

JAERI - M
83-165

任意形状の Passive Conductors による
位置不安定性の安定化効果

1983年10月

関 省吾・二宮 博正・吉田 英俊

JAERI-Mレポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の間合わせは、日本原子力研究所技術情報部情報資料課（〒319-11茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

JAERI-M reports are issued irregularly.
Inquiries about availability of the reports should be addressed to Information Section, Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

©Japan Atomic Energy Research Institute, 1983

編集兼発行 日本原子力研究所
印刷 株式会社高野高速印刷

任意形状の Passive Conductors による
位置不安定性の安定化効果

日本原子力研究所東海研究所大型トカマク開発部
関 省吾・二宮 博正・吉田 英俊

(1983年9月19日受理)

トカマクプラズマ周辺の任意形状の導電性構造物 (Passive Conductors) の位置不安定性に対する安定化効果指数の評価法を報告する。Passive Conductors の代表例はポロイダル磁場コイル群及び真空容器である。これらの Conductors に関する電磁氣的相互作用は、多数個の Passive Coils として記述できることを利用して、Passive Coils 系の固有モード展開から Passive Conductors の安定化効果指数は単純和の簡潔形であることを示す。この安定化効果指数は、位置不安定性の成長率、及びそのフィードバック制御安定化の評価のみならずプラズマの minor disruption に伴うプラズマ柱の水平方向変位幅の評価にも有用である。

Stabilizing Effect of Passive Conductors with Arbitrary Shape
for Positional Instabilities

Shogo SEKI, Hiromasa NINOMIYA and Hidetoshi YOSHIDA

Department of Large Tokamak Development,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received September 19, 1983)

For positional instabilities in the tokamak, the stabilizing index n_s is an adequate parameter to characterize the stabilizing effect produced by several kinds of passive conductors around a plasma column such as vacuum vessel and poloidal field coils. Since a system of passive conductors with arbitrary shape can be involved into multiple L-R circuits, this parameter n_s of those passive conductors is expressed in a simple form by using a method of the eigen mode expansion of multiple L-R circuits. This parameter n_s is very useful to estimate not only a growth rate of positional instability and its feedback stabilization but also an inward shift of plasma column due to a minor disruption.

Keywords: Shell Effect, Stabilizing n_s , Positional Stability, Eddy Current, Eigen Mode, Tokamak

目 次

1. はじめに	1
2. 単一の Passive Coils の安定化効果指数	2
3. 多数個の Passive Coils の安定化効果指数	4
4. まとめ	7

CONTENTS

1. Introduction	1
2. Stabilizing index n_s of single passive coil	2
3. Stabilizing index n_s of multiple passive coils	4
4. Summary	7

1. はじめに

近年、炉心プラズマの高ベータ化の観点から非円形断面トカマクが注目されている。非円形断面トカマクのMHD平衡に必要な外部垂直磁場 B_Z^{EQ} は、その曲率が負になる。すなわち、トラス中心平面 ($Z=0$ 面) 上の外部垂直磁場を $B_Z^{EQ}(R)$ とすると、

$$n \equiv - \left. \frac{R}{B_Z^{EQ}} \cdot \frac{\partial B_Z^{EQ}}{\partial R} \right|_{R=R_p, Z=0} < 0 \quad (1)$$

となる。このような磁場中でのトカマクプラズマは、垂直方向 (Z -方向) 変位に対しMHD的不安定である (位置不安定性)。従って、非円形断面トカマクは必然的に位置不安定性のフィードバック制御による安定化が不可欠となる。然るに、この位置不安定性の成長率 γ_g は、プラズマ柱周辺の導電性構造物 (Passive Conductors) の効果を見捨てると $\gamma_g^{-1} \sim O(\mu\text{sec})$ であり¹⁾、大型トカマク装置で通常用いられている時間応答性が msec 程度の外部磁場制御系ではその安定化は不可能である。しかし、プラズマ柱周辺に Passive Conductors (例: 真空容器, 各種ポロイダル磁場コイル) が存在する場合、プラズマ柱の変位に伴い Passive Conductors 中に誘起される渦電流の効果により、位置不安定性の成長率は抑制される。すなわち、プラズマ柱の Z -方向変位 δZ に対し Passive Conductors に流れる渦電流がプラズマ柱中心に印加する R -方向の安定化磁場を δB_R^S とすると、Passive Conductors の安定化効果指数

$$n_s \equiv - \left. \frac{R}{B_Z^{EQ}} \cdot \frac{\delta B_R^S(\omega \rightarrow \infty)}{\delta Z} \right|_{R=R_p, Z=0} \quad (2)$$

