

THÈSE  
présentée  
A L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE GRENOBLE  
pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE 3<sup>ème</sup> CYCLE  
EN PHYSIQUE DES PARTICULES

par

Christian MALLEVILLE

TRAITEMENT GENERAL D'UNE CONDITION  
DE JAUGE NON LINEAIRE

Soutenu le 15 JUIN 1982 devant la Commission d'examen

ARVIEU R. ....	Président
ALESSANDRINI V. ....	Examineurs
GIRARDI G. ....	
SORBA P. ....	
STORA R. ....	

UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE  
DE GRENOBLE

année universitaire 1981-1982

Président de l'Université : M. TANCHE

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE L'U.S.M.G.

PROFESSEURS DE 1ère CLASSE

M<sup>lle</sup> AGNIUS DELORD Claudine

ALARY Josette

M<sup>m</sup>. AMBLARD Pierre

AMBROISE THOMAS Pierre

ARNAUD Paul

ARVIEU Robert

AUBERT Guy

AYANT Yves

M<sup>me</sup> BARBIER Marie-Jeanne

M<sup>m</sup>. BARBIER Jean-Claude

BARJON Robert

BARNOUD Fernand

BARRA Jean-René

BEAUDOING André

BELORISK/ Elie

BENZADEN Claude

M<sup>me</sup> BERTEL HÉLÈNE

M<sup>m</sup>. BERNARD Alain

M<sup>me</sup> BERTRANDIAS Françoise

M<sup>m</sup>. BERTRANDIAS Jean-Paul

BEZES Henri

BILLET Jean

BONNET Jean-Louis

BONNET EYMARD Joseph

M<sup>me</sup> BONNIER Jane Marie

M<sup>m</sup>. BOUCHERLE André

BOUCHET Yves

Biophysique

Chimie analytique Fac. LA TRONCHE

Clinique dermatologique CHR LES SABLONS

Parasitologie CHR LES SABLONS

Chimie organique

Physique nucléaire I.S.N.

Physique C.N.R.S.

Physique approfondie

Electrochimie

Physique expérimentale C.N.R.S.

(labo. de magnétisme)

Physique nucléaire I.S.N.

Biosynthèse de la cellulose-Biologie

Statistiques - Maths appliquées

Clinique pédiatrie et puériculture-LATREILLE-

Physique C.E.N.G. - D.R.F.

Mathématiques pures

Pharmacodynamie Fac. LA TRONCHE

Mathématiques pures

Mathématiques pures

Mathématiques pures

Clinique chirurgicale & traumat. Hôp. SUD

Géographie

Clinique ophtalmologie Fac. LES SABLONS

Clinique hépato-gastro-entéro Fac. SABLONS

Chimie générale

Chimie et toxicologie Fac. MEYLAN

Anatomie Fac. "La Merci"

MM. BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire I.S.N.
SKAVARD Yves	Géographie
BUTEL Jean	Orthopédie CHR LES SABLONS
CABANEL Guy	Clinique rhumatologie et hydro. SABLONS -
CARTIER Georges	Biologie végétale
CAU Gabriel	Médecine légale et toxicologie Fac. SABLONS
CAUQUIS Georges	Chimie organique
CHARACHON Robert	Clinique O.R.L. CHR LES SABLONS
CHAMPETIER Jean	Anatomie topographique et app. Fac. "La Merci"
CHATEAU Robert	Clinique neurologique CHR LES SABLONS
CHIBON Pierre	Biologie animale
COLIN DE VERDIERE Yves	Mathématiques pures
COUDERC Pierre	Anatomie pathologique CHR LES SABLONS
CRASBE Pierre	C.E.R.M.O.
CUSSAC Max	Chimie thérapeutique Fac. LA TRONCHE
CYROT Michel	Physique du solide
DAMAS Max	Géographie
DEBELMAS Jacques	Géologie générale
DEGRANGE Charles	Zoologie
DELOBEL Claude	M.I.A.G. Mathématiques appliquées
DELORMAS Pierre	Pneumo-phthisiologie CHR Pav. D1
DENENGE Charles	Pharmacodynamique Fac. LA TRONCHE
DENTIS Bernard	Clinique cardiologique CHR LES SABLONS
DEPORTES Charles	Chimie minérale
DESRE Pierre	Electrochimie
DODU Jacques	Mécanique appliquée IUT 1
DOLIQUE Jean-Michel	Physique des plasmas
DUCROS Pierre	Cristallographie
FAURE Jacques	Médecine légale (interne & toxicologie) SABLON
FONTAINE Jean-Marc	Mathématiques pures
GAGNAIRE Didier	Chimie physique
GASTINEL Noël	Analyse numérique Mathématiques appliquées
GAVEND Jean-Michel	Pharmacologie Fac. "La Merci"
GEINDRE Michel	Electro-radiologie CHR LES SABLONS
GERBER Robert	Mathématiques pures
GERMAIN Jean-Pierre	Mécanique
GIRAUD Pierre	Géologie
IDELMAN Simon	Physiologie animale

MM. JANIN Bernard  
JEANNIN Charles  
JOLY Jean-René  
JULLIEN Pierre  
KAHANNE André  
Mme KAHANNE Josette  
MM. KLEIN Joseph  
KOSZUL Jean-Louis  
KRAKÓWIAK Sacha  
KUPTA Yvon  
LACAZE Albert  
LACHARNE Jean  
Mme LAJZEROWICZ Jeannine  
MM. LAJZEROWICZ Joseph  
LATRETTE René  
LATURAZE Jean  
LAURENT Pierre  
DE LEIRIS Joël  
LE NOC Pierre  
LLIBOUTRY Louis  
LOISEAUX Jean-Marie  
LOUP Jean  
LHU DUC Cuong  
MACHE Régis  
MALINAS Yves  
Mlle MARTOTTE Anne-Marie  
MM. MAYNARD Roger  
MAZARE Yves  
MICHEL Robert  
MICLOUD Max  
NOURIQUAND Claude  
NEGRE Robert  
NOZIERES Philippe  
OMONT Alain  
OZENDA Paul  
PAVAN Jean-Jacques  
PEBAY PEYROULA Jean-Claude  
PERRET Jean  
PERRIAUX Jacques

Géographie  
Pharmacie galénique Fac. MEYLAN  
Mathématiques pures  
Mathématiques appliquées  
Physique  
Physique  
Mathématiques pures  
Mathématiques pures  
Mathématiques appliquées  
Mathématiques pures  
Thermodynamique  
Biologie cellulaire Fac. MEYLAN  
Physique  
Physique  
Chirurgie thoracique CHR LES SABLONS  
Biochimie pharmaceutique Fac. LA TRONCHE  
Mathématiques appliquées  
Biologie  
Bactériologie virologie Fac. "La Merci"  
Géophysique  
Sciences nucléaires I.S.N.  
Géographie  
Chimie générale et minérale Fac. LA TRONCHE  
Physiologie végétale  
Clinique obstétricale CHR pav. maternité  
Pharmacognosie Fac. LA TRONCHE  
Physique du solide  
Clinique médicale A CHR pav. D. Villars  
Minéralogie et pétrographie (géologie)  
Clinique maladie infectieuses CHR LES SABLONS  
Histologie Fac. "La Merci"  
Génie civil IUT 1  
Spectrométrie - Physique  
Astrophysique  
Botanique (biologie végétale)  
Mathématiques pures  
Physique  
Sémiologie médicales (neurologie)  
Géologie

MM. PERRIER Guy  
PIERRARD Jean-Marie  
RACHAIL Michel  
RASSAT André  
RENARD Michel  
Mme RENAUDET Jacqueline  
MM. REVOL Michel  
RICHARD Lucien  
Mme RINAUDO Marguerite  
MM. ROCHAT Jacques  
DÉ ROUGEMONT Jacques  
SARRAZIN Roger  
Mme SEIGLE MURANDI Françoise  
MM. SENDEL Philippe  
SERGERAERT Francis  
SISILLE Robert  
SOUTIF Michel  
TANCHE Maurice  
VAILLANT François  
VALENTIN Jacques  
VAN CUTSEM Bernard  
VAUQUOIS Bernard  
Mme VERAÏN Alice  
MM. VERAÏN André  
VIGNAIS Pierre  
VIALON Pierre

Géophysique  
Mécanique  
Clinique médicale B CHR Calmettes Guérin  
Chimie systématique  
Thermodynamique  
Bactériologie Fac. LA TRONCHE  
Urologie CHR LES SABLONS  
Biologie végétale  
Chimie CERMAV  
Hygiène et hydrologie Fac. LA TRONCHE  
Neuro-chirurgie CHR LES SABLONS  
Clinique chirurgicale B CHR LES SABLONS  
Botanique et cryptomanie Fac. MEVLAN  
Biologie animale  
Mathématiques pures  
Construction mécanique IUT 1  
Physique  
Physiologie Fac. "La Merci"  
Zoologie  
Physique nucléaire I.S.N.  
Mathématiques appliquées  
Mathématiques appliquées  
Pharmacie galénique Fac. MEVLAN  
Biophysique Fac. "La Merci"  
Biochimie médicale Fac. "La Merci"  
Géologie

PROFESSEURS DE 2<sup>ème</sup> CLASSE

MM. ABIBA Michel  
ARMAND Yves  
ARMAND Gilbert  
AURIAULT Jean-Louis  
BEGUIN Claude  
SOEHLER Jean-Paul  
BOITET Christian  
BORNAREL Jean  
BOUTHINON Michel  
BRUGEL Lucien  
CASTAING Bernard  
CHARDON Michel

Mathématiques pures  
Chimie IUT 1  
Géographie  
Mécanique  
Chimie organique  
Mécanique  
Mathématiques appliquées  
Physique  
EEA. IUT 1  
Energétique IUT 1  
Physique  
Géographie

MM. CHEHIKIAN Alain  
CHENAVAS Jean  
COHENADDAD Jean-Pierre  
CONTE René  
DENÉVILLE Alain  
DÉPASSEL Roger  
DOUCE Roland  
DUFRESNOY Alain  
GASPARD François  
GAUTRON René  
GIDON Maurice  
GIGNOUX Claude  
GOSSE Jean-Pierre  
GROS Yves  
GUITTON Jacques  
HACQUES Gérard  
HERBIN Jacky  
HICTER Pierre  
JOSELEAU Jean-Paul  
KERCKOVE Claude  
KUHN Gérard  
LEBRETON Alain  
Mme LONGEQUEUE Nicole  
MM. LUCAS Robert  
LUNA Domingo  
MASCLE Georges  
MICHOUILLER Jean  
Mme MINIER Colette  
MM. NEMOZ Alain  
NOUGARET Marcel  
OUDET Bruno  
PEFFEN René  
PELMONT Jean  
PERARD Jacques  
PERRAUD Robert  
PERRIN Claude  
PFISTER Jean-Claude  
PIBOULE Michel  
PIERRE Jean-Louis

EEA IUT 1  
Physique IUT 1  
Physique  
Physique IUT 1  
Physique  
Mécanique des fluides  
Physiologie végétale  
Mathématiques pures  
Physique  
Chimie  
Géologie  
Sciences nucléaires I.S.N.  
EEA IUT 1  
Physique IUT 1  
Chimie  
Mathématiques appliquées  
Géographie  
Chimie  
Biochimie  
Géologie  
Physique IUT 1  
Mathématiques appliquées  
Sciences nucléaires I.S.N.  
Physiques  
Mathématiques pures  
Géologie  
Physique IUT 1  
Physique IUT 1  
Thermodynamique (CNRS - CRTBT)  
Automatique IUT 1  
Mathématiques appliquées  
Métallurgie IUT 1  
Biochimie  
EEA IUT 1  
Chimie IUT 1  
Sciences nucléaires I.S.N.  
Physique du solide  
Géologie  
Chimie organique

Mlle PIERV Yvette  
MM. RAYNAUD Hervé  
ROBERT Gilles  
ROBERT Jean-Bernard  
ROSSI André  
SAKAROVITCH Michel  
SARROT RAYNAUD Jean  
SAXOD Raymond  
Mlle SOUTIF Jeannine  
Mlle. SCHOOL Pierre-Claude  
STUTZ Pierre  
SUBRA Robert  
VIDAL Michel  
VIVIAN Robert

Physiologie animale  
Mathématiques appliquées  
Mathématiques pures  
Chimie physique  
Physiologie végétale  
Mathématiques appliquées  
Géologie  
Biologie animale  
Physique  
Mathématiques appliquées  
Mécanique  
Chimie  
Chimie organique  
Géographie

PROFESSEURS SANS CHAIRE (médecine)

MM. BARGE Michel  
BOST Michel  
BOUCHARLAT Jacques  
CHAMBAZ Edmond  
COLOMB Maurice  
COULOMB Max  
Mme ETERRADOSSI Jacqueline  
MM. GROLADE Joseph  
HOLLARD Daniel  
HUGONOT Robert  
JALBERT Pierre  
MAGNIN Robert  
PHELIP Xavier  
RACINET Claude  
REYMOND Jean-Charles  
STIEGLITZ Paul  
VROUSOS Constantin

Neuro-chirurgie CHR LES SABLONS  
Pédiatrie CHR Enfants 1  
Psychiatrie Hôpital Sud  
Biochimie (hormonologie) CHR Pav. P. Génin  
Biochimie Hôpital Sud  
Radiologie Hôpital Sud  
Physiologie Fac. "La Merci"  
Biochimie (A) CHR LES SABLONS  
Hématologie CHR LES SABLONS  
Gérontologie CHR Pav. Chatin  
Histologie Fac. "La Merci"  
Hygiène Fac. "La Merci"  
Rhumatologie CHR LES SABLONS  
Gynécologie obstétrique Hôpital Sud  
Chirurgie générale 1, rue de la Liberté  
Anesthésiologie CHR LES SABLONS  
Radiothérapie CHR LES SABLONS

MAITRES DE CONFERENCES AGREGES (médecine)

MM. BACHELOT Yvan  
BENABID Alim Louis  
BERNARD Pierre  
CONTAMIN Charles  
JORDONNIER Daniel

Endocrinologie CHR LES SABLONS  
Médecine et chirurgie CHR LES SABLONS  
Gynécologie obstétrique CHR Pav. P. Génin  
Chirurgie thoracique CHR LES SABLONS  
Néphrologie CHR LES SABLONS

MM. CROUZET Guy  
DEBRU Jean-Luc  
DUPRE Alain  
DYON Jean-François  
FAURE Claude  
FAURE Gilbert  
FLOYRAC Roger  
FOURNET Jacques  
GIRARDET Pierre  
GUIDICELLI Henri  
GUIGNIER Michel  
JUNIEN-LAVILLAURROY Claude  
KOLODIE Lucien  
LETOUBLON Christian  
MASSOT Christian  
MOUILLON Michel  
PARAMELLE Bernard  
RAMBAUD Pierre  
RAPHAEL Bernard  
SCHAERER René  
SEIGNEURIN Jean-Marie  
SOTTO Jean-Jacques  
STOEBNER Pierre

Radiologie CHR LES SABLONS  
Médecine interne CHR LES SABLONS  
Chirurgie générale CHR LES SABLONS  
Chirurgie infantile CHR LES SABLONS  
Anatomie et organogénèse Fac. "La Merci"  
Urologie CHR LES SABLONS  
Biophysique Fac. "La Merci"  
Hépto-gastro-entérologie CHR LES SABLONS  
Anesthésiologie CHR LES SABLONS  
Chirurgie générale CHR LES SABLONS  
Thérapeutique (réanimation) CHR LES SABLONS  
Clinique ORL CHR LES SABLONS  
Hématologie biologie CHR LES SABLONS  
Chirurgie générale CHR LES SABLONS  
Médecine interne CHR Pav. D. Villars  
Ophtalmologie CHR LES SABLONS  
Pneumologie CHR Pav. D2  
Pédiatrie CHR Médecine Néonatale  
Stomatologie CHR LES SABLONS  
Cancérologie CHR LES SABLONS  
Bactériologie-virologie Fac. "La Merci"  
Hématologie CHR LES SABLONS  
Anatomie-pathologique CHR LES SABLONS

## TABLE DES MATIERES

### INTRODUCTION

### PREMIERE PARTIE THEORIE DE JAUGE ET CONDITIONS DE JAUGE

#### CHAPITRE 1

BREF REGARD SUR LES THEORIES DE JAUGE ET LA BRISURE SPONTANEE DE SYMETRIE A L'AIDE DU MECANISME DE HIGGS

- I. Généralités sur les théories de jauge
- II. Le point sur les particules fondamentales
- III. Symétries et lois de conservation
- IV. Invariance de jauge globale et locale
- V. Brisure spontanée à l'aide du mécanisme de Higgs
- VI. Scénario pour un modèle

#### CHAPITRE 2

QUANTIFICATION DU CHAMP DE YANG-MILLS ET CONDITIONS DE JAUGE

- I. Nécessité des conditions de jauge
- II. La transformation B.R.S. et les Identités de Slavnov et Taylor

### REFERENCES

### DEUXIEME PARTIE UNE CONDITION DE JAUGE NON LINEAIRE

#### CHAPITRE 3

RAPPELS SUR LA JAUGE  $R_{\xi}$  ET PRESENTATION D'UNE JAUGE NON LINEAIRE

#### CHAPITRE 4 (Preprint LAPP-TH-60, April 1982)

"TRAITEMENT GENERAL D'UNE CONDITION DE JAUGE NON LINEAIRE"

#### CHAPITRE 5 (Nuclear Physics B193 (1981) 257)

"UNE CONDITION NON LINEAIRE DE JAUGE DANS LE CADRE DU MODELE STANDARD ELECTRO-FAIBLE  $SU(2) \times U(1)$ ."

