

מודל לחישוב פיזור, הסעה ושקיעה של מזומים באטמוספירה

א' דורון

אב תשמ"א - אוגוסט 1981

English title and abstract included



**LEGAL NOTICE**

This publication is issued by the Nuclear Research Centre - Negev, Israel Atomic Energy Commission. Neither the Nuclear Research Centre - Negev, nor its contractors, nor any person acting on their behalf or on behalf of the Israel Atomic Energy Commission

make any warranty or representation, express or implied, with respect to the accuracy, completeness, or usefulness of the information contained in this publication, or that the use of any information, apparatus, method or process disclosed in this publication will not infringe upon privately owned rights, or

assume any liability with respect to the use of, or for damages resulting from the use of any information, apparatus, method or process disclosed in this publication.

Mention of commercial products, their manufacturers, or their suppliers in this publication does not imply or connote approval or disapproval of the products by the Nuclear Research Centre - Negev or by the Israel Atomic Energy Commission.

**הודעה משפטית**

פרסום זה נעשה למען על ידי קריית לוחקת פרמני - נגב, הוועדה לטכנולוגיה אטומית של ישראל. קריית לוחקת פרמני - נגב והמפעלים המסופחים או בנות, או ספקים הוועדה לטכנולוגיה אטומית של ישראל או בנות

אין אנו מוודאים או שוכחים, אחריות או נכונות כלשהי, במפורש או שלא במפורש, לדיקה, לשלמות ולשימוש נאות של המידע הכלול בפרסום זה או לכן להישנות בכל עתיד, מכשיר, שיטה או תהליך הודעה בפרסום זה לא יגרום נזקיות פרטיות של אחרים.

אנו מקבלים על עצמנו כל האחריות בגין זה פרסום זה וכן מוודאים בכל עתיד, מכשיר, שיטה או תהליך הודעה בפרסום זה.

הזכר על מוצרים מסחריים, על יצרניהם או על ספקיהם בפרסום זה אין משמע אישור או תמיכה על ידי קריית לוחקת פרמני - נגב או על ידי הוועדה לטכנולוגיה אטומית של ישראל.

This publication and more information about its subject matter may be obtained at the following address:

Scientific and Technical Information Department  
Nuclear Research Centre - Negev  
P. O. Box 9087  
84 100 Beer-Sheva, ISRAEL.

פרסום זה ופרטים נוספים עליו ימינה ניתן לקבל מהוועדה לטכנולוגיה אטומית של ישראל.

הודעה משפטית  
קריית לוחקת פרמני - נגב (קריית)  
9087  
84 100 ב'ר ש'ב, י'רל

מודל לחישוב פיזור, הסעה ושקיעה של מזהמים באטמוספירה

א' דורון

אב תשמ"א - אוגוסט 1981

תקציר

מתואר מודל מיספרי לחיזוי ריכוזים של מזהמים אטמוספריים כפונקציה של הזמן והמקום. המודל כולל אפקטים של פיזור, הסעה ושקיעה של המזהם. השפעות טופוגרפיות מוכנסות למודל על-גדי הגדרת קואורדינטה אנכית העוקבת אחר פני השטח. שדה הרוח הרוש לחישוב ההסעה מתקבל מסירדה של איכונים אוביקטיביים, בזמנים שונים, של נתוני רוח מדודים. תכונה המיחחת את המודל היא השימוש בלוגריתמוס של הריכוז כמשתנה החיזוי. עבור התפלגות ריכוזים קרובה להתפלגות הגאוסית ההתפלגות של משתנה זה היא קרובה לפרבולית. במיקרה כזה ניתן להתאים פולינום מסדר נמוך להתפלגות ולחשב באמצעותו את הנגזרות של אברי ההסעה והפיזור בריוק רכ. שיטת ההתאמה שבחרה במודל היא פולינומים חלקיים מסדר שלישי (cubic splines).

ניסויים ראשוניים במודל כללו בדיקת סכימות ההפרשים הסופיים, שנמצאו כמדויקות ביותר, וכך מספר ניסויים של פיזור והסעה לכדיקה ראשונית של ההשפעות של גזירת הרוח עם הגובה, הטופוגרפיה ושינויי הכיוון והמהירות של הרוח עם הזמן. תוצאות הניסויים מורות שלמודל יש יתרון בולט על-פני המודל הגאוסית, אולם שימוש בו מצריך אמצעי חישוב משוכללים יותר.

A MODEL FOR THE CALCULATION OF DISPERSION, ADVECTION AND DEPOSITION  
OF POLLUTANTS IN THE ATMOSPHERE

Eliahu DORON

August 1981

ABSTRACT

A numerical model for the prediction of atmospheric pollutants concentrations as a function of time and location is described. The model includes effects of dispersion, advection and deposition of the pollutant. Topographic influences are included through the introduction of a terrain following vertical coordinate. The wind field, needed for the calculation of the advection, is obtained from a time series of objective analyses of actual wind measurements. A unique feature of the model is the use of the logarithm of the concentration as the predicted variable. For a concentration distribution close to Gaussian the distribution of this variable is close to parabolic. Thus a polynomial of low order can be fitted to the distribution and then used for the calculation of derivatives of the advection and diffusion terms with great accuracy. The fitting method used was the cubic splines method. Initial experiments with the method included tests of the interpolation methods, which were found to be very accurate, and a few dispersion and advection experiments designed for an initial check of the influence of vertical wind shear, topography and changes of wind speed and direction with time. The results of these experiments show that the model has a marked advantage over the Gaussian model but its use requires more advanced computing facilities.

<u>עמוד</u>	<u>תוכן העניינים</u>
1	מבוא 1
3	העקרונות המנחים את תיכנון המודל 2
5	המודל המתמטי 3
5	המישוואות 3.1
9	תנאי השפה 3.2
10	פתרון המישוואות 4
14	הטיפול במקדמי הדיפוזיה 5
16	בדיקת הסכימות המספריות 6
16	ניסוי 1 6.1
18	ניסוי 2 6.2
21	ניסויים של פיזור והסעה 7
21	ניסוי 3 7.1
25	ניסוי 4 7.2
29	ניסוי 5 7.3
34	סיכום 8
35	הבעת תודה
36	סימוכין

1 מכוא

מודלים לחיזוי הריכוזים של מזהמים שונים באטמוספירה ועל הקרקע קיבלו חשיבות רבה בעשרים השנים האחרונות, עם עליית המודעות הציבורית לבעיות של איכות הסביבה. המודלים הראשונים התבססו על פתרונות אנליטיים למישואות הדיפוזיה וההסעה האטמוספירית במספר מיקרים פשוטים ביותר. במודל כזה מניחים בדרך כלל רוח קבועה בזמן ובמרחב, מקדם פיזור קבוע כזמן ובמרחב, שטח מישורי ומקור זיהום בעל עוצמה קבועה או רגעי. הפתרון המתקבל עבור מיקרים אלו הוא הענן הגאומטרי (ראו, למשל: Slade, 1968; Sutton, 1953). הנסיונות לפיתוח מודל מתוחכם יותר נחלקו לשני כיוונים עיקריים: הכנסת שיפורים במודל הגאומטרי, ומציאת פתרונות מספריים לא אנליטיים למישואות הדיפוזיה וההסעה, בהשמטת חלק מההנחות המפשטות הכלולות במודל הגאומטרי, או כולן.

שיפורים במודל הגאומטרי כללו בעיקר פיתוח שיטות להערכת סטיות התקן כפונקציה של מצב האטמוספירה (ראו, למשל: Turner, 1970). כמו-כן, נעשה שימוש במסלולים של מרכז הענן, המתבססים על הרוח הממשית המשתנה עם הזמן במישור האופקי (Draxler, 1977) ביחד עם דיפוזיה <sup>4</sup>פי המודל הגאומטרי. המודל הגאומטרי עם השיפורים שהוכנסו בו, משמש עד היום ככלי העיקרי לעבודה שיגרתית בבעיות זיהום אוויר כגלל פשטות השימוש בו ומיעוט אמצעי החישוב הדרושים.

עבור אותם המיקרים שבהם אין מתקיימות חלק מההנחות הכלולות במודל הגאומטרי פותחו מודלים המתבססים על שיטות פתרון מספריות שונות של מישואות הדיפוזיה וההסעה. מן הנסיון הרב שהצטבר בפתרון מספרי של מישואות חיזוי מזג האוויר בקנה מידה גדול, התברר כי שיטות הפתרון באמצעות הפרשים סופיים במערכת האוילריאנית של מישואות ההסעה כלכד גורמות לדיפוזיה מלאכותית של הפרמטר הסוסע. דבר זה נובע משיטת הפתרון ואינו פיסיקלי כלל. בקנה מידה סינופטי תהליך הדיפוזיה הטורבוולנטית הוא בעל השפעה מישבית כלכד ולכן שגיאות מסוימות הנובעות ממנו אינן משפיעות בצורה מכרעת על התוצאות. במיקרה של פיזור והסעה של מזהם הרי הדיפוזיה הטורבוולנטית היא התהליך העיקרי ולכן שגיאות רציניות בהערכת תהליך זה הן קריטיות. בדוב המודלים שפותחו עד היום נמצאו דרכים להתגבר, לפחות חלקית, על

בעיה זו. שיטה אחת היא שיטת שיחזור המומנטים של התפלגות הריכוזים בתוך תאי סריג (Egan and Mahoney, 1972). השיטה מכוססת על הכרה או על הנחה של התפלגות הריכוזים, לא רק בנקורות סריג אלא גם בתוך תא הסריג עצמו ושימוש בידע זה לשימור חלק מהמומנטים של ההתפלגות של כולה.

העבודה המקורית הניחה התפלגות מלבנית בתוך תאי הסריג, אולם השיטה נוסחה גם עבור התפלגויות אחרות ובעיקר עבור ההתפלגות הנורמלית (Sheih, 1978; Shannon, 1979). שיטה נוספת היא פיצול מישוואת הדיפוזיה והסעה לשני שלבים ופתרון החלק של ההסעה במערכת הלגרנג'ית (Tangermann, 1978; Runca and Sardei, 1975).

גישה שונה לבעיה עושה שימוש במושג מהירות הדיפוזיה. בשיטה זו מתייחסים לאיבר הדיפוזיה במישוואה כהשפעה של דיורגנס של שדה מהירות (MacCracken *et al.* 1978; Sklarew *et al.* 1971; Sheih, 1978) כיחד עם טיפול לגרנג'י במישוואת ההסעה המתקבלת. כל שיטה לגרנג'ית דודשת, כמובן, הנחת מהירות אחידה לענן כולו או לפחות למרכז הכובר שלו ולכן אינה מאפשרת הכנסת רוחות משתנות במרחב.

מספר מודלים עוקפים את הבעיה לחלוטין, על-ידי הנחת מצב עמיד וחישוב הריכוזים עבור סדרה של מצבים מוגדרים כלבר (Bessemoulin and Ben Arie, 1974). זאת היא למעשה ההנחה היסודית במודל הגאומטרי המקורי.

ניסיון רציני לפיחוח מודל כוללני, ללא כל ההנחות המפשטות הכלולות במודלים שהזכרנו, שהזכרנו, נעשה ב-1973 על-ידי Reynolds *et al.* מודל זה מאפשר: הגדרת רוחות אופקיות ואנכיות בכל נקודת סריג כפונקציה של הזמן; הכנסת אפקטים של טופוגרפיה על-ידי שימוש במערכת קואורדינטות מיוחדת; הכנסת מקודות זיהום אחדים במרחב כפונקציה של הזמן; הכללת אפקטים פוטוכימיים ותהליכים כימיים שונים; הכללת אפקטים של שקיעה גרוויטציונית וכן גובה משתנה של שכבת האינוורסיה. עם זאת אין המודל יעיל לשימוש בקנה-מידה בינוני (50-100 ק"מ), בגלל מגבלות של זיכרון מחשב המגבילים את כושר ההפירה האפשרי. כמו-כן, אין במודל כל טיפול בבעיות הדיפוזיה המלאכותית כתוצאה מאברי ההסעה.

## 2 העקרונות המנחים את תיכנון המודל

באופן עקרוני מבוססים כל המודלים על אותן מישוראות הסעה ופיזור, אך למטרות העיקריות שעבורן מיועד המודל יש השלכות על שיטות הפתרון המתוכננות, על הקצאת התחום הגיאומטרי שבו יש לקבל חיזוי של הריכוזים, על משך זמן התחזית הרצוי ועל הדיוק הנחוץ.

