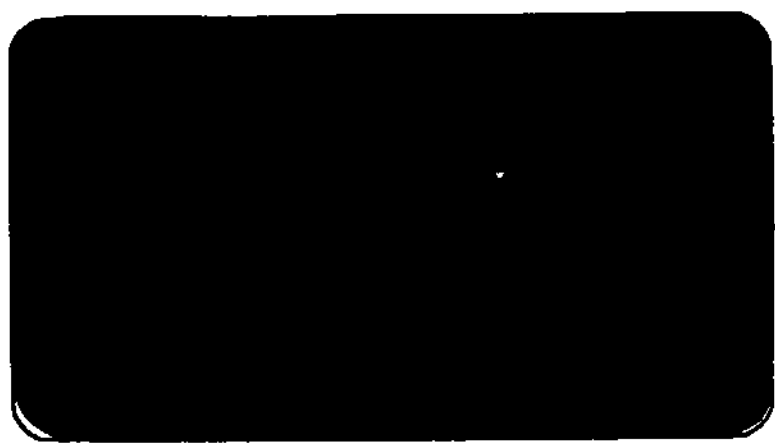




371



Relatório de Pesquisa e Desenvolvimento



SEPLAN/PR - SECRETARIA DE PLANEJAMENTO DA PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA
CNPq - CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO
LCC - LABORATÓRIO DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA



PEDIDOS DE CÓPIA DESTES RELATÓRIOS FAVOR DIRIGIR-SE A :
REQUEST FOR COPY OF THIS REPORT PLEASE ADDRESS TO :

Biblioteca do LCC
Av. Wenceslau Braz, 71 - Fundos
CEP 22.290 - Rio de Janeiro - RJ
Brasil

LABORATÓRIO DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - LCC

JUNHO DE 1981

LCC -- Nº 006/81

COMPARAÇÃO ENTRE AS EQUAÇÕES DE NORTON
E MUKHERJEE NA DETERMINAÇÃO DE TENSÕES
E DEFORMAÇÕES EM MATERIAIS QUE EXPERI-
MENTAM FENÔMENOS DE FLUÊNCIA

L.Bevilacqua, R.Feijóo, J.L.Freire, P.
E.V.Miranda, E.Monteiro, T.L.Silveira
e E.Taroco

Trabalho a ser apresentado na VII Inter-American
Conference on Materials Technology, México, 19 a
23 de outubro de 1981.

**COMPARAÇÃO ENTRE AS EQUAÇÕES DE NORTON E MUKHERJEE
NA DETERMINAÇÃO DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM MATERIAIS
QUE EXPERIMENTAM FENÔMENOS DE FLUÊNCIA**

Comitê da ABCM

**Associação Brasileira de Ciências Mecânicas
sobre:**

"Comportamento Inelástico de Materiais"

Luiz Bevilacqua, Eng. Mecânica, PUC/RJ

Raúl Feijóo, DPD/LCC

José Luiz Freire, Eng. Mecânica, PUC/RJ

Paulo Emílio V. Miranda, Prog.Eng.Metalúrgica, COPPE/UFRJ

Edson Monteiro, Eng. Mecânica, PUC/RJ

Tito L. Silveira, Fac.Eng. Souza Marques

Edgardo Taroco, DPD/LCC

***A ser apresentado na VII Inter-American Conference on
Materials Technology, México, out/19-23, 1981.**

SUMÁRIO

Aos resultados experimentais de fluência em Aço Austenítico AISI 304, são feitas aproximações pelas leis constitutivas de Norton e Mukherjee. Ambas as equações são empregadas na determinação de tensões e deformações de fluência em disco dotado de furo circular concêntrico girando a velocidade constante. Mostra-se que do ponto de vista do projeto as tensões fornecidas por ambas as leis não diferem significativamente, o que não ocorre com as velocidades devidas à fluência. (autor)

ABSTRACT

The Norton and Mukherjee constitutive equations are used to approximate the experimental results of creep in AISI 304 steel. Both equations are applied to the stress-strain analysis of a rotating disk with a concentric circular hole. From the design point of view it is shown that the stresses obtained with both equations are equivalents, which is not true for the velocities.