### REMERCIEMENTS

## INTRODUCTION

Ce travail présente l'étude d'une condition non linéaire de jauge dans le cadre d'une théorie de jauge non-Abélienne spontanément brisée à l'aide du mécanisme de Higgs. Cette étude comprend deux parties. La première partie est consacrée à des rappels sur les théories de jauge, alors que la deuxième partie traite essentiellement cette condition non linéaire.

Le premier chapitre met en valeur les vertus des théories de jauge, précise les concepts d'invariance de jauge globale et locale, fait le point brièvement sur les théories les plus crédibles présentement, c'est-à-dire le modèle standard  $SU(2) \otimes U(1)$  pour les interactions électromagnétiques et faibles, la chromodynamique quantique pour les interactions fortes. Il insiste sur les espoirs que font naître les théories de jauge dans l'effort d'unification des quatre interactions de la nature et termine en décrivant en détail la brisure spontanée d'une symétrie à l'aide du mécanisme de Higgs.

Le deuxième chapitre montre que la quantification des champs de jauge nécessite l'introduction de conditions de jauge. Il précise que la théorie est alors décrite par une nouvelle densité Lagrangienne effective invariante sous l'action de la transformation B.R.S et que l'on retrouve grâce à cette transformation les identités de Slavnov et Taylor.

Le chapitre trois définit brièvement la jauge  $R_{\xi}$  pour introduire le lecteur à la notion de jauge non linéaire, qui en est une généralisation.

Le chapitre quatre généralise cette jauge non linéaire dans le cadre de n'importe quel modèle de jauge.

Le chapitre cinq enfin applique la jauge non linéaire au cas du modèle standard, en donnant un exemple pratique où les qualités de cette jauge sont particulièrement mises en évidence.

PREMIERE PARTIE

THEORIE DE JAUGE ET CONDITIONS DE JAUGE

## CHAPITRE I

### BREF REGARD SUR LES THEORIES DE JAUGE ET LA BRISURE SPONTANEE DE SYMETRIE A L'AIDE DU MECANISME DE HIGGS

#### I. GENERALITES SUR LES THEORIES DE JAUGE

La caractéristique des théories de jauge est d'être fondée sur des symétries. Un système possède une certaine symétrie s'il est invariant par rapport à un ensemble de transformations. La symétrie est dite globale lorsque chaque point du système doit subir exactement la même transformation pour qu'il y ait invariance.

Dans le cadre des théories de jauge, on utilise le concept plus large de symétrie locale, c'est-à-dire de symétrie dépendant du point d'espace-temps  $x$ . Un système possède une symétrie locale lorsqu'il est invariant par rapport à des transformations faites indépendamment les unes des autres en chacun de ses points. Cette symétrie locale associée à un groupe dit de jauge impose l'existence de forces, c'est-à-dire d'interactions entre les points du système. Cette caractéristique explique partiellement l'enthousiasme provoqué par les théories de jauge, car il pourrait permettre de montrer que les interactions fondamentales peuvent être engendrées à partir d'un principe de symétrie locale.

L'électrodynamique quantique, Q.E.D., est une théorie de jauge locale associée au groupe commutatif  $U(1)$ . Un grand pas dans l'élaboration des théories de jauge fut réalisé en 1954 lorsque Yang et Mills élaborèrent une théorie de jauge (théorie de Yang-Mills) à partir d'une symétrie locale fondée sur un groupe de transformations non commutatif. Dans le cadre des théories de jauge on peut utiliser le formalisme hamiltonien (cf. T.D. Lee).

Les interactions entre particules sont décrites par un échange de particules intermédiaires, les bosons de jauge. Ces bosons intermédiaires sont donc les médiateurs des interactions, le plus célèbre est bien sûr le photon (le seul directement mis en évidence) qui est le médiateur de l'électromagnétisme. Lorsqu'ils sont échangés ces quanta d'interaction sont dits virtuels et ils ne peuvent en aucun cas être détectés par des appareils de mesure. Le principe d'incertitude de la mécanique quantique permet l'existence de particules virtuelles, ne satisfaisant pas la loi de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement, pendant un très court

instant ou une distance très courte.

Si l'interaction électromagnétique a une portée infinie liée à un médiateur de masse nulle, il n'en est pas de même de l'interaction faible dont la portée apparaît nulle aux énergies actuelles, cette propriété est liée aux masses importantes de ses quanta d'interaction. La remarque précédente indique que les médiateurs peuvent être massifs, or dans une théorie de Yang-Mills, l'invariance locale de jauge interdit malheureusement l'existence de terme de masse pour les bosons intermédiaires. La théorie de Yang-Mills aurait eu une importance relativement réduite, si la brisure spontanée d'une symétrie à l'aide du mécanisme de Higgs n'avait pas été inventée.

Mais ce fut essentiellement la preuve de la renormalisabilité des théories de Yang-Mills spontanément brisées apportée par les travaux originaux de 't Hooft et Veltman, qui montra définitivement la richesse et l'importance des théories de jauge. Précisons qu'une théorie quantique d'un champ est dite renormalisable si, connaissant la structure d'une particule à une certaine échelle en énergie, elle permet de prédire cette structure à d'autres échelles. Une théorie renormalisable devient alors prédictive ce qui ouvre un vaste champ de recherches théoriques et expérimentales.

Il n'est pas du ressort de cette étude d'énumérer tous les succès remportés par les théories de jauge, on peut se contenter de rappeler les plus belles réussites ainsi que les espoirs qu'elles fournissent. Les théories de jauge non Abéliennes sont étroitement associées depuis plusieurs années aux efforts d'unification des interactions fondamentales.

Il existe une théorie de jauge dite "standard", qui unifie l'interaction faible et l'interaction électromagnétique en une seule interaction engendrée par une invariance de jauge locale sous le groupe  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Cette symétrie n'est exacte que pour une échelle d'énergie de l'ordre de 100 GeV, à notre échelle d'énergie elle est brisée et donne naissance à une théorie effective basée sur l'invariance locale sous le groupe  $U(1)$  électromagnétique. Cette théorie standard renferme le médiateur de l'interaction électromagnétique le photon et prévoit l'existence de trois médiateurs pour l'interaction faible (les bosons  $W^{\pm}$  et le  $Z_0$ ), qui sont actuellement recherchés par les expériences proton-antiproton à très haute énergie (énergie du centre de masse  $\sqrt{s} = 270 + 270 = 540$  GeV) se déroulant au CERN. Cette théorie semble actuellement en bon accord avec

l'expérience, ses deux plus grands succès furent les prévisions des courants neutres et des particules charmées.

Dans le domaine des interactions fortes le seul candidat actuellement valable est une théorie de jauge, la chromodynamique quantique Q.C.D. ou théorie des quarks colorés. La chromodynamique se construit aussi à partir d'un principe de symétrie locale associée au groupe  $SU(3)$ , fondé sur une invariance par rapport à des transformations sur la couleur des quarks. QCD tient compte d'un nouveau nombre quantique, la couleur et prévoit l'existence de huit médiateurs colorés les gluons.

Les succès de QCD sont déjà très nombreux, on peut citer quelques preuves indirectes de la couleur, de la liberté asymptotique, de la violation de l'invariance d'échelle. Les preuves expérimentales les plus frappantes en faveur de QCD sont :

\* Le rapport :

$$R = \frac{\sigma[e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}]}{\sigma[e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-]}$$

constant et égal à  $3Ze_Q^2$   $Q$  = charge des quarks, ce qui montre l'existence de trois couleurs pour les quarks, ainsi que dans certains domaines d'énergie leur liberté approximative à partir d'une certaine échelle (liberté asymptotique).

\* La désintégration  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  qui apporte une preuve supplémentaire de l'existence de la couleur.

\* Les expériences de diffusion profondément inélastiques :

$$\begin{array}{c} e \\ \mu \\ \nu \end{array} N \rightarrow \begin{array}{c} e \\ \mu \\ \nu \end{array} X$$

pour lesquelles on observe une légère violation de l'invariance d'échelle en accord avec QCD perturbatif.

\* ( $e^+e^- \rightarrow 2$  jets) en accord avec l'existence de quarks "presque libres" à partir d'une certaine échelle.

( $e^+e^- \rightarrow 3$  jets) en accord avec QCD perturbatif.

La théorie effective à basse énergie semblerait être fondée sur une symétrie  $SU(3)_C \times U(1)_{em}$ .

Rassemblant les résultats obtenus, il semble qu'à une échelle d'énergie plus élevée de l'ordre de 100 GeV, les interactions électromagnétique, faible et forte soient regroupées dans une théorie de jauge basée sur le groupe  $SU(3)_C \otimes SU(2) \otimes U(1)$  avec trois constantes de couplages, une pour chaque groupe.

Les constantes de couplages dépendent de l'échelle d'énergie à laquelle on sonde la nature. Grâce au groupe de renormalisation, il est possible de suivre l'évolution des constantes de couplage  $g(Q^2)$  en fonction de l'impulsion  $Q^2$  de la "sonde" choisie pour étudier la matière (photon, électron ...). Lorsque  $Q^2$  augmente,  $g(Q^2)$  diminue dans le cas d'une théorie de jauge non Abélienne comme  $SU(2)$  ou  $SU(3)$ , mais augmente dans le cas d'une théorie Abélienne  $U(1)$ . Ce résultat permet de supposer qu'à très haute énergie ( $10^{15}$  GeV) la hiérarchie  $g[U(1)] < g[SU(2)] < g[SU(3)]$  disparaît les trois constantes se confondant en une seule  $g_0$ .

Cette remarque renforce l'hypothèse de base de la grande unification selon laquelle il existe un groupe  $G$  simple, unifiant les interactions fortes, faibles et électromagnétiques à une certaine échelle d'énergie  $M$ . Enfin en ce qui concerne l'unification avec la quatrième interaction, la gravitation, cela pourrait être réalisé dans le cadre de la supergravité. Il s'agit d'une théorie de jauge dans laquelle les transformations locales sont les transformations du groupe des supersymétries qui mélange fermions et bosons. Dans les paragraphes qui vont suivre, certains points déjà cités vont être développés ou précisés.

## II. LE POINT SUR LES PARTICULES FONDAMENTALES

Les constituants fondamentaux de la matière sont les leptons et les quarks. Les leptons sont des particules sans couleur donc insensibles aux forces nucléaires et directement observables. On connaît déjà l'électron ( $e$ ) et son neutrino ( $\nu_e$ ), le muon ( $\mu$ ) et son neutrino ( $\nu_\mu$ ), le tau ( $\tau$ ) et son neutrino ( $\nu_\tau$ ) (?) et leurs antiparticules. Le neutrino  $\nu_\tau$  n'a pas encore été directement mis en évidence, mais l'étude des désintégrations leptoniques semble bien impliquer son existence. Jusqu'à présent les leptons se comportent comme des particules ponctuelles c'est-à-dire sans structure.

Les quarks par contre ne sont pas directement observables, ils sont confinés dans les hadrons (mesons et baryons) et sont supposés colorés. Contrairement aux leptons dont la charge électrique est entière ( $\pm 1$ ),

les quarks transportent des charges fractionnaires ( $\pm \frac{2}{3}$  ;  $\pm \frac{1}{3}$ ). On pense avoir observé indirectement l'existence de cinq "saveurs" de quark, les quarks (u) et (d) constituants du proton, le quark étrange (s), le quark charmé (c), le quark de beauté (b) ; on attend la découverte d'un sixième quark déjà appelé t pour "top" c'est-à-dire le "sommet". De plus pour chaque saveur le quark possède aussi trois couleurs. Il faut enfin ajouter les antiquarks.

Combien existe-t-il de quarks ? et sont-ils réellement fondamentaux ou composés eux-même de briques plus élémentaires (les preons) ? C'est bien sûr un des grands problèmes actuels en physique des particules. En dehors des constituants fondamentaux de la matière on relève l'existence d'autres particules élémentaires, les médiateurs des interactions dont on a déjà parlé et les particules scalaires de Higgs. Les particules de Higgs associées au processus de brisure spontanée de symétrie sont actuellement inévitables, mais sont souvent considérées comme un mal nécessaire par les physiciens d'aujourd'hui, qui espèrent dans l'avenir pouvoir donner des masses aux particules sans leur présence (théorie de brisure dynamique, technicolour ...).

### III. SYMETRIES ET LOIS DE CONSERVATION

On vient de voir que le grand principe des théories de jauge était le principe d'invariance locale qui pouvait générer une interaction. Ce principe d'invariance ou de covariance est formulé dans le langage Lagrangien et impose des conditions très strictes. Par exemple le principe de relativité impose une densité Lagrangienne scalaire sous le groupe de Lorentz, ainsi que des équations du mouvement covariantes.

Il existe un grand nombre de lois de conservation liées à des propriétés de "symétrie interne" de la physique (par opposition à la symétrie d'espace-temps), voici quelques exemples bien connus :

- \* La conservation de la charge.
- \* La conservation du nombre baryonique B, ces nombres leptoniques  $L_e, L_\mu, L_\tau$  tant que l'on ignore les théories de grande unification qui prédisent la désintégration du proton.
- \* Il est communément admis que la couleur est une symétrie exacte, seuls les états singlets de couleur sont observables.

Certaines lois de la nature ne sont qu'approximativement vérifiées par exemple :

\* La conservation de l'étrangeté, du charme et de la beauté par les interactions fortes et électromagnétiques.

\* La symétrie d'isospin dans les interactions fortes.

#### IV. INVARIANCE DE JAUGE GLOBALE ET LOCALE

A une théorie de jauge est associée un groupe de Lie  $G$  qui est en général compact. Un groupe Abélien est commutatif, les groupes non-Abéliens étant les groupes de transformations non commutatifs. La densité Lagrangienne doit être invariante sous l'action de ce groupe  $G$ , ce qui contraint sévèrement sa structure comme on peut le vérifier sur des exemples simples.

Le cas le plus simple est celui d'un champ scalaire libre, complexe, de spin 0 et de masse  $m$ . La densité Lagrangienne est définie par :

$$\mathcal{L}(\phi(x)) = [\partial_\mu \phi(x)]^* [\partial^\mu \phi(x)] - m^2 \phi(x)^* \phi(x) \quad (1)$$

L'équation du mouvement de ce champ libre est l'équation de Klein-Gordon :

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi(x) + m^2 \phi(x) = 0$$

Il est facile de vérifier que cette densité Lagrangienne reste invariante dans une transformation globale du groupe Abélien  $U(1)$  définie par :

$$\phi(x) \rightarrow e^{i\theta} \phi(x) \quad \theta \in \mathbb{R}$$

Considérons maintenant une transformation locale du groupe  $U(1)$ , c'est-à-dire que  $\theta$  sera à présent une fonction de  $x$  point de l'espace-temps :

$$\phi(x) \rightarrow e^{ie\theta(x)} \phi(x) \quad (e \text{ étant une constante})$$

On peut voir aisément que la densité Lagrangienne définie dans (1), n'est pas invariante sous une transformation locale car :

$$\partial_\mu \phi(x) \rightarrow \left[ e^{ie\theta(x)} \partial_\mu \phi(x) \right] + \left[ i e \partial_\mu \theta(x) e^{ie\theta(x)} \phi(x) \right]$$

On peut trouver une densité Lagrangienne invariante sous ces transformations locales en introduisant une interaction du champ scalaire  $\phi(x)$  avec un champ vectoriel  $A_\mu(x)$ , qui est alors le médiateur de l'interaction, mais il est tout aussi pédagogique de le faire dans le cadre de QED qui a le mérite d'être une théorie physique.

