

COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE

D.10

**LIMITE DE DETECTION D'UN SIGNAL
DANS UN BRUIT DE FOND
APPLICATION AUX MESURES DE RADIOACTIVITE
PAR COMPTAGE**

par

le Groupe de Travail « Techniques Analytiques »

Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble

Rapport CEA-R-5201

1983

SERVICE DE DOCUMENTATION

C.E.N.-SACLAY 91191 GIF-sur-YVETTE Cedex FRANCE

PLAN DE CLASSIFICATION DES RAPPORTS ET BIBLIOGRAPHIES CEA
(Classification du système international de documentation nucléaire SIDON/INIS)

A 11	Physique théorique	C 30	Utilisation des traceurs dans les sciences de la vie
A 12	Physique atomique et moléculaire	C 40	Sciences de la vie : autres études
A 13	Physique de l'état condensé	C 50	Radioprotection et environnement
A 14	Physique des plasmas et réactions thermonucléaires		
A 15	Astrophysique, cosmologie et rayonnements cosmiques	D 10	Isotopes et sources de rayonnements
A 16	Conversion directe d'énergie	D 20	Applications des isotopes et des rayonnements
A 17	Physique des basses températures		
A 20	Physique des hautes énergies	E 11	Thermodynamique et mécanique des fluides
A 30	Physique neutronique et physique nucléaire	E 12	Cryogénie
		E 13	Installations pilotes et laboratoires
B 11	Analyse chimique et isotopique	E 14	Explosions nucléaires
B 12	Chimie minérale, chimie organique et physico-chimie	E 15	Installations pour manipulation de matériaux radioactifs
B 13	Radiochimie et chimie nucléaire	E 16	Accélérateurs
B 14	Chimie sous rayonnement	E 17	Essais des matériaux
B 15	Corrosion	E 20	Réacteurs nucléaires (en général)
B 16	Traitement du combustible	E 30	Réacteurs nucléaires (types)
B 21	Métaux et alliages (production et fabrication)	E 40	Instrumentation
B 22	Métaux et alliages (structure et propriétés physiques)	E 50	Effluents et déchets radioactifs
B 23	Céramiques et ciments		
B 24	Matières plastiques et autres matériaux	F 10	Economie
B 25	Effets des rayonnements sur les propriétés physiques des matériaux	F 20	Législation nucléaire
B 30	Sciences de la terre	F 30	Documentation nucléaire
		F 40	Sauvegarde et contrôle
C 10	Action de l'irradiation externe en biologie	F 50	Méthodes mathématiques et codes de calcul
C 20	Action des radioisotopes et leur cinétique	F 60	Divers

Rapport CEA-R-5201

Cote-matière de ce rapport : D.10

DESCRIPTION-MATIERE (mots clés extraits du thesaurus SIDON/INIS)

en français

**RADIOACTIVITE
TECHNIQUES DE COMPTAGE
VALEURS LIMITES
ERREURS**

en anglais

**RADIOACTIVITY
COUNTING TECHNIQUES
LIMITING VALUES
ERRORS**

RAPPORT CEA-R-5201 par le Groupe de Travail "Techniques Analytiques"
LIMITE DE DETECTION D'UN SIGNAL DANS UN BRUIT DE FOND - APPLICATION
AUX MESURES DE RADIOACTIVITE PAR COMPTAGE

Sommaire. - Deux valeurs limites sont définies pour l'exploitation des résultats de mesure :

. le seuil de détection S_0 qui est la valeur du résultat de mesure au-dessus de laquelle un intervalle de confiance peut-être déterminé pour le signal vrai.

. la limite de détection m_p qui est la plus petite valeur du signal vrai ayant une probabilité P d'être détectée.

Les calculs de S_0 et de m_p sont effectués à partir de l'incertitude aléatoire relative associée au résultat de mesure et le principe de l'utilisation de ces 2 valeurs limites pour l'expression des résultats est donné.

Quelques exemples d'application sont développés dans le cas des mesure de radioactivité par comptage.

1963

32 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

RAPPORT CEA-R-5201 by the Working Group "Techniques Analytiques"
DETECTION LIMIT OF A SIGNAL IN A BACKGROUND - APPLICATION TO
RADIOACTIVITY MEASUREMENTS.

Summary. - Two limiting levels are defined : - the critical level S_0 which is the limit of the observed net Signal above which it can be concluded that a "true" signal is present. - the detection limit m_p which is the lowest "true" signal having a probability P to be detected.

Equations are presented for calculating S_0 and m_p , and derive from the observed signal with its associated random fluctuations .

A few examples of application are given in the case of radioactivity measurements.

1963

32 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

- Rapport CEA-R-5201 -

Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble

**LIMITE DE DETECTION D'UN SIGNAL DANS UN BRUIT DE FOND
APPLICATION AUX MESURES DE RADIOACTIVITE PAR COMPTAGE**

par

le Groupe de Travail «Techniques Analytiques»

- Janvier 1983 -

Document établi par :

Michèle NEUILLY *

Solange DESCOURS **

Jean-Paul BROUTIN *

avec la participation de

Raymond PRIGENT ***

et la collaboration des Membres du Groupe
de travail "Techniques Analytiques" ****

Jean-Claude AMOUROUX *

Bernard CAIRE **

François DAMOY **

Annick DARRICAU *

Michèle DESPRES *

Colette HOUIN *

Samuel MAGARIAN *

Jacqueline PERIN *

Jeanine ROUX *

* C.E.A.