מטרתו העיקרית של המודל שלפנינו היא לשמש כלי עזר בהערכת החשיפות הצפויות כתוצאה מתקלה בכור גרעיני, שבעקבותיה ייפלטו חומרים בעלי פוטנציאל רעילות גבוה במשך תקופת זמן מוגבלת. הדגש כאן הוא על חיזוי ארועי זיהום מוגדרים ממקור בודד במרחב, כאשר השיחרור מוגבל בזמן. לעומת זאת, בגלל הרעילות הגבוהה של החומרים הנדונים, עלול הסיכון להתפזר על-פני שטח נרחב מאד ולהיות קיים במשך פרקי זמן הארוכים במספר סידרי גודל ממשך השיחרור. נוסף על כך יתפרסו ערכי הריכוזים שעבורם עלול להיות קיים סיכון משמעותי על-פני סידרי גודל רבים. בגלל הגבלת משך השיחרור יש לשער כי ישרו בזמן התקלה תנאים מטאורולוגיים מוגדרים, שאינם תואמים דוקא את התנאים הממוצעים באיזור, ואשר עלולים להשתנות במשך פיזור החומרים המזהמים. יש לציין כאן כי כל המאפיינים של הסיכונים שמנינו אינם מתייחסים בהכרח לזיהום רדיואקטיבי בלבד. ישנו מיגוון רחב של מוצרים כימיים רעילים ביותר העלולים להיפלט לאטמוספירה כתוצאה מתקלה בהליך הייצור, בעת ההובלה או אפילו בשחרור מתוכנן.

התכונות הנדרשות מן המודל על-מנת שיוכל לשרת בצורה הטובה ביותר את המטרות שפירטנו הן:

- (א) כושר הפרדה. בגלל התפרטות הסיכונים על סידרי גודל רבים וההתרכזות על מקור בודד נזדקק לכושר הפרדה גבוה בקרכת המקור. כי זה נחוץ גם על מנת לא לאבד דיוק בתחום זה, דבר שלא יאפשר חיזוי משמעותי בטווח בינוני. במרחק גדול יותר מן המקור ניתן להסתפק ככושר הפרדה פחות טוב, כאשר הענן גדול הרבה יותר, כלומר, מפלי הריכוזים הרבה יותר קטנים. מבחינה מעשית פירוש הדבר הוא כי יש לאפשר למודל לעבוד עם כושר הפרדה משתנה.



- (ב) תחומי זמן ומרחב. הערכת הפליטות האפשריות בתקלות גרעיניות וניתוח הדיפוזיה וההסעה על-ידי המורל הגאומי הפשוט מראים כי, בהערכה גסה, קיים פוטנציאל סיכון משמעותי עד לטווח של 100 ק"מ ומעלה. מכיון שמדובר בענן בודד או סידרה של עננים בודדים, תירש תחזית לתקופה המתאימה לזמן מעבר הענן עד למרחק הנדון. עם רוח בסביבות 3 מ' /שנ' יהיה זמן זה כ-10 שעות.
- (ג) השתנות התנאים המטאורולוגיים עם הזמן. מעצם טבעה של תקלה לא ניתן לתזות את מועד התרחשותה מראש, ולכן תידרש, בדרך כלל, האופציה להשתמש במודל בתנאים מטאורולוגיים שנמדדו קרוב ככל האפשר לזמן האירוע, ביחד עם אפשרות עידכון תוך כרי החישוב. השלכה נוספת של דרישה זו היא כי המודל לא יוכל להיות מודל של מצב עמיד ויצטרך לכלול במישואות את אברי הנגזרות עם הזמן.
- (ד) טופוגרפיה. באיזורים השונים בישראל נקבעת המטאורולוגיה בקנה המידה הבינוני במירה רבה על-ידי השפעות טופוגרפיות. בנוסף על כך, בגלל גובה נמוך של שכבת האינורסיה, קיימת השפעה חזקה לטופוגרפיה כתוצאה מהצרה או הרחבה של "התעלה" האנכית שבה מתבצעים תהליכי ההסעה והדיפוזיה. נראה כי יש לצפות לאי ריוקים גדולים אם המודל לא יכלול גורמים אלו.
- (ה) דיוק אחיד על-פני סידרי גודל רבים של ריכוזים. הצורך בחיזוי הריכוזים על-פני מספר רב של סידרי גודל מחייב לדאוג לכך כי השגיאות היחסיות לא יגדלו עם ירידת הערך המוחלט של הריכוזים. עבור ההתפלגות הגאוסית למשל, ישנם הבדלים של מספר סידרי גודל בין ערכי מפלי הריכוזים בתחומים שונים. במעבר להפרשים סופיים יכולים אז להיות הבדלים של כמה סידרי גודל בין הרצכוזים בשתי נקודות סריג סמוכות.
- (ו) זמן חישוב. כאשר מרובר בתחזית ריכוזים בזמן תקלה תידרשנה תוצאות בזמן אמיתי. פירוש הדבר הוא כי מתבקשת תחזית מוכנה לפני זמן ההתרחשות. באמצעי החישוב הקיימים כיום בארץ ובעולם יש לצפות שזמן החישוב עצמו יהיה פרקציה משמעותית מזמן התחזית עצמה. יש לדאוג, אם כך, לכך שלמרות הדרישות המחמירות לעיל יהיה זמן החישוב סביר. פירוש הדבר הוא תיכנון אמצעים לחסכון בזמן בתוך המודל.

3 המודל המתמטי3.1 המישוריות

נסמן כ-M את כמות המזהם ליחידת נפח של גז. הביטוי המתמטי של חוק שימור החומר יינתן אז על-ידי:

$$\frac{dM}{dt} = -M\vec{V} + \nabla \cdot K\nabla M + \left(\frac{dM}{dt}\right)_m \quad [1]$$

כאשר:

$\vec{V}$  וקטור מהירות הרוח;

t הזמן;

K טנסור מקדמי הדיפוזיה.

האיבר הראשון מימין מבטא את תרומת שינוי נפח הגז (התכווצות והתפשטות) לשינוי הריכוז ליחידת נפח; האיבר השני מבטא את שינוי הריכוז כתוצאה מריפוזיה טורבולנטית; האיבר השלישי מבטא את תרומת המקורות - אם חיוביים (source) כגון הפליטות מארובה, או כניית חומר רדיואקטיבי, למשל על-ידי דעיכת האב, ואם שליליים (sink), כגון דעיכה רדיואקטיבית, סילוק על-ידי תגובה כימית וכדומה. כמו ברוב העבודות הדנות כדיפוזיה טורבולנטית נניח גם אנו כי טנסור מקדמי הריפוזיה הוא אלכסוני ומתבטא רק על-ידי מקדמי דיפוזיה  $K_x, K_y, K_z$  (ראו: Sutton, 1953).

עבור השינוי המקומי של ריכוז המזהם נקבל ממישוואה [1]:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\nabla \cdot M\vec{V} + \nabla \cdot K\nabla M + \left(\frac{dM}{dt}\right)_m \quad [2]$$

נגדיר עתה קואורדינטה אנכית  $\sigma$  בצורה:

$$\sigma = \frac{Z_T - Z}{Z_T - Z_S}$$

כאשר:

$Z_T$  גובה הגבול העליון של התחום שבו המודל מופעל;

$Z_S$  גובה הגבול התחתון, פני הקרקע;

Z הוא גובה נקודת המדידה.

כל הגדלים נמדדים מגובה פני היס.

נציין כי  $Z^* = Z_T - Z_S$  הוא עובי האטמוספירה ככל נקודה ונקודה במישור האופקי.

בגבול העליון קיים אז  $\sigma = 0$  ובגבול התחתון  $\sigma = 1$ .

נסמן  $W = \frac{dZ}{dt}$  ואז נקבל מהגדרת  $\sigma$ :

$$W = (1-\sigma) \frac{dZ_T}{dt} + \sigma \cdot \frac{dZ_S}{dt} - Z^* \cdot \frac{d\sigma}{dt} \quad [3]$$

נניח עתה כי גובה הגבול העליון של המורל  $Z_T$  הוא קבוע בזמן. במיקרה זה  $\frac{dZ_T}{dt} = 0$  כמו-כו, כיון ש- $Z_S$ , גובה פני הקרקע אינו פונקציה מפורשת של הזמן במקום קבוע

במישור האופקי נקבל

$$\frac{dZ_S}{dt} = \vec{v}_H \cdot \nabla Z_S = -\vec{v}_H \cdot \nabla Z^*$$

כאשר  $\vec{v}_H$  הוא הוקטור האופקי של המהירות,

ולכן לכסוף

$$W = -\sigma \vec{v}_H \cdot \nabla Z^* - Z^* \frac{d\sigma}{dt} \quad [4]$$

נבחין עתה כשני מרכיבים של הרוח האנכית: הרוח הנובעת מן הזרימה הכללית של האטמוספירה  $W_e$  ומהירות השקיעה הגרוויטציונית של החלקיקים  $W_S$ . לגבי המרכיב האחרון נניח כי הוא נתון כפונקציה של הזמן והמרחב כמו המהירות  $\vec{v}$ . בשלב זה יש בירינו אנליזות של רוחות בקנה-מידה בינוני כשכבת הקרקע בלבד ולכן לא ניתן לקבל רוחות אנכיות מדודות. כתחליף נניח בינתיים כי הרוח ככל שכבה ושכבה נעה לאורך משטחי  $\sigma$  קבועים, כלומר  $\frac{d\sigma}{dt} = 0$ . פירוש הדבר הוא כי ליר הקרקע הרוח עוקבת אחרי הטופוגרפיה ואילו ברום הרוח מתקרבת לרוח אופקית. הנחה זו טובה כדוב הידורל של המקומות, אולם אינה טובה באיזורי חזית, אם חזית הבריזה היס-תיכונית ואם איזור ההתכנסות הגובע מעלית אוויר מעמק הידרון בשעות היום. במילים אחרות, על-ידי הנחה זו מסוגל המורל לתת רימוי טוב של אפקט ההרחבה וההצרה של רצועת הזרימה הנובעת מן הטופוגרפיה, אולם הוא אינו לוקח בחשבון את כל האפקט על המבנה התלת-ממדי של הזרימה. עם זאת יופיעי איזורי התכנסות והתבדרות במורל. בעיה נוספת היא כי בהעדר אנליזות רום נילץ להסתפק ברוחות קרקע ולהניח הנחה כלשהי לגבי השתנות הרוח עם הגובה. כתוצאה מכך יהיו איזורי ההתכנסות וההתבדרות מפורזים בכל עובי האטמוספירה כאותי המקום במישור האופקי, ובר שאינו כנון עבור תחזרת

הבריזה, למשל. בגלל החסדויות האלו יש להתייחס לניסיונות המתוארים בעבודה זו כאל ניסיונות ראשוניים בלבד, ולחתור במידת האפשר למדידה של רוחות הרום, שתאפשר חישוב רוחות אנכיות. עתה נקבל:

$$W = W_S - \sigma \vec{V}_H \cdot \nabla Z^* \quad [5]$$

מהגדרת הקואורדינטה  $\sigma$  וממישוואה [5] נקבל:

$$\frac{\partial}{\partial Z}(WM) = \frac{1}{Z^*} \frac{\partial}{\partial \sigma}(WM) = -\frac{1}{Z^*} \frac{\partial}{\partial \sigma}(W_S M) + \frac{\nabla Z^*}{Z^*} \frac{\partial}{\partial \sigma}(\sigma M \vec{V}_H) \quad [6]$$

עבור דיוורגנס האופקי נקבל:

$$\nabla_H \cdot (M \vec{V}) = \nabla_\sigma \cdot (M \vec{V}) - \sigma \frac{\nabla Z^*}{Z^*} \frac{\partial}{\partial \sigma}(M \vec{V}) \quad [7]$$

כאשר האינדקס  $H$  מצייין גזירה על מישטח  $Z$  קבוע והאינדקס  $\sigma$  מצייין גזירה על מישטח  $\sigma$  קבוע.