が定義でき、この値はプラズマ柱と Passive Conductors の相対的幾何学形状のみに依存する量となる²⁾。更に、位置不安定性の成長率は、渦電流の電氣的時定数を τ_s とすると、

$$n + n_s > 0 \text{ の時 } \quad \gamma_g^{-1} \sim \tau_s \quad (3)$$

となる。^{2), 3), 4)} この時、 $\tau_s = L/r$ (L : 自己インダクタンス, r : 抵抗) は通常 msec のオーダーより大きいので、時間応答性が msec 程度の外部磁場制御系で位置不安定性のフィードバック制御による安定化が技術的に可能となる。^{5), 6)} 従って、非円形断面トカマクの装置設計及び実験解析の観点から、プラズマ柱周辺の Passive Conductors の安定化効果指数 n_s の高精度な解析評価が要求される。

更に、プラズマ・ディスラプションの観点からも安定化効果指数 n_s の評価は重要である。すなわち、プラズマの minor disruption (プラズマ内部エネルギーの放出現象) に伴って発生するプラズマ柱の水平方向 (R -方向) への変位の大きさが、major disruption (プラズマ電流の急速消滅現象) の発生と深い関係があるという実験報告がある⁷⁾。この R -方向変位の場合も、Passive Conductors に誘起される渦電流の効果によりその変位幅が抑制されることは容易に想像される。

この場合の n_s は、

$$n_s \equiv \frac{R}{B_Z^{EQ}} \cdot \frac{\delta B_Z^S(\omega \rightarrow \infty)}{\delta R} \Bigg|_{R=R_p, Z=0} \quad (4)$$

と定義される。²⁾

大型トカマク装置に於て、上記の安定化効果が期待できるプラズマ柱周辺の Passive Conductors の代表的なものは、真空容器及びポロイダル磁場コイルである。円形断面の真空容器の安定化効果については解析解²⁾が、トロイダル方向に均一な非円形断面 Passive Conductors の安定化効果については数値解⁸⁾が報告されている。しかし、非円形断面トカマクあるいは JT-60 の真空容器は、非円形断面かつトロイダル方向に不均一な形状である。本報告は、この様な任意な形状を有する Passive Conductors の安定化効果指数 n_s の評価法を提出する。

第2章では、単一の Passive Coil の安定化効果を概説し、プラズマの minor disruption に伴う R-方向変位幅にも触れる。第3章では、任意形状物の渦電流解析の手法⁹⁾を応用して、任意な形状の Passive Conductors (真空容器, Hybrid型ポロイダル磁場コイル) の安定化効果指数 n_s の評価法を記述し、安定化効果が周波数特性を有することを示す。

2. 単一の Passive Coil の安定化効果指数

トカマクプラズマ柱の垂直方向 (Z-方向) への剛的な微小変位 $\delta Z(t)$ に関する運動方程式は、

$$\frac{M}{2\pi R_p \cdot I_p} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \delta Z = - \left(\frac{\partial B_R^{EQ}}{\partial Z} \delta Z + \delta B_R^S \right) \Bigg|_{R=R_p, Z=0} \quad (5)$$

となる。ここで、Mはプラズマ柱の質量であり、右辺第1項は外部垂直磁場の曲りによるプラズマ中心 ($R = R_p, Z = 0$) での水平方向 (R-方向) 成分、右辺第二項はプラズマ柱の δZ 変位により Passive Coil に誘起される渦電流によるプラズマ中心での水平方向磁場である。 $\nabla \times B^{EQ} = 0$ より(5)は次の様な形となる。

$$\frac{d^2}{dt^2} \delta Z = - \left(n - \frac{R_p}{B_Z^{EQ}} \cdot \frac{\delta B_R^S}{\delta Z} \right) \omega_0^2 \delta Z \quad (6)$$