** COGEMA

*** CEA, secrétariat du Comité d'Instrumentation de la Radioprotection

**** Groupe de travail sur les techniques analytiques créé en 1979 par le
Délégué Central Sécurité du Groupe C.E.A.

S O M M A I R E

1 - INTRODUCTION

2 - SEUIL DE DETECTION

2.1 - Définition

2.2 - Expression du résultat

3 - LIMITE DE DETECTION

4 - APPLICATION AUX MESURES D'ACTIVITE

4.1 - Introduction

4.2 - Calcul d'activité volumique à partir du signal net

4.3 - Estimation d'une activité totale

4.4 - Somme ou différence de 2 activités volumiques

4.5 - Moyenne des activités volumiques

4.6 - Cumul des activités

4.7 - Activité moyenne

4.8 - Remarques

5 - CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE

1 - INTRODUCTION

Le terme "limite de détection" dans les méthodes de mesure, recouvre souvent chez les expérimentateurs des notions et des formulations différentes.

Il a paru indispensable aux membres du groupe de travail "techniques analytiques utilisées en radioprotection" (Groupe de travail créé par le Délégué Central Sécurité du Groupe CEA en 1979) de se mettre d'accord sur une terminologie et sur des définitions communes.

A partir du livre de statistiques /3/ publié par le CEA, ainsi que de l'abondante littérature découlant en particulier du développement des mesures de radioactivité par spectrométrie gamma, et qui toutes font référence à l'article de Currie /1/ de 1968, nous avons tenté de faire ressortir le lien entre deux approches du problème. L'une à partir de l'incertitude aléatoire relative associée au résultat et l'autre à partir des risques d'erreur de 1^{ère} espèce et de 2^{ème} espèce que l'on peut tolérer.

Les définitions proposées sont applicables à de nombreux domaines. Plusieurs exemples sont donnés concernant les mesures de radioactivité par des méthodes de comptage.

2 - SEUIL DE DETECTION

2.1 - DEFINITION

L'expérimentateur dispose d'une valeur empirique S (résultat de mesure). Si la grandeur mesurée est constante, de valeur m_0 en général inconnue, l'erreur de mesure est la différence inconnue $(S - m_0)$. Le résultat de mesure S peut être en général considéré comme une variable aléatoire dont toutes les valeurs possibles constituent une population bien définie de moyenne m_S et d'écart-type σ_S .

La différence $m_S - m_0$ est l'erreur systématique globale, tandis que σ_S caractérise l'erreur aléatoire.

Si S est un taux de comptage, la grandeur mesurée est elle-même une variable aléatoire et la dispersion des valeurs de S s'explique à la fois par l'existence des erreurs de mesure et par la fluctuation du phénomène mesuré.

D'autre part, dans ce cas, l'erreur systématique est en général nulle et la moyenne m_S de la population des résultats de mesure est égale à la moyenne de la population des taux de comptage qu'il est virtuellement possible d'obtenir.

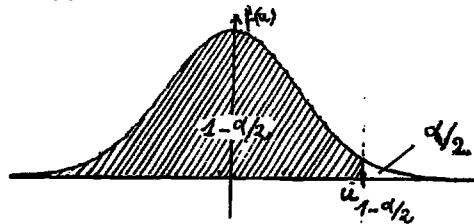
Da la valeur empirique S , il faut tirer des conclusions sur la valeur vraie m_0 . Celle-ci est inconnue, mais en général, on connaît, plus ou moins précisément, l'écart-type σ_S . Si de plus, on peut admettre que la distribution de S est approximativement normale, on montre que m_S a une probabilité voisine de $(1 - \alpha)$ d'être contenue dans l'intervalle :

$$S \pm u_{1-\alpha/2} \sigma_S \quad (1)$$

où $u_{1-\alpha/2}$ est donné par la

Table de la loi normale

Pour $(1-\alpha) = 0,95$, $u_{1-\alpha/2} = 2$



Cet intervalle est appelé intervalle de confiance de m_S au niveau de probabilité $1 - \alpha$. Son amplitude est souvent appelée incertitude aléatoire au niveau de probabilité $1-\alpha$. Dans ce qui suit, pour aligner sur la pratique de l'AFNOR, la valeur de α est fixée à 0,05.

D'autre part, l'écart-type relatif σ_S/S augmente quand S diminue, de sorte qu'on peut définir une valeur S_0 pour laquelle l'amplitude $2 \sigma_{S_0}$ de l'intervalle de confiance de m_{S_0} au niveau de probabilité 95% est égale à S_0 . Cette valeur est le seuil de détection :

Le seuil de détection est la valeur du résultat de mesure pour laquelle l'incertitude allatoire relative est égale à $\pm 100\%$ au niveau de probabilité 95 %.

Lorsque la mesure a donné un résultat égal à S_0 , l'amplitude de l'intervalle de confiance de m_S au niveau de probabilité 95% est :

$$S_0 = 2 \sigma_{S_0}$$

(2)

REMARQUE : S_0 est désigné par le terme "critical level" dans la littérature anglo-saxonne, /1/, /5/, /6/.

