

CÁLCULO DO FLUXO E REATIVIDADE POR TEORIA DE PERTURBAÇÃO  
A ALTAS ORDENS<sup>+</sup>

Wanda Lucia Prado da Silva\*

Antonio Carlos Fonseca de Santo\*\*

Fernando Carvalho da Silva\*

Zieli Dutra Thomé Filho\*

O objetivo deste trabalho é <sup>Faz-se um estudo</sup> ~~fazer um estudo~~ da teoria de perturbação de altas ordens, independente do tempo, aplicada ao cálculo de parâmetros integrais de um reator nuclear.

Nos casos em que a perturbação introduzida no sistema, produz uma variação relativamente grande no fluxo de neutrons, torna-se necessário o cálculo do fluxo do sistema perturbado, através do método direto. Para os casos, entretanto, em que esta perturbação (local ou global) é relativamente pequena, pode-se utilizar cálculos aproximados como por exemplo, métodos perturbativos.

Apresentaremos neste trabalho, uma formulação perturbativa, baseada na técnica de diferença de fluxo, a qual fornece diretamente a reatividade e fluxo de neutrons até a ordem de aproximação desejada.

Foi utilizada como aplicação do método, perturbações globais representadas por variações de temperatura do combustível. Testes foram feitos para se verificar, até que ordem de aproximação são relevantes as contribuições de ordens mais altas, para diversas intensidades das perturbações consideradas. (E.G.)

---

\* Programa de Engenharia Nuclear - COPPE/UFRJ

\*\* Instituto de Engenharia Nuclear - IEN

+ Trabalho a ser Apresentada no III Encontro Nacional de Física de Reatores - Itaipava - Dez. 82.

## I - INTRODUÇÃO

A Teoria de Perturbação generalizada (G.P.T), foi introduzida por Usachev<sup>(1)</sup> para o cálculo de razões de funcionais lineares, no fluxo de neutrons real. Posteriormente, esta teoria foi estendida por Gandini<sup>(2)</sup> para o cálculo de razões de funcionais lineares no fluxo de neutrons real e adjunto e bilineares nos fluxos de neutrons real e adjunto. Nesta teoria, é usada uma aproximação de primeira ordem no fluxo de neutrons, assim as expressões obtidas dependem exclusivamente do fluxo de neutrons relativo ao sistema não perturbado.

Nos últimos anos, tem sido realizado na COPPE, extensivos estudos de aplicações desta teoria. O primeiro trabalho desenvolvido, uma tese de mestrado, faz aplicação desta teoria ao cálculo de queima de combustível num reator nuclear, utilizando o Código LEOPARD<sup>(3)</sup>. Uma outra tese, realizada, refere-se a cálculos de variações em razões de taxas de reações, tendo sido feita uma aplicação ao cálculo de queima de combustível<sup>(4)</sup>. Foi desenvolvida ainda, uma tese que trata de cálculos de sensibilidade de parâmetros integrais, utilizando a G.P.T. independente do tempo<sup>(5)</sup>.

Uma formulação perturbativa, independente do tempo, com aproximação a altas ordens, foi desenvolvida por Mitani<sup>(6)</sup>. A partir desta formulação, que é diferente daquela apresentada na G.P.T, obtivemos expressões para a variação de reatividade e do fluxo de neutrons. Para isto, utilizou-se o método de expansão em série de potências na equação para a diferença de fluxo (fluxo perturbado menos fluxo não perturbado). A solução dessas equações é obtida pela técnica de ciclo de vida de neutrons. O objetivo deste trabalho é fazer uma análise da contribuição percentual, para a reatividade, dos termos de ordens superiores, face a uma perturbação específica.

Para aplicação da metodologia, consideramos um reator em regime estacionário, tipo PWR, com aproximadamente 123 cm de raio, 366 cm de altura e enriquecimento constante, em todas as regiões do reator, de 2,6% de  $U^{235}$  em  $UO_2$ .