ここで、 $\omega_0^2 = \frac{V_{AP}^2}{R_p^2} A_0$ (VAP : ポロイダル・アルフベン速度)

$$B_Z^{EQ} = - \frac{\mu_0 I_p}{4\pi R_p} A_0, \quad A_0 = \ell n \frac{8R_p}{a_p} + \frac{l_i - 3}{2} + \beta_p$$

一方, Passive Coil の誘起電流 δI は電気回路方程式:

$$L \frac{d}{dt} \delta I + r \cdot \delta I = - \frac{\partial M_P}{\partial Z} I_P \frac{d}{dt} \delta Z \quad (7)$$

L : Passive Coil の自己インダクタンス

r : Passive Coil の抵抗

M_P : Passive Coil とプラズマとの相互インダクタンス

で記述される。この渦電流 δI がプラズマ柱中心に印加する水平方向磁場は,

$$\nu_R \equiv \frac{\delta B_R^S}{\delta I} = - \frac{1}{2\pi R_P} \cdot \frac{\partial M_P}{\partial Z} \quad (8)$$

であるから, (7)をラプラス変換して次の様になる。

$$\delta B_R^S = \frac{I_P}{2\pi R_P} \cdot \frac{(\partial M_P / \partial Z)^2}{L} \cdot \frac{i\omega\tau_s}{1+i\omega\tau_s} \cdot \delta Z \quad (9)$$

従って, 単一の Passive Coil の安定化効果指数 n_s は(2)より,

$$n_s = \frac{2R_P}{\mu_0 A_0 L} \left(\frac{\partial M_P}{\partial Z} \right)^2 \quad (10)$$

なる一般形が求まる。この n_s を用いると, (9)は

$$- \frac{R_P}{B_Z^{EQ}} \frac{\delta B_R^S}{\delta Z} = n_s \cdot \frac{i\omega\tau_s}{1+i\omega\tau_s} \quad (9')$$

と書け, $\omega_0 \gg \tau_s^{-1}$, $n < 0$, $n + n_s > 0$ の時の位置不安定性の成長率は, (6)より

$$\gamma_g = i\omega \simeq \frac{-n}{n+n_s} \tau_s^{-1} \quad (11)$$

となる。

プラズマの minor disruption (プラズマ内部エネルギーの放出現象) に伴うプラズマ柱の水平方向 (R -方向) 変位幅は, 同様の議論で評価ができる。プラズマ柱の水平方向への剛的な微小変位 $\delta R(t)$ により Passive Coil に渦電流が誘起され, この電流によりプラズマ柱中心に印加される垂直方向磁場 δB_Z^S は, (9)と同様の手順により次の様な形になる。

$$\delta B_Z^S = - \frac{I_P}{2\pi R_P} \cdot \frac{(\partial M_P / \partial R)^2}{L} \cdot \frac{i\omega\tau_s}{1+i\omega\tau_s} \cdot \delta R \quad (12)$$

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi R_P} \cdot \frac{\partial M_P}{\partial R} \quad (13)$$

この場合の安定化効果指数 n_s は、(4)より

$$n_s = \frac{2R_P}{\mu_0 A_0 L} \left(\frac{\partial M_P}{\partial R} \right)^2 \quad (14)$$

で与えられる。

プラズマ柱の水平方向の平衡式は、

$$\frac{\mu_0 I_P^2}{4\pi R} \left(\ell n \frac{8R}{a_P} + \frac{l_i - 3}{2} + \beta_P \right) + I_P \cdot (B_Z^{EQ} + \delta B_Z^S) = 0 \quad (15)$$

