

INSTITUIÇÃO : INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR - CNEN
 TÍTULO : SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DE NEUTRONS A DOIS GRUPOS
 DE ENERGIA POR ELEMENTOS TRIANGULARES
 AUTOR : Artur Correia Filho.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo ^{Vista de} aplicar elementos finitos triangulares de primeira ordem na solução da Equação de Difusão de Neutrons a dois Grupos de Energia em regime estacionário. Para tanto ^{D D} foi desenvolvido o programa EFTDN (Elementos Finitos Triangulares na Difusão de Neutrons) em linguagem FORTRAN IV .

^{Outra} A formulação discreta da Equação de Difusão ^{é obtida} aplicando-se o método de Galerkin . Para resolver o problema de auto-valores utiliza-se o método da Potência e com a finalidade de acelerar a convergência aplica-se os polinômios de Chebyshev .

Na solução dos sistemas de equações ^{é aplicado} o método de Gauss dividido em duas etapas distintas: triangularização da matriz dos coeficientes e a retrosubstituição , levando-se em conta a esparsidade do sistema.

^{Apresentados os} São apresentados os resultados das análises de dois problemas-teste, tendo sido verificado através de comparação com as referências a validade do método e a precisão dos resultados.

1 - Introdução

Devido as suas particularidades, o Método dos Elementos Finitos (MEF), que tem a sua origem e maior campo de aplicação na Engenharia Civil ' 1 ' , tem sido utilizado para resolver os mais diversos problemas físicos.

Na Física de Reatores citamos como particularidades que tornam o MEF atraente para resolver problemas de difusão de neutrons :

- os pontos nodais podem ser distribuídos mais ou menos arbitrariamente, permitindo tratar de modo mais refinado regiões do domínio do problema onde se requer melhor precisão de resultados, além disso é fácil delinear os contornos geométricos do problema;
- é possível utilizar diversos graus de aproximações ;
- existe uma grande variedade de funções básicas para aproximar diferentes tipos de problemas ;
- o fluxo de neutrons pode ser calculado em pontos arbitrários do reator ;
- e sendo o MEF bastante desenvolvido na mecânica estrutural, muitas das técnicas já conhecidas e testadas podem ser aplicadas ao problema de difusão de neutrons .

Neste trabalho, desenvolvemos o programa FFTDN (Elementos Finitos Triangulares na Difusão de Neutrons) em linguagem FORTRAN IV, para a solução da Equação de Difusão de Neutrons a dois grupos de energia em regime estacionário, utilizando elementos finitos triangulares de primeira ordem.

2 - Formulação do Problema .

2.1 As Equações da Aproximação Multigrupo para a Difusão de Neutrons

A aproximação multigrupo para a Difusão de Neutrons em regime estacionário a duas dimensões num domínio Ω e contornos $\partial\Omega$ pode ser escrita '2' :

$$\left[-\nabla \cdot D_g(x, y) \nabla + \Sigma_{t, g}(x, y) \right] \phi_g(x, y) = \sum_{g'=1}^G \left[\frac{1}{\lambda} \chi_{g'} r_{\Sigma} \Sigma_{f, g'}(x, y) + \Sigma_{g, g'} \right] \phi_{g'}(x, y) \quad (2.1)$$

com as condições de contorno

$$\phi_g(x, y) = 0 \quad \text{ou} \quad \partial/\partial n \phi_g(x, y) = 0 \quad \text{em} \quad (x, y) \in \partial\Omega \quad (2.2)$$

onde ;

G = número total de grupos de energia ;

$$\nabla = \partial/\partial x \hat{i} + \partial/\partial y \hat{j}$$

as outras convenções são definições usuais ' 2 ' .

A equação (2.1) pode também ser escrita na notação matricial :

$$-\nabla \cdot D \nabla \phi + A \phi = 1/\lambda M \phi \tag{ 2.3 }$$

2.2 - " Formulação Fraca " da Equação de Difusão .

