 0 (bruit nul) à 20 db.



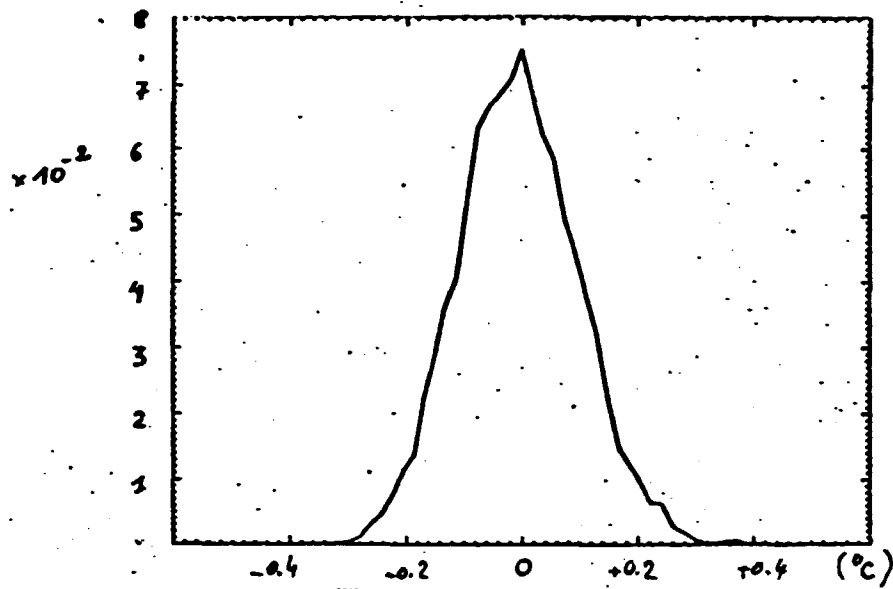
Simulation de la Fluctuation



Signal de thermocouple réel (Phénix)