2.2 - EXPRESSION DU RESULTAT

On admet les conventions suivantes :

- Si $S \geq S_0$, le résultat est estimé par l'intervalle de confiance (1), ce qui s'écrit conventionnellement :

$$m_S = S \pm 2 \sigma_S \quad (3)$$

- Pour $S = S_0$, les limites de l'intervalle de confiance étant d'après (2), 0 et $2 S_0$ et la valeur de m_S étant par nature positive, l'expression (3) peut s'écrire :

$$m_S < 2 S_0 \quad (4)$$

- Si $S < S_0$, on dit que la valeur m_S n'est pas détectée et l'on écrit le résultat sous la forme (4).

3 - LIMITE DE DETECTION

Analysons plus précisément ce qui se passe lorsque la valeur vraie m_S varie de zéro à l'infini (Cf. figures page 5)

a) Si la valeur vraie $m_S = 0$: (Fig. 1)

La population des résultats de mesure a une moyenne nulle et un écart-type σ_0 voisin de σ_S . Soit α la probabilité d'obtenir un résultat S supérieur à S_0 donc, avec les conventions précédentes, d'adopter l'expression (3). Cette expression est incorrecte puisque :

$$\frac{\sigma_S}{S} < \frac{\sigma_{S_0}}{S_0} = \frac{1}{2}$$

donc :

$$2 \sigma_S < S$$

et l'intervalle (3) ne contient pas la valeur vraie $m_S = 0$: α est le risque de première espèce ou risque de conclure que la valeur vraie m_S est supérieure à zéro alors qu'elle est nulle.

Si on peut confondre σ_{S_0} avec σ_0 , on a :

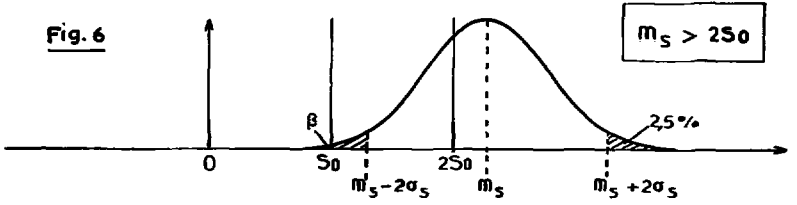
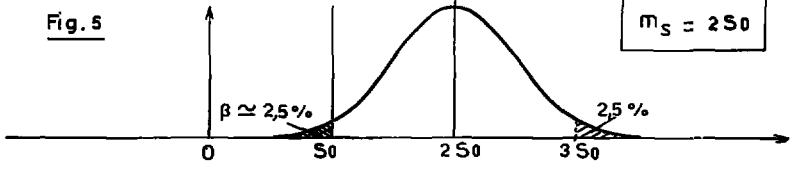
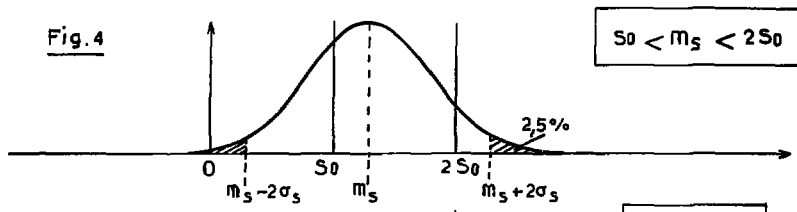
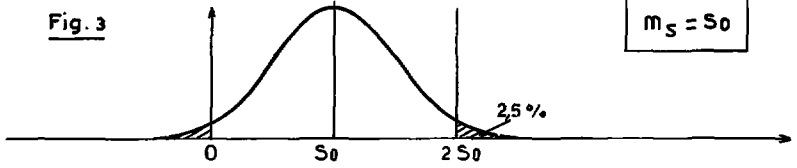
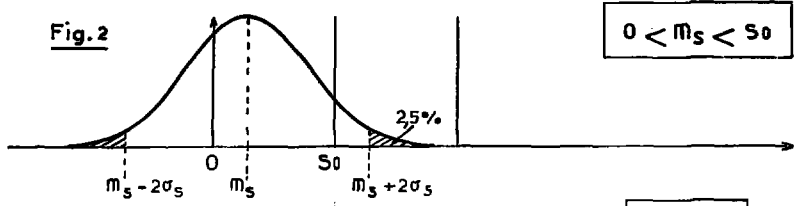
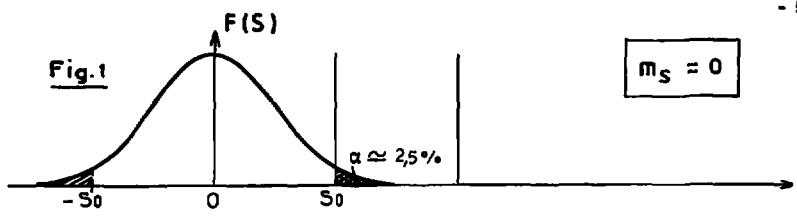
$$\alpha = \text{Prob} (S > S_0) \sim \text{Prob} (S > 2 \sigma_0) = 2,5\%$$

Par contre, lorsqu'on obtient $S < S_0$, on donne la réponse (4) qui est exacte. La probabilité de donner cette réponse est égale à :

$$1 - \alpha \sim 97,5\%$$

b) Lorsque m_S augmente en restant inférieur à $2 S_0$: (Fig. 2.3.4)

La probabilité d'avoir S supérieur à S_0 , c'est-à-dire de détecter le signal varie de 2,5% à 97,5%. La probabilité d'obtenir S inférieur à S_0 varie de 97,5% à 2,5%.



NB - Les parties hachurées représentent les risques d'erreur.