Realiza-se então uma variação na temperatura do combustível, que passa a ser encarada como uma perturbação que sofreu o sistema crítico. A partir daí, a variação de reatividade e do fluxo, são calculadas utilizando-se o formalismo descrito acima.

## II - TRATAMENTO TEÓRICO

Os métodos de diferença de fluxo, aplicados a sistemas homogêneos, são usualmente associados a cálculos de reatividade, a altas ordens, uma vez que perturbações no fluxo de neutrons e no autovalor da equação de Boltzmann, estão relacionados entre si.

A fim de se obter as equações para a diferença de fluxo, consideremos um sistema em estado estacionário. Neste sistema, o fluxo  $\phi^{(0)}(\underline{x})$  é solução da equação:

$$(\lambda_0 F_0(\underline{x}) - R_0(\underline{x})) \phi^{(0)}(\underline{x}) = P_0(\underline{x}) \phi^{(0)}(\underline{x}) = 0, \quad (\underline{x} = r, E, \hat{\Omega}) \quad (1)$$

com  $r$  (posição),  $E$  (energia) e  $\hat{\Omega}$  (direção), referente ao neutron no sistema.  $F_0(\underline{x})$ ,  $R_0(\underline{x})$  e  $P_0(\underline{x})$ , são definidos respectivamente como operador produção de neutrons por fissão, remoção e produção líquida de neutrons. Para o caso crítico  $\lambda_0 = 1$ .

Com as seguintes condições de contorno:

$$\phi^{(0)}(\underline{x}) \Big|_{r=R} = 0, \quad \text{para } \hat{n} \cdot \hat{\Omega} < 0 \quad \text{e} \quad \frac{d\phi^{(0)}(\underline{x})}{dr} \Big|_{r=0} = 0 \quad (2)$$

onde  $r = R$  é uma posição qualquer na superfície do sistema e  $\hat{n}$  é o vetor unitário, ortogonal a esta superfície.

Se o sistema considerado, sofre uma perturbação, deixa de ser crítico, ou seja, há uma variação em reatividade. Fisicamente este sistema pode ser forçado a voltar à criticalidade, através da inserção ou retirada de barras de controle, inserção de boro, etc., o que se traduz como uma variação líquida na probabilidade de produção. Expressamos matematicamente tal situação, variando ficticiamente o número de neutrons emitidos por fissão, ou introduzindo um fator de multiplicação efetiva para o sistema, conforme foi discutido por Usachev<sup>(1)</sup>. Temos assim:

$$(\lambda' F'(\underline{x}) - R'(\underline{x})) \phi'(\underline{x}) = 0; \text{ ou } (F'(\underline{x}) - R'(\underline{x})) \phi'(\underline{x}) = \rho' F'(\underline{x}) \phi'(\underline{x}) \quad (3)$$

onde

$$\rho' = 1 - \lambda'$$

e os operadores  $F'(\underline{x})$ ,  $R'(\underline{x})$  e o fluxo de neutrons  $\phi'(\underline{x})$ , estão relacionados ao sistema perturbado e podem ser escritos como:

$$F'(\underline{x}) = F_0(\underline{x}) + \delta F(\underline{x}), \quad R'(\underline{x}) = R_0(\underline{x}) + \delta R(\underline{x}) \quad \text{e} \quad \phi'(\underline{x}) = \phi^{(0)}(\underline{x}) + \delta \phi \quad (4)$$

$\delta F(\underline{x})$ ,  $\delta R(\underline{x})$  e  $\delta \phi(\underline{x})$ , são as variações sofridas respectivamente pelos operadores fonte de fissão, remoção e no fluxo de neutrons, devido à perturbação inserida no sistema.