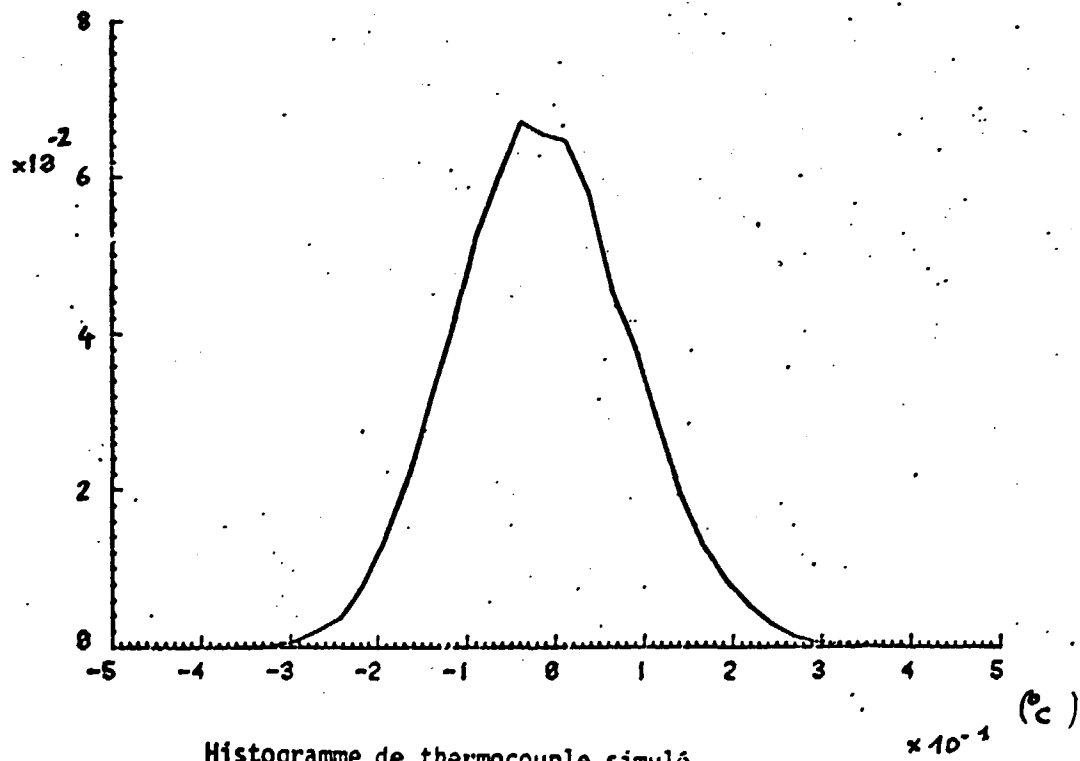


Signal de thermocouple simulé  
 $\tau = 10 \text{ s}$

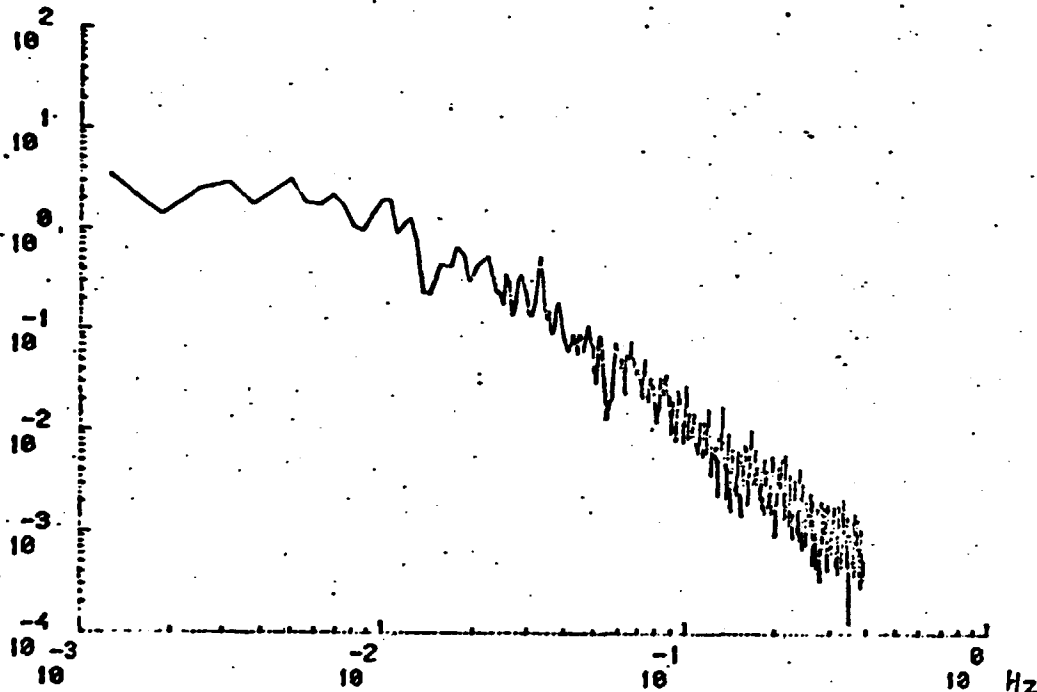


RES. 828- J. 008. 27  
 BUREAU DE RECHERCHES P. 6220 10/10/68

Histogramme de thermocouple réel

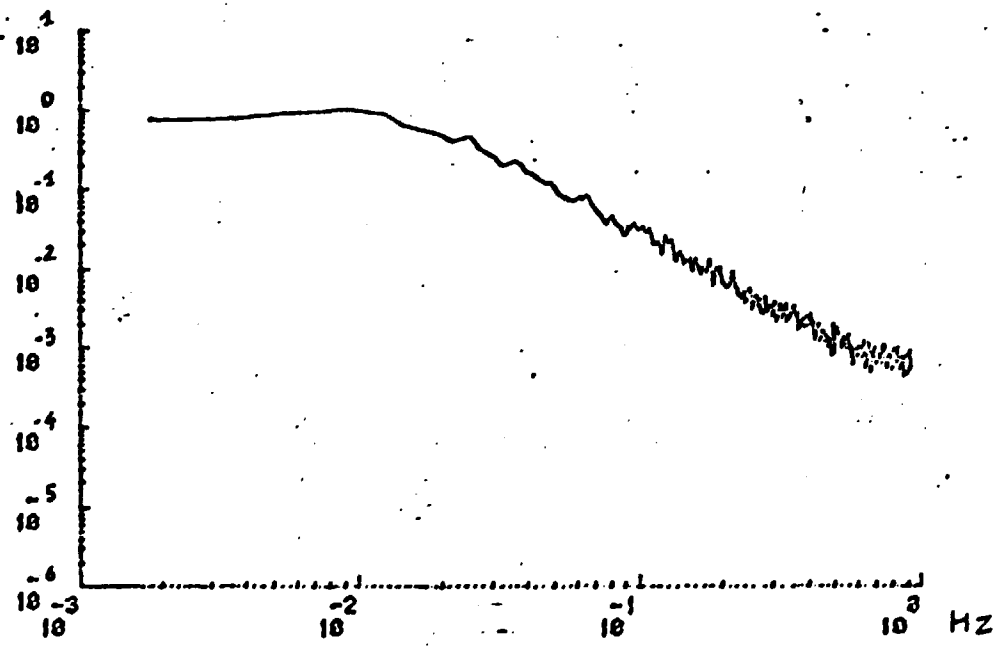


Histogramme de thermocouple simulé



19-1-TC TA 2128

DSP de thermocouple réel (Phénix)



DSP de thermocouple simulé



IV - PRINCIPE DE LA METHODE TEMPORELLE

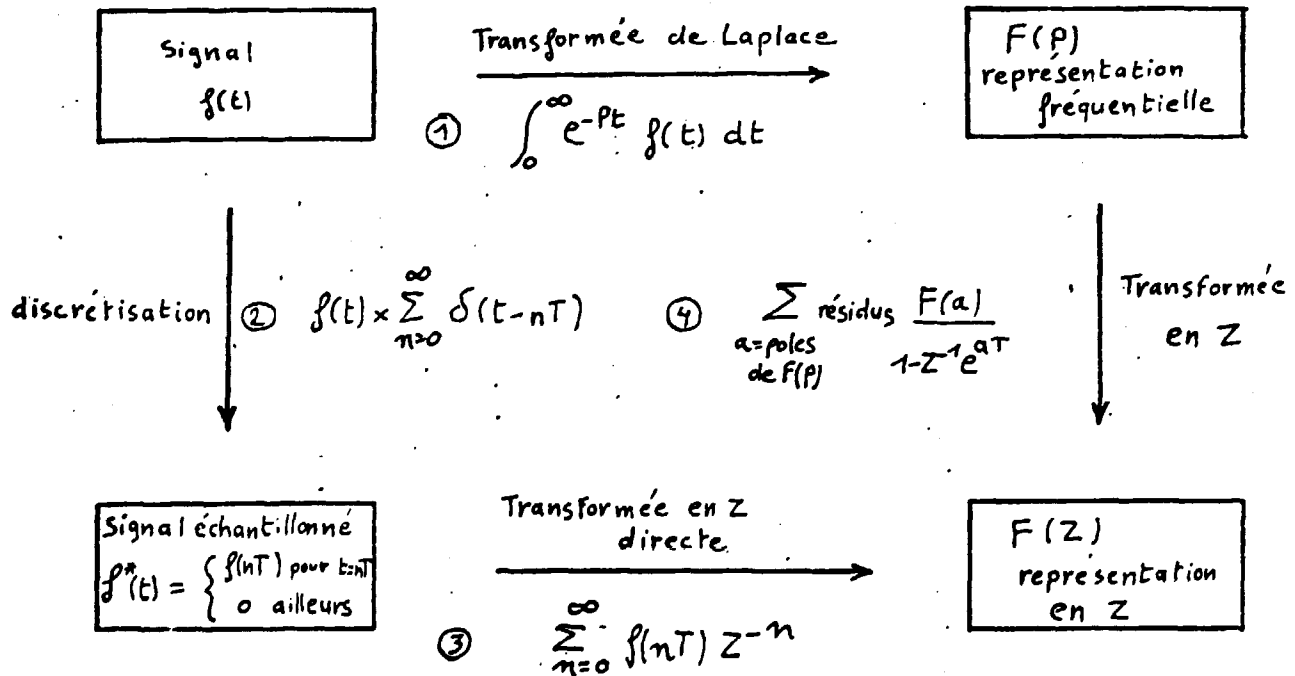
Cette méthode dite "temporelle" utilise la théorie des filtres ARMG (auto-régressif à moyenne glissante).