Lorsqu'on a obtenu S inférieur à S_0 , on écrit une réponse exacte :

$$m_S < 2 S_0 \quad (4)$$

Si, au contraire, S est supérieur à S_0 , la réponse est donnée sous la forme :

$$m_S = S \pm 2 \sigma_S \quad (3)$$

Cet intervalle contient la valeur m_S tant que S est inférieur à $(m_S + 2 \sigma_S)$. La probabilité de donner une réponse fautive est donc celle d'obtenir S supérieur à $(m_S + 2 \sigma_S)$, c'est-à-dire 2,5 %.

c) Lorsque $m_S = 2 S_0$: (Fig 5)

La probabilité β d'avoir $S < S_0 = m_S - 2 \sigma_{S_0}$ est égale à 2,5% si l'on peut confondre σ_{S_0} et la valeur de σ_S correspondant à $S = 2 S_0$. Dans le cas où $S < S_0$, le résultat est donné sous la forme :

$$m_S < 2 S_0 \quad (\div)$$

qui est erronée. β , ou risque de deuxième espèce, est donc le risque d'affirmer que la valeur vraie n'est pas détectée, c'est-à-dire qu'elle est inférieure à $2 S_0$, quand elle est, en réalité, égale à cette valeur. D'autre part, le risque d'obtenir S supérieur à :

$$m_S + 2 \sigma_S \sim 3 S_0$$

est encore égal à 2,5 %. Le risque total d'erreur est donc ici égal à 5%.

d) Lorsque m augmente au delà de $2 S_0$: (Fig. 6)

Le risque β donne la réponse fautive (4) diminue, mais le risque total d'erreur reste égal à 5 %.

Finalement, on voit qu'en adoptant le seuil de détection S_0 avec les conventions du paragraphe 2.2, on définit une valeur particulière de m_S égale à $2 S_0$. Cette valeur est désignée par m_D et est appelée limite de détection.

La limite de détection m_D est la plus petite valeur du signal vrai qui ait une probabilité au moins égale à $1 - \beta = 97,5\%$ d'être détectée. Elle est égale à :

$$m_D = 2 S_0 = 4 \sigma_{S_0} \quad (5)$$

On aurait pu définir m_D en se donnant à l'avance des risques α et β quelconques. Mais seules les valeurs $\alpha = \beta = 2,5\%$ permettent d'avoir les règles du paragraphe 2.2 qui sont cohérentes pour $S = S_0$ et telles que l'intervalle de confiance de m_S au niveau de probabilité 95% ne contienne que des valeurs positives.

REMARQUE : Il faut bien noter que le seuil de détection est une valeur du résultat de mesure, alors que la limite de détection est une valeur du signal vrai.

5 - APPLICATION AUX MESURES D'ACTIVITES

4.1 INTRODUCTION

Les exemples qui vont être donnés sont ceux qui se posent aux Services de Radioprotection pour les estimations d'activités rejetées ou pour le contrôle du Site. A partir de mesures effectuées en laboratoires sur des échantillons représentatifs, on détermine :

- SIGNAL NET S

L'expérimentateur dispose d'une valeur empirique S qui est un résultat de mesure exprimé : soit en nombre d'impulsions, soit en taux de comptage. Le signal net S correspond au taux de comptage dû uniquement aux désintégrations de la source radioactive. S est donc une différence de 2 valeurs : le taux de comptage observé (valeur brute) auquel est retranché le taux de comptage correspondant au "blanc" de l'ensemble de comptage : la valeur de S peut être négative, nulle ou positive.

S sera généralement exprimé en nombre de coups par minute ou nombre d'impulsions par minute.

- ACTIVITE VOLUMIQUE a

L'activité volumique d'un échantillon est établie à partir du signal net S multiplié par un facteur k, fonction du rendement de comptage, du volume d'échantillon et de l'équivalence activité-désintégration.

L'activité volumique a sera généralement exprimée en curie (Ci) ou Becquerel (Bq) par unité de volume.

REMARQUE : Le produit $kS = a$ peut être négatif, nul ou positif.

En pratique, l'activité volumique de l'échantillon ne peut être que nulle ou significative. Néanmoins, pour les bilans, il faut prendre en compte les valeurs kS nulles ou négative

- ACTIVITE A

L'activité A est déterminée en admettant que l'échantillon de mesure est représentatif, c'est-à-dire en utilisant la formule :

$$A = aV$$

V étant le volume total sur lequel l'échantillon a été prélevé.

- CUMUL D'ACTIVITE

Le cumul d'activités rejetées "C" ou "bilan", est égal à la somme des activités A_i mesurées au cours d'une période déterminée.

$$C = \sum A_i$$

Le cumul est exprimé dans la même unité que les activités A_i .

- MOYENNE DES ACTIVITES VOLUMIQUES \bar{a}

La moyenne des activités volumiques \bar{a} est établie à partir de la formule :

$$\bar{a} = \frac{\sum a_i}{n}$$

n étant le nombre d'échantillons mesurés, on note que la valeur \bar{a} est indépendante du volume V_i correspondant.

L'unité de \bar{a} est la même que celle utilisée pour l'activité volumique a_i .

- ACTIVITE VOLUMIQUE MOYENNE

L'activité moyenne est le quotient du cumul par la somme des volumes V_i

$$\frac{\sum a_i V_i}{\sum V_i} = \frac{\sum A_i}{\sum V_i} = \frac{C}{\sum V_i}$$

L'unité de cette activité volumique moyenne est la même que celle utilisée pour l'activité volumique a_i .