(author)

1. INTRODUÇÃO

Um dos problemas que freqüentemente se apresenta no emprego de materiais que experimentam deformações de tipo viscoso é a determinação do estado de tensões e deformações em estruturas submetidas a carregamentos e temperaturas constantes ao longo de intervalos de tempo prolongados. Tal fenômeno conhecido como fluência é significativo em múltiplas aplicações tecnológicas dentro das áreas de Engenharia Nuclear, Mecânica, Aeronáutica, etc.

Tanto do ponto de vista teórico como experimental, o fenômeno de fluência despertou grande interesse motivando, assim, o surgimento de inúmeras equações constitutivas, formulações variacionais e métodos numéricos capazes de resolver problemas onde a fluência deve ser levada em consideração.

Na primeira parte deste trabalho apresentam-se os resultados experimentais obtidos em ensaios de fluência em aços inoxidáveis austeníticos AISI 304. Tais resultados são aproximados pelas leis de Norton e Mukherjee cujos parâmetros são determinados.

As equações constitutivas de tipo escalar, assim obtidas, são generalizadas para poderem ser aplicadas a estados múltiplos de tensão-deformação empregando, para tal fim, a equação do tipo associativa proposta por Tresca.

Finalmente, comparam-se os estados de tensão e deformação em um disco dotado de um furo circular concêntrico, que gira a velocidade constante, obtidos com as equações de Norton - Tresca e Mukherjee-Tresca.

2. RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA O AÇO AISI 304 E SUA APROXIMAÇÃO PELAS LEIS DE NORTON E MUKHERJEE

A simplicidade de seu tratamento analítico e a relativa facilidade de determinação empírica de seus coeficientes faz da clássica equação de Norton um meio bastante utilizado na predição do comportamento de certos mecanismos de deformação por fluência. Contudo, a limitação apresentada por seu uso exclusivo à temperatura constante e à ausência de parâmetros característicos dos materiais em seu modelo explícito, tem incentivado a busca de outras equações, como a de Mukherjee⁽¹⁾. As referidas equações e o significado da simbologia empregada encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1 - Equações utilizadas na ajustagem dos valores experimentais

Norton $\dot{\epsilon} = A. (\sigma_v)^n$	Mukherjee $\frac{\dot{\epsilon}KT}{DGb} = A' \left(\frac{\sigma_v}{G}\right)^{n'}$
$\dot{\epsilon}$	- taxa mínima de fluência
σ_v	- tensão verdadeira na taxa mínima
A, n	- parâmetros de Norton
T	- temperatura absoluta [K]
K	- constante de Boltzmann 1.38×10^{-23} kgf.mm/K
D	- coeficiente de autodifusão
G	- módulo de elasticidade transversal
b	- vetor de Burgers 2.51×10^{-8} cm
A'n'	- parâmetros de Mukherjee

A técnica experimental deste trabalho é idêntica à utilizada anteriormente⁽²⁾ e segundo ela foram ensaiadas amostras

de Aço Inoxidável Austenítico AISI 304 (massa específica ρ igual a $7,8 \text{ g/cm}^3$) nas temperaturas de 550°C , 600°C , 650°C e 750°C à carga constante. Para essas temperaturas os valores de G e D encontram-se expressos na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores de G e D para o Aço AISI 304 em função da temperatura

Temperaturas $^\circ\text{C}$	G [kgf/mm ²]	D [cm ² /s]
550	$6,170 \times 10^3$	$3,05 \times 10^{-19}$
600	$5,803 \times 10^3$	$3,40 \times 10^{-19}$
650	$5,415 \times 10^3$	$2,92 \times 10^{-17}$
750	$5,200 \times 10^3$	$1,15 \times 10^{-15}$

Os resultados experimentais, já apresentados em contri -
buição anterior ⁽³⁾, ao serem ajustados pelas equações aqui consi -
deradas, resultaram nos valores de A, n, A' e n' relacionados nas
Tabelas 3 e 4.