Aplicando o método dos resíduos ponderados ' 3 ' e levando em conta as condições de contorno dadas em (2.2) podemos escrever a "formulação fraca" da Equação de Difusão de Neutrons da forma ' 4 ' :

$$\int_{\Omega} D \nabla \cdot \phi \nabla \cdot w \, d\Omega + \int_{\Omega} w (A - 1/\lambda \cdot M) \, d\Omega = 0$$

w = funções peso (2.4)

Aproximando o fluxo de neutrons pela expressão :

$$\phi(x, y) = \sum_{i=1}^N a_i \eta_i(x, y)$$

onde : (2.5)

a_i = coeficientes polinomiais a determinar ;

η_i(x, y) = funções básicas .

substituindo (2.5) em (2.4) e aplicando o método de Galerkin '5', isto é, tomando as funções peso w iguais as funções básicas η_i(x, y) = η_i podemos escrever (2.4) da forma ' 7 ' :

$$\sum_{i=1}^N \left[\int_{\Omega} D \nabla \eta_j \cdot \nabla \eta_i \, a_i \, d\Omega + \int_{\Omega} \eta_j \eta_i (A - 1/\lambda \cdot M) \, a_i \, d\Omega \right] = 0$$

j = 1, 2, ... N

(2.6)

2.3 - Aplicação do Método dos Elementos Finitos .

Dividindo o domínio Ω do problema em subdomínios Ω_e $e = 1, 2, \dots, M$ (elementos finitos), triangulares, podemos aproximar o fluxo de neutrons pela expressão :

$$\phi^e(x, y) = ax + by + c \quad (2.7)$$

Considerando que os coeficientes a, b e c , são unicamente determinados quando os valores de $\phi(x, y)$ são especificados nos vértices i, j, k de cada elemento finito triangular (e), obtemos um sistema de equações que resolvido '6' permite escrever a aproximação para o fluxo de neutrons em cada elemento (e) da forma :

$$\phi^{(e)}(x, y) = \phi_i^{(e)} \eta_i^{(e)}(x, y) + \phi_j^{(e)} \eta_j^{(e)}(x, y) + \phi_k^{(e)} \eta_k^{(e)}(x, y) \quad (2.8)$$

onde :

ϕ_i, ϕ_j e ϕ_k são os valores do fluxo de neutrons em cada vértice i, j, k respectivamente e ;
 $\eta_i^{(e)}(x, y) = A_i^{(e)} + B_i^{(e)}x + C_i^{(e)}y$ são polinômios definidos unicamente em cada elemento (e)

os polinômios $\eta_j^{(e)}(x, y)$ e $\eta_k^{(e)}(x, y)$ tem expressões semelhantes a de $\eta_i^{(e)}(x, y)$.

Para obtermos a aproximação do fluxo em todo o domínio do problema definimos a função $\eta_i(x, y)$ da seguinte forma :

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_i(x, y) = \eta_i^{(e)}(x, y) \quad \text{se } (x, y) \text{ em } (e) \text{ tem o ponto nodal } i \text{ como vértice ;} \\ = 0 \quad \text{outros casos} \end{array} \right. \quad (2.9)$$

Então de acordo com (2.9) em todo o domínio do problema podemos aproximar o fluxo de neutrons por '6' :

$$\phi(x, y) = \sum_{i=1}^N \phi_i \eta_i(x, y)$$

(2.10)

Substituindo a equação (2.10) em (2.6) e particularizando a aproximação multigrupo para a análise a dois grupos de energia podemos escrever a solução do problema através do sistema de equações ' 7 ' :

$$\begin{aligned} H_1 \Phi_1^T &= 1/\lambda [F_1 \Phi_1^T + F_2 \Phi_2^T] \\ H_2 \Phi_2^T &= S \Phi_1^T \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde :

H_1 e H_2 = matrizes dos termos de fuga para os grupos de neutrons rápidos e térmicos respectivamente ;

F_1 e F_2 = matrizes dos termos de fonte de fissão para os grupos de neutrons rápidos e térmicos respectivamente ;

S = matriz dos termos de fonte por espalhamento para o grupo de neutrons térmicos ;

Φ_1 e Φ_2 = vetor coluna do fluxo de neutrons rápidos e térmicos em cada ponto nodal do domínio do problema .