מהנחת האלכסוניות של טנסור מקרמי הדיפוזיה נקבל:

$$\nabla \cdot (K \nabla M) = \frac{\partial}{\partial X} (K_X \frac{\partial M}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (K_Y \frac{\partial M}{\partial Y}) + \frac{\partial}{\partial Z} (K_Z \frac{\partial M}{\partial Z}) \quad [8]$$

לא נחזור כאן על כל הפיתוח המתמטי של אברי הדיפוזיה במערכת הקואורדינטות שלנו באשר הוא ניתן במלואו אצל Reynolds (1973). נציין רק כי בשלב זה נשתמש באותם הקירובים המופיעים שם. החוצאה המקורבת היא:

$$\nabla \cdot (K \nabla M) = \frac{\partial}{\partial X} (K_X \frac{\partial M}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (K_Y \frac{\partial M}{\partial Y}) + \frac{1}{Z^*} \frac{\partial}{\partial \sigma} (K_Z^* \frac{\partial M}{\partial \sigma}) \quad [9]$$

כאשר עתה הגזירות לפי  $X$  ו- $Y$  הן על מישטחי  $\sigma$  קבועים ו- $K_Z^* = K_Z / Z^*$  עם הקירוב הזה מקבלת מישוואה [2] את הצורה:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\nabla \cdot M \vec{V}_H - \frac{\nabla Z^*}{Z^*} \cdot \vec{V}_H M + \frac{1}{Z^*} \frac{\partial}{\partial \sigma} (W_S M) + \frac{\partial}{\partial X} (K_X \frac{\partial M}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (K_Y \frac{\partial M}{\partial Y}) + \frac{1}{Z^*} \frac{\partial}{\partial \sigma} (K_Z^* \frac{\partial M}{\partial \sigma}) + \left( \frac{dM}{dt} \right)_m \quad [10]$$

כאשר:

$\vec{V}_H$  הרוח האופקית;  $\nabla$  דיוורגנס דו-ממדי על מישטח  $\sigma$  קבוע.

פיתוח שיטות לפתרון מיספרי של מישוראות הסעה וריפוזיה של חומרים באטמוספירה נחקל במספר בעיות הירועות מן הספרות.

בעיה אחת נובעה מכך כי בגלל ההפרשים הסופיים יתכן וריכוז החומר יירד לערכים שליליים, דבר שהוא כמובן אבסורד מבחינה פיסיקלית. שיטה מקובלת להתגבר על בעיה זו היא איפוס מלאכותי של ערכים שליליים. פירוש הרבר הוא כי בקרבת האפס, כלומר עבור ריכוזים נמוכים אנו מאבירים כל דיוק שהוא. תופעה זו נוגדת את דרישתנו שהריכוז יהיה בר-חיזוי עבור סיררי גודל רבים.

בעיה נוספת קשורה בעובדה שלא קיימת מערכת פונקציות שלמה היכולה לקרב את ההתפלגות הנורמלית על-ידי מספר קטן של פרמטרים. כתוצאה מכך מקבלים שגיאות עיגול גרולות בכל סכימת הפרשים סופיים, שנועדה לקרב נגזרות של ההתפלגות הנורמלית. בנסיון להתגבר חלקית על בעיות אלו הוחלט לעבור עם הלוגריתמוס של הריכוז במקום עם הריכוז עצמו. לשם כך נגדיר משתנה חדש  $N$ , על-ידי:

$$N \equiv \ln(M/M_0)$$

כאשר  $M_0$  הוא ריכוז קבוי כלשהו. למען הפשטות נניח כי  $M_0$  הוא יחידת המדידה של  $M$ , כלומר  $M/M_0$  הוא הערך המיספרי של הריכוז ביחידות הנבחרות.

$$\bar{Z} \equiv \ln(Z^*/Z_0^*) \quad \text{נגדיר:}$$

כאשר  $Z_0^*$  היא יחידת המרידה של  $Z$ .

מהגדרות אלו תקבל משווא [10] את הצורה:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} = & -\nabla \cdot \vec{V}_H - \vec{V}_H \cdot \nabla(N + \bar{Z}) + \frac{\partial}{\partial \sigma}(W^*N) + \frac{\partial}{\partial X}(K_X \frac{\partial N}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y}(K_Y \frac{\partial N}{\partial Y}) + \\ & + \frac{1}{Z^*} \frac{\partial}{\partial \sigma}(K_Z^* \frac{\partial N}{\partial \sigma}) + K_X (\frac{\partial N}{\partial X})^2 + K_Y (\frac{\partial N}{\partial Y})^2 + K_Z (\frac{\partial N}{\partial \sigma})^2 + (\frac{dN}{dt})_m \end{aligned} \quad [11]$$

$$W^* = W_S / Z^* \quad \text{כאשר:}$$

העבודה עם הלוגריתמוס פותרת מיד שתי בעיות שהזכרנו קודם: ראשית, הריכוז אינו יכול לרדת לערכים שליליים, וכמו-כן מקבלים שגיאות עיגול, פחות או יותר שוות, על-פני מספר רב של סיררי גורל.

לשיטה זו יש, בדרך כלל, גם חסרונות גדולים העלולים להאפיל על כל הרווח: לא קיימים כל חוקי שימור אינטגרליים עבור מישווא [11], ולכן לא ניתן ליישם את

חוקי השימור גם במישוראות ההפרשים. כתוצאה מכך לא ניתן אפילו להכטיב שימור כמות הזיהום הכללית בכל החחום. כמו-כן, למרות ההקטנה של שגיאות העיגול עבור הריכוזים הנמוכים, הרי כריכוזים הגבוהים ישנה הגדלה של שגיאות העיגול המוחלטות. ברור שכאשר יש ענין דוקא כריכוזים הגבוהים, זהו חסרון בולט. מאידך, כאשר מדובר כענן בעל התפלגות גאוסית, או קרובה לגאוסית, חטרונות אלו הרבה פחות בולטים. הסיבה היא שה- $n$  מתפלג אז בצורה פרבולית, כלומר, כפונקציה מן המעלה השנייה. כפי שנראה בהמשך ניתן במיקרה זה להקטין את שגיאות העיגול עד מאד, על-ידי שימוש בהפרשים סופיים מתאימים.

### 3.2 תנאי השפה

מישוראות המודל מתיחסות לתחום המוגבל בשני מיטטחים המוגדרים על-ידי  $X$  קבוע, שני מיטטחים המוגדרים על-ידי  $Y$  קבוע, ושני מיטטחים המוגדרים על ידי  $\sigma$  קבוע, שאחד מהם בפני הקרקע.

בכיווני  $X$  ו- $Y$  נניח כי התפלגות הריכוז היא גאוסית ליד השפות, כלומר  $n$  של הריכוז מתפלג בצורה פרבולית. בהפרשים הסופיים ניתן אז לחשב את ערכי השפה על-ידי אקסטרפולציה ריבועית משתי הנקודות שלפני השפה.

בגבול העליון, שבו  $\sigma = 0$ , נניח כי אין שקיעה מלמעלה וכן כי אין דיפוזיה של חומר מעל לשכבה זו, כלומר  $\sigma = 0$ , קיים  $w^*(0) = 0$ , וכן  $w^*(0) = 0$ . בגבול התחתון  $\sigma = 1$  והערך  $w^*(1)$  מוכתב על-ידי מהירות השקיעה  $w_D$  (ראה למשל Slade, 1968). מחוץ לשקיעה לא נכניס בשלב זה כל תהליך נוסף המעביר חומר בין פני הקרקע והאטמוספירה (כגון התנשאות על-ידי הרוח, סחיפה על-ידי גשם או משיכה אלקטרוסטטית), כלומר בשלב זה גם בגבול התחתון  $K_2 = 0$ .

4 פתרון המישוראות

מכיוון שמישוואה [11] היא מישוואה דיפרנציאלית חלקית לא ליניארית בשלושה ממדים ועם תנאי שפה לא פשוטים, לא ניתן למצוא פתרון אנליטי עבור תנאי התחלה כלליים. קיימות מספר שיטות חילופיות לפתרון מיספרי של בעיות תנאי התחלה, אולם הן כולן מתבססות על קביעת מספר סופי של פרמטרים המתארים את הפתרון כפונקציה של הזמן. פרמטרים אלו הם, גודל המיקרים, ערכי הריכוזים במספר סופי של נקודות על סריג כלשהו, אולם הם יכולים להיות גם מקדמי הפיתוח של הפתרון כמערכת פונקציות סופית כלשהי (למשל מקדמי פוריה של הפתרון).

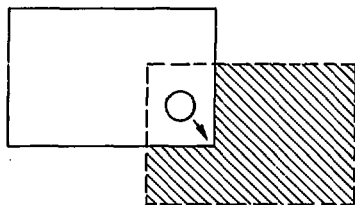
השיטה המקובלת ביותר לפתרון בעיות תנאי התחלה היא שיטת ההפרשים הסופיים, שבה מחליפים את הנגזרות בהפרשים סופיים בין נקודות סריג. לשיטה זו מספר חסרונות אשר העיקריים ביניהם: שגיאות במהירות ההטעה של התופעה (פיגור, כדרך כלל) הנובעות מהפעלת השיטה על אברי ההטעה, ופיזור התופעה על-פני נקודות סריג רבות יותר מאשר בהטעה גרידא, כלומר, פיזור מלאכותי הנובע מן השיטה המיספרית בלבד. שיטה התאמת מקדמים למערכת פונקציות אינה טובלת משתי בעיות אלו, כאשר ניתן להסיק את כל הפונקציה במהירות הדרושה לדימוי של החליץ ההטעה.

בחרנו בשיטת האינטרפולציה על-ידי cubic splines (ראה: Ahlberg *et al.*, 1967), המשלבת תכונות של שתי השיטות: מחד ניתנים הריכוזים בנקודות סריג כמו בשיטת ההפרשים הסופיים, ומאידך מתוארת ההתחלקות בין כל שתי נקודות סריג על-ידי פולינום ממעלה שלישית. התוצאה היא מערכת של פונקציות חלקיות (כל פונקציה מתאימה לתחום בין שתי נקודות סריג) המקיימות בנקודות החיבור את התבונה של הרציפות של הפונקציה ושל שתי נגזרותיה הראשונות. הבחירה של מעלה שלישית נובעת משתי סיבות: האחת היא פשוט, כאשר פולינומים ממעלה גבוהה יותר יסבכו מאד את חישוב המקדמים, והשנייה היא כי המישוראות מכילות נגזרות מסדר שני, ולכן המינימום הנדרש לחישוב הוא נגזרת שניה רציפה ולא קבועה.

מערכת המשמשת ב-cubic splines לצורך דימוי של הטעה פותחה ע"י Purnell (1976), ונוסתה בהצלחה על מישוראות הטעה פשוטות. שימוש מעשי בשיטה נעשה במודל לחיזוי בקנה-מידה כינוני על-ידי Mahrer and Pielke (1978). בעבודה זו נמצא כי אפילו

במיקרה שבו אין ההתפלגות פרבולית, נותנת המערכת תוצאות טובות בהרבה משיטת ההפרשים הסופיים הקובנציונאלית, בכל מה שנוגע למחירות התקדמות נכונה ופיזור מלאכותי קטן. במיקרה של התפלגות פרבולית מדויקת ניתן להוכיח כי מהירות ההתקדמות וגם צורת ההתפלגות יישמרו כדיוק, כך שאין כל פיזור מלאכותי. שיטת החישוב שלנו לאכרי ההטעה זהה לזו של Purnell ושל Mahler and Pielke, ולכן לא נחזור כאן על תיאורה. החידוש בעבודה זו הוא הניסיון להשתמש בנגזרות הראשונות והשניות המתקבלות מתוך ה-cubic splines גם לחישוב אכרי הדיפוזיה הליניארית והלא-ליניארית במישואה [11]. ניתן להוכיח כי עבור מקדמי דיפוזיה קבועים והתחלקות פרבולית של הלוגריטמוס של הריכוז, תיתן השיטה את הנגזרות המדויקות. התוצאה היא דימוי כמעט מדויק של תהליך הדיפוזיה, פדט לשגיאות קטנות הנובעות מהנגזרות עם הזמן ולא מהנגזרות המרחביות.

על הכעת הנוכעת משתי דרישות מנוגדות (כושר הפרדה טוב בסביבת הענן יחד עם חיזוי לטווח בינוני של כ-100 ק"מ מן המקור) התגברנו על-ידי שימוש בשני אמצעים משלימים: אפשרות להזהה של כל ענן המזהם ממקום למקום על הסריג, יחד עם אפשרות להכפלת מרחק הסריג וויתור על כושר הפרדה כאשר הענן כבר מספיק גדול. הצורה שבה מוזז הסריג מתוארת בציר 1.