Tabela 3 - Valores dos parâmetros de Norton após ajustagem

Temperatura de ensaio	A	n	Coefficiente de Correlação
550°C	$3,90 \times 10^{-15}$	8,9	99,8%
600°C	$1,05 \times 10^{-12}$	7,9	99,7%
650°C	$9,74 \times 10^{-12}$	8,1	97,7%
750°C	$1,28 \times 10^{-9}$	7,9	99,9%

Tabela 4 - Valores dos parâmetros de Mukherjee após ajustagem

A	n	Coefficiente de Correlação
$3,00 \times 10^8$	6,1	96,7%

3. APLICAÇÃO DA LEI DE NORTON E MUKHERJEE

A seguir, aplicam-se as expressões das leis de Norton e Mukherjee, obtidas na seção anterior para o aço AISI 304, na determinação do campo de tensões e deformações num disco que gira a velocidade constante.

Este modelo foi escolhido em virtude do seu emprego frequente na análise e no projeto de turbinas^(4,5). Nestes equipamentos é importante garantir não somente resistência às cargas atuantes, mas também, deve-se assegurar que durante sua vida útil as deformações por fluência não atinjam a níveis que afetem o seu funcionamento.

As equações de Norton e Mukherjee representam o comportamento uniaxial de um material que experimenta deformações de fluência. Portanto, para poder resolver o problema do disco que gira, será necessário estender ambas as equações a estados múltiplos de tensões.

Com o intuito de obter soluções fechadas para o sistema de equações diferenciais que governam o problema, generaliza-se as equações constitutivas mediante a lei associativa de Tresca.

Assim sendo, considere-se um disco dotado de um furo circular concêntrico de espessura constante, raio interno r_1 e raio

externo r_e , que gira a velocidade constante ⁽⁶⁾ ω . Se a espessura é pequena em relação ao seu diâmetro o estado de tensões corresponde aproximadamente a um estado plano de tensões. Levando em conta a axissimetria, tanto do disco como das cargas, o estado de tensões resulta também axissimétrico.

Adotando coordenadas cilíndricas (r, θ, z) , e baseando-se na hipótese de axissimetria, pode-se dizer que os campos de tensões e deformações só dependem da posição r , e assim, as únicas componentes não nulas do tensor de tensões são:

$$\sigma_r = \sigma_r(r) \quad , \quad \sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$$

Admitindo que o peso próprio do disco é desprezível frente às forças de inércia e em virtude do tipo de movimento, estas forças só atuam na direção do raio. Como consequência, as equações que governam o problema resultam:

i) Equações de equilíbrio

$$\frac{d}{dr}(r\sigma_r) - \sigma_\theta + \rho\omega^2 r^2 = 0$$

ii) Equações constitutivas

$$D_r = 0 \quad , \quad D_\theta = A\sigma_\theta^n \quad , \quad D_z = -A\sigma_\theta^n$$

iii) Equações cinemáticas

$$D_r = \frac{dv_r}{dr} \quad , \quad D_\theta = \frac{v_r}{r} \quad , \quad D_z = \frac{dv_z}{dz}$$

iv) Condições de contorno

$$\sigma_r \Big|_{r=r_i} = \sigma_r \Big|_{r=r_e} = 0$$

onde:

- ρ - massa específica
 ω - velocidade angular
 v_r, v_z - componentes nas direções r e z do campo de velocidade v devido à deformação de fluência
 D_r, D_θ, D_z - taxas de deformação de fluência nas direções r, θ e z

Integrando as equações diferenciais anteriores, obtêm-se

$$v_r = A \left\{ \frac{(n-1) \rho \omega^2 (r_e^3 - r_i^3)}{3n [r_e^{(n-1)/n} - r_i^{(n-1)/n}]} \right\}^n$$

$$\sigma_r = \frac{\rho \omega^2}{3r} \left[\frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^{(n-1)/n} - r_i^{(n-1)/n}} (r^{(n-1)/n} - r_i^{(n-1)/n}) - (r^3 - r_i^3) \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{(n-1) \rho \omega^2 (r_e^3 - r_i^3)}{3n [r_e^{(n-1)/n} - r_i^{(n-1)/n}]} r^{-1/n}$$

Das expressões para v_r , σ_r e σ_θ pode-se apreciar que v_r é constante em todo ponto do disco e depende somente dos parâmetros A e n; por sua vez as tensões σ_r e σ_θ dependem somente do parâmetro n.

Por conseguinte, do ponto de vista do projeto, é importante conhecer em que medida os valores de v_r , σ_r e σ_θ diferem quando, para um dado material, se adotam os parâmetros A e n de Norton ou Mukherjee.