- Pour chacun des cas définis ci-dessus, nous calculerons la limite de détection et donnerons l'expression du résultat avec son incertitude associée.

REMARQUE : L'exploitation des mesures de radioactivité en continue n'est pas traitée dans ce document.

4.2 - CALCUL D'ACTIVITE VOLUMIQUE A PARTIR DU SIGNAL NET

a) Estimation du taux de comptage net et de sa variance :

La mesure du signal S est effectuée à partir de deux comptages :

- N_1 , sur bruit de fond, pendant un temps t_1 .
- N_2 , sur le signal et le bruit de fond, pendant un temps t_2 .

Les relations sont :

$$N_1 = B t_1 \text{ de variance } \sigma^2_{N_1} = B t_1$$

$$N_2 = (B + S) t_2, \text{ de variance } \sigma^2_{N_2} = (B + S) t_2$$

La valeur de S, ou taux de comptage net, est estimée par :

$$S = \frac{N_2}{t_2} - \frac{N_1}{t_1}$$

D'après les lois sur la composition des variances, la variance de S est :

$$\sigma^2_S = \frac{1}{t_2^2} \sigma^2_{N_2} + \frac{1}{t_1^2} \sigma^2_{N_1}$$

$$\sigma^2_S = \frac{B + S}{t_2} + \frac{B}{t_1}$$

Lorsque S est très faible, les temps t_1 et t_2 sont choisis égaux ($t_1 = t_2 = t$).

D'où :

$$\sigma^2_S = \frac{2B + S}{t}$$

et :

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{2B + S}{t}}$$

b) Seuil de détection S_0 :

- 11 -

La relation (2) devient :

$$S_0 = 2 \sqrt{\frac{2B + S_0}{t}}$$

La valeur de S_0 est donc la solution de l'équation du 2ème degré :

$$S_0^2 = 4 \frac{S_0}{t} + \frac{8B}{t}$$

La solution de cette équation est :

$$S_0 = \frac{2}{t} [1 + \sqrt{1 + 2 B t}] \quad (6)$$

$$\text{soit } S_0 = \frac{2}{t} [1 + \sqrt{1 + 2 N_1}]$$

- si $2Bt$ est grand par rapport à 1, on peut utiliser la formule simplifiée :

$$S_0 = 2 \sqrt{\frac{2B}{t}} \quad (6 \text{ bis})$$

- si au contraire les temps de mesures du bruit de fond et de l'échantillon sont très différents, la relation (2) s'écrira :

$$S_0 = 2 \sqrt{\frac{B + S_0}{t_2} + \frac{B}{t_1}}$$

et la solution de cette équation devient :

$$S_0 = \frac{2}{t_2} + \sqrt{\frac{4}{t_2^2} + 4 B \left(\frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_1} \right)} \quad (6 \text{ ter})$$

c) Limite de détection m_0 :

D'après (5), dans tous les cas, $m_0 = 2 S_0$

D'où, si $t_1 = t_2 = t$:

$$m_0 = \frac{4}{t} [1 + \sqrt{1 + 2 B t}] \quad (7)$$

et si Bt est grand devant 2 :

$$m_0 = 4 \sqrt{\frac{2B}{t}} \quad (7 \text{ bis})$$

d) Expression de l'activité volumique a :

$$a = k S$$

Si on peut admettre que k n'est pas aléatoire (erreur négligeable sur le volume de l'échantillon), seule la valeur S est aléatoire, et on en déduit la variance sur l'activité volumique :

$$\sigma_a^2 = k^2 \sigma_S^2$$

D'où en appliquant la relation (5), la limite de détection a_D sur l'activité volumique est :

$$a_D = 4 \cdot \sigma_{a_D} \quad (8)$$

d'où :

$$a_D = 4 k \sigma_{S_0}$$

et :

$$a_D = 2 k S_0 \quad (9)$$

L'expression du résultat de l'activité volumique se fera alors comme suit :

$S < S_0$	$0 < a < a_D$
$S > S_0$	$kS - \epsilon_a \leq a < kS + \epsilon_a$

L'incertitude ϵ_a (ou amplitude de l'intervalle de confiance au niveau de probabilité 95%) devra alors tenir compte des erreurs aléatoires et des erreurs systématiques. La combinaison des erreurs, si elles sont indépendantes devant être quadratique.

D'où si σ_a^2 est la variance des erreurs systématiques (provenant essentiellement de l'incertitude sur l'étalonnage, donc sur le facteur k).

$$e_a = 2 \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_a'^2}$$

4.3 - ESTIMATION D'UNE ACTIVITE TOTALE

a) Expression de l'activité totale et de sa variance d'erreur aléatoire

Le résultat de mesure étant donné en activité volumique a, l'activité rejetée A est donnée par la formule :

$$A = V_a$$

où V est le volume total.