On va d'abord expliquer la méthode générale et voir ensuite son application dans le cas particulier du thermocouple.

a/ Rappels

On rappelle tout d'abord que le calcul numérique sur un signal discrétisé utilise essentiellement la transformée en z et non la transformée de Laplace comme en calcul analogique.

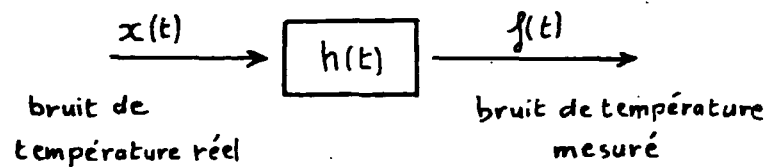
On a les relations suivantes entre les différentes représentations d'un signal f(t)



En identifiant les coefficients des termes en  $z^{-n}$  de (3) et (4) on déduit la relation récurrente suivante :

$$(5) \quad f(nT) = \sum_{i=1}^p a_i f[(n-i)T]$$

qui est à la base de la théorie des filtres autoregressifs. Dans le cas d'un thermocouple, le signal  $f(t)$  est la convoluée du signal excitateur (température du fluide) par la réponse impulsionnelle du thermocouple  $h(t)$



En régime de fonctionnement stationnaire, on peut considérer que le signal  $x(t)$  présente les caractéristiques d'un bruit blanc. On a donc  $f(t) = h(t)$ . Le thermocouple chromel-Alumel peut-être assimilé à un filtre passe bas du 1er ordre :

$$\text{d'ou } h(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$H(p) = \frac{1}{1+p\tau} \quad \text{et } H(z) = \frac{1/\tau}{1 - e^{-T/\tau} z^{-1}}$$

$\tau$  étant la constante de temps du thermocouple, le temps de réponse à un transitoire (à 95%) est  $3\tau$ .

Pour déterminer  $\tau$ , il suffit d'identifier les  $a_i$  dans (5). Afin d'améliorer la précision, on utilise plus d'équations que d'inconnues et on résout le système par la méthode des moindres carrés généralisée.

b/ Méthode générale

Soit le modèle dont la transformée en z est

$$H(z) = \frac{\theta_1 z^{-1} + \theta_2 z^{-2} + \dots + \theta_q z^{-q}}{\phi_1 z^{-1} + \phi_2 z^{-2} + \dots + \phi_p z^{-p}} = \frac{\gamma(z)}{x(z)}$$

ce qui donne  $y_t = -\sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i x_{t-i}$

le système étant excité par un bruit blanc, en posant B opérateur de retard défini par  $B^i y_t = y_{t-i}$  on aboutit à

$$y_t (1 + \sum_{i=1}^p \phi_i B^i) = x_t (\sum_{i=1}^q \theta_i B^i)$$

Ce modèle est équivalent au modèle auto-régressif défini par

$$y_t = \sum_{i=1}^p \gamma_i y_{t-i} + x_t$$

Après avoir normalisé le signal (moyenne nulle et variance unitaire) on fait une estimation au sens des moindres carrés (correspondant à l'énergie) du filtre auto-régressif et ensuite à partir de ses coefficients on retrouve successivement les paramètres MG et AR.

La première étape consiste donc à estimer les coefficients  $\gamma_i$  t.q.

$$y_t = \sum_{i=1}^p \gamma_i y_{t-i} + x_t$$

En se bornant à estimer jusqu'à l'ordre S on obtient le modèle

$$y_t = \sum_{i=1}^S \gamma_i y_{t-i} + \xi_t + e_t$$

où  $e_t$  est l'erreur de troncature du polynôme  $\gamma$  (6), erreur qui devient négligeable pour un ordre assez élevé.

$\xi_t$  est le résidu de moyenne nulle qui au fur et à mesure que l'ordre S augmente devient de moins en moins corrélé pour tendre à la limite vers le bruit blanc  $x_t$ .