Fazendo a diferença entre (3) e (1), temos:

$$(\lambda_0 F'(\underline{x}) - R'(\underline{x})) \delta \phi(\underline{x}) = \delta \rho F'(\underline{x}) \phi'(\underline{x}) - (\lambda_0 \delta F(\underline{x}) - \delta R(\underline{x})) \phi^{(0)}(\underline{x}) \quad (5)$$

onde

$$\delta \rho = \lambda_0 - \lambda'$$

A equação (5) é não linear em  $\delta \phi(\underline{x})$ , uma vez que  $\delta \rho$  é função de  $\delta \phi(\underline{x})$ . Isto impede que esta equação tenha solução por um método direto. Neste trabalho, a solução será obtida por um método iterativo que utiliza a expansão de  $\delta \rho$  e  $\delta \phi(\underline{x})$  em série de potências, de um parâmetro real  $\epsilon$  que caracteriza a perturbação.

Para pequenas perturbações, como as consideradas neste traba

lho, os operadores  $\delta F(\underline{x})$  e  $\delta R(\underline{x})$ , admitem apenas uma dependência linear do parâmetro  $\epsilon$ . Assim,  $\delta F(\underline{x}) = \epsilon L(\underline{x})$  e  $\delta R(\underline{x}) = \epsilon M(\underline{x})$ , estando o valor de  $\epsilon$  contido no intervalo  $[0, 1]$ .

Neste ponto podemos escrever:

$$\rho' = \rho^{(0)} + \delta\rho = \rho^{(0)} + \epsilon\rho^{(1)} + \epsilon^2\rho^{(2)} + \dots \quad (6)$$

$$\phi'(x) = \phi^{(0)}(x) + \delta\phi(x) = \phi^{(0)}(x) + \epsilon\phi^{(1)}(x) + \epsilon^2\phi^{(2)}(x) + \dots \quad (7)$$

Levando (4), (6) e (7) na equação (5) e igualando os termos de mesma potência em  $\epsilon$ , obtemos um conjunto de  $n$  equações:

$$\begin{aligned} P_0(x) \phi^{(1)}(x) &= -\delta Q(x) \phi^{(0)}(x) + \rho^{(1)} F_0(x) \phi^{(0)}(x) \\ P_0(x) \phi^{(2)}(x) &= -\delta Q(x) \phi^{(1)}(x) + \rho^{(1)} F_0(x) \phi^{(1)}(x) + \rho^{(2)} F_0(x) \phi^{(0)}(x) + \\ &\rho^{(1)} L(x) \phi^{(0)}(x) \\ P_0(x) \phi^{(3)}(x) &= -\delta Q(x) \phi^{(2)}(x) + \rho^{(1)} F_0(x) \phi^{(2)}(x) + \rho^{(2)} F_0(x) \phi^{(1)}(x) + \\ &\rho^{(3)} F_0(x) \phi^{(0)}(x) + \rho^{(1)} L(x) \phi^{(1)}(x) + \rho^{(2)} L(x) \phi^{(0)}(x) \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \quad (8)$$

sendo o termo genérico expresso por:

$$\begin{aligned} P_0(x) \phi^{(n)}(x) &= -\delta Q(x) \phi^{(n-1)}(x) + \sum_{i=1}^n \rho^{(i)} F_0(x) \phi^{(n-i)}(x) + \\ &\sum_{i=1}^{n-1} \rho^{(i)} L(x) \phi^{(n-i-1)}(x) \end{aligned} \quad (9)$$

onde

$$\delta P(x) = \epsilon \delta Q(x) = \epsilon (L(x) - M(x))$$

com as seguintes condições de contorno:

$$\phi^{(n)}(x) \Big|_{r=R} = 0, \quad \vec{n} \cdot \vec{\Omega} < 0 \quad \text{e} \quad \frac{d\phi^{(n)}}{dr} \Big|_{r=0} = 0$$

Para dar continuidade ao método iterativo é necessário obter  $\rho^{(i)}$  que é calculado pela teoria de perturbação convencional, através do uso de função adjunta  $\phi^{(0)*}(\underline{x})$  (que é solução da equação adjunta à equação (1)). Multiplicando a equação (9) pelo fluxo adjunto de neutrons, integrando na variável  $\underline{x}$  e levando-se em conta a relação.