La variance d'erreur aléatoire de A se déduit de celles de a et de V par la relation :

$$\sigma_A^2 = V^2 \sigma_a^2 + a^2 \sigma_V^2$$

b) Limite de détection A_D

d'après (5) la limite de détection est :

$$A_D = 4 \sigma_{A_D}$$

soit :

$$A_D = 4 V \sigma_{a_D}$$

et d'après (8) :

$$A_D = V a_D$$

(10)

c) Expression du résultat :

$0 < a < a_D$	$0 < m_A < A_D$
$a > a_D$	$V a - \epsilon_A < m_A < V a + \epsilon_A$

De même que pour l'exemple 4-2, l'incertitude ϵ_A est la combinaison quadratique des erreurs aléatoires de variance σ_A^2 et des erreurs systématiques de variance $\sigma'_A{}^2$

Soit : $\epsilon_A = 2 \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma'_A{}^2}$

où $\sigma_A = V \sigma_a$ si on peut négliger les erreurs aléatoires sur V
 et $\sigma'_A = V \sigma'_a$ si on peut négliger les erreurs systématiques sur V

REMARQUE : Pour la publication d'un résultat de rejet, seules les valeurs a_i , V_i et A_i sont à retenir. Le tableau 2 en donne un exemple.

4.4 - SOMME OU DIFFERENCE DE 2 ACTIVITES VOLUMIQUES

a) Expression de l'activité volumique et de sa variance d'erreur aléatoire.

Soit à calculer une activité volumique par somme ou différence de 2 activités volumiques a_p .

(Il pourrait s'agir par exemple du calcul de l'activité d'un liquide à partir des mesures séparées des parties "soluble" et "insoluble", ou bien sur les parties "eau brute" et "eau filtrée").

D'où : $a = a_1 \pm a_2$

REMARQUE 1 : Il faut souligner que le calcul de a doit être impérativement effectué à partir des valeurs brutes a_i , même lorsque celles-ci sont inférieures à leur limite de détection respective.

La variance d'erreur aléatoire de a est :

$$\sigma_a^2 = \sigma_{a_1}^2 + \sigma_{a_2}^2$$

b) Limite de détection a_D

D'après (5), on obtient :

$$a_D = 4 \sigma_{a_D}$$

soit :

$$a_D = 4 \sqrt{\sigma_{a_1}^2 + \sigma_{a_2}^2} = \sqrt{a_{D_1}^2 + a_{D_2}^2} \quad (11)$$

REMARQUE 2 : Cet exemple montre que les valeurs brutes a_i des activités volumiques sont également nécessaires en vue des calculs suivants, ainsi que les écarts-types d'erreurs aléatoires et systématiques donnés séparément. En effet, l'écart-type d'erreur aléatoire permet de calculer une limite de détection, alors que l'écart-type d'erreur systématique permet de calculer l'amplitude de l'intervalle de confiance du résultat. Le tableau 1 donne un exemple de feuille de résultat de mesure à fournir après mesure par comptage.

c) Expression des résultats :

$a < 2 \sigma_a$	$0 < m_a < a_D$
$a > 2 \sigma_a$	$a - \epsilon_a < m_a < a + \epsilon_a$

De même que dans les exemples précédents

$$\epsilon_a = 2 \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma'_a{}^2}$$

mais dans ce cas, l'écart-type d'erreur systématique est la somme des écarts-types de a_1 et a_2

$$\sigma'_a = \sigma'_{a_1} + \sigma'_{a_2}$$

4.5 - MOYENNE DES ACTIVITES VOLUMIQUES

a) Calculs

Soit à calculer la moyenne \bar{a} des activités volumiques a_i des solutions mesurées

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_1^n a_i$$

La variance d'erreur aléatoire est alors :

$$\sigma_{\bar{a}}^2 = \frac{1}{n^2} \sum_1^n \sigma_{a_i}^2$$

et la limite de détection de cette moyenne est donc :

$$\bar{a}_D = 4 \sigma_{\bar{a}}$$

soit :

$$\bar{a}_D = \frac{4}{n} \sqrt{\sum_1^n \sigma_{a_i}^2} \quad (12)$$

L'amplitude de l'intervalle de confiance de \bar{a} est :

$$\epsilon_{\bar{a}} = 2 \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_{a_i}^2}$$

REMARQUE : Comme pour l'exemple précédent, les remarques 1 à 3 sont valables et il est nécessaire de disposer :

- des valeurs brutes des résultats intermédiaires a_i
- des variances aléatoires et systématiques des a_i exprimées séparément.

b) Expression du résultat :

$\bar{a} < 2 \sigma_{\bar{a}}$	$0 < m_{\bar{a}} < 4 \sigma_{\bar{a}}$
$a > 2 \sigma_{\bar{a}}$	$\bar{a} - \epsilon_{\bar{a}} < m_{\bar{a}} < \bar{a} + \epsilon_{\bar{a}}$

4.6 - CUMUL DES ACTIVITES REJETEES

a) Calcul du cumul et de sa variance d'erreur aléatoire.

Nous voulons calculer l'activité totale rejetée C pendant une période donnée, \bar{a} à partir des activités A_i de chaque rejet indépendant.

D'où :

$$C = \sum A_i$$

Soit :

$$C = \sum V_i a_i$$

où les a_i sont les valeurs brutes mesurées, comme dans les exemples 4-4 et 4-5.