Com o intuito de responder a esta questão aplicou-se os resultados obtidos a um disco de aço AISI 304 com as seguintes dimensões:

$$r_e = 150 \text{ mm} \quad , \quad r_i = 30 \text{ mm}$$

girando a uma velocidade de 10.000 rpm, e submetido a temperaturas coincidentes com as dos ensaios uniaxiais apresentados na seção anterior (Tabelas 2-3).

Na Figura 1 apresentam-se as tensões σ_r e σ_θ obtidas para as equações de Norton e Mukherjee. Como, no caso de Norton, varia com a temperatura, apenas as curvas extremas foram traçadas ($n=7,9$ e $n=8,9$).

Finalmente, na Tabela 5 apresentam-se os valores da velocidade v_r para as diferentes temperaturas analisadas.

Tabela 5 - Velocidade radial em disco dotado de furo circular concêntrico ($r_i=30\text{mm}$, $r_e=150\text{mm}$)

EQUAÇÃO CONSTITUTIVA	v_r [mm/s] PARA DIFERENTES TEMPERATURAS			
	550°C	600°C	650°C	750°C
MUKHERJEE	0,3694 E-07	0,5211 E-06	0,5900 E-05	0,2547 E-02
NORTON	0,1091 E-07	0,3616 E-06	0,5100 E-05	0,4408 E-02

4. CONCLUSÕES

Como pode-se apreciar da Figura 1 as tensões resultantes no disco analisado, empregando as equações de Norton (para diferentes temperaturas) ou Mukherjee, diferem pouco. Do ponto de vista do projeto, tal diferença não é significativa, podendo-se portanto empregar na análise deste tipo de modelo qualquer uma das leis.

Cabe salientar que a lei de Mukherjee fornece uma única expressão para o estado de tensões, válida para toda a gama de temperaturas, o que a torna mais atraente que a de Norton.