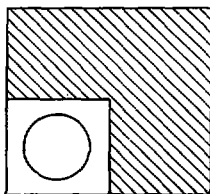


ציר 1 תיאור סכימתי של השיטה להזזת הסריג.

האיזור בתוך הקו המלא הוא השטח שכוסה על-ידי הסריג לפני ההזזה, ואילו העיגול מתאר את ענן המזהם והחץ מורה את כיוון הרוח. הקו המרוסק מתאר את שטח הסריג החדש. ברור כי את הערכים בתוך האיזור המשותף, אנו פשוט נעתיקים מן הסריג הקודם. את הערכים ההתחלתיים עבור הסריג החדש בתוך האיזור המקורו אנו משלימים על-ידי אקסטרפולציה פרבולית מן האיזור שעברו יש ערכים. ההזזה מתבצעת לפני



שמופיעים ערכים משמעותיים ליד אחת השפות של הסריג הקודם, כך שהערכים באיזור המקווקו הם בלתי משמעותיים בכל מיקרה. ההזזה מתבצעת באופן עצמאי על-ידי תוכנית המחשב הבודקת את ההתקרבות של ערכים מגודל מסוים ומעלה לאחת השפות. את הטופוגרפיה הנחוצה עבור הסריג החדש מקבלים מתוך ערכי הטופוגרפיה על סריג גדול המכסה את כל האיזור שבו יש עניין והנמצאים בזיכרון המחשב. השיטה להגדלת הסריג והקטנת כושר ההפרדה מתוארת בצירוף 2.



צירוף 2 תיאור סכימתי של הגדלת סריג והקטנת כושר ההפרדה.

כאשר גודל הענן כבר אינו מאפשר הזזה, מגרילים את הסריג על-ידי הכפלת כל צלע. בתוך השטח של הסריג הקטן (המקורי) לוקחים רק כל נקודה שנייה, ולכסוף משלימים את הערכים באיזור המקווקו על-ידי אקסטרפולציה פרבולית, כמו במיקרה ההזזה. שני אמצעים אלו פותרים את הניגוד שבין שתי הדרישות עבור מיקרה של מקור מצומצם בשטח וכמעט רגעי, כלומר, תקלה שבה כל השיחורר מוגבל לתקופה של כחצי שעה ולא יותר. המודל מתאים גם לתקלה שבה השיחורר אינו רגעי אלא מתמשך על תקופה ארוכה. במיקרה זה ניתן להתייחס אל השיחורר המתמשך כאל סידרה של שיחוררים רגעיים, לחשב את הריכוזים עבור כל שיחורר לחור, ולכסוף לחשב את הריכוז הכללי ככל רגע ורגע על-ידי סיכום. עבור מספר רב של מקורות המפוזרים על שטח נרחב, ניתן, כמובן, להשתמש במודל ללא ההזזה וללא שינוי כושר ההפרדה. במיקרה זה אין למודל כל יתרון על-פני מודלים אחרים בעלי כושר הפרדה קבוע. בכיוון האנכי מוגבל המודל, בכל מיקרה, לכאלפיים המטרים התחתונים של האטמוספירה, בגלל קיום שכבת אינוורסיה למעלה, הבולמת את הפשטות המזהם. מסיבה זו אין כל הגיון בהכנסת כושר הפרדה משתנה בכיוון זה. יש לתדגיש כי אנו מעוניינים, בסופו של דבר, בעיקר בחיזוי הריכוזים ליד פני הקרקע. לכן, רצוי שלמודל יהיה כושר הפרדה גבוה קרוב לפני

הקרקע, דבר שאינו נחוץ בגובה רב יותר. בגירסה הנוכחית של המודל נכחד מרחק טריג אנכי הפרופורציוני ל- $\sigma^{-2}$  בכל שכבה ושכבה. החישובים שיתוארו להלן נערכו עם חמש רמות אנכיות. לאור הניסיון נראה כי כושר הפרדה גבוה יותר ידרוש זמן מחשב רב מהסביר. נוסף על כך בניסוח הנוכחי של אברי הדיפוזיה אין הצדקה פיסיקלית לכושר הפרדה אנכי טוב יותר ללא מחקר נוסף.

5 תהליך המקדמי הדיפוזיה

הגדרת מקדמי הדיפוזיה כפונקציה של המקום והזמן היא, כאמור, אחת הבעיות המרכזיות בטיפול בזיהום אוויר. הדיפוזיה מייצגת תהליכי העברת חכונות בגז על-ידי תנועות בקנה-מידה קטן מזה של מרחק הסריג. הגישה המקובלת ביותר היא להגדיר את מקדמי הדיפוזיה כפונקציה של פרמטרים פיסיקליים שונים הנמדדים בכוסר הפרדה המתאים למרחק הסריג. פרמטרים אלו כוללים, בדרך כלל, את עוצמת הרוח, מפל הטמפרטורה האנכי, עוצמת קרינת השמש, וחיספוס הטופוגרפיה. בהעדר תיאוריה שלמה להסבר כל התופעות יש לסמוך, ברוב המיקרים, על מדידות שה נרחבות, על-מנת לקבל קשר אמפירי בין הפרמטרים המטאורולוגיים ומקדמי הדיפוזיה. רוב מדידות השדה נעשו בקווי רוחב גבוהים יותר מאיזור המזרח התיכון ובאזורי אקלים לא מדבריים או תצי-מדבריים. מערכת הפרמטרים הנפוצה ביותר היא זו שפותחה על-ידי פסקוויל ושוכללה על-ידי Turner (1970). במערכת זו מקבלים את סטיית התקן הרוחבית והאנכית של ענן הזיהום כפונקציה של מצב היציבות האטמוספירי הנקבע באמצעות מהירות הרוח, קרינת השמש כיום והעננות בלילה. מערכת זו נמצאת כיום בשימוש כמעט בלבדי לחישובים של זיהום אוויר. באזורים מישוריים, פחות או יותר אחידים, כאשר אין שינוי של מהירות או כיוון הרוח עם הגובה, נותנת מערכת זו תוצאות די טובות כטווחים קצרים. עם זאת יש לציין כי מספר הנסיוגות לבריאת השיטה במרחקים בינוניים, של כמה עשרות קילומטרים, הוא מצומצם ביותר. בהעדר מדידות באיזורינו הוחלט בשלב הנוכחי לשלב חלק מתכונות שיטה זו והפרמטרים שלה, על-מנת לקבוע את מקדמי הדיפוזיה עבור המודל. בהתאם לתיאורית "מרחק הערבול" (Tennekes, 1972, עמודים 43-45), ניתן מקדם הדיפוזיה כפונקציה של סטיית התקן של ענן הזיהום באמצעות מספר הנחות מגבילות על-ידי המישוריה:

$$K_{\ell} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\sigma_{\ell}^2)$$

כאשר האינדקס  $\ell$  מציינ את כיווני  $X$ ,  $Y$  ו- $Z$ .

בשיטת פסקוויל ניתן  $\sigma_{\ell}$  כפונקציה של המרחק מן המקור עבור מצבי היציבות השונים בצורה גרפית (ראה Turner, עמודים 8-9). כיון שבשיטה זו ההנחה היא שחרור קבועה

עם הזמן, הרי המרחק פרופורציוני לזמן. מתוך עיון בגרפים נראה כי עבור כל מצבי היציבות,  $\log \sigma_z$  משתנה ליניארית עם  $\log t$ , לפחות עבור  $\sigma_X$  ו- $\sigma_Y$ , וכי שפוע  $\log \sigma_z = a + b \log t$  הקו זהה לכל מצבי היציבות, כלומר:

$$\sigma_z = a_z t^b \quad \text{או}$$

$$a_z = 10^\alpha \quad \text{כאשר}$$

b שווה לכל מצבי היציבות ורק  $a_z$  משתנה ביניהם.

$$\sigma_z^2 = a_z^2 t^{2b} \quad \text{מכאן נקבל:}$$

$$K_z = a_z^2 b t^{2b-1} = C t^{2b-1} \quad \text{או}$$

b = 0.89 מעיון בגרפים נקבל

$$K_{X,Y} = C t^{0.78} \quad \text{ואז נקבל}$$

כאשר הערך של C נקבע על-ידי מצב היציבות.

בניגוד לשיטת פסקוויל ניתן לשנות את מצב היציבות בצורה רציפה לאחר התחלת החליץ הדיפוזיה על-ידי שינוי רציף של C למשל, כפונקציה של שעת היממה. על-ידי כך אנו מקבלים שינוי רציף של מקדמי הדיפוזיה ככיוונים  $\chi$  ו- $\psi$  כרוש למורל. בשלב זה ההנחה היא כי  $K_X = K_Y$ . אין כל הבדל מהותי בין שני הכיוונים מחוץ לבחירה המיקרית של מערכת הצירים, ולכן ברור כי הנחה זו היא ההנחה ההגיונית היחידה.

ככיוון האנכי בחרנו כשיטה שונה. הסיבה היא כי שינויי הגובה, במשך שעות היממה, של שכבת האינורסיה באיזורנו בקיץ, גדולים ביותר, והגרפים של פסקוויל עבור  $\sigma_z$  אינם מתאימים כלל. במקום זאת השמשנו בניסוח של המורל המזומטאורולוגי שפיתחנו (Dorton and Neumann, 1976). לפי ניסוח זה משתנה  $K_z$  עם הגובה כך שיש לו מקסימום

בסביבות 200 מטר מעל לפני הקרקע ואחר כך הוא יורד בהדרגה עד לערך נמוך ביותר קרוב לגבול העליון. הצורה הפונקציונאלית שלו היא:

$$K_z = \beta z e^{-\gamma z}$$

עם מקסימום בגובה  $Z_{\max} = 1/\gamma$ . כמו במיקרה של מקדמי הדיפוזיה האופקיים ניתן גם במיקרה זה להרשות למקדמים  $\beta$  ו- $\gamma$  להיות פונקציה של מצב היציבות, אולם דבר זה לא נעשה בשלב הנוכחי.

6 בדיקת הסכימות המספריות

השיטות המספריות תוכננו כך שהן מתאימות להתפלגות גאוסית מדויקת. בפרק זה נתאר מיספר ניסויים שנועדו לבדוק התאמה זו וכן לבדוק את השפעת הסטייה מהתפלגות גאוסית.

6.1 ניסוי 1

בניסוי זה הינחנו כי אין ריח ככל התחום, כל הזמן. כמו-כן, הינחנו מקדם דיפוזיה שווה לאפס בכיוון האנכי ומקדמי הדיפוזיה  $K_X = K_Y = 20 \text{ m}^2/\text{s}$ , הם קבועים. תנאי ההתחלה היה ענן גאوسی עם  $\sigma_X = \sigma_Y = 100 \text{ m}$ . החישוב נעשה בכושר הפרה של  $\Delta X = 200 \text{ m}$  ורווח זמן של  $\Delta t = 20 \text{ s}$ .

הפתרון האנליטי למיקרה זה ניתן על-ידי המשוואה:

$$M = \frac{Q}{4\pi Kt} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{4Kt}\right)$$

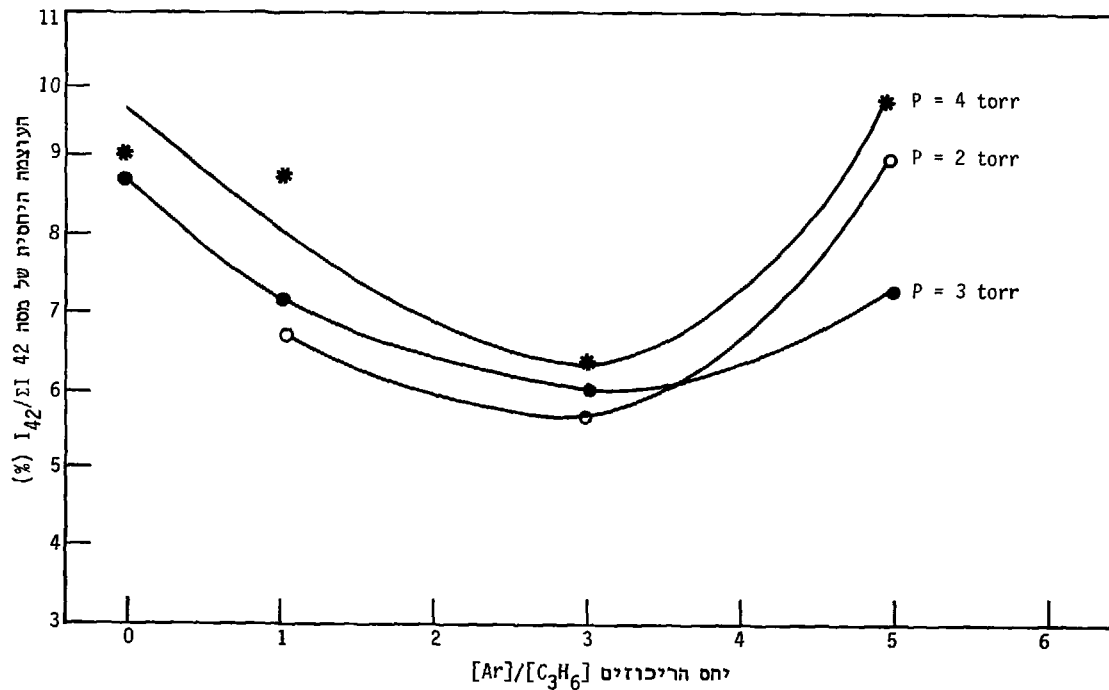
(ראה Sutton עמוד 135).