Os elementos a das matrizes acima são obtidos pelas expressões ' 7 ' :

$$\begin{aligned} H_{1j}^i &= \sum_e \left\{ \int_e [D_1^{(e)} (\nabla \eta_j) (\nabla \eta_i) + \Sigma_1^{(e)} \eta_j \eta_i] dA \right\} \\ H_{2j}^i &= \sum_e \left\{ \int_e [D_2^{(e)} (\nabla \eta_j) (\nabla \eta_i) + \Sigma_2^{(e)} \eta_j \eta_i] dA \right\} \\ F_{1j}^i &= \sum_e \left\{ \int_e r \Sigma_{f1}^{(e)} \eta_j \eta_i dA \right\} \\ F_{2j}^i &= \sum_e \left\{ \int_e r \Sigma_{f2}^{(e)} \eta_j \eta_i dA \right\} \end{aligned}$$

(2.12)

3 - Métodos Numéricos Aplicados e Aspectos Gerais do Programa EFTDN .

O problema de auto-valores dado por (2.11) é resolvido aplicando-se o método da potência '8' . Para acelerar a convergência dos resultados utilizamos os polinômios de Chebyshev ' 9 ' , sendo que o programa EFTDN permite calcular a razão de dominância.

As matrizes do sistema de equações são armazenadas de modo esparsa em dois vetores A e NCOL , o primeiro deles guarda os valores dos elementos a da matriz segundo cada linha e o segundo funciona como indicador armazenando os índices j das colunas dos elementos a_{ij}.

A solução do sistema de equações é obtida aplicando o método de Gauss, dividido em duas etapas distintas : triangularização da matriz dos coeficientes e a retrosubstituição em cada iteração do método da potência.

O critério de convergência adotado é dado pelas expressões :

$$\frac{|\lambda^{(t-1)} - \lambda^{(t)}|}{\lambda^{(t-1)}} \leq \text{EPSL} \quad (\text{critério de convergência para o Keff. do reator})$$

$$\frac{\|a^{(t-1)}\|_{\infty} - \|a^{(t)}\|_{\infty}}{\|a^{(t-1)}\|_{\infty}} \leq \text{EPSH} \quad (\text{critério de convergência para o fluxo de neutrons})$$

onde :

$$a^{(t)} = \phi(t) / \lambda(t)$$

Para simplificar a entrada de dados, o programa EFTDN pode gerar automaticamente malhas uniformes (vide figura 4.2.2) e malhas não uniformes como é mostrado na figura (4.1.2), este tipo de malha permite que se faça refinamentos em regiões do problema onde se requer melhor precisão dos resultados.

1 - Problemas Teste

4.1 - Reator PWR - 1300 MWe (Zion - 1)

O Zion - 1 é um reator de potência com capacidade de geração igual a 1300 MWe. Na figura (4.1.1) apresentamos um quarto do núcleo para o primeiro carregamento do combustível do reator ' 10 ' .

Na tabela 4.1.1 temos propriedades físicas de cada zona do reator. Para a aplicação do programa EFTDN, utilizamos a malha triangular mostrada na figura (4.1.2) , onde fazemos um refinamento de malha nas interfaces combustível, blindagem, refletor.

Como solução padrão tomamos a fornecida pelos códigos CITATION e o PDQ-5 ' 11 e 12 ' , ambos são programas que utilizam o método de Diferenças Finitas.

Na tabela 4.1.2 apresentamos alguns resultados obtidos com o EFTDN e os códigos tomados como referências . A densidade de potência média por cada célula do reator é mostrada na figura (4.1.3) .

Finalmente nas figuras (4.1.4 e 4.1.5) mostramos as curvas do fluxo de neutrons calculados pelo EFTDN e o PDQ - 5 (44 x 44) na seção $x = 0.0$ cm . Para efeitos de normalização dos resultados usamos o fluxo de neutrons unitário no ponto central do reator.

Analisando a tabela 4.1.2 verificamos que o erro cometido no cálculo do K_{eff} do reator pelo EFTDN é igual a 0.018 % em relação ao CITATION (75 x 75) e da mesma ordem de grandeza que o erro cometido pelo PDQ - 5 (44 x 44) . Na tabela 4.1.3 o erro máximo cometido no cálculo da densidade de potência média é igual a 5.2 % em relação ao CITATION (75 x 75) , do mesmo modo o erro máximo cometido pelo PDQ - 5 (44 x 44) é de 7.2 % . Nas figuras (4.1.4 e 4.1.5) onde mostramos a distribuição do fluxo de neutrons, encontramos um erro médio em torno de 4.0 % em relação a solução apresentada pelo programa PDQ - 5 (44 x 44) .