Si on dispose de  $N + S$  échantillons de mesure on a

$$\begin{bmatrix} y_{N+S} \\ \vdots \\ y_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{N+S-1} & \dots & y_N \\ \vdots & & \vdots \\ y_S & \dots & y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{N+S} \\ \vdots \\ \epsilon_S \end{bmatrix}$$

cad

$$y = [Y] \gamma + \epsilon$$

L'estimation au sens des moindres carrés de  $\gamma$  est

$$\hat{\gamma} = [Y^T Y]^{-1} Y^T y$$

La détermination de l'ordre  $S$  ici ne pose pas de problème car on connaît le modèle à identifier sinon il faut faire croître  $S$  jusqu'à obtenir une fonction d'autocorrélation très peu corrélée.

Dans ces conditions l'estimation de  $\gamma$  est non biaisée. En effet soit  $E[\hat{\gamma}]$  l'espérance mathématique de l'estimateur

$$\begin{aligned} E[\hat{\gamma}] &= E[(Y^T Y)^{-1} Y^T y] \\ &= E[(Y^T Y)^{-1} Y^T (Y \gamma + \epsilon)] \\ &= E[Y] + E[(Y^T Y)^{-1} Y^T] \cdot E(\epsilon) \approx E(Y) \end{aligned}$$

~  
nul

Une fois estimés les coefficients du filtre autorégressif pur on retrouve par identification les coefficients du filtre ARMG. En effet on a

$$1 + \sum_{i=1}^p \phi_i B^i = \left(1 + \sum_{i=1}^q \theta_i B^i\right) \left(1 - \sum_{i=1}^s \gamma_i B^i\right)$$

On a donc :

$$\phi_1 = \theta_1 - \gamma_1$$

$$\phi_2 = \theta_2 - \theta_1 \gamma_1 - \gamma_2$$

⋮

$$\phi_i = \theta_i - \theta_{i-1} \gamma_1 - \dots - \theta_1 \gamma_{i-1} - \gamma_i$$

⋮

$$\phi_p = \theta_p - \theta_{p-1} \gamma_1 - \dots - \theta_1 \gamma_{p-1} - \gamma_p$$

avec  $\theta_i = 0$   
pour  $i > q$ .

$$\gamma_{p+1} = \theta_p \gamma_1 + \theta_{p-1} \gamma_2 + \dots + \theta_1 \gamma_p$$

⋮

$$\gamma_{i+1} = \theta_p \gamma_i + \theta_{p-1} \gamma_{i+1} + \dots + \theta_1 \gamma_{p+i-1}$$

⋮

$$\gamma_{p+q} = \theta_p \gamma_q + \theta_{p-1} \gamma_{q+1} + \dots + \theta_1 \gamma_{p+q-1}$$

On a donc les deux équations matricielles suivantes

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ -\theta_1 & -1 & 0 & \dots \\ -\theta_2 & -\theta_1 & -1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ -\theta_{p-1} & \dots & \dots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_1 \\ 1 \\ \vdots \\ \theta_p \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{p+1} \\ \vdots \\ \gamma_{p+q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_p & \dots & \gamma_{p-q+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{p+q-1} & \dots & \gamma_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_p \end{bmatrix}$$

Lorsque les ordres  $p$  et  $q$  sont connus cette détermination se fait sans difficulté sinon la solution de la 2ème équation n'étant unique que si la matrice n'est pas singulière ce qui est le cas lorsque les ordres  $p$  et  $q$  sont minimaux.

Il faut donc faire croître  $p$  et  $q$  jusqu'à ce que le déterminant de  $[\gamma_i]$  devienne nul (c'est à dire inférieur à une valeur très petite) et prendre l'ordre immédiatement inférieur.

#### Cas particulier du thermocouple

Le thermocouple est un cas particulièrement simple du cas général, en effet on a alors :

$$p = 1 \text{ et } q = 0$$

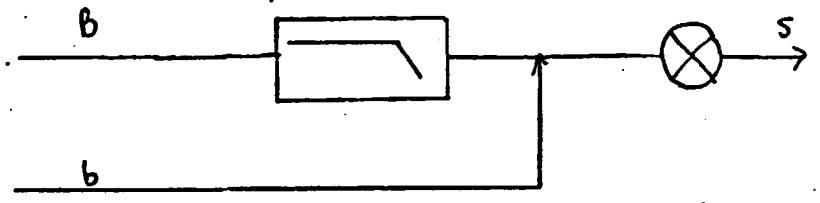
et à partir du premier coefficient du filtre autorégressif pur on obtient la constante de temps par

$$\tau_0 = \text{delt} / \log(\gamma_1)$$

où  $\text{delt}$  est la période d'échantillonnage du signal numérisé.

V - RESULTATS DE SIMULATION

La méthode a été testée en simulation. Pour cela on dispose d'un générateur de bruit blanc gaussien dont le programme est donné en annexe, qui permet de créer le signal excitateur du filtre simulant le thermocouple et le signal correspondant au bruit de fond. Ce signal excite ensuite le système (filtre linéaire 1er ordre) auquel on ajoute le bruit de fond.



On dispose alors de programmes (cf annexe) donnant le tracé du signal, de sa répartition et de sa transformée de Fourier qui permettent de vérifier la concordance avec les hypothèses.