On se place donc dans le cadre d'une théorie décrivant une particule libre  $\psi(x)$  de spin 1/2 et de masse  $m$ , sa densité Lagrangienne est définie par :

$$\mathcal{L}[\psi(x)] = \bar{\psi}(x) [\mathbf{i} \gamma_\mu \partial^\mu - m] \psi(x) \quad (2)$$

L'équation du mouvement de ce champ libre est l'équation de Dirac :

$$[\mathbf{i} \gamma_\mu \partial^\mu - m] \psi(x) = 0$$

De la même manière que (1), (2) est également invariante sous les transformations globales du groupe  $U(1)$  définies par :

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\theta} \psi(x) \quad (\theta \in \mathbb{R})$$

Pour rendre la densité Lagrangienne invariante sous les transformations locales du groupe  $U(1)$ , il faut comme dans le cas scalaire introduire une interaction entre la particule de spin 1/2 et un champ vectoriel  $A_\mu(x)$ , qui joue le rôle du médiateur de l'interaction ainsi générée par l'invariance locale. Pratiquement ceci se traduit en remplaçant la dérivée usuelle  $\partial_\mu$  par la dérivée covariante  $D_\mu = \partial_\mu - ie A_\mu(x)$  et en rajoutant le terme cinétique du champ de jauge  $A_\mu(x)$  dans la densité Lagrangienne,  $e$  étant la charge électrique.

$$\mathcal{L}(\psi(x)) = \bar{\psi}(x) [\mathbf{i} \gamma_\mu D^\mu - m] \psi(x) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu}(x) F_{\mu\nu}(x) \quad (3)$$

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x)$$

Le champ de jauge  $A_\mu(x)$  se transforme alors de la façon suivante dans une transformation de jauge :

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \theta(x)$$

Les équations du mouvement deviennent :

$$\begin{cases} (i \gamma_{\mu} \partial^{\mu} - m) \psi(x) = - e A^{\mu}(x) \gamma_{\mu} \psi(x) \\ \partial^{\mu} F_{\nu\mu}(x) = e \bar{\psi}(x) \gamma_{\nu} \psi(x) \end{cases}$$

Il est intéressant de noter qu'un terme de masse pour le médiateur  $A_{\mu}(x)$  serait nécessairement de la forme  $\frac{1}{2} M^2 A_{\mu}(x) A^{\mu}(x)$ . Ce terme n'est pas invariant de jauge locale et ne peut donc apparaître dans la densité Lagrangienne, ce qui est parfaitement en accord avec le fait que le photon soit sans masse.

Ces résultats peuvent être généralisés à des groupes non Abéliens.  $G$  étant un groupe compact, toute représentation sera de dimension finie. Si  $n$  est la dimension de l'espace de représentation dans lequel se trouve le champ  $\phi(x)$ , on représentera  $\phi(x)$  par un multiplet c'est-à-dire par l'ensemble de ses composantes  $\phi_i(x)$ .

$$\phi(x) = [\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x)]$$

$G$  sera en général de la forme  $G = \prod_{\alpha=1}^k G_{\alpha}$ , chaque facteur  $G_{\alpha}$  étant un groupe simple ou  $U(1)$ . Les  $N T^a$  (si  $N$  est le nombre de générateurs de l'algèbre de Lie  $\mathfrak{g}$  de  $G$ ) étant les représentants des générateurs du groupe de Lie  $G$  pour la représentation considérée, ils engendrent l'algèbre de Lie du groupe  $G$  et satisfont à des relations de commutation et d'orthogonalité.

$$[T^a, T^b] = C_c^{ab} T^c ; \quad \text{Trace } \{T^a T^b\} = C_R \delta^{ab}$$

( $C_R$  dépendant de la représentation).

Les coefficients  $C_c^{ab}$  étant les constantes de structures de  $G$ .

Les algèbres  $\mathfrak{g}_{\alpha}$  commutent entre elles ce qui permet d'écrire une transformation quelconque du groupe de Lie  $G$  :

$$U[\omega(x)] = \exp \left\{ \sum_{a=1}^N g_a \omega_a(x) T^a \right\}$$

Les constantes de couplage  $g_a$  vérifieront :

$$g_a = g^a \quad \text{et} \quad g_a = g_b$$

lorsque  $T^a$  et  $T^b$  appartiennent à la même sous algèbre simple ou  $U(1)$   $\mathfrak{G}_a$ . L'invariance de la densité Lagrangienne sous les transformations locales du groupe de Lie  $G$ , nécessite l'introduction d'un ensemble de champs vectoriels  $A_\mu^a(x)$  qui interagissent avec les champs  $\phi_i(x)$ . La dérivée covariante devient :

$$D_\mu = \partial_\mu - \sum_{a=1}^N g_a A_{\mu a}^a(x) T^a = \partial_\mu - A_\mu$$

Un terme cinétique pour les champs de jauge est introduit dans la densité Lagrangienne. Dans le cas où  $\phi(x)$  est un multiplet scalaire on a :

$$\mathcal{L}[\phi(x)] = [D_\mu \phi(x)]^\dagger [D^\mu \phi(x)] - m^2 \phi^\dagger(x) \phi(x) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu a}(x) F_{\mu\nu a}(x)$$

Dans le cas où  $\psi(x)$  est un multiplet de champs de spin 1/2 on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[\psi(x)] &= \bar{\psi}(x) [i \gamma_\mu D^\mu - m] \psi(x) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu a}(x) F_{\mu\nu a}(x) \\ F^{\mu\nu a}(x) &= \partial^\mu A^{\nu a}(x) - \partial^\nu A^{\mu a}(x) - g^a c^{abc} A_b^\mu(x) A_c^\nu(x) \end{aligned}$$

Dans une transformation locale  $U(\omega(x))$  le champ de Yang-Mills  $A_\mu$  se transforme de la manière suivante :

$$A_\mu \rightarrow [\partial_\mu U(\omega(x))] [U(\omega(x))]^{-1} + U[\omega(x)] [A_\mu] [U(\omega(x))]^{-1}$$

soit infinitésimalement pour les champs  $A_\mu^a(x)$

$$A_\mu^a(x) \rightarrow A_\mu^a(x) + \partial_\mu \omega^a(x) + g^a c^{abc} \omega_b(x) A_{\mu c}(x)$$

Observant les densités Lagrangiennes invariantes sous des transformations locales non-Abéliennes, on peut noter l'apparition de termes de couplage trilineaires et quadrilineaires que l'on ne trouvaient pas dans le cas Abélien de QED.

On peut noter de nouveau l'absence de terme de masse pour les bosons de jauge (  $\frac{1}{2} M^2 A_\mu^a(x) A^\mu(x)$  ) pour les mêmes raisons invoquées déjà dans le cas de QED.

Le problème crucial de l'absence de terme de masse pour les bosons de jauge fut résolu par la brisure spontanée de la symétrie à l'aide du mécanisme de Higgs.

### V. BRISURE SPONTANÉE A L'AIDE DU MÉCANISME DE HIGGS

Postulant que toutes les interactions fondamentales de la nature pouvaient être décrites par le même formalisme, celui des théories de jauge, il était nécessaire à cause entre autre des interactions faibles de pouvoir donner des masses aux bosons de jauge.

La brisure spontanée de la symétrie à l'aide du mécanisme de Higgs donne des masses aux bosons de jauge en préservant l'invariance de la densité Lagrangienne et la renormalisabilité de la théorie. On adoptera les notations définies au paragraphe précédent dans le cas d'une théorie invariante sous les transformations locales d'un groupe non-Abélien  $G = \prod_{\alpha=1}^k G_{\alpha}$ . La brisure spontanée de symétrie est réalisée en suivant le scénario suivant.

On considère dans un espace de représentation de dimension  $n$ , un multiplet scalaire  $\phi(x)$  que l'on représentera par l'ensemble de ses  $n$  composantes réelles  $\phi_i(x)$  (lorsque  $\phi_i(x) = \phi_{iR}(x) + i \phi_{iC}(x)$  il suffit d'appliquer ce qui suit aux  $2n$  champs scalaires réels  $\phi_{iR}(x)$  et  $\phi_{iC}(x)$ ).

$$\phi(x) = [\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x)]$$

La structure la plus générale d'une densité Lagrangienne renormalisable, invariante sous le groupe  $G$  et candidate à une brisure spontanée de symétrie à l'aide du mécanisme de Higgs est :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu\alpha} F^{\mu\nu\alpha} + \mathcal{L}[\text{Matière}] + \frac{1}{2} [D_{\mu}\phi]^{\dagger} [D^{\mu}\phi] - V(\phi)$$

Le potentiel  $V(\phi)$  est un polynôme en  $\phi(x)$  de degré impérativement inférieur ou égal à quatre afin que la théorie demeure renormalisable. On suppose ensuite que ce multiplet  $\phi(x)$  prend une valeur moyenne non nulle sur le vide  $\mathcal{V}$ .

$$\mathcal{V} = \langle 0 | \phi | 0 \rangle = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

$$v_i = \langle 0 | \phi_i | 0 \rangle \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Ce "vide"  $\mathcal{V}$  doit être le minimum du potentiel  $V(\phi)$  à l'approximation des diagrammes en arbre ce qui entraîne :

$$\left. \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi_i} \right|_{\phi = \psi} = 0$$

On redéfinit alors le multiplet  $\phi(x)$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\phi(x) &= \hat{\phi}(x) + \psi \\ \langle 0 | \hat{\phi} | 0 \rangle &= 0\end{aligned}$$

Lorsqu'on effectue le changement de variable  $\phi \rightarrow \hat{\phi}$  dans  $V(\phi)$ , on voit apparaître alors un terme de masse pour les champs scalaires  $\hat{\phi}_i(x)$ .

$$\mathcal{L}_{\text{Masse}} = -\frac{1}{2} m_{ij}^2 \hat{\phi}^i \hat{\phi}^j \quad i \text{ et } j = 1, 2, \dots, n$$

$$m_{ij}^2 = \left. \frac{\partial^2 V[\phi]}{\partial \phi^i \partial \phi^j} \right|_{\phi = \psi}$$

Si on fait agir à présent une transformation infinitésimale du groupe de jauge  $G : U(\omega) :$

$$\phi \rightarrow \phi + \delta\phi = \phi + g_a \omega_a T^a \phi \quad (a = 1, 2, \dots, N)$$

Le potentiel  $V(\phi)$  étant invariant de jauge :

$$0 = \delta V(\phi) = \frac{\delta V}{\delta \phi_i} \delta \phi_i = g_a \omega_a \left\{ \frac{\partial V}{\partial \phi_i} T_{ij}^a \phi^j \right\}$$

Ce résultat étant indépendant de la transformation infinitésimale  $U(\omega) :$

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_i} T_{ij}^a \phi^j = 0$$

On différencie alors ce résultat par rapport à  $\phi_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) puis on évalue le résultat à  $\phi = \psi$ .

$$0 = \frac{\partial^2 V(\phi)}{\partial \phi_k \partial \phi_i} [T^a \psi]_i = M_{ki}^2 [T^a \psi]_i = M^2(T^a \psi)$$

$M^2$  est la matrice de masse des bosons de Higgs.

L'étude de  $T^a \psi$  permet de montrer que la famille génératrice de l'algèbre de Lie  $\mathfrak{G}$  de  $G$ ,  $\{T^a\}$  est la somme directe de deux sous familles  $\{T^S\}$  et  $\{T^b\}$  définies de la manière suivante :

$$T^S \in \{T^S\} \text{ si } T^S \in \{T^a\} \text{ et si } T^S \mathcal{V} = 0$$

$$T^b \in \{T^b\} \text{ si } T^b \in \{T^a\} \text{ et si } T^b \mathcal{V} \neq 0$$

En redéfinissant les indices numérotant les générateurs  $\{T^a\}$  de la base de  $\mathfrak{G}$  on peut alors écrire :

$$\{T^S\} = \{T^1, T^2, \dots, T^M\} \text{ ces générateurs sont dits non brisés}$$

$$\{T^b\} = \{T^{M+1}, T^{M+2}, \dots, T^N\} \text{ ces générateurs sont dits brisés.}$$

$\{T^S\}$  engendrent une sous algèbre  $\mathcal{L}$  de  $\mathfrak{G}$  qui est fermée. Par conséquent à  $\mathcal{L}$  est associé un sous groupe  $S$  de  $G$  que l'on appelle le petit groupe, c'est-à-dire le plus grand sous groupe de  $G$  qui laisse le vide  $\mathcal{V}$  invariant, on dit que  $G$  est brisé en  $S$  par  $\mathcal{V}$ . Le petit groupe caractérise la symétrie résiduelle que l'on désire obtenir, lorsqu'on construit une théorie de jauge brisée spontanément.

Si on revient maintenant sur l'identité :

$$M^2 [T^a \mathcal{V}] = 0$$

on peut faire la constatation suivante :

pour  $a = 1, 2, \dots, M$  ;  $T^a \mathcal{V} = 0$  et l'identité est trivialement vérifiée,

pour  $a = M+1, \dots, N$  ;  $T^a \mathcal{V}$  étant non nul apparaît comme un vecteur propre de  $M^2$  associé à la valeur propre  $0$ .

Cette remarque doit être associée au théorème de Nambu-Goldstone.

Pour chacun des  $N-M$  générateurs brisés il existera une particule de spin zéro sans masse dans le spectre de la théorie.

La matrice de masse des Higgs admettra donc  $N-M$  valeurs propres nulles et  $p = n - [N-M]$  valeurs propres en général non nulles, correspondant alors à  $p$  particules scalaires massives dans le spectre de la théorie. Les  $N-M$  particules scalaires de masse nulle sont appelées bosons de Higgs non physiques. Ces particules n'ont pas de termes cinétiques, c'est la raison pour laquelle on les nomme Higgs non physiques, mais alors que deviennent-ils? Chacun d'eux s'associe avec un des bosons de jauge afin de

lui donner le degré de liberté qu'il transporte pour rendre ce médiateur massif. Ce phénomène est particulièrement net lorsqu'on se place dans la jauge unitaire. Afin de le montrer on réécrit le champ  $\phi(x)$  à l'aide d'une paramétrisation par le groupe G.

$$\phi(x) = \exp \left\{ \sum_{a=M+1}^N g_a \xi_a(x) T^a \right\} \begin{bmatrix} v_1 + \eta_1(x) \\ v_2 + \eta_2(x) \\ \vdots \\ v_p + \eta_p(x) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \exp \left\{ \sum_{a=M+1}^N g_a \xi_a(x) T^a \right\} [\psi + \eta(x)]$$

On a alors réexprimé  $\phi(x)$  en fonction des  $(N-M)$  champs de Nambu-Goldstone  $\xi_a(x)$  et de  $p = n - (N-M)$  champs physiques de spin 0 que l'on appellera scalaires de Higgs. Pour se placer en jauge unitaire on effectue la transformation de jauge spécifique :

$$U(\xi(x)) = \exp \left\{ - \sum_{a=M+1}^N g_a \xi_a(x) T^a \right\}$$

On obtient alors :

$$\phi(x) + \phi_{(u)}(x) = \psi + \eta(x)$$

$$A_{\mu}^a(x) + A_{\mu}^a(u)(x) = A_{\mu}^a(x) + \partial_{\mu} \xi^a(x) + \dots$$

pour  $a = M + 1, \dots, N$

On voit donc clairement en jauge unitaire que les bosons de Nambu-Goldstone ont disparu pour se retrouver avalés par la composante longitudinale du boson de jauge auquel ils étaient associés, apportant ainsi le degré de liberté supplémentaire correspondant à une particule vectorielle massive. Evidemment les autres médiateurs  $A_{\mu}^1, A_{\mu}^2, \dots, A_{\mu}^M$  restent sans masse. Le terme de masse des bosons de jauge est en effet donné par le terme cinétique  $\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} (D_{\mu} \phi)^{\dagger} (D^{\mu} \phi)$  qui après la translation contient le terme suivant :

$$\mathcal{L}_\phi + \frac{1}{2} g_a g_b (T^a \psi)^\dagger (T^b \psi) A_{\mu a}^\dagger A_b^\mu$$

Pour finir ce chapitre sur les théories de jauge voici ce que l'on peut qualifier de scénario pour élaborer une théorie invariante sous un groupe.