ZONA	COEFICIENTE DE DIFUSÃO D (cm)	SEÇÃO DE CHOCUI MACROSCÓPICA LO-1 FÍSICA $\Sigma_{f,1}$ (cm ⁻¹)	SEÇÃO DE CHOCUI MACROSCÓPICA FÍSICA $\Sigma_{f,2}$ (cm ⁻¹)	SEÇÃO DE CHOCUI MACROSCÓPICA DE ESPALHAMENTO $\Sigma_{s,2}$ (cm ⁻¹)	OBSERVAÇÃO
3	1.0213 0.33548	0.00322 0.14596	0.0 0.0	0.0 0.0	Blindagem do combustível
11	1.41760 0.37335	0.02597 0.06669	0.00536 0.10433	0.01742	ZION-1 (2.25)
12	1.41970 0.37370	0.02576 0.07536	0.00601 0.12472	0.01694	ZION-1 (2.6)
13	1.42650 0.37424	0.02560 0.08359	0.00653 0.14120	0.01658	ZION-1 (3.31)
15	1.45549 0.28994	0.02950 0.00949	0.0 0.0	0.02903	ZION-1 (5.2)

Grupo 1
Grupo 2

Tabela 4.1.1 - Propriedades físicas das regiões do reator ZION-1

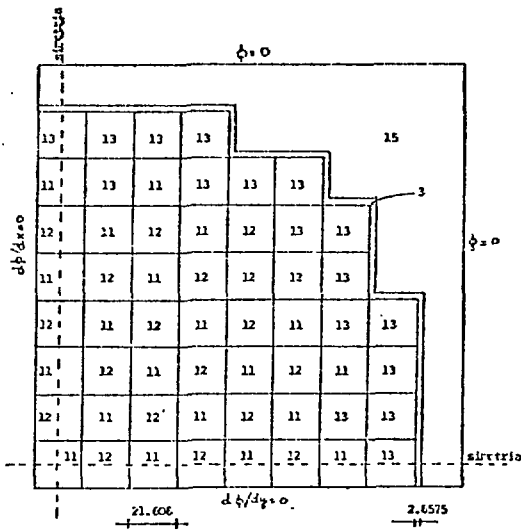


Figura 4.1.1 - O plano do núcleo do reator ZION-1

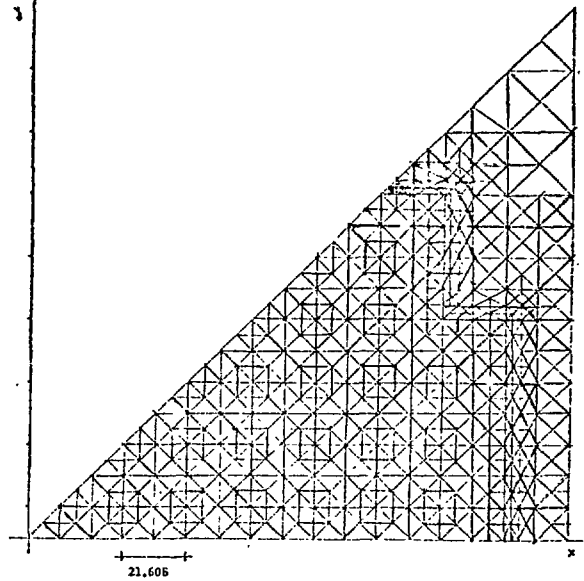


Figura 4.1.2 - Malha utilizada pelo programa EFTON para a solução do reator ZION-1.