$\langle \phi^{(0)*}(\underline{x}), P_0(\underline{x}) \phi^{(n)}(\underline{x}) \rangle = \langle P_0^*(\underline{x}) \phi^{(0)*}(\underline{x}), \phi^{(n)}(\underline{x}) \rangle$ , tem-se para o  $n$ -ésimo termo:

$$\rho^{(n)} = \frac{\left[ \langle \phi^{(0)*}(\underline{x}), \delta Q(\underline{x}) \phi^{(n-1)}(\underline{x}) \rangle - \sum_{i=1}^{n-1} \rho^{(i)} \langle \phi^{(0)*}(\underline{x}), F_0(\underline{x}) \phi^{(n-i)}(\underline{x}) \rangle - \sum_{i=1}^{n-1} \rho^{(i)} \langle \phi^{(0)*}(\underline{x}), L(\underline{x}) \phi^{(n-i-1)}(\underline{x}) \rangle \right]}{\langle \phi^{(0)*}(\underline{x}), F_0(\underline{x}) \phi^{(0)}(\underline{x}) \rangle} \quad (10)$$

A solução da equação (9) é obtida pelo método de ciclo de vida de neutrons<sup>(4)</sup>, o que permite escrever a equação (10) na forma simplificada:

$$\rho^{(n)} = \frac{\langle \phi^{(0)*}(\underline{x}), \delta Q(\underline{x}) \phi^{(n-1)}(\underline{x}) \rangle - \sum_{i=1}^{n-1} \rho^{(i)} \langle \phi^{(0)*}(\underline{x}), L(\underline{x}) \phi^{(n-i-1)}(\underline{x}) \rangle}{\langle \phi^{(0)*}(\underline{x}), F_0(\underline{x}) \phi^{(0)}(\underline{x}) \rangle} \quad (11)$$

Pelas equações (9) e (11), se obtém  $\rho^{(n)}$  e  $\phi^{(n)}(\underline{x})$ , para qualquer ordem  $n$  de aproximação.

### 3. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Para aplicação deste método de cálculo a altas ordens, utilizamos o sistema que se encontra descrito na seção I. No estado não perturbado, a temperatura do combustível é de 648.9 °C. Introduziu-se neste sistema, diferentes perturbações representadas por um aumento de 8%, 10%, 12 % e 15%, na temperatura do combustível. A partir daí, foram feitos cálculos para cada uma dessas perturbações. Os valores obtidos para cada termo  $\rho^{(n)}$ , da fórmula (6), foram calculados através de (11) e encontram-se na tabela 1. Foram calculadas as variações de reatividade ( $\delta\rho_c$ ), com aproximações de diversas ordens, como mostrado na tabela 2. Para fins de verificação do método utilizado, comparamos os resultados obtidos com a variação "exata" de reatividade (tabela 3) que é definida como  $\delta\rho_{ex} = 1/K_0 - 1/K'$ , onde  $K_0$  e  $K'$  são fatores de multiplicação efetiva para o sistema não perturbado e perturbado, respectivamente. Os valores "exatos" foram fornecidos pelo código HAMMER<sup>(7)</sup>. Utilizando-se então  $\delta\rho_c$  e  $\delta\rho_{ex}$ , calculamos o erro percentual, que é dado por  $100\% \times (\delta\rho_{ex} - \delta\rho_c) / \delta\rho_{ex}$  (tabela 4). Os valores contidos na tabela 4, nos mostram que para perturbações de amplitudes cujas magnitudes estão próximas daquelas usadas neste trabalho, são relevantes apenas as contribuições dos termos até segunda ordem. Verificamos ainda dos cálculos, que a variação de reatividade em primeira ordem de aproximação é proporcional à perturbação inserida no sistema<sup>(5)</sup>. A medida que se aumenta a amplitude de perturbação inserida, aumenta também o erro percentual entre  $\delta\rho_{ex}$  e  $\delta\rho_c$  calculado com aproximação de primeira ordem. Em casos de perturbações de amplitudes maiores, o formalismo ainda se aplica para o cálculo de  $\delta\rho$ , devendo entretanto se levar em conta termos de ordens mais altas que os considerados neste trabalho.