#### VI. SCENARIO POUR UN MODELE

Nous avons vu les ingrédients de base pour élaborer un modèle réaliste et renormalisable, les étapes essentielles sont les suivantes :

- 1 - Choisir un groupe de jauge  $G$ .
- 2 - Choisir les champs des particules élémentaires que l'on désire introduire et leurs représentations. Ne pas oublier d'inclure suffisamment de scalaires de Higgs pour permettre le mécanisme de Higgs.
- 3 - Ecrire la densité Lagrangienne la plus générale qui soit invariante sous le groupe  $G$ . A ce stade l'invariance de jauge est encore exacte et tous les bosons vectoriels de jauge sont sans masse.
- 4 - Choisir les paramètres du potentiel de Higgs de telle sorte que la brisure spontanée de symétrie se produise.
- 5 - Effectuer la translation sur les scalaires et réécrire la densité Lagrangienne en fonction des champs translés. Choisir une jauge acceptable et quantifier la théorie.
- 6 - Confronter le modèle avec les résultats expérimentaux et voir s'il est prédictif.

CHAPITRE 2

QUANTIFICATION DU CHAMP DE YANG-MILLS ET CONDITIONS DE JAUGE

I. NECESSITE DES CONDITIONS DE JAUGE

L'utilisation du formalisme de l'intégrale de chemin est la façon la plus élégante de procéder pour quantifier. Par exemple dans le cas d'un champ neutre scalaire décrit par la densité Lagrangienne :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi(x) \partial^\mu \phi(x) - \frac{m^2}{2} (\phi(x))^2 - V(\phi)$$

Les points dans l'espace des phases sont des paires de fonctions  $\phi(x)$ ,  $\pi(x)$ , qui forment cette fois un ensemble infini de variables canoniques. L'argument  $x$  joue alors le rôle d'indice généralisé pour ces variables.

$$H(x) = \pi(x) \partial^0 \phi(x) - \mathcal{L}(x)$$

L'intérêt de l'utilisation de l'intégrale de chemin vient du fait que les fonctions de Green  $G_n = \langle 0 | T(\phi(x_1) \dots \phi(x_n)) | 0 \rangle$  peuvent être obtenues à partir d'une intégrale fonctionnelle modifiée  $Z[J]$ , appelée la fonctionnelle génératrice des fonctions de Green.

$$Z[J] = \frac{1}{N} \int [d\phi] \exp \left\{ i \int d^4x [\mathcal{L}(x) + J(x) \phi(x)] \right\}$$

En effet les moments en  $\phi$  de  $Z(J)$  sont facilement obtenus en effectuant des dérivations fonctionnelles successives par rapport à  $J(x)$ . A priori on pourrait penser qu'il serait possible de quantifier le champ de Yang-Mills de façon analogue, en considérant chaque composante de champ comme un champ scalaire, alors que ce n'est pas le cas. L'invariance de jauge introduit certains traits spécifiques dans la procédure de quantification.

Rappelons brièvement les notations introduites au premier chapitre. Soit  $G$  un groupe compact simple de symétrie interne,  $T^a$  ( $a = 1, 2, \dots, n$ ) ses générateurs ortho-normalisés dans la représentation adjointe,  $C^{abc}$  les constantes de structures et  $g$  la constante de couplage.

$$\text{trace}_{\text{adj.}} \{ T^{a,b} \} = \delta^{ab}$$

$$A_\mu = g A_{\mu a} T^a ; \quad (\text{est le champ Yang-Mills})$$

Une transformation de jauge est représentée par une matrice  $U(g(x))$ , élément de la représentation adjointe du groupe, qui est associée à l'élément  $g(x)$  appartenant au groupe  $G$ .

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu^g(x) = U[g(x)] A_\mu U^{-1}[g(x)] + [\partial_\mu U(g(x))] U^{-1}(g(x))$$

La dérivée covariante est :

$$D_\mu = \partial_\mu - A_\mu$$

La densité Lagrangienne invariante de jauge se présente sous la forme :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4g^2} \text{trace} \{F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}\}$$

$$\text{avec } F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - [A_\mu, A_\nu] = g F_{\mu\nu a} T^a$$

$$\text{et } D_\mu F^{\mu\nu} = \partial_\mu F^{\mu\nu} - [A_\mu, F^{\mu\nu}] = 0$$

On ne peut pas transférer naïvement les règles développées lors de la quantification d'un champ scalaire. Supposons en effet que la fonctionnelle génératrice des fonctions de Green  $Z[J]$  ait la même forme que dans le cas scalaire, on écrirait :

$$Z[J] = \int [d A_\mu] \exp \left\{ i \int d^4x [\mathcal{L}_0(x) + J^\mu(x) A_\mu(x)] \right\}$$

$$[d A_\mu] = \prod_{a,x} [d A_\mu^a(x)]$$

Comme dans le cas scalaire on décomposerait  $\mathcal{L}$  en  $\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\text{interaction}}$ ,  $\mathcal{L}_0$  représentant la partie quadratique en champs et  $\mathcal{L}_{\text{interaction}}$  contenant les termes d'ordre plus élevés définissant les vertex d'interaction.  $\mathcal{L}_0$  devrait définir les propagateurs des champs, car par définition le propagateur est le noyau de l'opérateur intégral, qui est l'inverse de l'opérateur différentiel définissant la forme quadratique associée au champ correspondant. Dans le cas du champ de Yang-Mills on trouve :

$$\int d^4x \mathcal{L}_0(x) = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4} [\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a] [\partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu] \right. \\ \left. + \int d^4x d^4y \left[ \frac{1}{2} A_{\mu a}(x) K^{\mu\nu}(x,y) A_\nu^a(y) \right] \right\}$$

$$\text{avec } K^{\mu\nu}(x,y) = [\partial^2 g^{\mu\nu} - \partial^\mu \partial^\nu] \delta^4(x-y).$$

Malheureusement cet opérateur  $K^{\mu\nu}(x,y)$  ne possède pas d'inverse (son déterminant est nul) à cause de l'invariance de jauge, ceci signifie qu'il ne sera pas possible de définir des propagateurs pour les champs de jauge.

D'autre part si on définit l'orbite d'un champ de jauge  $A_\mu(x)$  dans la variété des champs, comme étant la "surface" engendrée par  $A_\mu^g(x)$  lorsque l'on fait agir tout le groupe  $G$  sur  $A_\mu(x)$ , l'action étant une quantité invariante de jauge, elle sera constante sur toutes les orbites du groupe et comme ces orbites sont des surfaces infinies, l'intégrale de chemin naïve réalisée sur ces surfaces divergera car elle ne possède pas de terme lui permettant d'y converger. Faddeev et Popov remarquèrent alors que l'amplitude  $Z[0]$  était proportionnelle au "volume du groupe"

$$V = \int \frac{\Pi}{x} dg(x)$$

C'est-à-dire que l'on pouvait et que l'on devait même extraire ce facteur avant de définir  $Z[J]$  pour le champ de Yang-Mills on reviendra en détail sur ce point.

En d'autres termes, chaque orbite apparaît comme une classe d'équivalence dans laquelle on peut choisir un représentant en imposant une "CONDITION DE JAUGE". L'intégrale de chemin  $Z[J]$  ne doit donc pas être calculée sur toutes les variations des champs de jauge comme le prévoyait la version naïve, mais plutôt sur une "surface" de la variété coupant chaque orbite seulement une fois (le représentant). Cette surface est définie par les conditions de jauge

$$f_a[A_\mu(x)] = 0$$

L'équation d'intersection avec une orbite  $A_\mu^g(x)$  se traduisant par  $f_a[A_\mu^g(x)] = 0$ , admettra une solution unique  $A_\mu^{g_0}(x)$ , ( $g_0$  unique), la jauge sera alors dite admissible. Les conditions de jauge les plus utilisées sont :

- \*  $F_L \equiv \partial_\mu A^\mu = 0$  jauge de Lorentz
- \*  $F_C \equiv \partial_k A^k = 0$  jauge de Coulomb ( $k = 1, 2, 3$ )
- \*  $F_H \equiv A^0 = 0$  jauge de Hamilton.

Dans le cas général, en présence de matière, la condition de jauge se traduira à l'aide d'une fonction  $F_a[A, \phi, x]$  fonction des champs de jauge A, mais aussi éventuellement d'autres champs  $\phi$  et de  $x$ . De façon plus générale, les conditions de jauge se traduiront par :

$$f_a[A^g, \phi^g, x] = C_a(x)$$

$C_a(x)$  étant une fonction arbitraire, les conditions de jauge devant évidemment être admissibles. La matrice S renormalisée est indépendante des conditions de jauge admissibles choisies. La nécessité des conditions de jauge étant bien établie, on peut montrer comment on peut construire la fonctionnelle génératrice modifiée  $Z[J]$ , en partant de l'expression naïve et en suivant un développement élégant dû à Faddeev Popov.

La mesure de Haar  $dg$  est invariante sous les transformations du groupe G en ce sens que :

$$d[g'] = d[g'g], \forall g$$

Restant dans le cadre d'une théorie de Yang-Mills dans le vide on a vu qu'une condition de jauge générale s'écrivait :

$$g_a(A) - C_a(x) = F_a[A] = f_a(A) - C_a(x) = 0$$

Considérons l'expression naïve de l'amplitude sur le vide  $Z(0)$

$$Z_{f,C}(0) = \int [dA_\mu] \exp \{ i \int d^4x \mathcal{L}(x) \}$$

soit  $g^0$  défini par  $F[A^{g^0}] = 0$

$$f dg \delta[F[A^g]] = \frac{1}{\det \left[ \frac{\delta F[A^{g^0}(1+\epsilon)]}{\delta \epsilon} \right]} \Bigg|_{\epsilon=0}$$

Lorsque  $g$  est une transformation infinitésimale, on définit alors  $M_g(x,y)$  de la façon suivante :

$$f_a[A^B(x)] = f_a[A(x)] + \int d^4y [M_f(x,y)]_{ab} \epsilon^b(y) + O(\epsilon^2)$$

$$\left. \frac{\delta f_a[A^B(x)]}{\delta \epsilon_c(g)} \right|_{\epsilon=0} = [M_f(x,y)]_{ac} \quad \text{avec } g = 1 + \epsilon$$

$$\Delta_f[A] = \det \left[ \frac{\delta F[A^B]}{\delta \epsilon} \right] \Bigg|_{\epsilon=0} = \det [M_f(x,y)]$$

on peut donc écrire

$$\Delta_f(A^B) \int dg \delta[F[A^B]] = 1 = \int_X dg(x) \Delta_f[A^B] \delta[F[A^B]]$$

Cette quantité peut être insérée dans l'intégrale de chemin définissant  $Z(0)$  sans rien changer on obtient :

$$Z_{f,C}(0) = \int_X dg(x) [dA_\mu] \Delta_f[A^B] \prod_a \delta[F_a(A^B)] \exp \{ i \int d^4x \mathcal{L}(x) \}$$

Effectuant une transformation de jauge  $A_\mu(x) \rightarrow [A_\mu(x)]^{g^{-1}}$  sur  $Z_{f,C}(0)$  compte tenu de l'invariance de la mesure de Haar, de l'action et de la mesure  $[dA_\mu]$  on obtient :

$$Z_{f,C}(0) = \int_X dg(x) [dA_\mu] \Delta_f[A] \prod_a \delta[F_a[A]] \exp \{ i \int d^4x \mathcal{L}(x) \}$$

Or s'aperçoit que l'intégrand ne dépend plus de  $g(x)$  et que l'on peut sortir le volume du groupe  $(\int_X dg(x))$

$$Z_{f,C}(0) = \left[ \int_X dg(x) \right] \int [dA_\mu] \Delta_f[A] \prod_a \delta[F_a(A)] \exp \{ i \int d^4x \mathcal{L}(x) \}$$

On définit alors la véritable amplitude  $\hat{Z}(0)$  sur le vide à partir de l'amplitude naïve  $Z(0)$  en divisant par le volume du groupe comme on l'avait annoncé plus haut :

$$\hat{Z}_{f,C}(0) = N' \int [dA_\mu] \Delta_f(A_\mu) \prod_{x,a} \delta[F_a(A_\mu)] \exp \{ i \int d^4x \mathcal{L}(x) \}$$

$N'$  étant une constante.

La fonctionnelle génératrice normalisée des fonctions de Green est alors définie en ajoutant à la densité Lagrangienne des termes de sources associés aux champs de jauge et en normalisant par  $Z_{f,C}[0] = N'/N$

$$\hat{Z}_{f,C}[J] = N \int [dA_\mu] \Delta_F(A_\mu) \prod_{x,a} \delta[F_a(A_\mu)] \exp \left\{ i \int d^4x [\mathcal{L}(x) + J^{\mu a}(x) A_{\mu a}(x)] \right\}$$

normalisée de telle sorte que  $\hat{Z}_{f,C}(0) = 1$ . On peut transformer cette expression pour lui donner sa forme habituelle plus facile à utiliser comme :

$$\Delta_F(A) = \det[M_F]$$

on peut écrire :

$$\hat{Z}_{f,C}[J] = N \int [dA_\mu] \det[M_F] \prod_{x,a} \delta[F_a(A_\mu)] \exp \left\{ i \int d^4x [\mathcal{L}(x) + J^{\mu a}(x) A_{\mu a}(x)] \right\}$$

on peut alors remarquer que

$$\det[M_F] \sim \det \left[ \frac{\delta F_a}{\delta \epsilon} \right] = \det \left[ \frac{\delta f_a}{\delta \epsilon} \right]$$

et que par conséquent cette quantité est indépendante de la fonction  $C_a(x)$  que l'on prend. Il est clair que  $\hat{Z}_{f,C}[J]$  est en fait indépendante de  $C_a(x)$  et que l'on peut donc intégrer l'expression donnant  $\hat{Z}[J]$  par rapport à  $C_a(x)$  avec un facteur poids Gaussien, on obtient à une constante près :

$$\hat{Z}_f(J) = \int \prod_{a,x} [dC_a(x)] \exp \left\{ -\frac{i}{2\alpha} \int C_a^2(x) d^4x \right\} \hat{Z}_{f,C}(J)$$

$$\hat{Z}_f(J) = \int [dA_\mu] \det[M_F] \exp \left\{ i \int d^4x [\mathcal{L}(x) - \frac{1}{2\alpha} [F_a(A_\mu)]^2 + J_{\mu a}(x) A^{\mu a}(x)] \right\}$$

On peut enfin exprimer  $\det(M_F)$  d'une autre façon en utilisant des champs  $\xi_a(x)$  et  $\eta_a(x)$  qui sont des champs scalaires de type fermionique, ils anticommulent et appartiennent à une algèbre de Grassmann

$$\Delta_F(A) \sim \det(M_F) = N' \int [d\xi] [d\eta] \exp \left\{ i \int d^4x [-\xi^a(x) g_{ab} M_c^b \eta^c(x)] \right\}$$

$g_{ab}$  étant un tenseur métrique défini par  $g_{ab} = \frac{1}{\alpha} \delta_{ab}$ .