Ensuite plusieurs essais ont été effectués sur des séries de 4096 points en tenant compte de 3 paramètres :

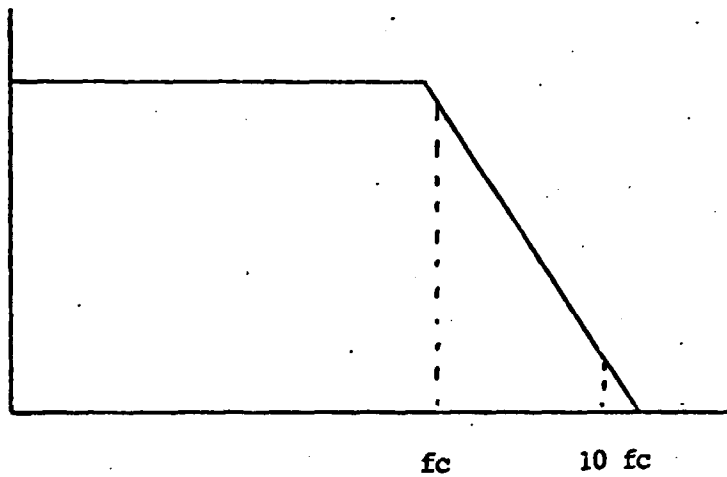
- la constante de temps
- le rapport signal/bruit
- le nombre de coefficients du filtre autorégressif.

Le premier tableau donne ces résultats.

Cependant il est à remarquer que la période d'échantillonnage est adaptée à la constante de temps ce qui dans l'absolu pourrait paraître gênant car cela nécessite de connaître approximativement cette valeur.

Pour cela d'autres essais ont été faits avec une fréquence d'échantillonnage correspondant à la valeur minimale de la constante de temps qu'il est possible d'avoir.

Ces résultats permettent d'avoir une valeur suffisamment précise de la valeur de la constante de temps pour permettre ensuite un nouvel essai avec cette fois une fréquence d'échantillonnage plus adaptée (cette valeur se situant à environ 10 fois la fréquence de coupure du système).





N \ T <sub>e</sub>	S/B : ∞					S/B : 80 db					S/B : 60 db					T <sub>0</sub>
	1	3	5	10	20	1	3	5	10	20	1	3	5	10	20	
3 s	3.08	3.00	2.99	2.98	3.00	3.08	3.00	2.99	2.98	3.00	3.08	3.00	2.99	2.98	3.00	1.44
6 s	6.17	5.99	5.97	5.96	6.00	6.17	5.99	5.97	5.96	6.00	6.17	5.99	5.97	5.96	6.00	2.88
10 s	10.26	10.00	9.96	9.94	10.01	10.26	10.00	9.96	9.94	10.00	10.26	10.00	9.96	9.94	10.01	4.32
15 s	15.42	14.98	14.93	14.90	15.00	15.42	14.98	14.93	14.90	15.00	15.42	14.98	14.93	14.89	14.99	7.20
20 s	20.52	20.00	19.92	19.88	20.02	20.52	20.00	19.92	19.88	20.02	20.52	20.00	19.92	19.88	20.02	8.64

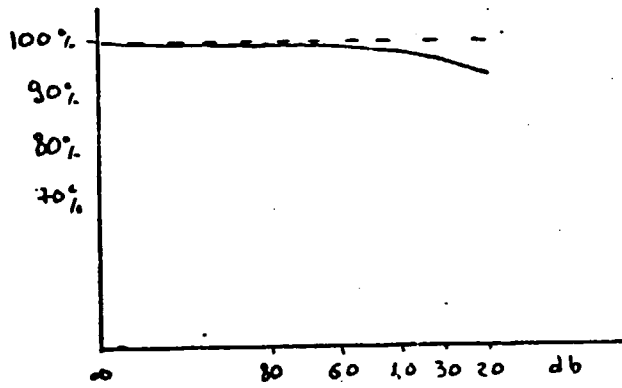
  

N \ T <sub>e</sub>	S/B : 40 db					S/B : 30 db					S/B : 20 db					T <sub>0</sub>
	1	3	5	10	20	1	3	5	10	20	1	3	5	10	20	
3 s	3.08	2.99	2.98	2.98	3.00	3.07	2.97	2.96	2.96	2.98	3.02	2.90	2.89	2.88	2.91	1.44
6 s	6.16	5.99	5.97	5.95	5.95	6.14	5.95	5.93	5.91	5.95	6.03	5.80	5.78	5.77	5.81	2.88
10 s	10.25	9.99	9.95	9.93	10.00	10.21	9.92	9.88	9.86	9.93	10.01	9.62	9.59	9.57	9.65	4.32
15 s	15.41	14.97	14.91	14.88	14.95	15.34	14.87	14.82	14.78	14.88	15.08	14.50	14.46	14.42	14.53	7.20
20 s	20.50	19.97	19.90	19.85	20.00	20.41	19.84	19.75	19.71	19.85	20.02	19.24	19.18	19.14	19.29	8.64

T<sub>e</sub> : valeur réelle de la constante temps ; T<sub>s</sub> : période d'échantillonnage

N : nombre de coefficients du filtre auto-regressif ; S/B. rapport signal sur bruit

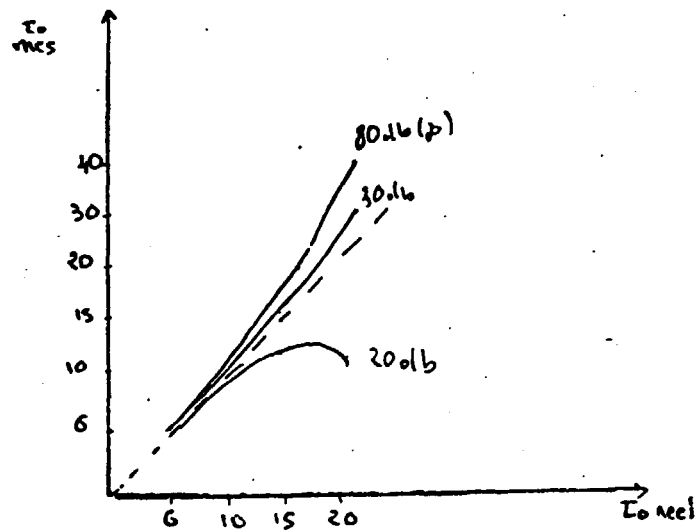
Estimation de la constante de temps en fonction des différents paramètres