La variance aléatoire de C est :

$$\sigma_C^2 = \sum \left[V_i^2 \sigma_{a_i}^2 + a_i^2 \sigma_{V_i}^2 \right]$$

b) Limite de détection C_D

$$C_D = 4 \sigma_C$$

soit :

$$C_D = 4 \sqrt{\sum \left[V_i^2 \sigma_{a_i}^2 + a_i^2 \sigma_{V_i}^2 \right]} \quad (13)$$

c) Expression du résultat

$C \leq 2 \sigma_C$	$0 < m_C < C_D$
$C > 2 \sigma_C$	$C - \epsilon_C < m_C < C + \epsilon_C$

Ici encore, l'amplitude de l'intervalle de confiance ϵ_C doit tenir compte des erreurs aléatoires et systématiques. Si les erreurs systématiques sur les volumes sont négligeables :

$$\epsilon_C = 2 \sqrt{\sigma_C^2 + (\sum V_i \sigma'_{a_i})^2}$$

Si l'erreur systématique sur les volumes, σ'_V n'est pas négligeable, il faudra inclure un terme supplémentaire. Soit :

$$\epsilon_C = 2 \sqrt{\sigma_C^2 + (\sum V_i \sigma'_{a_i})^2 + (\sum a_i)^2 \sigma_V'^2}$$

REMARQUE : Ici encore, il est clair que pour permettre à l'utilisateur d'effectuer des calculs de cumul, il faut lui fournir dans la feuille de résultat (tableau 1) les valeurs brutes a_i et les écarts-types aléatoires et systématiques indépendamment. Les volumes rejetés V_i pouvant être chaque fois différents, le calcul d'un cumul C devient complexe et il est conseillé d'utiliser des feuilles de cumul selon le schéma du tableau 3.

TABEAU 3 : Dans l'exemple qui est donné, les erreurs aléatoires et systématiques sur les volumes V ne sont pas prises en compte. Par ailleurs, dans le cas d'activité très faible on voit que les erreurs systématiques sont négligeables par rapport aux erreurs aléatoires ce qui simplifie le calcul de ϵ_C .

4.7 - ACTIVITE VOLUMIQUE MOYENNE x

a) Calcul de x et de sa variance d'erreur aléatoire.

L'activité volumique moyenne x rejetée pendant une période donnée peut se déduire du cumul C par la relation :

$$x = \frac{C}{\sum V_i}$$

La variance aléatoire sur x est :

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum V_i^2 \sigma_{a_i}^2}{(\sum V_i)^2}$$

b) Limite de détection :

$$x_D = 4 \sigma_x$$

soit :

$$x_D = \frac{4}{\sum V_i} \sqrt{\sum (V_i^2 \sigma_{a_i}^2)} \quad (14)$$

c) Expression du résultat :

$$\begin{array}{ll} x < 2 \sigma_x & 0 < m_x < x_D \\ x > 2 \sigma_x & x - \epsilon_x < m_x < x + \epsilon_x \end{array}$$

L'amplitude de l'intervalle de confiance est :

$$\epsilon_X = 2 \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_X'^2}$$

avec :

$$\sigma_X' = \frac{\sum V_i \sigma_{a_i}'}{\sum V_i} \quad \text{si les erreurs systématiques sur } V \text{ sont négligeables}$$

$$\text{ou : } \sigma_X' = \frac{\sum V_i \sigma_{a_i}'}{\sum V_i} + \frac{1}{\sum V_i} (\sum a_i)^2 \sigma_V'^2, \text{ si les erreurs systématiques sur } V \text{ ne sont pas négligeables.}$$

CAS PARTICULIER : Si tous les V_i sont égaux :

$$\epsilon_X = 2 \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{n} + \sigma_a'^2}$$

4.8 - REMARQUES

Les différents exemples évoqués montrent que les mesures de radioactivité dans le cadre de la Radioprotection (dans les rejets ou pour la surveillance du site) se font presque toujours en deux parties

a) Mesure d'une activité volumique

La plus souvent effectuée en laboratoire et donnant lieu à une feuille de résultats de mesures (Cf. Tableau 1) qui doit indiquer les valeurs brutes a_i , les écarts-types d'erreurs aléatoires et d'erreurs systématiques et l'interprétation du résultat tenant compte des limites de détection.

Cependant, pour une publication de résultats, les valeurs brutes ne doivent pas apparaître dans le cas où elles sont inférieures au seuil de détection. Dans ce cas, la valeur estimée sera comprise entre 0 et la limite de détection (Cf. tableau 2).

b) Calcul de cumul ou de moyenne

Ces calculs seront faits en utilisant la feuille de cumul du Tableau 3. Ils doivent tous être effectués à partir des valeurs brutes de l'activité volumique. Les limites de détection seront recalculées chaque fois à partir de l'écart-type d'erreur aléatoire.

5 - CONCLUSION

La définition du seuil de détection S_0 comme valeur du résultat de mesure pour laquelle l'incertitude aléatoire relative est égale à 100% au niveau de probabilité 95%, permet d'en effectuer le calcul de manière simple dans de nombreux domaines d'applications. Plusieurs exemples intéressants les mesures d'activité en Radioprotection le prouvent, mais la même définition est également utilisée dans le dépouillement des spectres gamma par Ge-Li /4/, /6/, ainsi que dans l'exploitation des résultats d'analyses chimiques /5/.

Le seuil de détection étant calculé, il a été démontré que l'estimation de la valeur vraie m_s fait intervenir une limite de détection correspondant au double du seuil de détection, et qui doit seule être prise en compte pour l'expression du résultat final dans le cas où la valeur mesurée est inférieure au seuil de détection.

Enfin, il a été démontré que si l'on respecte ces conventions, le risque de première espèce - ou risque de conclure que la valeur vraie m_s est supérieure à zéro alors qu'elle est nulle - est de 2,5%, et que le risque de deuxième espèce - ou risque d'affirmer que la valeur vraie n'est pas détectée alors qu'elle est égale à la limite de détection - est également de 2,5%.