On trouve donc finalement l'expression habituelle pour la fonctionnelle génératrice des fonctions de Green :

$$\dot{Z}_\xi [J] = \int [dA_\mu] [d\xi] [d\eta] \exp \left\{ i \int d^4x \left[ \mathcal{L}_{YM}(x) + \mathcal{L}_G(x) + \mathcal{L}_{FP}(x) + J.A \right] \right\}$$

$$\text{avec} \quad \mathcal{L}_{YM}(x) = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x)$$

$$\mathcal{L}_G(x) = -\frac{1}{2} \xi^a(x) g_{ab} \xi^b(x) ; \quad \xi^a(x) \equiv f^a(x)$$

$$\mathcal{L}_{FP}(x) = -\xi^a(x) g_{ab} \frac{\delta f^b(A_\mu^c)}{\delta c^c} \eta^c(x)$$

$$J.A = J^{\mu a}(x) A_{\mu a}(x)$$

## II. LA TRANSFORMATION B.R.S. ET LES IDENTITES DE SLAVNOV ET TAYLOR

On a vu que pour quantifier le champ de Yang-Mills il fallait briser l'invariance de jauge en choisissant des conditions de jauge; il apparaissait alors une densité Lagrangienne effective  $\mathcal{L}_{\text{effective}}$  définie par

$$\mathcal{L}_{\text{effective}}(x) = \mathcal{L}_{YM}(x) + \mathcal{L}_G(x) + \mathcal{L}_{FP}(x)$$

Donc la densité Lagrangienne effective n'est pas invariante de jauge, néanmoins Becchi, Rouet et Stora montrèrent qu'il existe des transformations globales qui agissent à la fois sur les champs de Yang-Mills et sur les scalaires fictifs de Faddeev-Popov  $\xi$  et  $\eta$  en laissant  $\mathcal{L}_{\text{effective}}$  invariant. Ces transformations  $\mathcal{S}(\epsilon)$  sont définies de la manière suivante :

$$\mathcal{S} : \begin{cases} \delta A_a^\mu(x) = D_{ab}^\mu(x) \eta^b(x) \epsilon = [S(A_a^\mu)] \epsilon \\ \delta \eta_a(x) = -\frac{1}{2} C_{abd} \eta^b(x) \eta^d(x) \epsilon = [S(\eta_a)] \epsilon \\ \delta \xi_a(x) = \xi_a(x) \epsilon = [S(\xi_a)] \epsilon \end{cases}$$

$\epsilon$  est un nombre indépendant de  $x$  et appartenant à une algèbre de Grassmann

$$\epsilon^2 = 0 \quad (\epsilon, \eta) = 0 = (\epsilon, \xi) \quad [\epsilon, A_\mu^a] = 0$$

Si la transformation de Becchi, Rouet, Stora (B.R.S.) est définie en prenant la dérivée à droite par rapport à  $\epsilon$  des transformations  $\mathcal{S}$

définies ci-dessus. On vérifie aisément que

$$\delta [\mathcal{L}_{YM}] = 0 = \delta [\mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{FP}]$$

Comme application, on peut montrer que la transformation B.R.S. permet de retrouver les identités de Slavnov-Taylor de façon très élégante.

Dans le cadre d'une théorie de Yang-Mills pure associée à un groupe simple  $G$ , on choisit d'adopter une notation contractée qui simplifie considérablement les calculs. Si  $A_\mu^a(x)$  est l'un des champs de jauge, on le représente par  $\phi_i$ , l'indice  $i$  représente alors à la fois l'indice du groupe  $a$ , l'indice de Lorentz  $\mu$  ainsi que le point  $x$ . La sommation et l'intégration sur les indices correspondants sont sous-entendus lorsque les indices  $i$  sont contractés, par exemple :

$$\phi_i \phi^i = \int d^4x A_\mu^a(x) A_a^\mu(x)$$

Avec ces notations compactes la transformation B.R.S. s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \phi_i = D_i^a \eta_a \varepsilon = (S \phi_i) \varepsilon \\ \delta \eta_a = -\frac{1}{2} C_{abc} \eta^b \eta^c \varepsilon = (S \eta_a) \varepsilon \\ \delta \xi_a = \zeta_a \varepsilon = (S \xi_a) \varepsilon \end{array} \right.$$

Si on remarque que lorsque  $c_i$  est un élément d'une algèbre de Grassmann, on peut écrire :

$$\int dc_i c_j = \delta_{ij}$$

alors

$$\int [d\phi d\xi d\eta] \xi_a \exp \left\{ i S_{\text{eff}}[\phi] + i J_i \phi^i \right\} = 0$$

Si on effectue une transformation B.R.S. sur les variables on ne change pas la valeur de l'intégrale par conséquent :

$$0 = \int [d\phi d\xi d\eta] \left\{ \zeta_a + i J_i \xi_a D^{ib}(\phi) \eta_b \right\} \exp \left\{ i S_{\text{eff}}[\phi] + i J_i \phi^i \right\}$$

Cette équation représente l'identité de Ward-Takahashi telle qu'elle fut trouvée pour la première fois par Slavnov et Taylor. On peut la présenter sous forme différentielle. Définissant

$$\langle Z \rangle_{ab} = N \int [d\phi d\xi d\bar{\eta}] \xi_a \eta_b \exp \left\{ i S_{\text{eff}} + i J_i \phi^i \right\}$$

on peut écrire

$$\frac{\delta}{\delta J_a} \left[ \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J} \right] Z[J] + i J_i D^{ib} \left[ \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J} \right] Z_{ab} = 0 .$$

REFERENCES

- G. 't Hooft, Nucl. Phys. B33 (1971) 173; B35 (1971) 167.
- K. Fujikawa, B.W. Lee and A.I. Sanda, Phys. Rev. D6 (1972) 2923.
- G. 't Hooft and M.T. Veltman, Nucl. Phys. B44 (1972) 159.
- K. Fujikawa, Phys. Rev. D7 (1973) 393.
- C. Becchi, A. Rouet and R. Stora, Comm. in Math. Phys. 42 (1975) 127.
- J. Ellis, M.K. Gaillard and D.V. Nanopoulos, Nucl. Phys. B106 (1976) 292.
- M. Bace and N.D. Hari Dass, Ann. of Phys. 94 (1975) 349.
- E.S. Abers and B.W. Lee, Phys. Rep. C9 (1973) 1.
- F. Martin, "Introduction à l'unification des interactions électromagnétiques et faibles", Journal de Physique Colloque C3, supplément au n° 4, Tome 41, page C3-99 (avril 1980).
- F. Martin, "La chromodynamique quantique", La Recherche n° 123 (juin 1981).
- B.W. Lee, "Methods in field theory", Les Houches 1975 (ed. North Holland Publishing Company), p. 79.
- J. Iliopoulos, "An introduction to gauge theories", Lectures given in the Academic Training Programme at CERN, 1975-76, CERN 76-11, (June 1976).
- J.C. Taylor, "Gauge theories of weak interactions", Cambridge University Press (1976).
- L.D. Faddeev and A.A. Slavnov, "Gauge fields introduction to quantum theory", The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc. (1980).
- C.N. Yang and R.L. Mills, Phys. Rev. 96 (1954) 191.

DEUXIEME PARTIE

UNE CONDITION DE JAUGE NON LINEAIRE

CHAPITRE 3

RAPPELS SUR LA JAUGE  $R_\xi$  ET PRESENTATION  
D'UNE JAUGE NON LINEAIRE

On a déjà vu que dans la jauge unitaire, les scalaires de Higgs non physiques (c'est-à-dire les scalaires associés aux générateurs brisés), disparaissent totalement de la théorie pour se retrouver noyés dans la composante longitudinale des bosons de jauge massifs. Ne trouvant plus alors que des particules physiques dans la théorie on dit que la jauge unitaire est la jauge physique. Par contre lorsque le modèle est défini dans une jauge arbitraire, on trouve dans son contenu à la fois des particules physiques et non physiques.

Il exhibe en particulier des termes liant étroitement les bosons de jauge massifs et leur Higgs associé. Ces termes ne définissant ni propagateur, ni vertex d'interaction, ne signifient rien de physique et sont dits indésirables. Ce fut 't Hooft qui le premier eu l'idée d'unir la condition de jauge imposée par la quantification et la nécessité d'enlever ces termes indésirables, en définissant la jauge  $R_\xi$  ou jauge linéaire. Le formalisme adopté pour étudier une théorie de jauge spontanément brisée, accompagnée de conditions linéaires ou non linéaires est largement exposé dans le chapitre suivant. Le lecteur trouvera dans ces articles tous les détails nécessaires, je ne fais qu'un bref exposé de la jauge  $R_\xi$  en dégageant ses caractéristiques essentielles.

Si  $A_\mu^b$  est un des bosons de jauge massifs et si  $H_{(b)}$  est le Higgs non physique qui lui est associé, alors la jauge de 't Hooft consiste dans le secteur brisé à remplacer le terme de jauge

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{\xi} \left[ \partial_\mu A_b^\mu \right]^2$$

par le terme de la jauge  $R_\xi$  :

$$\mathcal{L}_G^L = -\frac{1}{\xi} \left[ \partial_\mu A_b^\mu + \xi g v_0 H_{(b)} \right]^2$$

Ce dernier élimine alors les éléments indésirables  $\partial_\mu H_{(b)} A^{\mu b}$  survenant du terme cinétique des scalaires de Higgs

$$\mathcal{L}_R = (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H)$$

La jauge  $R_\xi$  représente toute une famille de jauges linéaires, qui contient les jauges usuelles associées à une valeur spécifique du paramètre  $\xi$ . On peut préciser brièvement que la jauge  $R$  correspond à  $\xi \rightarrow 0$ . Lorsque  $\xi = 1$  on retrouve la jauge de 't Hooft et Feynmann, dans laquelle le propagateur du boson de jauge est proportionnel à  $\delta_{\mu\nu}$ , alors que celui de son scalaire de Higgs non physique associé possède un pôle pour  $k^2 = M^2$ . Enfin pour  $\xi \rightarrow \infty$  on retrouve la jauge unitaire et les Higgs non physiques disparaissent, ils sont infiniment massifs.

La jauge non linéaire est une généralisation de la jauge  $R_\xi$ , obtenue en remplaçant la dérivée usuelle  $\partial_\mu$  par la dérivée covariante  $\hat{D}_\mu$  associée au groupe  $S$  de symétrie restante. On introduit alors des contributions non linéaires dans la condition de jauge et des termes d'interaction dans la Lagrangien de jauge non linéaire :

$$\mathcal{L}_G^{NL}$$

L'intérêt de cette condition non linéaire de jauge repose alors sur le fait qu'elle possède les vertus de la jauge  $R_\xi$  et permet de plus d'éliminer les couplages du type :

(boson de jauge sans masse)(boson de jauge massif)(Higgs non physique)

Il nous est apparu intéressant, à une époque où les théories de jauge connaissent un développement considérable dans le cadre des théories de grande unification, d'étudier une condition de jauge qui permet d'éliminer certains couplages et par conséquent de simplifier les calculs diagrammatiques. La jauge non linéaire présente de plus l'avantage de ne pas modifier les propagateurs définis par la jauge  $R_\xi$ .

La complication du secteur de Faddeev-Popov représente le seul inconvénient de cette jauge non linéaire. Les équations (36) et (37) du Chapitre 4 rassemblent les nouveaux couplages apportés par la condition non linéaire dans le secteur de Faddeev-Popov. Elles permettent de dénombrer les couplages rajoutés dans le secteur des ghosts pour un modèle donné. La comparaison entre le nombre de diagrammes supprimés et le nombre de diagrammes rajoutés sera le critère essentiel qui guidera l'utilisateur dans son choix.

CHAPITRE 4

TRAITEMENT GENERAL D'UNE CONDITION DE JAUGE NON LINEAIRE

LAPP-TH-60  
April 1982

GENERAL TREATMENT OF THE NON-LINEAR  $R_\xi$  GAUGE CONDITION

G. Girardi,  
C. Malleville,  
P. Sorba  
LAPP, Annecy-le-Vieux, France

A B S T R A C T

It is shown that the non-linear  $R_\xi$  gauge condition already introduced for the standard  $SU(2) \times U(1)$  model can be generalized for any gauge model with the same type of simplification, namely the suppression of any coupling of the form: (massless gauge boson). (massive gauge boson). (unphysical Higgs).

A variant of the  $R_{\xi}$  gauge condition<sup>1)</sup> has first been proposed by Fujigawa<sup>2)</sup> in the  $O(3)$  model. An explicit study<sup>3)</sup> of this non linear  $R_{\xi}$  gauge in the standard  $SU(2) \times U(1)$  model of weak and electromagnetic interactions has allowed to show out virtues of such a gauge condition: simpler Feynman rules and in particular the vanishing of couplings  $A_{\mu}^Y W^{\pm} \phi^{\mp}$  where  $\phi^{\mp}$  are the components of the unphysical Higgs swallowed up by the  $W^{\mp}$  bosons. The computational interest of such a gauge condition has been illustrated in the transition  $Higgs \rightarrow \gamma\gamma$  in Ref.(4) where seven of the nine dominant diagrams containing  $W$ 's in the loop and present in the usual linear gauge disappear in this new gauge, while in the Faddeev-Popov ghost sector, only one new diagram appears. This new gauge condition was simply obtained by replacing in the usual  $R_{\xi}$  gauge term  $\partial_{\mu}^{\rho} \phi_G$  the derivative  $\partial_{\mu}$  by the covariant derivative with respect to the unbroken  $U(1)_{e.m.}$  group i.e. :  $\partial_{\mu} \rightarrow \partial_{\mu} - ieA_{\mu}^Y Q$  : one notices immediately that the presence of this new term in the gauge functions will make the gauge condition non linear.

Computational simplifications are of course even more important when large groups and representations are considered, which is the case in grand unified theories. Therefore, it seems that this class of non linear gauge conditions can be convenient for calculating in any gauge model. Indeed let  $G$  be the gauge group under consideration which is spontaneously broken down to its subgroup  $S$  via the Higgs representation  $\mathcal{H}$ , then one can show that using the  $S$ -covariant derivative instead of the usual  $\partial_{\mu}$  in the gauge condition for the massive gauge bosons will insure the vanishing of all tri-linear couplings of the form : (massless gauge boson).(massive gauge bosons).(unphysical Higgs). The Faddeev-Popov ghost sector due to this new gauge condition is worked out in detail which allows in the case of a particular gauge model and for a definite physical process, to choose, between the usual linear  $R_{\xi}$  gauge condition and the non linear one, the more adequate one.

The proof of such a property is very simple and is based on linear algebra. To simplify the notations, we will assume the gauge group  $G$  to be simple, and therefore the presence of only one coupling constant (the generalisation to a semi-simple group is straightforward and will be rapidly discussed at the end of this letter). In the following  $G$  is supposed to be compact. Let  $\mathfrak{G}$  be the Lie algebra of  $G$ ,  $\mathfrak{S}$  the Lie algebra of the unbroken subgroup  $S$ , it is always possible to choose a basis for  $\mathfrak{G}$  made by a set of generators  $t_s$  ( $s = 1, 2, \dots, \sigma = \dim \mathfrak{S}$ ) of  $\mathfrak{S}$  completed by elements  $t_{\beta}$  ( $\beta = \sigma + 1, \dots, \dim \mathfrak{G} - \dim \mathfrak{S} = \gamma - \sigma$ ) associated with the "broken part" of  $\mathfrak{G}$ . The elements of this basis will be suitably normalized with the help of the Killing form on  $\mathfrak{G}$ . The covariant derivative with respect to  $G$  acting on the representation space of  $\mathfrak{D}(G)$  is defined as:

$$D_\mu = \partial_\mu - g A_\mu^G T_G = \partial_\mu - g (A_\mu^S T_S + A_\mu^B T_B) \quad (1)$$

where the  $T_G$ 's are the representatives of the generators  $t$  for the considered representation  $\mathcal{D}(G)$  and the gauge fields  $A_\mu^G(x)$  are functions of  $x \in M^4$ . If  $\mathcal{H}$  is the representation space of  $\mathcal{D}(G)$  there exists in  $\mathcal{H}$  a scalar product

$$\langle H, H' \rangle \quad \forall H, H' \in \mathcal{H} \quad (2)$$

making this representation  $\mathcal{D}(G)$  unitary, since  $G$  is compact. Then the matrices  $T$  will satisfy the condition:

$$\langle T_G H, H' \rangle + \langle H, T_G H' \rangle = 0. \quad (3)$$

Now, let us consider the Higgs kinetic term:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \langle D_\mu H, D_\mu H \rangle \quad (4)$$

$H$  being the most general element of the chosen (reducible or irreducible) Higgs representation  $\mathcal{H}$ . The quantity  $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$  is real, as is any part in the Lagrangian density. Therefore even in the case when the Higgs representation  $\mathcal{H}$  is complex, we will use a real scalar product on  $\mathcal{H}$  defined as follows:

$$(H, H') = \text{Re} \langle H, H' \rangle = (H', H) \quad (5)$$

for any couple of vectors  $H$  and  $H'$  in  $\mathcal{H}$ .