Précision de l'estimation en fonction du signal/bruit :

S/B	$\infty$	80 db	60 db	40 db	30 db	20 db	To
6 s	6.59	6.59	6.59	6.59	6.48	6.07	1.44
10 s	11.59	11.59	11.60	11.67	11.26	9.16	1.62
15 s	16.87	16.86	16.85	16.82	16.27	11.23	1.8
20 s	34.56	34.59	34.63	34.21	22.70	8.49	1.08
	22.73	22.73	22.71	22.65	21.74	14.10	2.16

Estimation effectuée avec la période d'échantillonnage correspondant à la valeur minimale de la constante de temps (essais effectués avec N = 3 nombre de coefficients du filtre autorégressif).



Variation de la valeur mesurée de la constante de temps en fonction de la valeur réelle avec différents niveaux de bruit.

Remarque : L'optimum observé sur la figure n'est dû qu'à une compensation d'erreur.

Comme le montre ces derniers résultats jusqu'à un rapport signal/bruit de 30 db l'estimation même avec une mauvaise fréquence d'échantillonnage est encore bonne ce qui permet de faire une seconde estimation avec une valeur plus adéquate, par contre avec un niveau S/B de 20 db les résultats commencent à devenir assez imprécis pour une constante trop élevée et plusieurs essais sont nécessaires pour arriver à la bonne fréquence.

Temps de calcul en fonction du nombre de coefficients du filtre A.R.

n = 1	1'10
n = 3	1'30
n = 5	3'
n = 10	7'
n = 20	25' (n=3 semble le meilleur compromis)

Temps d'acquisition nécessaire pour obtenir 4096 points à la fréquence adéquate en fonction de la constante de temps

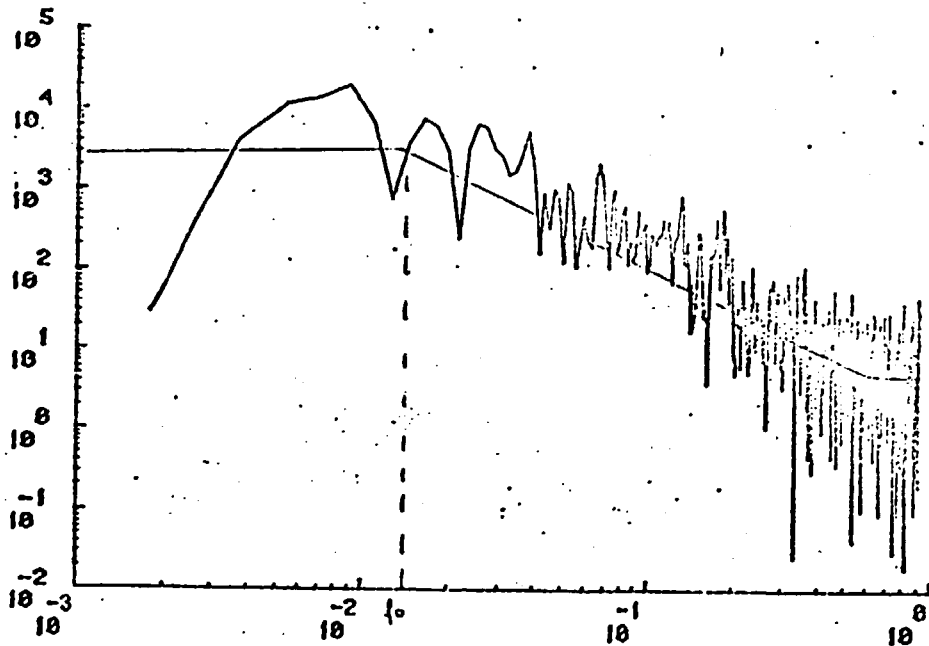
3 s	1 h 40'
6 s	3 h 20'
10 s	5 h
15 s	8 h 20'
20 s	9 h 50'