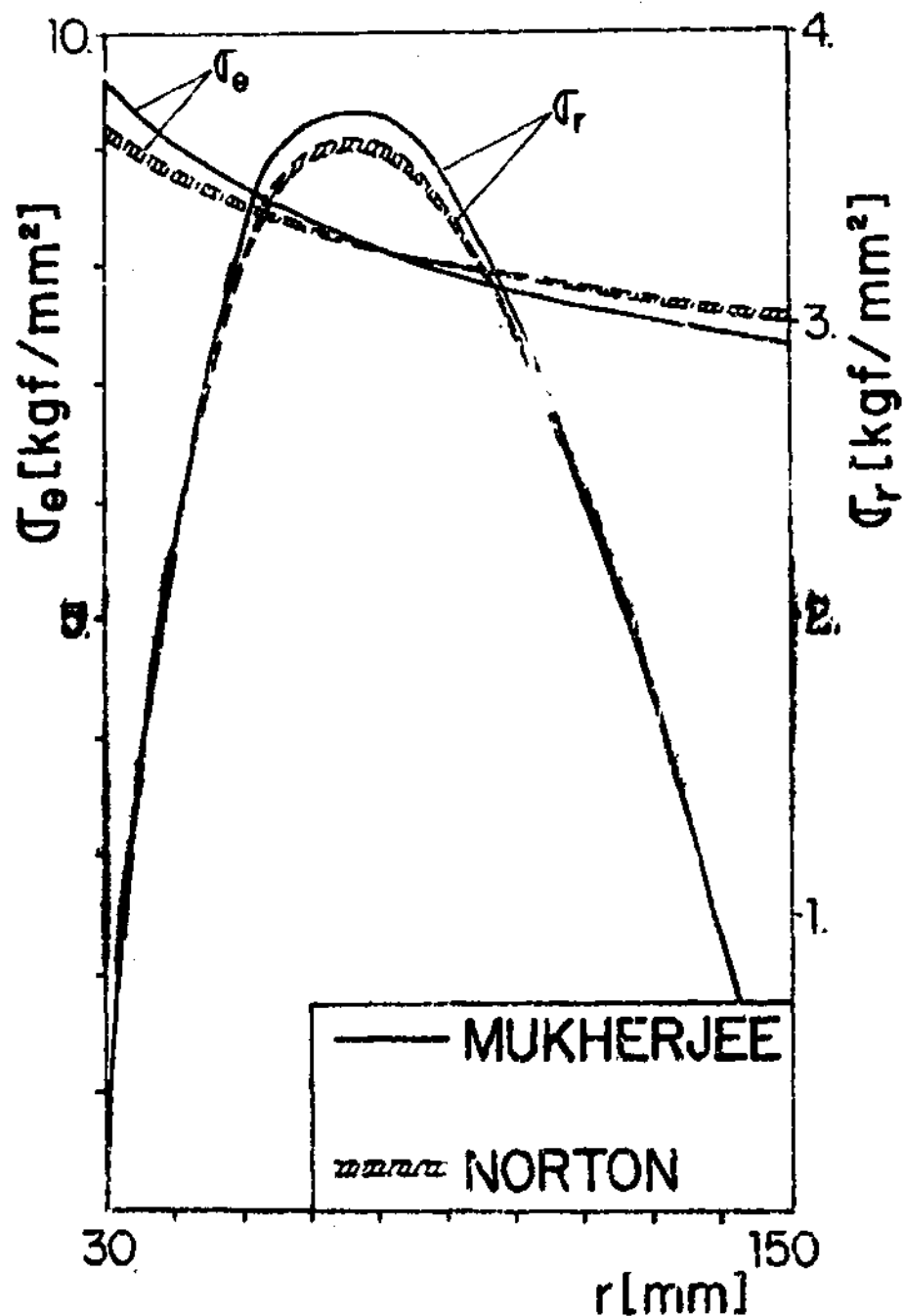


Figura 1 - Tensões σ_r e σ_θ em disco dotado de furo circular concêntrico ($r_1=30\text{mm}$, $r_e=150\text{mm}$) para as leis de Norton e Mukherjee.

No que se refere à velocidade v_r devida à fluência, a Tabela 5 fornece valores bastante diferentes entre as leis, o que torna difícil selecionar a mais adequada sem uma prévia verifi-

cação experimental. Aqui é interessante ressaltar que esta diferença já existe entre os modelos uniaxiais.

Por último deve-se notar que o equipamento do tipo analisado trabalha geralmente a temperaturas não superiores a 600°C e a baixas tensões, condições que, em conjunto, inviabilizam a experimentação em fluência devido ao longo tempo segundo o qual decorreria cada ensaio. Assim sendo, as observações experimentais comumente realizadas não contêm aquela condição de operação, tornando ainda mais duvidosa a extrapolação dos resultados no que se refere a velocidades de fluência.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às suas respectivas instituições de origem pelas facilidades oferecidas para a realização deste trabalho, bem como a Augusto Mario Vidigal Piá de Andrade por sua participação na atividade experimental.

6. BIBLIOGRAFIA

- (1) Mukherjee, A.K., Bird, J.E., Dorn, J.E., "Experimental Correlations for high temperature creep", Transactions AIME, 1969, pp. 62, 155, 178.
- (2) Bevilacqua, L., Feijóo, R., Freire, J.L., Miranda, P.E.V., Monteiro, E., Silveira, T.L., Taroco, E., "Influência dos Parâmetros da Lei de Norton na Determinação de Tensões e Deformações em Materiais que experimentam Fenômenos de Creep", Comitê da ABCM-RJ sobre Comportamento Inelástico de Materiais, Simpósio Brasileiro sobre Tubulações e Vasos de Pressão, Salvador, Bahia, nov. 1980.

- (3) De Andrade, A.M.V.P., "Critério para racionalização, pela Equação de Mukherjee, dos Resultados em Fluência de Ligas CFC", Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, jun. 1980.
- (4) Wahl, A.M., Sankey, G.O., Manjoine, M.J., Shoemaker, E., "Creep tests of rotating disks at elevated temperature and comparison with theory", J.Appl.Mech. Transactions ASME, v. 76, 1954, p. 225.
- (5) Wahl, A.M., "Stress distributions in rotating disks subjected to creep at elevated temperature", J.Appl.Mech. Transactions ASME, v. 78, 1956, p. 299.
- (6) Taroco, E., Feijão, R.A., "Problema de creep en discos que giran a velocidad constante", Anais do V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Campinas, Brasil, dez. 1979, pp. 200-212.