Let us call  $H_0$  the direction along which  $H$  gets a non zero vacuum expectation value  $v$ :

$$\langle H \rangle = v H_0 \quad \text{with} \quad (H_0, H_0) = \|H_0\|^2 = 1 \quad (6)$$

Then:

$$T_s(H_0) = 0 \quad s = 1, \dots, \sigma \quad (7)$$

while the  $T_B(H_0)$   $B = \sigma + 1, \dots, \gamma$  span a linear subspace in  $\mathcal{H}$  of dimension  $\gamma - \sigma$ .

Now, without loss of generality, we can choose a basis for:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{A} \oplus \mathfrak{B} \quad (8)$$

such that the following two conditions are satisfied:

- (a) its Killing form is a multiple of the identity
- (b) the generators  $T_B$  verify:

$$(T_B(H_0), T_B(H_0)) = \mu_B^2 c_{BB} = \rho_{BB}. \quad (9)$$

The gauge boson masses are given by  $g^2 v^2 \mu_B^2$ .

Let us rapidly show that this is always possible. We can in a first step choose a basis of  $\mathfrak{G}$  such that the Killing form appears as a multiple of the identity. Then considering the matrix  $M^2$  defined by :  $M_{AB}^2 = (T_B(H_0), T_B(H_0))$  which is real and symmetric, we can diagonalize it with the help of an orthogonal matrix  $O : M_{BB'}^2 \rightarrow (O T_B(H_0), O T_{B'}(H_0)) = D_{BB'}$ . Such an orthogonal transformation on the broken generators  $T_B$  will not affect the diagonal Killing form.

Moreover, since the subgroup  $S$  leaves invariant the scalar product:

$$(ST_B S^{-1}(H_0), ST_{B'} S^{-1}(H_0)) = (T_B(H_0), T_{B'}(H_0)) \quad (10)$$

the matrix  $D$  will appear as a multiple of the identity on each subspace  $\mathfrak{B}_i$  of  $\mathfrak{B}$  irreducible under  $S$ , i.e.:

$$\mathfrak{B} = \bigoplus_{i=1}^k \mathfrak{B}_i, \quad [\mathfrak{L}, \mathfrak{B}_i] \subseteq \mathfrak{B}_i \quad (11)$$

and can be written as a direct sum :  $D = \bigoplus_i \mu_i^2 \uparrow_{\dim \mathfrak{B}_i}$ .

So we make a shift on the vector  $H$

$$H = H' + v H_0 \quad (12)$$

and we also separate  $H'$  into two pieces, orthogonal with respect to the real scalar product above defined

$$H' = h^B T_B(H_0) + \phi \quad (13)$$

the  $h^B$  being real functions, and

$$(\phi, T_B(H_0)) = 0 \quad B = \sigma + 1, \dots, \gamma \quad (14)$$

The  $h^B$  are therefore the "unphysical" Higgs field components which are "eaten up" by the corresponding ghost gauge bosons  $a_\mu^B$ . One remark important for our problem is that the action of the unbroken subgroup  $S$  on the unphysical Higgs subspace is identical to its action on the (soon) massive gauge bosons: indeed, infinitesimally, one has

$$T_S(A_\mu^B, T_B) \stackrel{\text{def}}{=} A_\mu^B [T_S, T_B] \quad (15)$$

and also:

$$T_S(h^B T_B(H_0)) \stackrel{\text{def}}{=} h^B [T_S, T_B](H_0) \quad (16)$$

since  $T_S(H_0) = 0$  or using the property  $[\mathfrak{L}, \mathfrak{B}] \subseteq \mathfrak{B}$  where  $\mathfrak{B}$  is such that  $\mathfrak{G} = \mathfrak{L} \oplus \mathfrak{B}$  as vector space and  $c_{SB}^A$  are the structure constants :

$$T_S(A_\mu^B T_B) = c_{SB}^{B'} A_\mu^B T_{B'} \quad (17)$$

$$T_S(h^B T_B(H_0)) = c_{SB}^{B'} h^B T_{B'}(H_0) \quad (18)$$

So, let us develop the expression of  $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$  :

$$\begin{aligned} (D_\mu H, D_\mu H) &= (\partial_\mu \phi, \partial_\mu \phi) + \partial_\mu h^B \partial_\mu h^{B'} (T_B(H_0), T_{B'}(H_0)) \\ &\quad + g^2 v^2 A_\mu^B A_\mu^{B'} (T_B(H_0), T_{B'}(H_0)) \\ &\quad + 2g \left[ A_\mu^B \partial_\mu h^{B'} (\phi, T_B T_{B'}(H_0)) - A_\mu^G \partial_\mu h^B h^{B'} (T_B(H_0), T_G T_{B'}(H_0)) \right. \\ &\quad \left. - A_\mu^G (\partial_\mu \phi, T_G \phi) - A_\mu^B h^{B'} (\partial_\mu \phi, T_B T_{B'}(H_0)) \right] \\ &\quad + g^2 \left[ A_\mu^G A_\mu^{G'} (T_G(\phi), T_{G'}(\phi)) + 2 A_\mu^G A_\mu^{G'} h^B (T_G(\phi), T_{G'} T_B(H_0)) \right. \\ &\quad \left. + A_\mu^G A_\mu^{G'} h^B h^{B'} (T_G T_B(H_0), T_{G'} T_{B'}(H_0)) \right] \\ &\quad + 2g^2 v A_\mu^B A_\mu^{B'} \left[ (T_B(\phi), T_{B'}(\phi)) + h^{B''} (T_B T_{B''}(H_0), T_{B'}(H_0)) \right] \\ &\quad + 2g^2 v A_\mu^S A_\mu^{S'} h^B h^{B'} (T_S T_{B'}(H_0), T_B(H_0)) \\ &\quad - 2g v A_\mu^B \partial_\mu h^{B'} (T_B(H_0), T_{B'}(H_0)) \end{aligned} \quad (19)$$

The last term ("unwanted" term) can be cancelled if we work in a 't Hooft gauge:

$$\mathcal{L}_{\text{Gauge}} = -\frac{1}{\xi} \left| (\partial_\mu A_\mu^B + \xi g v h^B) T_B(H_0) \right|^2 - \frac{1}{2\eta} (\partial_\mu A_\mu^S)^2 \quad (20)$$

where  $-\frac{1}{2\eta} (\partial_\mu A_\mu^S)^2$  is, up to the factor  $-\frac{1}{2\eta}$ , the square of the Killing form on the unbroken part  $\partial_\mu A_\mu^S T_S$ , and can be rewritten as:  $-\frac{1}{2\eta} \frac{\xi}{g} (\partial_\mu A_\mu^S)^2$ . We will not be interested by this part in the following.

The first term in the r.h.s. of eq.(20) can be rewritten as:

$$-\frac{1}{\xi} \left| (\partial_\mu A_\mu^B + \xi g v h^B) T_B(H_0) \right|^2 = -\frac{1}{\xi} \mathcal{G}_L^B \mathcal{G}_L^{B'} (T_B(H_0), T_{B'}(H_0)) \quad (21)$$

using eq.(9), with the  $\mathcal{G}_L^B$  being the Gauge functions defined as:

$$\mathcal{G}_L^B = \partial_\mu A_\mu^B + \xi g v h^B \quad (22)$$

A natural extension of this gauge to a non-linear one is

$$\mathcal{L}_{NLGauge} = -\frac{1}{\xi} \left| \left( \partial_\mu - g A_\mu^S T_S \right) A_\mu^B T_B(H_0) + \xi g v h^B T_B(H_0) \right|^2 - \frac{1}{2\pi} \frac{1}{S} \left( \partial_\mu A_\mu^S \right)^2 \quad (23)$$

which will then allow to make disappear not only the last term, but also the last but one in eq.(19). Rewriting  $\mathcal{L}_{NLGauge}$  as :

$$\mathcal{L}_{NLGauge} = \mathcal{L}_{NLGauge}^B + \mathcal{L}_{Gauge}^S \quad (24)$$

with

$$\mathcal{L}_{NLGauge}^B = -\frac{1}{\xi} \frac{G_{NL}^B G_{NL}^{B'}}{G_{NL} G_{NL}} (T_B(H_0), T_B(H_0)) \quad (25)$$

and:

$$G_{NL}^B T_B(H_0) = \left( \partial_\mu A_\mu^B + \xi g v h^B \right) T_B(H_0) - g A_\mu^S A_\mu^B T_S T_B(H_0)$$

which can be rewritten using (16)

$$G_{NL}^B T_B(H_0) = \left[ \partial_\mu A_\mu^B + \xi g v h^B - g c_{SB''}^B A_\mu^S A_\mu^{B''} \right] T_B(H_0) \quad (26)$$

one obtains the relation

$$G_{NL}^B \equiv G_{NL}^B - g c_{SB''}^B A_\mu^S A_\mu^{B''} \quad (27)$$

and therefore

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NLGauge} &= \mathcal{L}_{LGauge} - \frac{1}{\xi} \left[ g^2 c_{SB''}^B c_{S'B'''}^{B'} A_\mu^S A_\mu^{S'} A_\mu^{B''} A_\mu^{B'''} - \right. \\ &\quad \left. - 2 g c_{SB''}^B A_\mu^S A_\mu^{B''} \left( \partial_\mu A_\mu^{B'} \right) \right] (T_B(H_0), T_B(H_0)) \\ &\quad + 2g^2 v c_{SB''}^B A_\mu^S A_\mu^{B''} h^{B'} (T_B(H_0), T_B(H_0)). \end{aligned} \quad (28)$$

Looking at the last term in eq.(28), we recognize that it is exactly the opposite of the last but one term in eq.(19): indeed, because of the antihermiticity of the T operators:

$$\begin{aligned} &2g^2 v A_\mu^S A_\mu^B h^{B'} (T_S T_B(H_0), T_B(H_0)) = \\ &= -2g^2 v A_\mu^S A_\mu^B h^{B'} (T_B(H_0), T_S T_B(H_0)) \\ &= -2g^2 v c_{SB''}^{B''} A_\mu^S A_\mu^B h^{B'} (T_B(H_0), T_B(H_0)) \\ &= -2g^2 v c_{SB''}^B A_\mu^S A_\mu^{B''} h^{B'} (T_B(H_0), T_B(H_0)) \end{aligned} \quad (29)$$

and therefore the terms (massless gauge boson). (massive gauge boson). (unphysical Higgs) are not present in  $\mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{NLGauge}$ .

We have now to consider the Faddeev-Popov ghost pieces, and to study how this part is affected by this non-linear gauge as compared with the linear one. Let us recall that the Faddeev-Popov part can be written

$$\mathcal{L}_{F.P.} = - \xi^\alpha \rho_{\alpha\beta} M_Y^S \eta^\gamma \quad (30)$$

where  $M$  is the matrix defined by :

$$M_Y^S = \frac{\delta \xi^\beta}{\delta \omega^\gamma} \quad (31)$$

$\omega^\gamma$  being the infinitesimal parameters of the gauge group  $G$  ( $U = \exp g \vec{\omega} \cdot \vec{T}$ ), and  $\xi^\alpha$  and  $\eta^\gamma$  the (anticommuting, scalar) Faddeev-Popov fields. Finally  $\rho_{\alpha\beta}$  is the matrix tensor, diagonal according to conditions (a) and (b) which diagonalize the Higgs kinetic term and the gauge boson  $A_\mu^B$  physical mass matrix.

From eqs (27, 30, 31) it is easy to analyse the new terms appearing in  $\mathcal{L}_{F.P.}$ .  
Actually, :

$$\mathcal{L}_{N.L.F.P.} = \mathcal{L}_{L.F.P.} - \xi_B \rho_{BB'} \frac{\delta \mathcal{A}^{B'}}{\delta \omega^G} \eta^G \quad (32)$$

with

$$\mathcal{A}^{B'} = - g c_{SB'}^B A_\mu^S A_\mu^{B'} \quad (33)$$

Under the action of  $U = \exp g \vec{\omega} \cdot \vec{T}$  the gauge bosons transform as :

$$\vec{A}_\mu \cdot \vec{T} \rightarrow \vec{A}'_\mu \cdot \vec{T} = \frac{1}{g} (\partial_\mu U) U^{-1} + U \cdot \vec{A} \cdot \vec{T} U^{-1} \quad (34)$$

or infinitesimally:

$$\delta A_\mu^G = \partial_\mu \omega^G + g c_{G'G''}^G \omega^{G'} A_\mu^{G''} \quad (35)$$

It follows that the new term appearing in  $\mathcal{L}_{F.P.}$  is simply :

$$- \xi_{B'} \rho_{B'B} \left( \frac{\delta \mathcal{A}^{B'}}{\delta \omega^S} \eta^S + \frac{\delta \mathcal{A}^{B'}}{\delta \omega^{B'}} \eta^{B'} \right) \quad (36)$$

with

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{A}^{B'}}{\delta \omega^S} &= - g c_{SB'}^B A_\mu^{B'} \partial_\mu - g^2 c_{SS''}^S c_{S'B'}^B A_\mu^{S''} A_\mu^{B'} \\ &\quad - g^2 c_{SB''}^{B'} c_{S'B'}^B A_\mu^{S''} A_\mu^{B''} \\ \frac{\delta \mathcal{A}^{B'}}{\delta \omega^{B'}} &= - g c_{SB'}^B A_\mu^S \partial_\mu - g^2 c_{B'B''}^S c_{SB''}^B A_\mu^{B''} A_\mu^{B'''} \\ &\quad - g^2 c_{B'G}^{B''} c_{SB''}^B A_\mu^G A_\mu^S \end{aligned} \right. \quad (37)$$

The first relation can be rewritten as follows after use of the Jacobi identity :

$$\frac{\delta \alpha^B}{\delta \omega^S} = -g c_{SB}^B A_\mu^{B'} \partial_\mu - g^2 K(T_B, [T_S, [A^{S'}, T_{S'}, A^{B'} T_B]]) / K(T_B, T_B) \quad (38)$$

where the use of the Killing scalar product  $K(T_B, X)$  expresses that one has to pick up only the coefficient of  $T_B$  in  $X$ . The second relation is more complicated to write in an analogous way.

Let us summarize the situation. Following the kind of physical process one has to calculate, the non-linear or the linear  $R_\xi$  gauge may prove more convenient. One can choose either to suppress all diagrams of the type (massless gauge boson). (massive gauge bosons). (non physical Higgs) and then enlarge the Faddeev-Popov ghost sector (eq.37) with a gauge condition of the type (eq.23), or to keep the usual linear gauge condition (eq.21) without perturbing the F.P. sector but keeping the above mentioned tri-linear couplings. Owing to the simple forms of eq.(37) which necessitate only to calculate double commutators in the Lie algebra of  $\mathcal{G}$  one can easily decide the most economical way.

Another question is whether a non-linear gauge condition can be defined by replacing in  $\mathcal{L}_{L.G.}$   $\partial_\mu$  by the covariant derivative  $D_\mu$  with respect to a subgroup bigger than the unbroken one  $S$ . One sees immediately that by choosing  $D_\mu$  in the whole algebra  $\mathcal{G}$  does not help more than limiting ourselves to  $\mathcal{S}$ . Indeed, in  $\mathcal{L}_{N.L.G.}$ , one will have :

$$\left\{ \partial_\mu - g (A^S T_S + A^B T_B) \right\} (A^B T_B) = \left\{ \partial_\mu - g A^S T_S \right\} (A^B T_B) \quad (39)$$

$$\text{since } \left\{ A^S T_S + A^B T_B \right\} (A^B T_B) = \left[ A^S T_S + A^B T_B, A^B T_B \right]$$

However, it could be sometimes interesting to define in  $\mathcal{L}_{NLG}$  the covariant derivative with respect to a subgroup  $S'$  bigger than  $S$  but smaller than  $G$  itself, i.e.  $G \supseteq S' \supseteq S$ , and in particular with respect to subgroups  $S'$  of the form:  $S' = S \times U(1)$ . In the case of the electro-weak  $SU(2) \times U(1)$  gauge group, the choices in  $\mathcal{L}_{NLG}$  of  $D_\mu$  with respect to  $U(1)_{e.m.}$  or  $U(1)_{T_3} \times U(1)_Y$  induced more or less simple contributions for other diagrams 3).