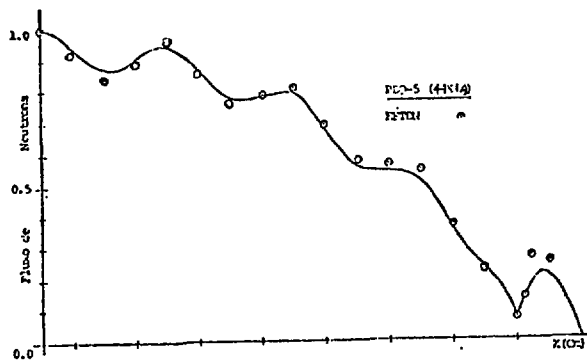


Figura 4.1.4 - Fluxo de neutrons térmicos para o ZION-1, seção $x = 0.0$

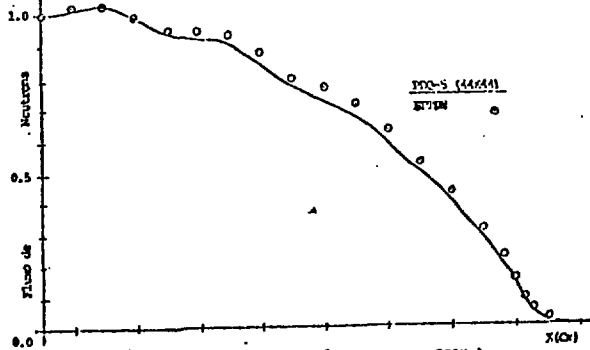


Figura 4.1.5 - Fluxo de neutrons rápidos para o ZION-1, seção $x = 0.0$

PROGRAMA	PDQ-5	CITATION	CITATION	EFTON
Nº incógnitas/grupo de energia	1936 (44x44)	1936 (44x44)	5626 (75x75)	497
Keff	1.2749	1.27313	1.27508	1.27485
Critério de convergência para o fluxo (10^{-3})	4.0	4.0	4.0	0.1
Razão fluxo rápido/térmico (ponto médio do reator)	3.635	3.922		3.724
Razão de dominância				0.8749
Tempo total de C.P.U. (CYBER-175)				67 seg.

Tabela 4.1.2 - Alguns resultados obtidos para a solução do ZION-1, através do P.D.O.-5, CITATION e EFTON.

Vez	
CITATION	(75 x 75)
P.D.O.-5	(44 x 44)
EFTON	(497)

				0.6662	0.3277
				0.6516	0.3042
				0.6854	0.3239
			1.0777	0.0526	0.5340
			1.0745	0.8401	0.5104
			1.1053	0.3746	0.5392
		1.2447	1.2123	0.9001	0.7216
		1.2435	1.2255	0.8872	0.7123
		1.2470	1.2412	0.9127	0.7299
	1.4452	1.4664	1.1821	1.0779	0.7263
	1.4490	1.4966	1.1038	1.0563	0.7092
	1.4671	1.4711	1.1842	1.1073	0.7318
1.5800	1.6563	1.3945	1.3556	1.0372	0.8166
1.5873	1.6051	1.3950	1.3818	1.0319	0.9230
1.5079	1.6236	1.3652	1.3698	1.0433	0.9433
1.6271	1.7590	1.5120	1.5515	1.1587	0.8035
1.6361	1.8002	1.5187	1.5856	1.2520	1.3750
1.5412	1.6294	1.4726	1.5289	1.2442	1.1814

Figura 4.1.3 - Densidade de potência média para o reator ZION-1

4.2 - Reator 2 - D I.A.E.A. Benchmark

O segundo problema teste é a aplicação do programa EFTDN na solução do reator 2 - D I.A.E.A. Benchmark '13'. Na figura 4.2.1 apresentamos um quarto do núcleo para a seção $z = 190,0$ cm do reator. Na tabela 4.2.1 são dadas as propriedades físicas de cada região.

A malha triangular utilizada pelo EFTDN é mostrada na figura 4.2.2

Como solução padrão tomamos os valores fornecidos pelo programa FEMB '14'. Este programa aplica elementos finitos retangulares com a expansão para o fluxo de neutrons em função dos polinômios de Lagrange de segunda ordem.

Na tabela 4.2.2 apresentamos alguns resultados da aplicação de programas que usam o método de Diferenças Finitas e na figura 4.2.3 é mostrado os valores do Keff. e da densidade máxima de potência calculados pelos programas EFTDN e o FEMB. A distribuição da densidade média de potência por célula do reator é apresentada na tabela 4.2.4 e nas figuras 4.2.3 e 4.2.4 mostramos a distribuição do fluxo de neutrons térmicos e rápidos na seção $x = 0.0$ cm. Estes resultados são os fornecidos pelas soluções dadas pelo EFTDN e o FEMB, considerando o "kuckling" axial $B_z^2 = 0.8 \times 10^{-4}$ e tomando como fator de normalização a potência do núcleo do reator igual a $1 \text{ neutron} / \text{cm}^3$.