BIBLIOGRAPHIE

- /1/ - LHOYD A. CURRIE
Limits of qualitative detection and quantitative determination
Application to Radiochemistry
Analytical Chemistry - 1968, 40 (3) 586.
- /2/ - Jack S. DONN and R.J. WOLKE
Statistical interpretation of counting data from measurements
Statistical interpretation of counting data from measurements
of low-level activity.
Health Physics - 1977, 32,1
- /3/ - C.E.A.
Statistique appliquée à l'exploitation des mesures
Ed. Masson 1978.
- /4/ - Groupe de travail "Spectrométrie gamma" du Comité d'Instrumentation de
la Radioprotection.
Limite de détection au rayonnement gamma des spectromètres équipés
de détecteur à semi-conducteur.
CEA - R - 4919 - 1978.
- /5/ - R. GABRIELS
A general method for calculating the detection limit in chemical ana-
lysis.
Analytical chemistry, 1970, 42 (12) 1439.
- /6/ - V.C. ROGERS
Detection limits for gamma-ray spectral analysis.
Analytical Chemistry, 1970, 42 (7) 807.

TABLEAU 1

RESULTAT DE MESURE DE L'ACTIVITE VOLUMIQUE

Exemple de la mesure de 7 échantillons en vue d'un calcul de cumul (cf tab. 3)

Identification de l'échantillon	mesure α		Résultat
	Valeur brute* pCi/l	Ecart-type d'erreurs aléatoires* pCi/l	Activité volumique et erreur totale (P=0,95)** pCi/l
1	2,1	0,8	2,1 ± 1,6
2	2,6	0,85	2,6 ± 1,7
3	1,3	0,8	< 3,2
4	1,2	0,8	< 3,2
5	1,0	0,8	< 3,2
6	1,1	0,8	< 3,2
7	1,4	0,8	< 3,2

* Valeurs à utiliser pour le calcul du cumul (Cf. Tableau 3)

** L'erreur totale ne tient pas compte d'une erreur systématique constante de ± 10 %, négligeable dans ce cas-ci devant les erreurs aléatoires.

TABLEAU 2

PUBLICATION DE RESULTAT

Identification du rejet	Activité volumique pCi/l	Volume m ³	Activité μCi
1 -10-81	2,1 ± 1,6	1900	4,0 ± 3,1
2 "	2,6 ± 1,7	4500	11,7 ± 7,6
3 "	< 3,2	3700	< 11,8
4 "	< 3,2	3900	< 12,5
5 "	< 3,2	4700	< 15,0
6 "	< 3,2	4600	< 14,7
7 "	< 3,2	5800	< 18,6

TABLEAU 3

CALCUL DE CUMUL D'ACTIVITE

N° Rejet	(1) Activité volumique a_i $\mu\text{Ci/l}$	(2) Ecart-type aléatoire σ_{a_i} $\mu\text{Ci/l}$	(3) Volume rejeté V_i m^3	(4) Ecart-type aléatoire σ_{V_i} m^3	(5) Activité rejetée $A_i = a_i V_i$ μCi	(6) Variance aléatoire $\sigma_{A_i}^2$	(7) Ecart-type systématique σ'_{A_i}
1	2,1	0,8	1900	0	4,0	2,3	< 0,1
2	2,6	0,85	4500	0	11,7	14,6	0,6
3	1,3	0,8	3700	0	4,8	8,8	< 0,1
4	1,2	0,8	3900	0	4,7	9,7	< 0,1
5	1,0	0,8	4700	0	4,7	14	< 0,1
6	1,1	0,8	4600	0	5,1	13,5	< 0,1
7	1,4	0,8	5800	0	8,1	21,5	< 0,1
					$\Sigma A_i = C$ $= 43,1$	$\Sigma \sigma_{A_i}^2 = \sigma_C^2$ $= 84$	$\Sigma \sigma'_{A_i} = \sigma'_C$ < 1

Cumul C = 43,1 μCi
 Ecart-type $\sigma_C = \sqrt{84}$ = 9 μCi
 Seuil critique = $2 \sigma_C$ = 18 μCi
 Limite de détection = $4 \sigma_C = m_D$ = 36 μCi
 Intervalle de confiance
 $e_C = 2\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_C'^2}$ = 18 μCi

RESULTAT

<p>C > 18 μCi donc C = $49 \pm 18 \mu\text{Ci}$</p>
--

* Calcul de la variance aléatoire : $\sigma_{A_i}^2 = V_i^2 \sigma_{a_i}^2 + a_i^2 \sigma_{V_i}^2$

<p>soit (6) = $(2)^2 (3)^2 + (1)^2 (4)^2$</p>
--

*Achévé d'imprimer
par
le CEA, Service de Documentation, Saclay
Janvier 1983*

DEPOT LEGAL
1er trimestre 1983

ISSN 0429 - 3460

La diffusion des rapports et bibliographies du Commissariat à l'Energie Atomique est assurée par le Service de Documentation, CEN-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cédex, (France)

Reports and bibliographies of the Commissariat à l'Energie Atomique are available from the Service de Documentation, CEN-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cédex, (France)



*Edité par
le Service de Documentation
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay*

91191 GIF-sur-YVETTE Cédex (France)