Finally, let us mention that the non-linear gauge conditions can be used in the case of semi-simple gauge group  $G = \prod_{i=1}^n G_i$ . One has then simply to take care of the different coupling constants  $g_i$  associated with the simple components  $G_i$ . If the unbroken subgroup  $S$  is a direct product of subgroups  $S = \prod_{i=1}^n S_i$ ,  $S_i \subset G_i$  then the non-linear gauge condition will be defined by introducing  $\tilde{\partial}_\mu = \partial_\mu - \sum_i g_i A^{S_i} T_{S_i}$ . If  $S$  is not of this form, but contains for example a "diagonal" subgroup built from several isomorphic subgroups of different  $G_i$ , then one has to redefine the physically relevant coupling constants one wants to keep : this is again the case of the electro-weak  $SU(2) \times U(1)$  group in which the

unbroken part  $U(1)_{em}$  is generated by the combination  $T_3 + Y$  with  $T_3$  and  $Y$  being respectively generators of the  $SU(2)$  and  $U(1)$  part.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

We are very grateful to R. Stora for his interest and numerous discussions.

#### REFERENCES

- 1) G. 't Hooft, Nucl. Phys. B33 (1971) 173; B35 (1971) 167;  
K. Fujikawa, B.W. Lee and A.I. Sanda, Phys. Rev. D6 (1972) 2923.
- 2) K. Fujikawa, Phys. Rev. D7 (1973) 393.
- 3) M. Bace and N.D. Hari Dass, Ann. of Phys. 94 (1975) 349.
- 4) M.B. Cavela, G. Girardi, C. Malleville and P. Sorba, Nucl. Phys. B193 (1981) 257.

CHAPITRE 5

UNE CONDITION NON LINEAIRE DE JAUGE DANS LE CADRE  
DU MODELE STANDARD ELECTRO-FAIBLE SU(2) × U(1)

LAPP-TH-35  
May 26, 1981

A NON-LINEAR  $R_\xi$  GAUGE CONDITION FOR  
THE ELECTROWEAK  $SU(2) \times U(1)$  MODEL

M.B. Gavela  
G. Girardi  
C. Malleville  
P. Sorba

LAPP, Annecy-le-Vieux, France

A B S T R A C T

A non-linear  $R_\xi$  gauge condition is presented and explicitly developed in the framework of the  $SU(2) \times U(1)$  gauge model. We give the corresponding Feynman rules, which are simpler than in  $R_\xi$  gauges, because couplings involving unphysical Higgs and gauge bosons disappear or simplify. The Faddeev-Popov sector is more elegant, the ghosts coupling to neutral gauge bosons like in scalar electrodynamics. Finally, as a practical example, the transition  $Higgs \rightarrow \gamma\gamma$  is considered and compared with the usual calculation in linear gauges.

Published in Nuclear Physics B193 (1981) 257

## 1. INTRODUCTION

It is known since several years that a spontaneously broken gauge theory is renormalizable and unitary<sup>1)</sup>. The  $R_{\xi}$  gauge formulation<sup>2)</sup> or generalized renormalizable gauge, as well as the  $n$ -regularization method<sup>3)</sup> have proven that gauge invariance can be preserved and that the possible ambiguities in practical calculations can be suppressed. Actually the  $R_{\xi}$  gauge has been defined for a general class of covariant linear gauge conditions. However in the same time, Fujikawa<sup>4)</sup> noticed that an extension to a non-linear gauge condition can be made which still preserves the  $\xi$  independence of the  $S$  matrix elements. From a theoretical point of view, it appears interesting to emphasize the possibility of a new class of gauge conditions, which can be helpful in simplifying explicit calculations and leave the  $S$ -matrix unitary as can be checked using the BRS transformation<sup>5)</sup>. In this paper we work out in detail such a non-linear gauge condition in the framework of the  $SU(2) \times U(1)$  model of weak and electromagnetic interactions. As an illustration we calculate the contribution of the weak boson sector to the transition: physical Higgs ( $H$ ) to 2 photons. The actual calculation in the Feynman gauge<sup>6)</sup> requires to evaluate 10 diagrams, whereas with a suitably chosen non-linear gauge only 4 diagrams are needed. In our case, as it will be shown later, some couplings are just suppressed and others are simplified which makes this non-linear gauge very appealing. In Section 2 we give a reminder on linear gauge condition which also fixes our notations used in the third section devoted to the non-linear gauges. Finally in the last and fourth section we present the calculations for  $H \rightarrow \gamma\gamma$ . An appendix contains all useful couplings which can be relevant for practical use.

## 2. A REMINDER ABOUT THE LINEAR GAUGE CONDITION

In this section we consider the  $SU(2) \times U(1)$  standard model without fermions whose Lagrangian is made of several pieces:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{F.P.} \quad (1)$$

$\mathcal{L}_{YM}$  is the pure Yang-Mills part

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \quad (2)$$

in which  $F_{\mu\nu}^a$  and  $B_{\mu\nu}$  are respectively the  $SU(2)$  and the  $U(1)$  field strengths defined in the usual way

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_{\mu} A_{\nu}^a - \partial_{\nu} A_{\mu}^a + g(A_{\mu}^b \times A_{\nu}^c)^a \quad a = 1, 2, 3 \quad (3)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (4)$$

The physical gauge bosons are defined as combinations of the Lie algebra fields  $A_\mu^a, B_\mu$ .

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp iA_\mu^2); \quad Z_\mu = -A_\mu^3 \cos\theta + B_\mu \sin\theta \quad (5)$$

$$\text{the photon field is } A_\mu = A_\mu^3 \sin\theta + B_\mu \cos\theta$$

$\mathcal{L}_S$  is the part of the Lagrangian which contains the scalar Higgs fields

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi) \quad (6)$$

with  $V(\phi) = -\mu^2(\phi^\dagger \phi) + \lambda(\phi^\dagger \phi)^2$  and the covariant derivative  $D_\mu = \partial_\mu - \frac{i}{2}(g \vec{\tau} \vec{A}_\mu + g' B_\mu)$ .

As usual the Higgs field transforms as a doublet of  $SU(2)$   $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$  and acquires a non zero vacuum expectation value  $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$ . One then redefines new Higgs fields as follows

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi^1 + i\phi^2 \\ H + iX \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (7)$$

The fields  $\phi^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi^1 \pm i\phi^2)$  and  $X$  are called the unphysical Higgses, they are eaten by  $W_\mu^\pm$  and  $Z_\mu$  respectively and give these gauge fields masses  $M_W = M_Z \cos\theta = \frac{g}{2} v$ .

On the other hand  $H$  is a physical observable scalar field which should show up in the spectrum as a particle. Finally  $\mathcal{L}_G$  and  $\mathcal{L}_{F.P.}$  are the gauge fixing and the Faddeev-Popov ghost pieces of the Lagrangian which are closely related to each other. We elaborate on this point to settle our notations and also because to different gauge conditions will correspond different  $\mathcal{L}_{F.P.}$ .

At a general level one can write

$$\mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{F.P.} = -\frac{1}{2} G^a S_{ab} G^b - \xi^a S_{ab} \eta^b \eta^c \quad (8)$$

where  $G^a$  are the gauge fixing functions which can depend on all fields and are labelled by Lie algebra indices,  $S_{ab}$  is a metric tensor which can be off diagonal in some cases. In  $\mathcal{L}_{F.P.}$   $\xi^a$  and  $\eta^c$  are the Faddeev-Popov fields which are anti-commuting scalar fields while  $M$  is a matrix, whose elements are given by the variation of the gauge function under infinitesimal gauge transformation of

of parameter  $\omega$

$$M_c^b = \frac{\delta S^b}{\delta \omega^c} \quad (9)$$

Expression (5) is invariant under BRS transformation which insures that gauge invariance and unitary are preserved without reference to particular forms of  $\xi^a$ .

There exists a vast choice of gauge functions, a very useful one was proposed by 't Hooft which elucidates the role of the unphysical Higgs fields. In  $SU(2) \times U(1)$  when calculating  $(D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi)$  with  $\phi$  defined by (7) one generates annoying terms of the form

$$iM_W \partial_\mu \phi^+ W_\mu^- - iM_W \partial_\mu \phi^- W_\mu^+ - M_Z \partial_\mu X Z_\mu \quad (10)$$

which can be cancelled in the 't Hooft gauge

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu A_\mu)^2 - \frac{1}{2\eta} (\partial_\mu Z_\mu + nM_Z X)^2 - \frac{1}{\xi} \{ \partial_\mu W_\mu^+ - iEM_W \phi^+ \}^2 \quad (11)$$

In this gauge  $\phi^\pm$  and  $X$  appear as propagating fields with respective mass  $EM_W$  and  $nM_Z$ , these propagators just neutralize the dangerous longitudinal component of the massive gauge fields  $W_\mu^\pm$  and  $Z_\mu$ . In this gauge, spontaneously broken gauge theories are power counting renormalizable, which makes (11) so convenient.

### 3. A NON-LINEAR GAUGE CONDITION

If the above choice (11) of gauge is very convenient it is not the most general and for practical purposes one can choose non-linear conditions which can be designed to simplify the calculations of some physical processes. Here we propose the following gauge fixing term

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu A_\mu)^2 - \frac{1}{2\eta} (\partial_\mu Z_\mu + nM_Z X)^2 - \frac{1}{\xi} \{ \partial_\mu - igA_\mu^3 \} W_\mu^+ - iEM_W \phi^+ \}^2 \quad (12)$$

The first two terms which concern the neutral gauge boson derivatives are the same as in (11) but the charged boson gauge function is now non-linear. This modification entails some nice simplifications and is also susceptible to generalization in the case of larger gauge groups, so let us comment on this choice. The gauge functions can be written as

$$\xi^A = \partial_\mu A_\mu \quad (13a)$$

$$\xi^\pm = (\partial_\mu \mp igA_\mu^3) W_\mu^\pm \mp iEM_W \phi^\pm \quad (13b)$$

$$\xi^Z = \partial_\mu Z_\mu + nM_Z X \quad (13c)$$

Comparing with the usual linear gauge condition, the derivative  $\partial_\mu$  has been replaced in (13b) by  $\partial_\mu - ig A_\mu^3 T_3$  where  $T_i$  are the generators of the weak SU(2) group acting on the  $\underline{3} \oplus \underline{1}$  representation associated to the fields  $W_\mu^\pm, A_\mu^3, B_\mu$ . In fact since the action of U(1) on the gauge bosons is trivial (hypercharge is zero) an equivalent formulation is

$$\partial_\mu + \partial_\mu - ig A_\mu^3 T_3 - ig' Y B_\mu = \hat{D}_\mu \quad (14)$$

The operator  $\hat{D}_\mu$  is the covariant derivative associated with the U(1)  $\times$  U(1) subgroup of SU(2)  $\times$  U(1). Had we used the total covariant derivative of SU(2)  $\times$  U(1) we would recover the linear gauge formulation since  $(\vec{W}, \vec{T}) \vec{W} = 0$ .

One can interpret (14) as a "covariant" derivative involving the neutral fields. Another natural choice which has also an appealing physical meaning is

$$\partial_\mu + \partial_\mu - ie A_\mu Q \quad (15)$$

This corresponds to introduce in the gauge functions the covariant derivative of the unbroken group, here U(1)<sub>e.m.</sub>.

Both (14) and (15) have the nice property of suppressing the coupling  $\phi^- W_\mu^+ A_\mu$  which appears in many places in physical processes. With (14) one simplifies also the  $Z_\mu$  couplings, whereas (15) leaves this part untouched. For our practical example presented in section 4 both choices are convenient but for a more general gauge model like SU(5) one choice can prove itself more meaningful than the other.

In the following we work with (13) that is

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{2\alpha} (\xi^0)^2 - \frac{1}{2\eta} (\xi^3)^2 - \frac{1}{\xi} \xi^+ \xi^- \quad (16)$$

It is clear that when expressed in terms of Lie algebra gauge function like in (8)  $\mathcal{E}_{ab}$  will not be diagonal, which can complicate the calculation of  $\mathcal{L}_{F.P.}$ . However without loss of generality one can fix  $\alpha = \eta$  and then obtain a diagonal metric, that is

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{2\alpha} [(\xi^0)^2 + (\xi^3)^2] - \frac{1}{2\xi} [(\xi^1)^2 + (\xi^2)^2] \quad (17)$$

with:

$$S^0 = \partial_\mu B_\mu + \alpha \sin\theta M_Z X \quad (18a)$$

$$S^3 = \partial_\mu A_\mu^3 - \alpha \cos\theta M_Z X \quad (18b)$$

$$S^1 = \partial_\mu A_\mu^1 + g A_\mu^3 A_\mu^2 + \xi M_W \phi_2 \quad (18c)$$

$$S^2 = \partial_\mu A_\mu^2 - g A_\mu^3 A_\mu^1 + \xi M_W \phi_1 \quad (18d)$$

Using these definitions and the gauge transformation of the various fields it is easy to construct  $\tilde{\mathcal{L}}_{F.P.}$ . At this point let us note that the charged ghosts couple to the photon like in scalar electrodynamics, this is the deep reason why the Faddeev-Popov contribution to electromagnetic processes is by itself gauge invariant, as will be seen in the fourth section. This completes the calculation of the Lagrangian (1), out of which are derived the Feynman rules given in the Appendix: it is clear from them that choosing  $\alpha = \xi = 1$  leads to great simplifications, this is illustrated in the next section with an explicit calculation.

#### 4. AN ILLUSTRATIVE EXAMPLE

In this section we illustrate the simplifying power of the choice (13) in the calculation of some physical process. We want to evaluate the electroweak contribution to the decay  $H \rightarrow \gamma\gamma$ . A calculation of this quantity has been done elsewhere<sup>6)</sup> using a linear gauge and will serve as reference.

The decay rate of interest can be written as follows

$$\Gamma(H \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{u^2}{8\sqrt{2} \pi^3} G_F m_\psi^2 |I|^2 \quad (19)$$

where the amplitude  $I$  receives contributions from different sectors

$$I = I_{\text{leptons}} + I_{\text{quarks}} + I_{W's} \quad (20)$$

It is  $I_W$  we want to evaluate. In 6) such a calculation requires to take into account 10 dominant diagrams (+ some crossed ones) - See figure 17 in 6) - 9 of them contain the  $W$  in the loop and the last one only involves Faddeev-Popov ghosts. Using the non-linear gauge only 4 dominant diagrams are needed to achieve the calculation of  $I_W$  - Fig. 1 -. Indeed the vanishing of the coupling  $\phi^2 W_\mu^\mp A_\mu$  eliminates 7 of the first 9 diagrams present in 6). In the ghost sector with the non-linear gauge we have 2 diagrams because of a new quartic coupling ghost-ghost-2 photons.

We can write the contribution to  $I_W$  in the following form

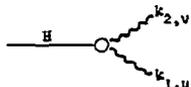
$$I_W = ig M_W \frac{e^2 \pi^2}{(2\pi)^4} \left[ A\Gamma(2 - \frac{1}{2}n) S_{\mu\nu} + B S_{\mu\nu} \frac{m_H^2}{2M_W^2} + C \frac{k_{2\mu} k_{1\nu}}{M_W^2} \right] \epsilon_\mu(k_1) \epsilon_\nu(k_2) - \sigma(n-4) \quad (21)$$

where  $A$  is the coefficient of the divergent term calculated using the dimensional regularization. As usual even if individual diagrams give gauge dependent and divergent terms the whole sum must be finite and gauge independent. These 2

physical demands imply constraints on the coefficients A, B and C.

$$\begin{aligned} \text{finiteness} & \quad \sum_i A_i \sim (n-4) \\ \text{gauge invariance} & \quad \sum C + \sum B + \frac{2M_W^2}{m_H^2} \frac{2}{4-n} \sum A = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

The calculation has actually been performed in  $\xi = 1$ , as in Ref. 6). From table 1 where are displayed the different coefficients of the different graphs, one can check that these conditions are fulfilled in a rather nice way. The calculation gives with few efforts the same result for  $L_W$  as the one quoted in 6).



$$= \epsilon_\mu(k_1) \epsilon_\nu(k_2) \frac{i g}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} \left[ -k_{1\nu} k_{2\mu} + \frac{1}{2} \frac{m_H^2}{H} g_{\mu\nu} \right] \quad (23)$$

But it is worth to mention that in our calculation something nice happens - the Faddeev-Popov sector (c + d) and the vector boson sector (a + b) give contributions which are separately finite and gauge independent since

$$A_a + A_b = 0; \quad A_c + A_d = 0$$

and (24)

$$(B_a + B_b) + (C_a + C_b) = 0 \quad (B_c + B_d) + (C_c + C_d) = 0$$

This can be due to the fact that in (a) and (b) we have no contribution of unphysical scalars but only physical gauge bosons which cannot generate unphysical divergences or gauge dependent terms for real processes, see also the remark of the F.P. ghost in section 3.