Comparaison avec l'étude des spectres

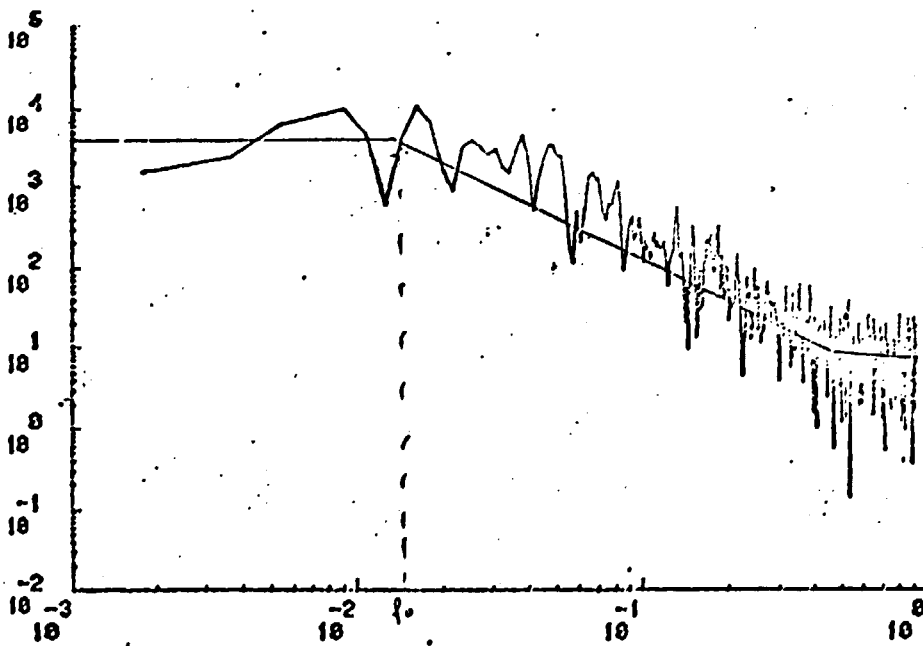
Des essais ont été faits en calculant les constantes de temps avec 1024 et 2048 points et en calculant les spectres en 1024, 2048, 4096 et 32768 points. ce qui nous permet de constater que le nombre de points nécessaire pour obtenir un bon spectre et donc une bonne détermination est beaucoup plus important que celui nécessaire pour obtenir une bonne détermination par la méthode exposée ci-dessus. En effet si on prend relativement peu de point pour la FFT celle-ci est fortement bruitée et la détermination de la fréquence de coupure est peu aisée (cf. schémas)

T.réel	10 s			
S/B	40 db	1024	2048	4096
T. mesuré		9.15	10.27	9.95

Il faut également remarquer que la détermination directe de la constante de temps permet de tracer la DSP avec une précision beaucoup plus grande que par l'algorithme FFT.



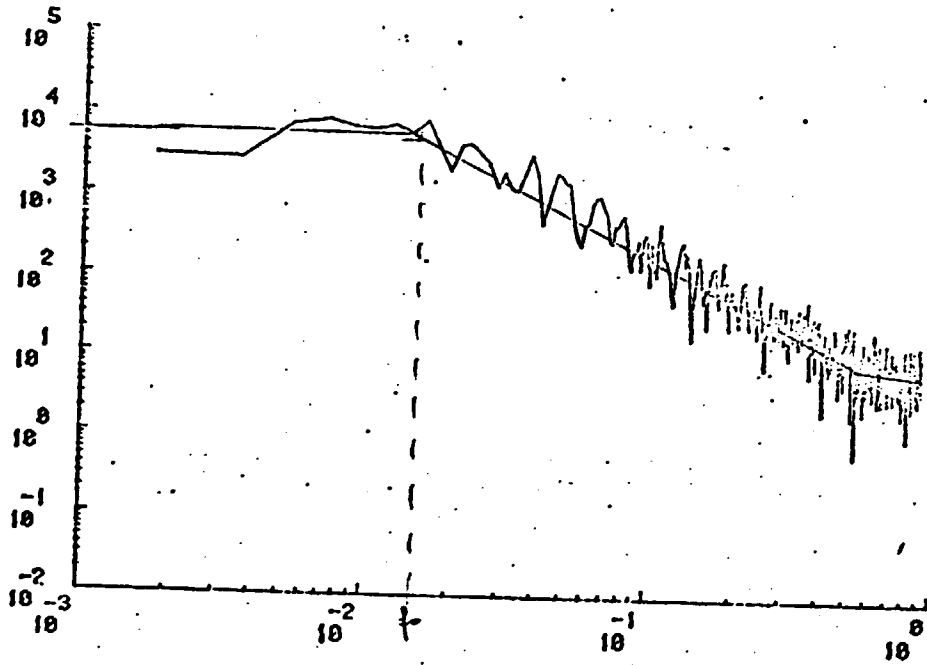
1 série de 1024 pts détermination de la constante de temps  
pratiquement impossible  $4 < \tau < 20$  s