תנאי ההתחלה שלנו מתאים ל-  $t_0 = 250 \text{ s}$ . בהתאם לפתרון זה נקבל עבור הריכוז במרכז הענן:

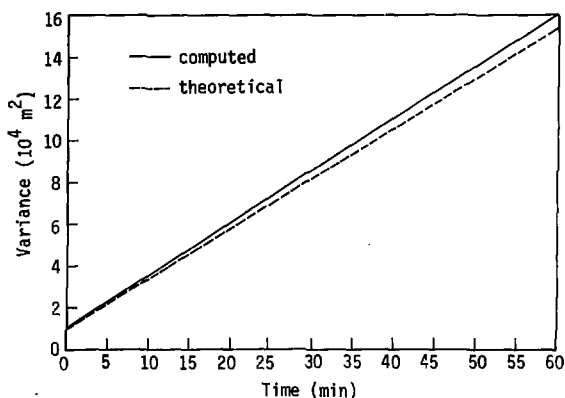
$$\log(M_0/M) = \log(t/t_0)$$

$$\log(M) = \log(M_0) - \log(t/t_0) \quad \text{או}$$

תיאור גרפי של מישוואה זו ניתן בציר 3 על-ידי הקו המלא. לוגריתמוס הריכוז כפונקציה של הזמן כפי שחושב על-ידי המודל ניתן באותו ציר על-ידי קו מרוסק. מציר 3 בולטת העובדה כי המודל נותן ירידה מהירה יותר של הריכוז במרכז לעומת התיאוריה. לאחר 60 דקות של תחזית יש הבדל ב- $\log$  בשיעור של 0.035, כלומר שגיאה של כ-8%. הסיבה היחידה לשגיאה זו היא העובדה שאנו עובדים ברווח זמן קדומני, כלומר חישוב הנגזרות נעשה כראשית צעד הזמן ולא באמצעותו. כתוצאה מכך בכל שלב אנו מחשבים את הנגזרות כשהענן קטן יותר מהנחוץ, ולכן הן מוגזמות וגם תדיפוזיה מוגזמת. ניתן לצמצם את הבעיה בהרבה על-ידי הקטנה משמעותית של צעד הזמן, אולם דבר זה יגדיל, כמוכר, בהרבה את זמן החישוב במחשב.



ציר 3.4 תחלות של התקרמות גבוהת הפרופילן בריכוזו היחסי.



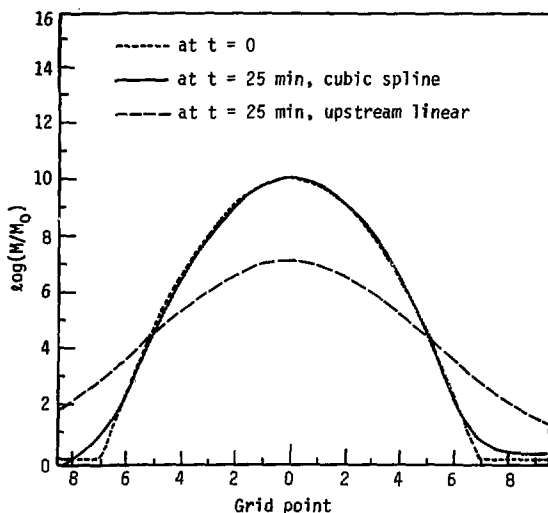
ציור 4 השונות,  $\sigma$ , של התפלגות הריכוזים כפונקציה של הזמן בניסוי 1.

גם כאן רואים את התופעה של פיזור יתר ושונות גדולה. עם זאת השינוי הוא ליניארי גם במודל ושוב נראה כי הקטנת  $K$  תפתור את הבעיה. יש להעיר כאן כי הבעיה ככל מה שקשור לשונות אינה חמורה, באשר השגיאה היחסית כ- $\sigma^2$  קבועה בזמן, והשגיאה היחסית ב- $\sigma$  היא מחצית מערך זה. במיקרה שלפנינו השגיאה ב- $\sigma$  קטנה מ-2%. למרות זאת, השגיאה היחסית בריכוז במרכז הענן גדלה, ויש לעשות לתיקון המצב.

## 6.2 ניסוי 2

ניסוי זה בוצע לבדיקת הסכימה של אכרי ההסעה ללא דיפרוזיה כלל. כפי שכבר הערנו הרי עבור התחלקות פרבולית של  $\log M$  ניתן להוכיח כי הסכימה נותנת את הפתרון האנליטי הבכון, בדיוק. בחחזית ריכוזים ממשית לא ניתן להניח ענן גאוסי מלא על כל החומר, מכיון שנגיע מהר מאוד לריכוזים הנמוכים כהרבה סידרי גודל מן הרקע הטבעי. מבחינה מספרית נרד לערכים שליליים גבוהים על הפרבולה ולמפלים חזקים שידרשו רווח זמן קטן בחישוב.

בכדי להתגבר על כך הינחנו ערך סף שמתחתיו אין הריכוז יכול לרדת. במיקרה שלנו  
 בחרנו ערך סף הקטן בעשרה סידרי גודל מערך המקסימום ההתחלתי. ההתפלגות ההתחלתית  
 של  $\log(M/M_0)$  ניתנת בצירור 5.



צירור 5 לוגריתמוס הריכוז כפונקציה של המרחק ממרכז הענן בניסוי 2.

מכיון שעתה אין לנו פרבולה טהורה הרי המשפט של הסעה מדויקת על-ידי הסכימה כבר  
 אינו תקף ויש לבדוק את ההשפעה. ההתחלקות של  $\log(M/M_0)$  לאחר 25 דקות של הסעה  
 ניתנת גם היא בצירור 5. עד לירידת הריכוז ביותר משמונה סידרי גודל אין כל שינוי  
 בצורת ההתחלקות. ההבדלים ניכרים רק בקצוות וללא ספק הם תוצאה מאי קיום תנאי  
 הפרבוליות. נראה כי הענן בקצוות אינו כדיוק סימטרי ואי הדיוק גרול יותר בזנב  
 הענן. ככל מיקרה ושגיאה המרבית היא בערך בפקטור 3 עבור הריכוזים שהם ביותר  
 מ-9 סידרי גודל מתחת לריכוז ההתחלתי במרכז. ברור כי קביעת ערך סף קטן יותר  
 תשפר את התוצאה, אולם דבר זה יצטרך להיבדק בכל מיקרה לגופו, בהשוואת לריכוזי הרקע  
 הצפויים.



לשם השוואה נערך ניסוי הסעה של אותו ענן התחלתי באמצעות סכימת הפרשיים סופיים קו. נציונאלית (upstream linear), שהשתמשו בה הרבה בעבר (ראה למשל Mahzer and Pielke, 1977). החלקות הריכוזים כפונקציה של המרחק לאחר 25 דקות ניתנת גם היא בציור 5. שתי תופעות בולטות מיר: הריכוז במרכז ירד בשלושה סידדי גורל, ואילו רוחב הענן גדל בהרבה. אנו רואים בבירור תופעה של דיפוזיה מלאכותית כתוצאה מן הסכימה. עוצמת התופעה כאן מסכידה מדוע עד עתה לא עבר איש עם הלוגריתמוס של הריכוזים במקום עם הריכוזים עצמם. ברור כי בסכימה הקונבנציונאלית התוצאות המספריות חסרות ערך לחלוטין ואינן דומות כלל לפתרון האנליטי. יש לציין כי הקטנת רווח הזמן רק תחריף את הבעיה (הניסוי נערך עם רווח זמן של 20 שניות בדומה לניסוי עם ה-cubic splines). למעשה, קיים עכור כל מהירות רוח (קבועה), רווח זמן אחד ויחיד שעברו הסכימה הקונבנציונאלית תיתן את הפתרון האנליטי בדיוק. הבעיה היא כי רווח זמן זה ארוך מדי, בדרך כלל, מכדי לאפשר יציבות של אברי הדיפוזיה במישואה. כמו-כן, ברור כי שיטה זו לא תעבוד כאשר יש רוחות שונות במקומות שונים ובזמנים שונים בחחום היושוב.

שני הניסויים שהבאנו כאן מראים כי עבור המיקרה שבו אנו רוצים לטפל, דהיינו, ענן בודד בעל צורה קרובה לגאוסית, נותנת הסכימה שכתרנו תוצאות מייגות, הרבה מעבר למקובל בסכימות קונבנציונאליות. עם זאת יש לזכור כי במיקרה הכללי יתכן וצורת הענן לא תהיה קרובה לגאוסית, כתוצאה מגזירת רוח, שינוי רוח עם הזמן, שינוי רוח במרחב או טופוגרפיה. גם במיקרה זה יש לצפות שהסכימה תהיה יותר מדויקת, מכיון שהיא למעשה מסודר שלישי, לעומת הסכימות הרגילות שהן בדרך כלל מסדר שני.

7 ניסויים של פיזור והסעה

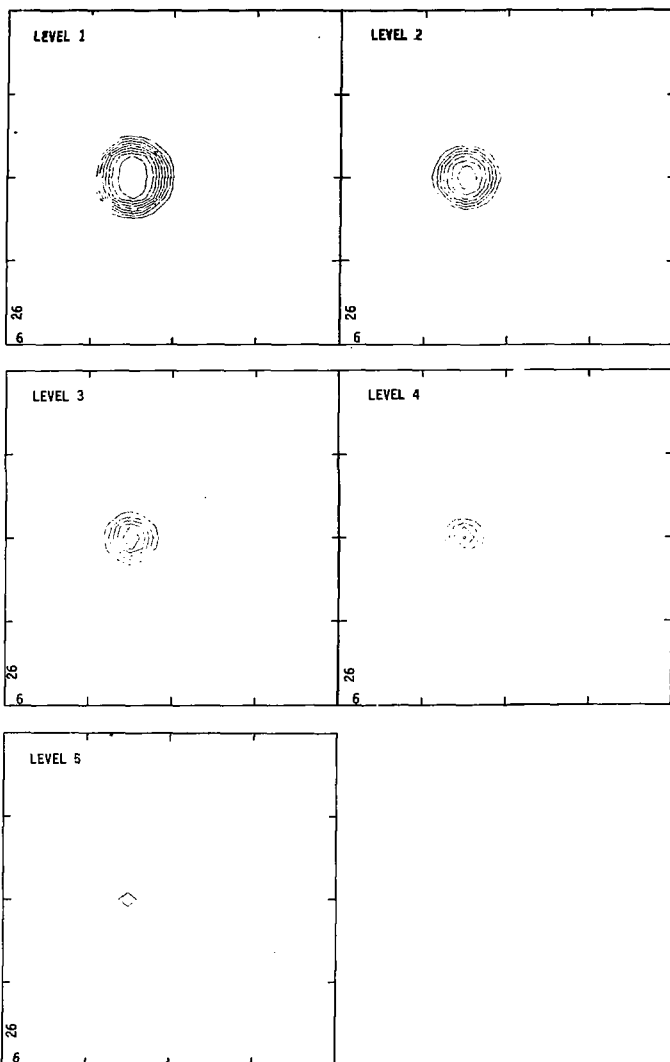
בשלב השני לאחר בדיקת סכימות ההפרשים היצענו מספר ניסויים ראשוניים לבדיקת חלק מהתאפקטים של המודל שאינם ניתנים לחיזוי במודל גאוסי פשוט.