Analisando os resultados acima referenciados podemos escrever :

- os valores encontrados pelo EFTDN para o Keff e a densidade máxima de potência são comparáveis aos encontrados pelos códigos que usam o método de Diferenças Finitas (tabela 4.2.2) ;

- a ordem de grandeza do erro cometido pelo EFTDN em relação a solução aparente (tabela 4.2.2) é igual a 0.005% para o Keff e 1.9% para a densidade máxima de potência ;

- no cálculo da densidade média de potência (tabela 4.2.2) o erro máximo cometido em relação ao FEMB é de 5.6% ;

- em relação a distribuição do fluxo de neutrons (figuras 4.2.3 e 4.2.4) o erro médio encontrado é da ordem de 2,0% .

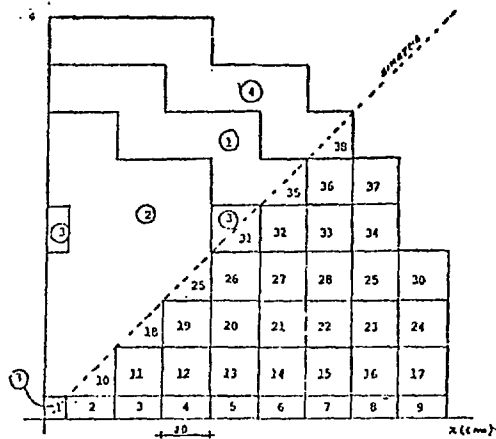


Figura 4.2.1 - Seção horizontal do reator 2D-I.A.E.A Benchmark para $z = 190.0$ cm, regiões do reator e distribuição das células consideradas na solução apresentada pelo EFTDN.

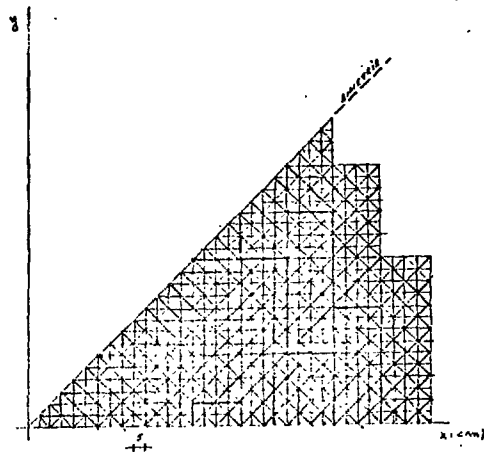


Figura 4.2.2 - Malha utilizada pelo programa EFTDN para a solução do reator 2D-I.A.E.A. Benchmark

REGIÃO	D_1	D_2	E_{1-2}	E_{a1}	E_{a2}	γ_{f2}	OBSERVAÇÃO
1	1.5	0.4	0.02	0.011	0.08	0.135	Combustível 1
2	1.5	0.4	0.02	0.01	0.065	0.135	Combustível 2
3	1.5	0.4	0.02	0.01	0.13	0.135	Combustível + barra controle
4	2.0	0.3	0.0	0.0	0.61	0.0	Refletor

$$N_1 = 1.0; N_2 = 0.0; \gamma_{f1} = 0.0$$

Tabela 4.2.1 - Propriedades físicas das regiões do reator 2D-I.A.E.A. benchmark

CÓDIGO	NÚMERO DE INCÓGNITAS POR GRUPO DE ENERGIA	keff	VALOR RELATIVO MÁXIMO DA DENSIDADE DE POTÊNCIA		OBSERVAÇÕES
			INTERNO	INTERF. x REFLETOR	
Exterminator-2	2.171	1.02365	1.6538		Método de diferenças finitas de centro de malha
	6.972	1.02333	1.5314		
Venture	1.156	1.02324	1.509		Método de diferenças finitas de centro da malha
	4.624	1.02344	1.544		
	18.476	1.02354	1.532		
	73.984	1.02353	1.515		
Vincer	1.156	1.03077	1.364	1.66	Método de diferenças finitas de centro da malha
	4.674	1.02363	1.475	1.546	
-	-	1.02958	1.51	1.52	Solução exata

Tabela 4.2.2 - Resultados para o reator 2D-I.A.E.A. - Benchmark obtidos da solução a dois grupos de energia a duas dimensões

CÓDIGO	FEM8	EFTDN
Número de Incógnitas/grupo de energia	5329	530
keff.	1.02960	1.02963
Valor e coordenadas de densidade de potência máxima	1.51 (30.30)	1.48 (30.30)
Interna e na interface combustível x refletor	1.53 (130.55)	1.56 (130.55)
Critérios de convergência para o fluxo	erro máximo menor que 0.01% de ρ_{max}	1.0×10^{-4}
Tempo de processamento (C.P.V.)	2 hr. 30 min (n=6700)	07 seg.
Parâmetro de dominância para aceleração da convergência		0.9353

Tabela 4.2.3 - Comparação de alguns resultados calculados pelos programas FEM8 e EFTDN para o reator 2D-I.A.E.A. Benchmark.