Tabela 1 - Termos de cada ordem de aproximação para diferentes perturbações

Aumento Percentual na Temperatura do Combustível	$\rho$ (1)	$\rho$ (2)	$\rho$ (3)	$\rho$ (4)
	Primeira Orden ( $10^{-3}$ )	Segunda Orden ( $10^{-7}$ )	Terceira Orden ( $10^{-10}$ )	Quarta Orden ( $10^{-13}$ )
8%	- 1.5570353	- 7.1917480	- 3.0290047	- 1.2628654
10%	- 1.9386621	-11.142036	- 5.8920566	- 3.0900947
12%	- 2.3192114	-15.941519	-10.144330	- 6.4094664
15%	- 2.8728838	-24.465463	-19.403328	-15.295056

Tabela 2 - Variações de reatividade até n-ésima ordem

Aumento Percentual na Temperatura do Combustível	Até Primeira Orden ( $10^{-3}$ )	Até Segunda Orden ( $10^{-3}$ )	Até Terceira Orden ( $10^{-3}$ )	Até Quarta Orden ( $10^{-3}$ )
8%	- 1.5570353	- 1.5577544	- 1.5577547	- 1.5577547
10%	- 1.9386621	- 1.9397763	- 1.9397769	- 1.9397769
12%	- 2.3192114	- 2.3208055	- 2.23208065	- 2.3208065
15%	- 2.8728838	- 2.8753303	- 2.8753323	- 2.8753322



Tabela 3 - Variação exata de reatividade para cada perturbação inserida no sistema.

	AUMENTO PERCENTUAL NA TEMPERATURA DO COMBUSTÍVEL			
	8%	10%	12%	15%
Variação Exata de Reatividade ( $10^{-3}$ )	- 1.5579545	- 1.939975	- 2.3210012	- 2.8755284

Tabela 4 - Erro percentual entre as variações de reatividade exata e a calculada com aproximação de primeira, segunda e terceira ordens.

Aumento Percentual na Temperatura do Combustível	ERRO PERCENTUAL NO CÁLCULO DA VARIAÇÃO DE REATIVIDADE ATÉ ORDEM n DE APROXIMAÇÃO		
	Primeira Ordem	Segunda Ordem	Terceira Ordem
8%	0.059	0.013	0.013
10%	0.67	0.010	0.010
12%	0.077	0.008	0.008
15%	0.092	0.007	0.007

BIBLIOGRAFIA

1. USACHEV, I.N., J. Nucl. Energy, Parts A/B, V. 18, p. 571-583, 1964.
2. GANDINI, A., J. Nucl. Energy, V. 21, p. 755-765, 1967.
3. CABRAL, J.S., Aplicação da Teoria de Perturbação Generalizada ao Cálculo de Química de Combustível no Código LEOPARD., COPPE/UFRJ. Tese M.Sc. (1980).
4. SILVA, F.C., Cálculo de Variações em Razões de Taxas de Reações Utilizando a Teoria de Perturbação Generalizada., COPPE/UFRJ. Tese M.Sc. (1981).
5. SANJO, A.C.F., Cálculos de Sensibilidade em Parâmetros Integrais por Teoria de Perturbação Generalizada., COPPE/UFRJ. Tese M.Sc. (1982).
6. MITANI, H., Nucl. Sc. Eng., V. 51, p. 180-188, 1973.
7. SUICH, J.E., and HONECK, H.C. - The HAMMER System, DP - 1064, Savannah River Laboratory, 1967.