7.1 ניסוי 3

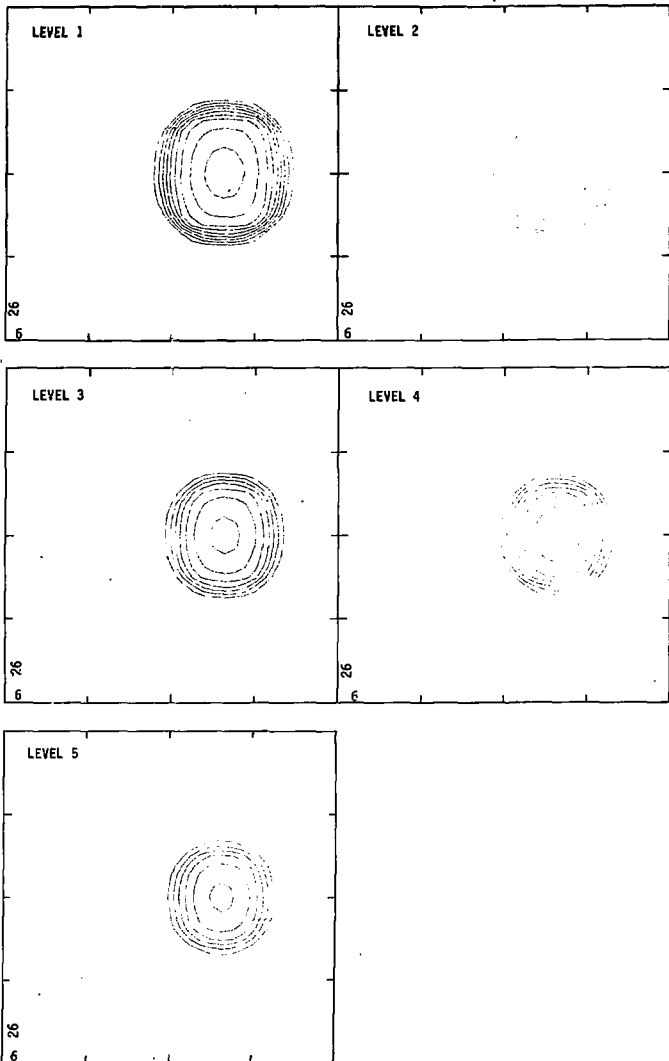
בניסוי הראשון עם המודל התלת-ממדי המלא ביצענו חישוב לשיחזור הענן הגאוסי התלת-ממדי המתקבל כמצבי היציבות השונים, לפי פסקוויל. ניסוי כזה חשוב על-מנת לאפשר השוואה עם השינויים הצפויים בענן כעקבות הכנסת אפקטים נוספים.

הנחות היסוד בניסוי זה היו: רוח קבועה במרחב ובזמן; מישטח תחתון ח'ק ללא טופוגרפיה; מצב יציבות D במשך כל זמן הביסוי; מישטח עליון (גג) בגובה 500 מטר מעל למישטח התחתון. בכיוון האנכי חולק החחום לחמש רמות, בגבהים 190, 370, 100, 50 ו-15 מטר, אשר סומנו 5-1, בהתאמה. כתבאי התחלה הינחנו ענן גאוסי תלת-ממדי, עם מרכז כובד בגובה 370 מטר (ברמה 1). סטיית התקן ההתחלתית נבחרה כך שתאיים לסטיית התקן לפי פסקוויל שלוש דקות לאחר השיחרור (540 מטר מן המקור), עבור מצב היציבות הנדון. מפות הריכוזים שנתקבלו כחמשת הרמות של המודל לאחר 13, 23 ו-33 דקות ניתנות בצירים 6, 7 ו-8, בהתאמה. כל קו מציינן ירידה של סדר גודל אחר בריכוז. כל האיזור מחוץ לקו האחרון שייך לריכוז הרקע, שה-log העשוני שלו נבחר כ-0. השנתות כבצידי הצירים מציינות את היחידות שבהן מוזז הסריג כמידת הצורך (ראה פרק 4). שתי הספרות בצד הימני התחתון מזהות את הקואורדינטות של הנקודה בצד השמאלי התחתון של הסריג ומאפשרות לעקוב אחר הזזת הסריג בין שתי מפות בזמנים שונים.

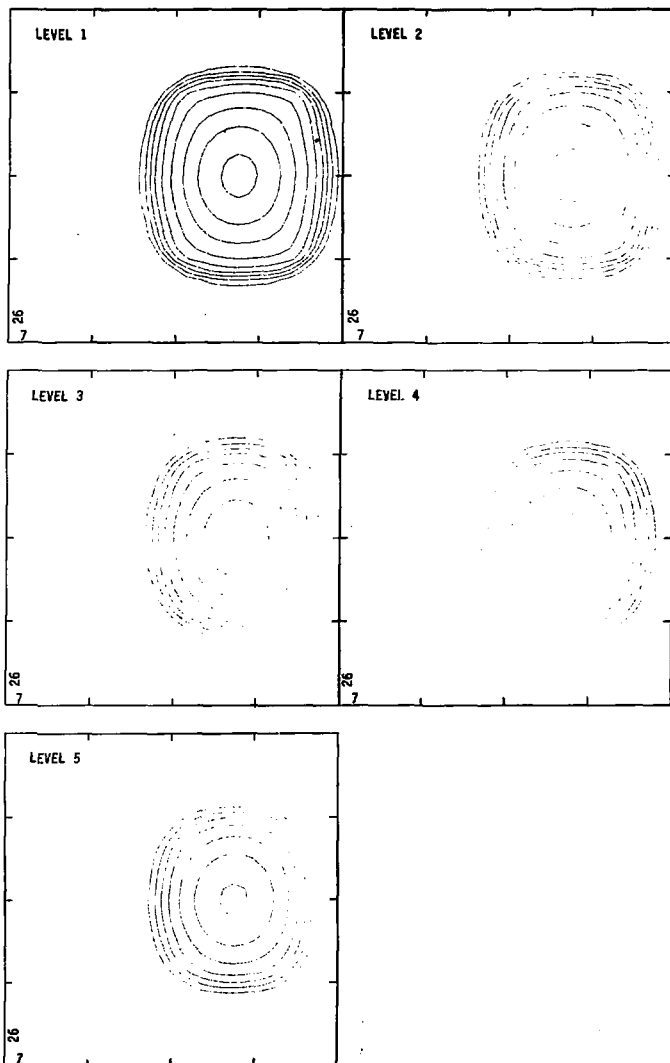
כצפוי יורד הזיהום (צירים 6, 7, 8) די מהר לשכבות התחתונות, ולאחר 33 דקות יש ברמה 5 ריכוז של זיהום הגבוה בכ-6 סדרי גודל מזה שהיה באותה רמה 13 דקות לאחר הפליטה. השוואה עם הריכוזים החזויים בכל הרמות לפי פסקוויל נותנת התאמה מצוינת, כך שאין ספק שהמודל משחזר בצורה באמנה את הפיזור וההסעה ללא טופוגרפיה וגזירת רוח. עם זאת נראה בציר 8 כי הענן אינו עגול בדיוק וניכרת התכווצות שלו בכיוון



צילור 6 מפת הריכוזים כחמשת הרמות של המודל בניסוי 3, 13 דקות לאחר חשיחורור.  
 כל קו מציינן ירידה של סדר גודל אחד בריכוז.

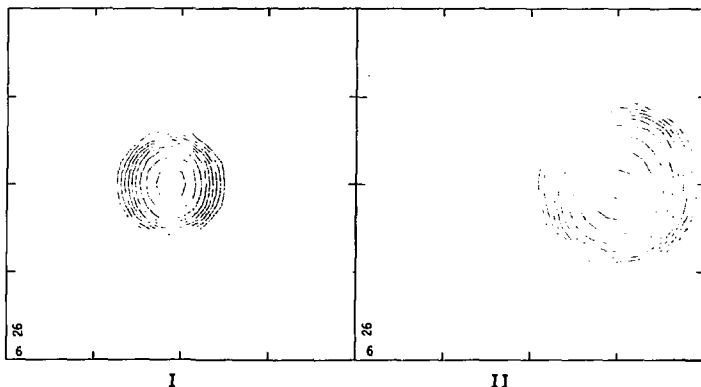


צילור 7 מפת הריכוזים בחמשת הרמות של המודל בניסוי 3, 23 דקות לאחר השיחרור. חקווים כמו בצילור 6.



צִיּוֹר 8 מפה הריכוזים בחמשת הרמות של המודל בביטוי 3, 33 דקות לאחר השחרור. הקווים כמו בציור 6.

התנועה. ברור כי לפי התיאורית הענן היה צריך להישאר עגול לחלוטין, ותמסכה היא כי התוספה נובעת מן הסכימת המספרית שבחרנו. כיון שבניסוי 2 לא נתגלתה כל חופעה של אסימטריה כתוצאה מן החסקה, ניתן לשער כי הכעיה נובעה מתוספת הדיפוזיה האנכית לענן המוסע. דיפוזיה זו לא מחושבת בשלב זה בסכימת הפוליגום מהמעלה השלישית, ולכן היא עלולה לגרום לכך שלא תישמר צורת ההתפלגות. לאימות השערה זו בוצע ניסוי זהה אולם ללא אברי הדיפוזיה האנכית. במיקרה זה אין מעבר חומר מרמה לרמה, ולכן חושב רק הריכוז ברמה 1. מפות הריכוזים לאחר 13 ו-23 דקות ניתנות כציור 9.



ציור 9 מפה הריכוזים ברמה העליונה 13 דקות לאחר השיחרור, (I), ו-23 דקות לאחר השיחרור, (II), בניסוי ללא דיפוזיה אנכית. הקווים כמו כציור 6.

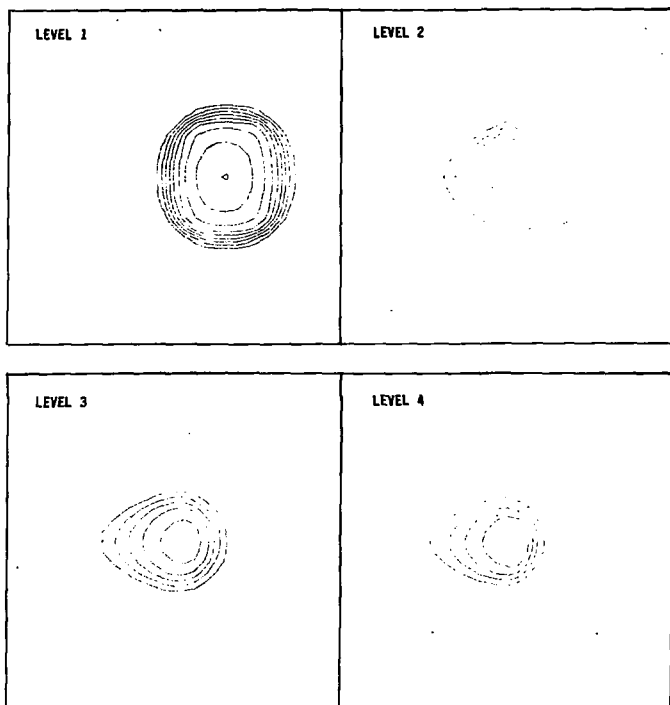
כפי שנראה, הענן עגול לחלוטין, כך שהשילוב של הסעה ופיזור אופקיים אינו גורם לבעיה מספרית. במיקרה שלפנינו הוחרפה הכעיה גם כתוצאה מהעובדה שזענן המקורי היה ברמה העליונה, שבה כושר ההפרדה הוא הגרוע ביותר. נראה כי יש צורך להתאים את כושר ההפרדה האנכי לבעיה הספיפית, למשל גובה השיחרור, או לחילופין כושר הפרדה אנכי אחיד אולם עם מספר רמות רב יותר.