Tabela 4.2.4 - Densidade de potência média por cada célula do reator 2D-I.A.E.A. Benchmark

								0.0000 0.0000 -							
							0.5874 0.6196 5.5%	0.0000 0.0000 -							
							0.4712 0.4822 2.3%	0.6960 0.5935 1.1%	0.5993 0.8338 6.7%	0.0000 0.0000 -					
							1.1916 1.1753 1.57%	0.9652 0.9958 0.97%	0.9073 0.9129 0.62%	0.8247 0.8797 1.65%	0.0000 0.0000 -				
							1.4671 1.4385 1.94%	1.3434 1.3220 1.59%	1.1735 1.1669 0.98%	1.0738 1.0738 0.28%	0.9754 0.8928 1.58%	0.6854 0.7350 5.7%	0.0000 0.0000 -		
							3.4243 1.3940 2.6%	1.4773 1.4137 2.3%	1.3119 1.2853 2.0%	1.0686 1.0511 1.64%	1.0252 1.0342 0.19%	0.9516 0.9616 1.26%	0.7382 0.7556 3.7%	0.0000 0.0000 -	
							0.7443 0.7331 0.69%	1.3068 1.2652 3.1%	1.4513 1.4151 2.4%	1.2948 1.2733 3.5%	0.6100 0.6145 0.74%	0.9348 0.9293 0.58%	0.9354 0.9530 1.0%	0.7574 0.7840 3.5%	0.0000 0.0000 -