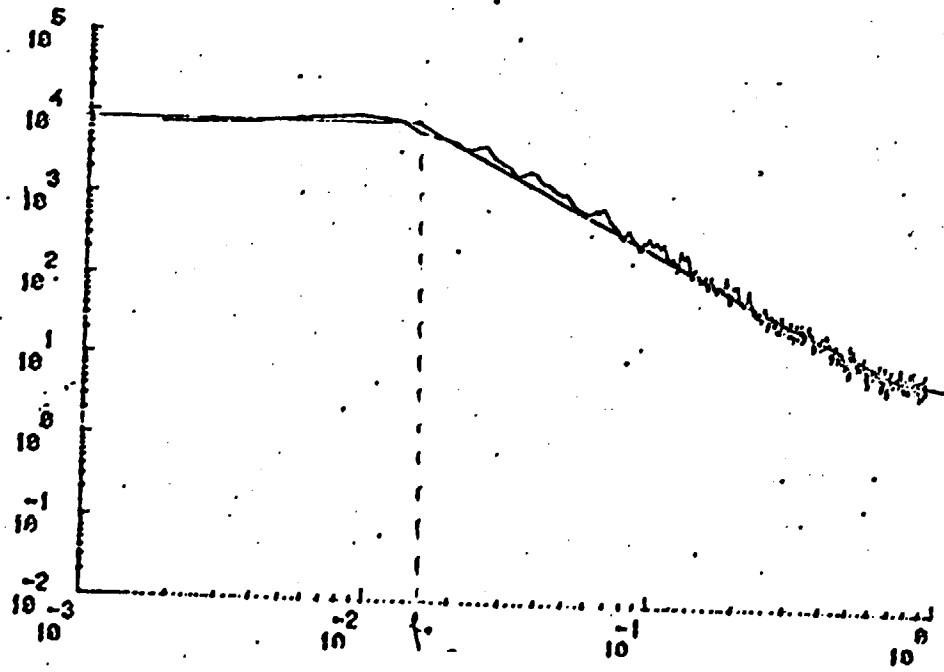
2 moyennes

spectre encore très bruité

$4 < \tau < 18$  s



4 moyennes  
détermination de  $\tau$   $8 \leq \tau \leq 13$



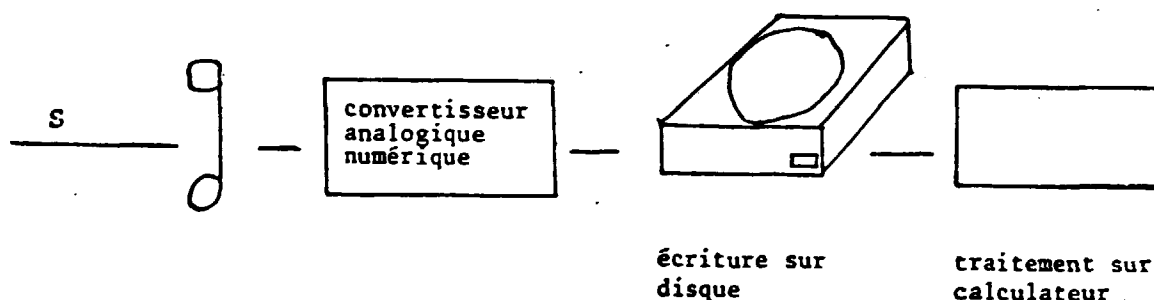
32 moyennes  
assez bonne détermination  $9 \leq \tau \leq 11$

## VI - PERSPECTIVES D'AVENIR

### a) - Généralités

Deux moyens d'application principaux peuvent être envisagés :

- le premier (qui sera d'ailleurs celui appliqué pour l'instant) consiste en un enregistrement analogique des bruits de thermocouple suivi d'une numérisation en lecture rapide avec écriture sur disque et traitement en temps différé.



- le deuxième fonctionne en temps réel à l'aide d'un canal et d'un processeur. En effet l'acquisition beaucoup plus lente que le temps de traitement permet ce type de traitement.

Il consiste en une acquisition des données sur R.A.M.\* par un canal et une fois l'ensemble des données acquis par un traitement sur micro-processeur, le programme étant écrit sur R.O.M.\*

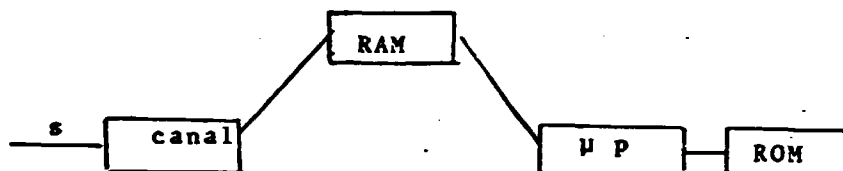
\* (ROM et RAM) mémoires utilisées avec les micro-processus

ROM accessible uniquement en lecture (mémoire permanente)

RAM accessible en lecture-écriture (mémoire volatile)



Il est à remarquer que la place occupée étant très faible l'implantation, sur un micro-processeur ne pose aucun problème .



#### b) - AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES DEUX METHODES

##### 1ère méthode :

L'enregistrement pouvant se faire sur plusieurs voies simultanément (actuellement il se fait sur 14 voies) la durée d'enregistrement est notablement diminuée. Le traitement se faisant ensuite en temps différé nécessite une intervention. Cette première méthode peut être immédiatement appliquée. (voir c)

##### 2ème méthode :

Celle ci par contre est entièrement automatique et peut se faire de manière continue mais elle nécessite autant de canaux que d'enregistrements simultanés dont on veut disposer. En effet si on dispose de peu d'enregistrements une part importante de temps est perdue et un nombre important d'enregistrements nécessite un système d'acquisition sophistiqué et une place mémoire importante.

Cette méthode peut également s'appliquer à la détermination de modèles plus compliqués (cf. annexe) que des systèmes de premier ordre, la seule condition imposée étant que le système soit excité par un bruit blanc, condition, qui est très souvent réalisée.

c) - Mise en oeuvre de la première méthode d'application

Dès que la chaîne de numérisation sera en place le programme fonctionnant actuellement en simulation sera prêt à fonctionner sur les signaux réels.

Pour cela le signal digitalisé devra être structuré en séquence de 4096 points et le programme (cf. annexe) demande en paramètres)

- le nombre de séquence L
- le nombre d'échantillon N2 sur lesquels on veut effectuer les calculs
- la vitesse d'échantillonnage No permettent de prendre un point sur No dans le fichier
- la période d'échantillonnage delt
- le nombre de coefficients S du filtre auto-regressif qu'on veut considérer.

CONCLUSION :

Comme les résultats de simulation le prouvent, la méthode est très efficace même avec un rapport signal/bruit de 20 db (erreur <4%) quoique à ce niveau la détermination de constantes de temps élevées (>20s) nécessite plusieurs étapes, mais dans la plupart des cas pratiques (rapport signal/bruit de 40 db) la détermination ne pose aucun problème.

Une autre question que l'on peut également se poser est la validité de l'hypothèse du bruit blanc dans le cas de constantes de temps élevées mais seule la précision du résultat dans ce cas en est altérée. Mais ce cas étant un fonctionnement anormal du thermocouple est en principe détecté avant que la valeur de la constante de temps rende la valeur du résultat douteuse.

Donc on peut dire que dans la majorité des cas cette méthode permet une bonne détermination des constantes de temps de manière peu coûteuse.