#### 7.2 ניסוי 4

בניסוי זה נבדקה השפעת גזירת הרוח עם הגובה על ריכוז המזהם ליר הקרקע. טיפול

תיאורטי ראשון בכעית הפיזור כתוצאה מגזירת רוח עם הגובה ביחד עם דיפוזיה אנכית ניתן על-ידי (Saffman 1962). מסקנתו העיקרית היא כי במיקרה שבו אנו רבים, כלומר פיזור והטעה בתעלה המוגבלת בגובה, ניתן לתאר את השפעת הגזירה ותיפוזיה האנכית על הפיזור האופקי על-ידי הוספת מקדם דיפוזיה אופקי, נוסף למקדם הגובע מן הדיפוזיה הטורבולנטית. על ידי מספר הנחות מגבילות נמצא שהפיזור האופקי תודות לאפקט הגזירה מתכווץ ל- $t^{\frac{1}{2}}$ . טיפול נוסף בכעיה זו ניתן על-ידי Tyldesley and Wallington (1965). גם הם הגיעו למסקנה כי לאפקט זה השפעה גדולה על הפיזור האופקי, וכמרחקים גדולים הוא אף עלול להיות דומיננטי לעומת הפיזור האופקי הרגיל. השינוי יתחיר מניסוי 3 היה הכנסת שינוי ליניארי של מהירות הרוח עם הגובה, מ-0 ליד הקרקע ל- $3 \text{ m/s}$  בגובה 370 מטר מעל לקרקע. מכיון שהינחנו בניסוי גזירה במהירות בלבד ולא בכיוון, הרי צפיה לתוספת פיזור בכיוון הרוח בלבד. מפות הריכוזים בארבעת הרמות העליונות של המודל, 23 דקות ו-33 דקות לאחר השימור מובאות בציורים 10, 11.

אם ניקח את מידת האסימטריה של הענן בכיווני X ו-Y כמדד להשפעת גזירת הרוח על הפיזור, נראה כי אפקט זה גרל במהירות עם הזמן ובהיה דומיננטי כבר לאחר כחצי שעה. תופעה מענינת המתגלית בציורים אלו היא האסימטריה של הענן בקדמת הרוח ובאחוריה. ה"זנב" הארוך באחורי הרוח בריכוז בקרקע נובע מהעובדה שלמטה אין רוח, ולכן נשאר במקום המזהם שירר מלמעלה כשלב מוקדם יותר. לעומת זאת, הענן למעלה מתקדם עם הרוח ומזהם יכול לרדת למטה על-ידי דיפוזיה אנכית. תופעה זו סותרת את המסקנה של Saffman כי ניתן לספול בכעיה באופן תיאורטי על-ידי הוספת מקדם דיפוזיה אופקי. ברור כי דבר זה יתן פיזור אחיד ולא את האסימטריה הכוללת שמצאנו. גם גזירה בכיוון בלבד אינה יכולה לתת ענן סימטרי ליד הקרקע, מכיון שהסיכוכ בשכבת העידוכ מגיע, כדרך כלל, לפחות מ- $45^{\circ}$ , ולכן תהיה עדיפות לגיזרה מסוימת. המסקנה העיקרית היא כי האפשרות של טיפול ברוח המשתנה עם הגובה היא תוספת חשובה למודל, ובמצבים מסוימים עלול אפקט זה להיות דומיננטי בהערכת ריכוזים קרוב לקרקע, ביחוד עבור מקורות מוגבהים.

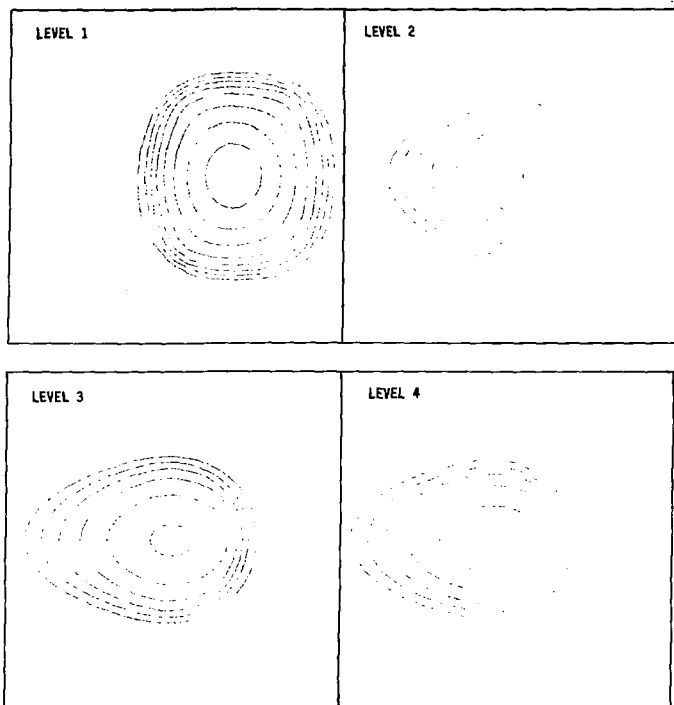


צילור 10 מפת הריכוזים בארבעת הרמות העליונות של המודל בניסוי 4,

23 דקות לאחר השיחרור.

הקווים כמו בצילור 6.





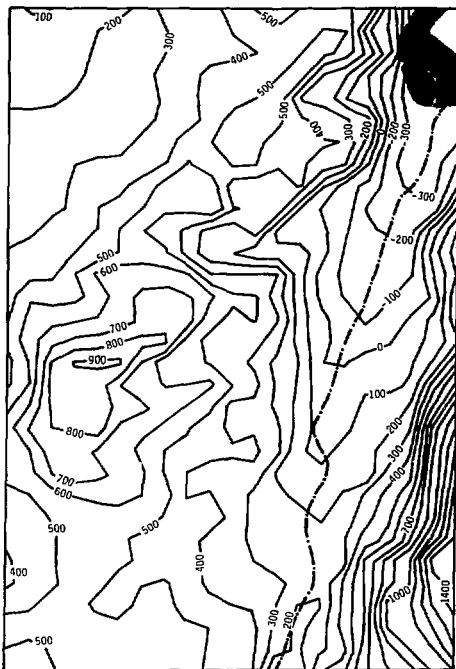
ציור 11 מפת הריכוזים בארבעת הרמות העליונות של המודל כניסוי 4.

33 דקות לאחר השיחורור.

הקווים כמו בציור 6.

7.3 ניסוי 5

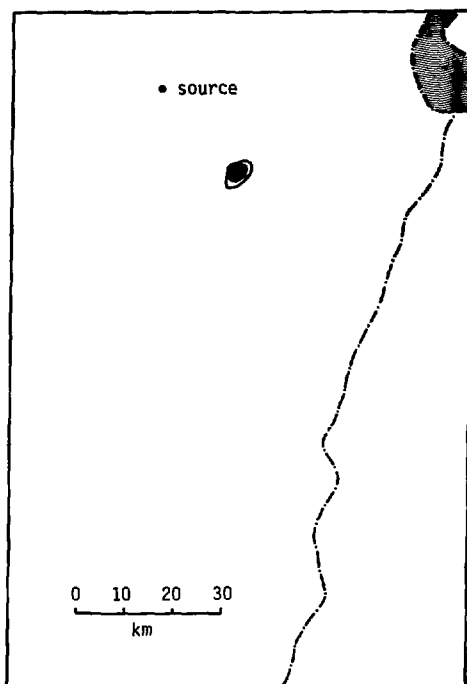
לסיכום שלב הבדיקות של המודל נערך ניסוי עם המודל המלא, כולל טופוגרפיה ממשית של איזור הנגב והערכה והתחלקות רוח מדוזה. לצורך הכנסת הטופוגרפיה בנקודות סריג הוכן, ראשית כל, סריג בכושר הפרדה של  $5 \times 5$  ק"מ המכסה את כל דרום ישראל. בסריג זה הוכנסו ערכי הגובה מחוץ מפות של 1:100,000. מכיון שכל נקודת סריג מיצגת שטח של 25 קמ"ר נבחר גם הגובה הממוצע בהתאם. מפת הטופוגרפיה המתקבלת בכושר הפרדה זה ניתנת בציור 12.



ציור 12 המפה הטופוגרפית של דרום ישראל ברזולוציה של  $5 \times 5$  ק"מ המשמשת את המודל בניסוי 5. המספרים בתונים במטרים מעל לפני הים,

המודל יכול להכיל מקסימום של 8 חלוקות סריג לכל 5 ק"מ של הסריג הגדול. כושר ההפרדה המרבי הוא 625 מטר. מספר החלוקות יכול אז לקטון ל-4 נקודות ל-5 ק"מ, ל-2, ולכסוף לסריג הגדול עצמו. הטופוגרפיה לסריג העדין חושבה על-ידי אינטר-פולציה ליניארית מארבע הנקודות הסמוכות של הסריג הגדול, כלומר, לא נלקחו בחשבון תצורות טופוגרפיות הקטנות מ-5 ק"מ.

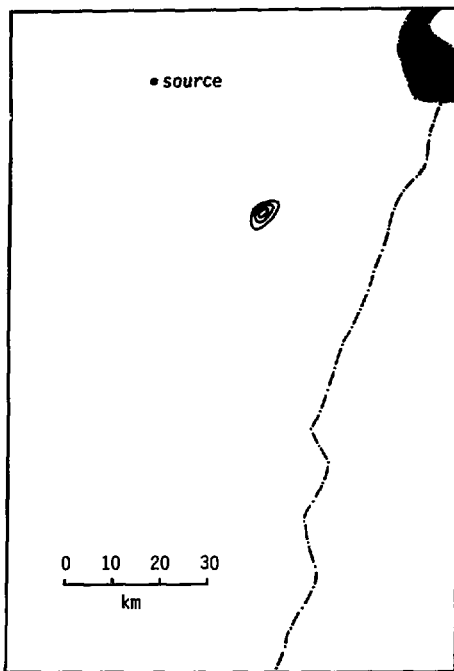
הרוחות שהשתמשנו בהן לצורכי הניסוי הן הרוחות הממוצעות הרב-שנתיות לחודש יולי כפי שאובחנו בשיטה שפותחה על-ידי דוסט ב-1979. אבחנה זו נותנת רוחות בנקודות הסריג הגדול שמונה פעמים ביממה. מתוך שמונה נתונים אלו ניתן לחשב את הרוח ככל רגע ורגע בשיטת טרנספורם פוריה (ראה דוסט, 1979). הרוחות לסריג העדין מחושבות על-ידי אינטרפולציה ליניארית, כמו עבור הטופוגרפיה. מכיון שלא היו בדינו איבחונים של רוחות רום, היכחנו בניסוי הנוכחי שאין גזירה של הרוח עם הגובה. מכיון שהטופוגרפיה של האיזור תלולה ביותר, עם נקודות שגובהן משתנה מ-400 ועד ל-1500 מטר מעל פני הים, היה צורך לכחוד את המישח העליון בגובה של 2000 מטר לפחות. הניסוי כולו נערך במצב יציבות D וזמן השיחור נבחר לשעה 1200. ברור כי מצב D בשעה 12 בקיץ אינו סביר, אולם לצורכי ניסוי ראשוני לא נראתה נקודה זו חיונית. מקור השיחור נבחר באיזור התעשייה ברמת-חובב, דרומית לכאר-שבע. לאיזור הנדון מגיעה בריזת הים תתיכון בערך בשעה זו ונושבת רוח צפון מערבית ערה. ספות של הלוגריתמוס של הריכוזים נשכבה התחתונה ליד הקרקע ניתנות בצירורים 13 ו-14 שעתים ושלוש שעות לאחר השיחור. גם במיקרה זה כוללת התופעה של התכווצות הענן בכיוון התנועה, אולם בניגוד לניסוי 3 יש, במיקרה זה, לתופעה הסבר פיסיקלי פשוט והיא אינה נובעת משיטת החישוב: עיון בשרות הרוח בשעות אלו מגלה איזור של התכנסות מדרום מזרח לכאר-שבע. ככל שירידים יותר ררום מזרחה נחלשת הבריזה. מכיון שאין שדה התכנסות דומה בכיוון הניצב לזרימה אנו מקבלים שדה עיוות של הרוח (ראה הטיפול בנושא: Haltiner and Martin, 1957) המשנה את צורת ענן המזדה. בתנאים של עיוות חזק כמו על-יד חזית, יכולה להיות לאפקט זה השפעה מכרעת על הריכוזים. המודל הגאומי עם הרוח הקבועה במרחב בוודאי אינו מסוגל לטפל בתופעה זו. מפת הריכוזים האינטגרליים על כל זמן מעבר הענן ניתנת בצירור 15. הקו המרכזי מצין את מקום מרכז הענן עם סימון השעות המתאימות שבהן היה במקום המתאים.