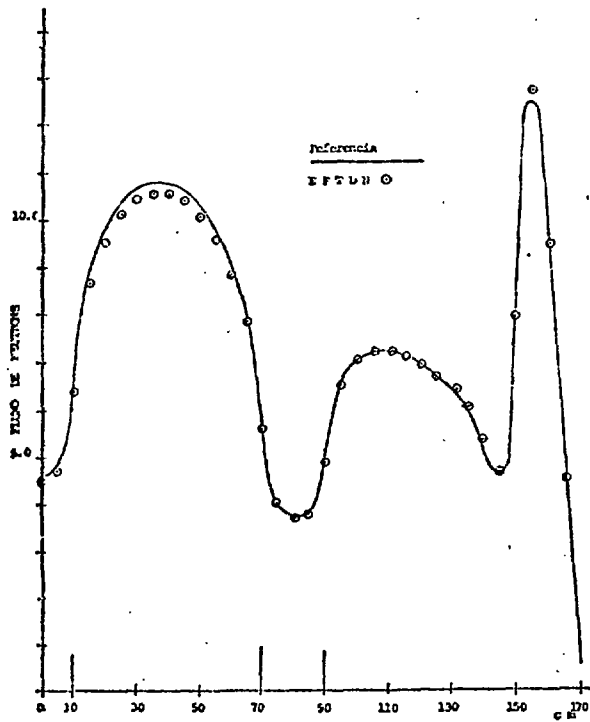


Figura 4.2.3 - Fluxo térmico para o reator 2D-I.A.E.A. Benchmark, seção = 0.0

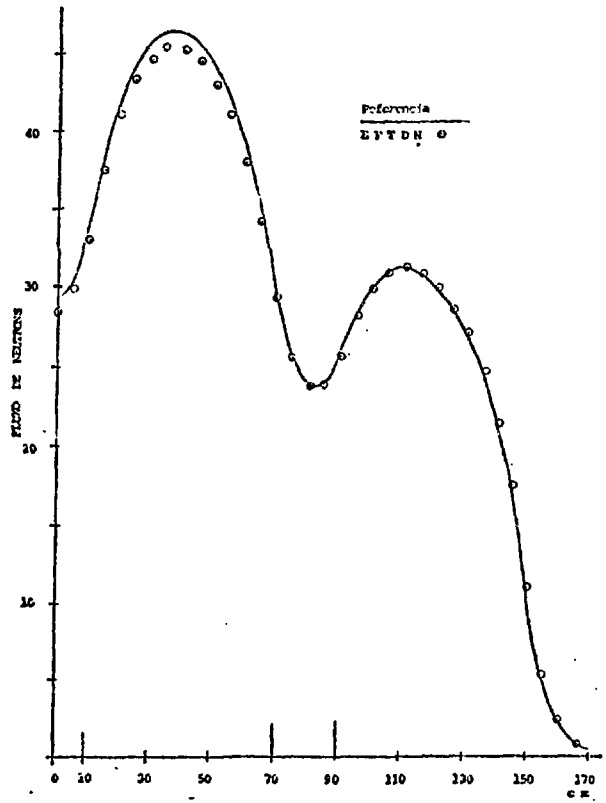


Figura 4.2.4 - Fluxo rápido para o reator 2D-I.A.E.A. Benchmark, seção = 0.0

5 - Conclusões .

Da análise dos resultados da aplicação do programa EFTDN aos problemas teste resolvidos nos itens 4.2 e 4.3 deste trabalho, podemos concluir que este programa utilizando um número de incógnitas por grupo de energia bastante inferior apresenta :

- a solução encontrada para o reator Zion - 1 comparável à encontrada pelo programa PDQ - 5 ;
- no caso da solução do reator 2 D - I.A.E.A Benchmark , os erros cometidos tanto em relação aos códigos tradicionais de Diferenças Finitas como em relação a referencia escolhida (FEMB) são de tal ordem que podemos assegurar a validade do programa EFTDN para a solução da Equação de Difusão de Neutrons a dois grupos de energia.

Referências

- ' 1 ' Zienkiewicz, O. C.: El. Método de los Elementos Finitos, Editorial Reverte - (1980) .
- ' 2 ' Henry, A. F.: Nuclear Reactor Analysis, MIT, Press - (1975) .
- ' 3 ' Miklin, S. C.: Variational Methods in Mathematical Physics, Mac Millan - (1973) .
- ' 4 ' Kang, C. M. and K. F. Hansen : Finite Element Methods for Reactor Analysis, Nuclear Science and Engineering 51, 456-495 - (1973)
- ' 5 ' Finlayson, B. A. : The Method of Weighted Residuals and Variational Principles, Academic Press - (1972) .
- ' 6 ' Brebbia, C. A. : The Finite Element Technique, Ed. da UFRGS, Porto Alegre - (1975) .
- ' 7 ' Nakamura, S. : Computational Methods in Engineering and Science, Prentice Hall - (1979) .
- ' 8 ' Hageman, L. A. : Numerical Methods and Techniques used in the two-dimensional Neutron Diffusion. Program PDQ-5, EATD - TN 364 , Westinghouse Electric Co. Pittsburg - (1963) .
- ' 9 ' Fladmark, G. E. : A Method for the Numerical Solution of Eigenvalue Problems in Diffusion Theory. Proceeding of a Seminar on Numerical Reactor Calculations, Viena, Austria - (1972) .

- ' 10 ' Terrance, A. R. : The Engineering Feasibility and Fuel Cost Analysis of Variable Nuclear Refueling Intervals ; Phd Thesis Nuclear Engineering Dpt. MIT - (1974) .
- ' 11 ' Pageman, L. A. and C.J. Pfeifer : The Utilization of the Neutron Diffusion Program PDQ-5, WATD - Tm 395 - (1965) .
- ' 12 ' Fowler, T. E. and D.R. Vandy : Nuclear Reactor Core Analysis Code , CITATION, ORNL - TM - 2496 , Rev. - (1969) .
- ' 13 ' Argonne Code Center, (Benchmark Problem Book), ANL - 7416 - Suptl . 437-472 , - (1977) .
- ' 14 ' Misfeldt, I. : FEMB , Solution of the Multigroup Neutron Diffusion Equations by Finite Element Method, Riso-M-1809 (1975) .
- ' 15 ' Deppe, L. O. : The Finite Element Applied to Neutrons Diffusion Problems MSc. and Nuclear Engineer Thesis, Department of Nuclear Engineering , MIT - MITNE 145 , Cambridge, Massachusetts (1973) .