## 5. CONCLUSION

The non-linear gauge condition proposed above appears to be very attractive in view of the simplifications it entails for practical calculation in spontaneously broken gauge models. We do think that the natural generalization of such non-linear gauge conditions to larger gauge group models, like grand unified ones, can be of great help in practical calculations. This will be presented in a forthcoming publication.

## ACKNOWLEDGEMENTS

We are grateful to M.K. Gaillard and R. Storz for their interest to this work and for important discussions. One of us (M.B.G.) is also indebted to L. Abbott for useful comments.

Table 1Contributions to the  $H \rightarrow \gamma\gamma$  amplitude from the graphs of fig. 2

GRAPH	A	B	C
a + crossed	$2n$	$28/3$	$-20/3$
b	$-2n$	$-8/3$	0
Partial sum	0	$20/3$	$-20/3$
$2c$ + crossed	-2	$-1/3$	$-1/3$
$2 \times d$	+2	$+2/3$	0
Partial sum	0	$1/3$	$-1/3$

APPENDIX

In this appendix we list the Feynman rules derived in our gauge with  $\alpha = \gamma$ .

a) propagators

$$\frac{H}{k^2 - m_H^2}; \quad \text{---} \frac{Y}{\mu} \text{---} \frac{v}{\nu} = \frac{-i}{k^2} \left[ g_{\mu\nu} + (\alpha-1) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right]; \quad \text{---} \frac{\eta_Y}{\nu} = \frac{i\alpha}{k^2}$$

$$\frac{X}{k^2 - \alpha M_Z^2}; \quad \text{---} \frac{Z}{\mu} \text{---} \frac{v}{\nu} = \frac{-i}{k^2 - M_Z^2} \left[ g_{\mu\nu} + \frac{(\alpha-1)k_\mu k_\nu}{k^2 - \alpha M_Z^2} \right]; \quad \text{---} \frac{\eta_Z}{\nu} = \frac{i\alpha}{k^2 - \alpha M_Z^2}$$

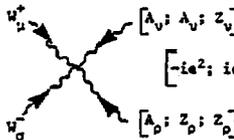
$$\frac{\phi^\pm}{k^2 - \xi M_W^2}; \quad \text{---} \frac{W^\pm}{\mu} \text{---} \frac{v}{\nu} = \frac{-i}{k^2 - M_W^2} \left[ g_{\mu\nu} + \frac{(\xi-1)k_\mu k_\nu}{k^2 - \xi M_W^2} \right]; \quad \text{---} \frac{\eta^\pm}{\nu} = \frac{i\xi}{k^2 - \xi M_W^2}$$

The dashed lines represent the ghost propagator but the attached name is just generic, the auxiliary fields propagate between  $\eta$  and  $\xi$ .

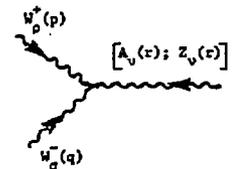
b) couplings

We first list couplings modified by the non-linear gauge condition.

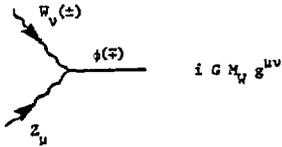
We use  $G = \sqrt{g^2 + g'^2} = \frac{g}{\cos\theta}$ ,  $e = \frac{g g'}{G}$ .



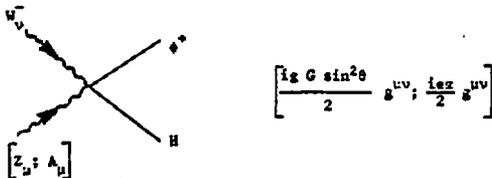
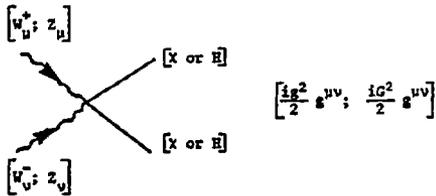
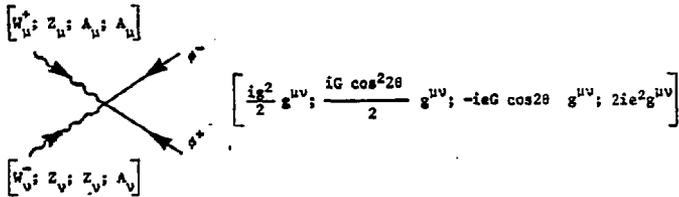
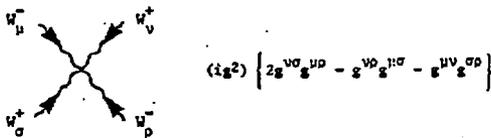
$$\begin{aligned} & [A_\nu; A_\nu; Z_\nu] \\ & [-ia^2; ieg \cos\theta; -ig^2 \cos^2\theta] \left[ 2g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\nu\nu} g^{\rho\rho}) \right] \\ & [A_\rho; Z_\rho; Z_\rho] \end{aligned}$$

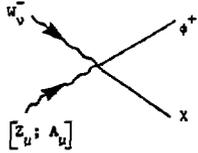


$$\begin{aligned} & [A_\nu(r); Z_\nu(r)] \\ & [-ie; ig \cos\theta] \left[ g^{\rho\sigma} (p-q)^\nu + g^{\nu\sigma} (q-r)^\rho + g^{\nu\rho} (r-p)^\sigma \right] \end{aligned}$$

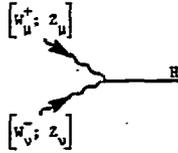


As stated in the text, the coupling  $W^\pm \psi \bar{\psi} A$  has disappeared. Rules are specially simple in 't Hooft Feynman gauge  $\xi = \eta = 1$ .

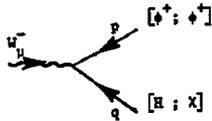




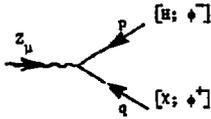
$$\left[ \frac{g G \sin^2 \theta}{2} g^{\mu\nu} ; \frac{g G}{2} g^{\mu\nu} \right]$$



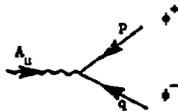
$$\left[ i g M_W g^{\mu\nu} ; i g M_Z g^{\mu\nu} \right]$$



$$\left[ \frac{i g}{2} ; \frac{g}{2} \right] [p - q]^\mu$$



$$\left[ \frac{g}{2} ; \frac{i G \cos^2 \theta}{2} \right] [p - q]^\mu$$



$$(ie) [p - q]^\mu$$

As far as the Faddeev-Popov sector is concerned, the Feynman rules can be read from the Lagrangian given below. If we denote the ghost by  $\eta, \xi$ ,

$$\eta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\eta^+ - \eta^-); \quad \eta_2 = \frac{i}{\sqrt{2}} (\eta^+ - \eta^-); \quad \eta_3 = \eta_\gamma \sin \theta - \eta_2 \cos \theta;$$

(A.1)

$$\eta_0 = \eta_\gamma \cos \theta + \eta_2 \sin \theta$$

and similarly for the ghosts of type  $\xi$  one obtains

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{FP}^* = & -\frac{1}{\xi} \left\{ \xi^+ (\partial_\mu^2 - \xi M_\mu) n^- - \xi^+ (eA_\mu - g \cos \theta Z_\mu)^2 n^- - i(eA_\mu - g \cos \theta Z_\mu) \right. \\
 & (\partial_\mu \xi^+ n^- - \xi^+ \partial_\mu n^-) - g^2 \xi^+ (W_\mu^-)^2 n^+ + g^2 \xi^+ W_\mu^+ W_\mu^- n^- \\
 & + \frac{1}{2} \xi M_W g \xi^+ (H - iX) n^- + \frac{1}{2} \xi M_W g \xi^+ \phi^- (\sin^2 \theta \eta_Y - \cos \theta \eta_Z) \\
 & \left. + g \xi^+ (eA_\mu - g \cos \theta Z_\mu) W_\mu^- (\sin \theta \eta_Y - \cos \theta \eta_Z) - i g \xi^+ (\partial_\mu W_\mu^-) (\sin \theta \eta_Y - \cos \theta \eta_Z) \right\} \\
 & - \frac{1}{\alpha} \left\{ \xi_Y \partial_\mu^2 \eta_Y + \xi_Z (\partial_\mu^2 + \alpha M_Z^2) \eta_Z + \frac{1}{2} M_Z \alpha \frac{g}{\cos \theta} \xi_Z H n \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} \alpha g M_Z \xi_Z \phi^+ n^- - i g (\sin \theta \xi_Y - \cos \theta \xi_Z) (W_\mu^+ \partial_\mu + \partial_\mu W_\mu^+) n^- \right\} \\
 & + \text{hermitian conjugate} \tag{A.2}
 \end{aligned}$$

As usual an extra (-) sign for each closed loop of the F.P. ghosts has to be considered.

REFERENCES

- 1) G. 't Hooft, Nucl. Phys. B33 (1971) 173; B35 (1971) 167.
- 2) K. Fujikawa, B.W. Lee and A.I. Sanda, Phys. Rev. D6 (1972) 2923.
- 3) G. 't Hooft and M.T. Veltman, Nucl. Phys. B44 (1972) 189.
- 4) K. Fujikawa, Phys. Rev. D7 (1973) 393.
- 5) C. Becchi, A. Rouet and R. Stora, Comm. in Math. Phys. 42 (1975) 127.
- 6) J. Ellis, M.K. Gaillard and D.V. Nanopoulos, Nucl. Phys. B106 (1976) 292.

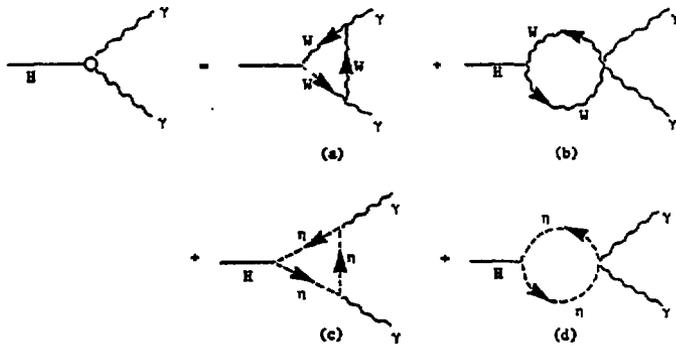


Fig. 1 Dominant diagrams contributing to  $L_W$  in the decay  $H \rightarrow \gamma\gamma$ , in the non-linear gauge.

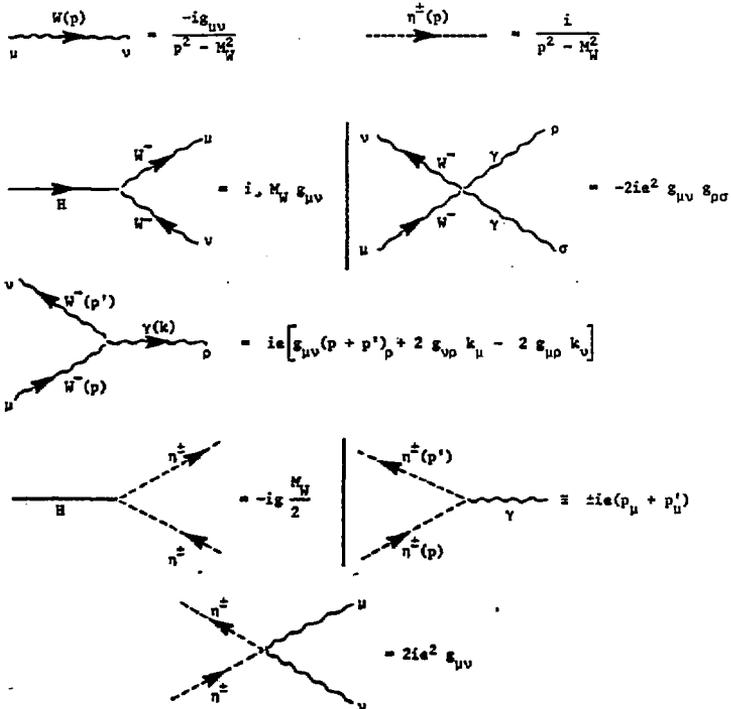


Fig. 2 Feynman rules for the graphs of fig. 1 (non-linear 't Hooft Feynman gauge).

NOTE ADDED

When this work was already written, we became aware of a previous publication by M. Bace and N.D. Hari Dass ("Parity violating Compton Amplitude in Unified Theories", Annals of Phys. 94 (1975) 349) where a similar idea was developed.

## REMERCIEMENTS

Je profite de ce paragraphe pour remercier tous ceux qui m'ont apporté leur aide, chacun à sa manière et parfois à son insu : une parole d'encouragement, une marque de sympathie, ont une importance qu'il est courant de sous-estimer, et l'aspect technique d'une collaboration prend souvent le pas sur le côté humain des rapports qui peuvent s'établir à cette occasion.

Je voudrais témoigner ici toute ma reconnaissance envers P. Sorba et G. Girardi pour leur amitié, leurs conseils et l'aide qu'ils n'ont cessés de m'apporter tout au long de ce travail.

Je suis très reconnaissant envers Monsieur R. Stora pour ses précieuses remarques, son intérêt pour cette thèse et sa compréhension.

J'ai beaucoup apprécié l'ambiance sympathique et enrichissante qui règne au L.A.P.P.. Je remercie tous les membres du groupe théorie et plus particulièrement P. Aurenche et F. Martin pour les nombreuses discussions que nous avons eues et la disponibilité dont ils ont fait preuve envers moi.

Je suis très heureux que Monsieur R. Arvieu ait accepté de présider cette thèse et je lui exprime toute ma gratitude.

Je remercie Monsieur V. Alessandrini d'avoir bien voulu faire partie du jury.

Monsieur Vivargent, directeur du L.A.P.P., a mis les moyens du centre à ma disposition, je le remercie vivement.

Je tiens également à exprimer ma profonde reconnaissance envers Madame M.K. Gaillard qui m'a accueilli au sein du groupe.

Je profite de cette occasion pour remercier M.B. Gavela pour sa gentillesse, son aide et ses encouragements.

Je veux aussi remercier tout particulièrement N. Berger qui a assuré, avec conscience, sympathie et perspicacité, la tâche délicate de la frappe définitive.

Dernière page d'une thèse

VU

Grenoble, le 26-5-82

Le Président de la thèse



Vu, et permis d'imprimer,

Grenoble, le 26.5.82

Le Président de l'Université Scientifique et Médicale



### RÉSUMÉ

Le but de cette thèse consiste à étudier de façon générale une condition de jauge non linéaire, obtenue en remplaçant dans la jauge  $R_{\xi}$  la dérivée  $\partial_{\mu}$  par la dérivée covariante  $\hat{D}_{\mu}$  associée au petit groupe  $S$ . L'intérêt d'une telle condition réside dans le fait qu'elle simplifie certains calculs diagrammatiques en supprimant tous les couplages de la forme :  
(boson de jauge sans masse)(boson de jauge massif)(Higgs non physique).  
Cet avantage est malheureusement contrebalancé par une complication du secteur des Ghosts de Faddeev-Popov. Avant de choisir la condition non linéaire, il faut faire une étude préliminaire des avantages et des inconvénients.

### MOTS CLES

Théorie de jauge ; champ de Yang-Mills ; brisure spontanée de la symétrie à l'aide du mécanisme de Higgs ; condition de jauge  $R_{\xi}$  ; condition de jauge non linéaire.