ציור 13 מפת הריכוזים ברמה התחתונה של המודל, שעתיים לאחר השיחרור, בניסוי 5. הקווים כמו כציור 6.

כמו בציורים הקודמים גם במיקרה זה מציין כל קו ירידה בסדר גודל של הריכוז האינטגרלי. הריכוז האינטגרלי עבור מזהמים רבים, ובעיקר מזהמים רדיואקטיביים, מהווה מדד טוב למידת הסיכון הכרוכה בהימצאות בני אדם באיזור הנדון. ציור זה מבליט שתי תופעות נוספות שאינן כלולות במודל הגאוסטי המשוט:

(א) מסלול הענן אינו קו ישר ולו עקמומיות גדולה בכיוון עמק הערבה. עבור שיחרור בשעה 12 בצהריים, המסלול כמעט ישר והשגיאה בהנחת קו ישר אינה גדולה.

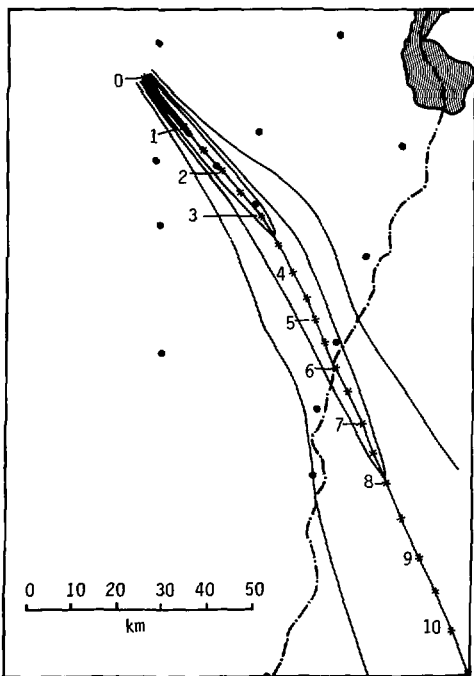


ציור 14 מפת הריכוזים ברמה התחתונה של המודל, שלוש שעות לאחר השיחרור, בניסוי 5. הקווים כמו בציור 6.

בשעות יום אחרות המצב אינו בהכרח כזה, והמסלול עלול אף לשוב על עיקבותיו ולגרום לזיהום גדול בהרבה מאשר במיקרה של מסלול ישר (ראה למשל המסלולים מאשדוד 1979, Doron).

(ב) שינוי ברוחב ענן המזהם עם המרחק. ישנה הרחבה ניכרת של הענן בסביבות רכס אורון והמכתש הגדול, ואחר כך הצרה ניכרת עם הכניסה לעמק הערבה ושוב הרחבה ניכרת עם העלייה לרכס הרי מואב. תופעה זו מבטאת את ההשפעה החזקה

של הטופוגרפיה. עובי האטמוספירה בין פסגת ההר והגג העליון קטן יותר בסביבות רכס מאשר בסביבות עמק. כתוצאה מכך יש התרכזות של מזהם באזורי רכס ופיזור על-פני עובי גדול יותר בעמק. כפי שכבר ציינו בפרק 3 לא נלקחו בחשבון, בשלב זה, השפעות הטופוגרפיה על ייצור אזורי התכנסות והתקררות ועירור רוחות אנכיות. מסיבה זו ההשפעה היחידה של הטופוגרפיה היא גיאומטרית טהורה. עם זאת, יש לציין כי חלק מההשפעה הפיסיקלית של הטופוגרפיה כלולה במודל דרך איבחון הרוחות האופקיות הממשיות התלויות, כמוכון, בהשפעות טופוגרפיות.



ציור 15

מפת הריכוז האינטגרלי בגובה פני הקרקע במשך כל זמן מעבר הענן בניסוי 5. הקורים כמו בציור 6. הקו המרכזי (עם הכוכבים) מציין את מקום מרכז הענן בשעות המתאימות לאחר השיחזור.

8 סיכום

בעבודה זו פותח ונוסה מודל לחיזוי ריכוזים של מזהמים שונים באטמוספירה ועל הקרקע. בשלב הראשון הושם דגש על בדיקת הסכימות המספריות ועל בדיקת אותם היבטים של המודל שנועדו לאפשר הכללת אפקטים שאינם כלולים במודל הגאומי המקובל. באופן כללי נמצא כי לכל אחד מאפקטים אלו יכולה להיות, כתנאים מסוימים, השפעה מכרעת על ריכוזי המזהם ושגיאוו! גדולות יכולות לנבוע מאי הכללתם במודל.

המשך העבודה עם המודל צריך להתנהל בשני הכיוונים הבאים:

(א) השוואת תוצאות המודל למדידות ממשיות בשטח, כתנאים מבוקרים ככל האפשר. ניסויי שדה לבדיקות חיזוי ריכוזים נעשו בעיקר עבור המודל הגאומי ונתקבלו תוצאות סותרות, לפרקים. ניסוי שנערך בארץ, למשל (Binenboym *et al.*, 1975), הראה כי באזור עירוני נותן המודל הגאומי הערכות נמוכות מדי של הריכוזים הרעה המקובלת בעולם היא, עם זאת, כי המודל הגאומי לוקה בהערכת יתר ברוב המיקרים ומכאן שימוש הרב כחסם עליון לסיכון. דעה זו מעוגנת גם בתוצאות ניסויים (Chakraborty *et al.*, 1980). קיימים מעט מאר ניסויים לבדיקת מודלים אחרים (למשל: Draxler, 1979), אולם אלו התרכזו בעיקר בהתאמת פרמטרים של המודל לתוצאות ניסוי קורם ולא בבדיקת המודל עצמו. נראה כי השימוש ב-SF<sub>6</sub> כעוקב, כמו בניסוי הראשוני של Binenboym *et al.* מתאים ביותר לצורכי מדידת ריכוזים עם שיחרור מבוקר.

(ב) הקדשת מאמץ להבנה מעמיקה יותר של תהליכי הטורבולנציה, השקיעה וההתנשאות של חלקיקי מזהם באטמוספירה. בייחוד אמורים הדברים בהתאמה לתנאי הארץ, שהם מרכיבים בחלקם הגדול. גם בשטח זה ניתן ללמוד רבות מניסויי פיזור עם SF<sub>6</sub> ומסמנים אחרים בשילוב עם מדידות קרקע ורום בתקופת הניסוי.

בכל הניסויים שנעשו במודל עד עתה לא נלקח בחשבון איבר המקורות  $\left(\frac{dM}{dt}\right)_m$  במשוואה [10]. הניסוח המתמטי של איבר זה תלוי בסוג המזהם ובתהליכים הפיסיקליים הגורמים להיווצרות החומר או להיעלמותו באטמוספירה. תהליכים אלו יכולים לכלול: דעיכה רדיואקטיבית; כניית מוצרי התפרקות רדיואקטיבית; תהליכים כימיים שונים; ניקוי

על-ידי גשם; שינויי פאזה כתוצאה משינויים בטמפרטורה, ועוד. גם אפקטים אלו עשויים להיות תלויים בגורמים נקודתיים, כך שהמודל הגאומטרי יכול לטפל בהם רק בצורה כללית ביותר. כל ניסוי לאימות המודל יצטרך לכלול את אותם תהליכי ההיעלמות והיצירה המחאימיח לחומר בו ישתמשו בניסוי האימות. נראה כי בשלב זה יש למודל יתרון הולט על-פני המודל הגאומטרי, אולם שימוש בו מצריך אמצעי חישוב משוכללים יותר.

#### הכעת תודה

תודתי בתונה למר א' אסכולאי, על עידודו ועזרתו הרבה במהלך פיתוח המודל וכן על הערותיו והארותיו בעת הכתיבה, שתמו רבות להבהרת נקודות שונות ולשיפור ניסוחים רבים.



Referencesסימונין

- Ahlberg, J. H., Nilson, E. N., and Walsh, J. L., 1967: *The Theory of Splines and Their Applications*, Academic Press, New York, pp 9-15.
- Bessmeroulin, P. and Ben Arie, M., 1974: "Contribution à l'étude de la diffusion des polluants gazeux dans l'atmosphère", *Atmos. Environ.* 8, 261-279.
- Binenboym, J., Gilath, I., Meltzer, M., Gilath, Ch., Levin, A., Rindsberger, M., and Manes, A., 1975: *Use of Gaseous Tracers for Air Pollution Studies in Urban Areas*, IAEC and Israel Meteorol. Service.
- Chakraborty, S., Nagel, E., and Zurkinden, A., 1980: "Comparison of the atmospheric dispersion calculation with the measurements of  $\gamma$  radiation levels from Ar-41 releases", 5th Internat. Cong. Internat. Rad. Prot. Assoc. Jerusalem, March 9-14, 1980, Book of papers, Vol. II, pp 55-58.
- Doron, E. and Neumann, J., 1976: *A Mesometeorological Model with Topography: Initial Results and Problems*, Manuscript presented at army Mesometeorological meeting, Las-Cruces, NM, September 1976.
- \_\_\_\_\_, 1979: "Objective analysis of mesoscale flow fields in Israel and trajectory calculations", *Isr. J. Earth Sci.* 28, 33-41.
- Draxler, R. R., 1977: *A Mesoscale Transport and Diffusion Model*, NOAA Tech. Memo, ERL-ARL-64, Silver Spring, Md.
- \_\_\_\_\_, 1979: "Modeling the results of two recent mesoscale dispersion experiments", *Atmos. Environ.* 13, 1523-1533.
- Egan, B. A. and Mahoney, J. R., 1972: "Numerical modeling of advection and diffusion of urban area source pollutants", *J. Appl. Meteorol.* 11, 312-322.
- Haltiner, G. J. and Martin, F. L., 1957: *Dynamical and Physical Meteorology*, McGraw-Hill, New York.
- MacCracken, M. C., Wuebbles, D. J., Walton, J. J., Duewer, W. H., and Grant, K. E., 1978: "The livermore regional air quality model. I: Concept and development", *J. Appl. Meteorol.* 17, 254-272.
- Mahrer, Y., and Pielke, R. A., 1977: "The effect of topography on the sea and land breezes in a two dimensional numerical model", *Mon. Weather Rev.* 105, 1151-1162.

- Mahrer, Y. and Pielke, R. A., 1978: "A test of an upstream spline interpolation technique for advective terms in a numerical mesoscale model", Mon. Weather Rev. 106, 818-830.
- Purnell, D. W., 1976: "Solution of the advective equation by upstream interpolation with a cubic spline", Mon. Weather Rev. 104, 42-48.
- Reynolds, S. D., Roth, P. M., and Seinfeld, J. H., 1973: "Mathematical modeling of photochemical air pollution. I: Formulation of the model", Atmos. Environ. 17, 1033-1062.
- Runca, E. and Sardei, F., 1975: "Numerical treatment of time dependent advection and diffusion of air pollutants", Atmos. Environ. 9, 69-80.
- Saffman, P. G., 1962: "The effect of wind shear on horizontal spread from an instantaneous ground source", Q. J. R. Meteorol. Soc. 88, 382-393.
- Shannon, J. D., 1979: "A Gaussian moment conservation diffusion model", J. Appl. Meteorol. 18, 1406-1414.
- Sheih, C. M., 1978: "A puff-on-cell model for computing pollutant transport and diffusion", J. Appl. Meteorol. 17, 140-147.
- Sklarew, R. C., Fabrik, A. J., and Prager, J. E., 1971: *A Particle-in-Cell Method for Numerical Solution of the Atmospheric Diffusion Equation and Applications to Air Pollution Problems*, Div. of Met. NERC, 35R-844.
- Slade, D. H., Ed., 1968: *Meteorology and Atomic Energy 1968*, USAEC, TID-24190.
- Sutton, O. G., 1953: *Micrometeorology*, McGraw-Hill, N.Y.
- Tangerman, G., 1978: "Numerical simulation of pollutant dispersion in a stratified planetary boundary layer", Atmos. Environ. 12, 1365-1369.
- Tennekes, H. and Lumley, J. L., 1972: *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, Mass.
- Turner, D. B. 1970: *Workbook of Atmospheric Dispersion Estimates*, US Environmental Health Series, AP-26, Cincinnati, Ohio.
- Tyldesley, J. B. and Wallington, C. E., 1965: "The effect of wind shear and vertical diffusion on horizontal dispersion", Q. J. R. Meteorol. Soc. 91, 158-174.

בהוצאת מה"ל - פרסומים