である。プラズマ内部エネルギーの放出 $\delta(\beta_P + l_i/2)$ が Passive Coil の 定数 τ_s より充分急速であれば、プラズマ柱の水平方向変位 $R = R_P \rightarrow R = R_P + \delta R$ は磁束保存則を満たしながら生ずる。この時、(15)の δB_Z^S は $\omega \rightarrow \infty$ での値を用いるべきである。詳細な取り扱いは文献(1)に示されているが、ここでは簡略化して $L_P I_P = \text{一定}$ 、 $a_P = \text{一定}$ (L_P : プラズマ柱の自己インダクタンス、 a_P : プラズマの小半径) とすると、(15) を Taylor 展開することにより δR が求まる。

$$\frac{\delta R}{R_P} = - \frac{\delta\beta_P + \frac{1/2 + \beta_P}{\ell n \frac{8R_P}{a_P} + \frac{l_i}{2} - 2} \cdot \delta \left(\beta_P + \frac{l_i}{2} \right)}{(2 - n + n_s) A_0 + \frac{1/2 + \beta_P}{\ell n \frac{8R_P}{a_P} + \frac{l_i}{2} - 2}} \quad (16)$$

すなわち、プラズマの minor disruption に伴うプラズマ柱の水平方向変位の Passive Coil による抑制効果は、安定化効果指数 n_s で評価できる。

3. 多数個の Passive Coils の安定化効果指数

非円形断面の大型トカマク装置の平衡制御コイルは、hybrid 型磁場コイルが採用される傾向が強い(例: D-III)。この hybrid 型ポロイダル磁場コイルの電磁氣的相互作用は、多数個の Passive

Coilsとして取り扱うことができる。また、任意な断面形状の導電性構造物（例：真空容器）の場合、構造物を有限要素法的に要素分割する手法を用いて記述すると多数個のPassive Coilsに帰着する。従って、本章では多数個のPassive Coilsの安定化効果指数について解析する。ここでは、プラズマ柱の垂直方向（Z-方向）変位 δZ に対する安定化効果を例として取り上げる。

プラズマ柱の変位 δZ による j 番目のPassive Coilの誘起電流 δI_j は電気回路方程式：

$$L_{ij} \frac{d}{dt} \delta I_j + r_{ik} \cdot \delta_{kj} \cdot \delta I_j = - \frac{\partial M_{Pi}}{\partial Z} I_P \frac{d}{dt} \delta Z \quad (17)$$

L_{ij} : Passive Coilsのインダクタンス・マトリックス

r_{ii} : Passive Coil (i) の抵抗

M_{Pi} : Passive Coil (i) とプラズマとの相互インダクタンス

で記述される。これ等の渦電流 δI_j がプラズマ柱中心に印加する水平磁場 δB_R^S は(8)を用いて、

$$\delta B_R^S = \sum_j \nu_{Rj} \cdot \delta I_j = - \sum_j \frac{1}{2\pi R_P} \cdot \frac{\partial M_{Pj}}{\partial Z} \cdot \delta I_j \quad (18)$$

である。

(17)のマトリックス L_{ij} , $r_{ik} \cdot \delta_{kj}$ に関して固有モードの解析を適用する。すなわち、 L_{ij} は実対称行列、 $r_{ik} \delta_{kj}$ は正值実対称行列であるので、

$$L_{ij} \cdot X = \tau_{sj} r_{ik} \cdot \delta_{kj} \cdot X \quad (19)$$

を満たす実固有値 τ_{sj} , 固有ベクトル X が存在する。固有ベクトル X からなるマトリックスを $X_{ij} \equiv (X_1, X_2, \dots, X_n)$ とすると、

$$X_{il}^T \cdot (r_{lm} \cdot \delta_{mn}) \cdot X_{nj} = \delta_{ij} \quad (20)$$

$$X_{il}^T \cdot L_{lm} \cdot X_{mj} = \tau_{si} \delta_{ij}$$

が成立し、この時の固有モード J_j を次の様に定義する。

$$\delta I_i = X_{ij} \cdot J_j \quad \text{又は} \quad J_j = X_{ij}^{-1} \cdot \delta I_j \quad (21)$$

(21)を(17)へ代入し、左側より X^T を乗ずることにより、

$$\tau_{sj} \frac{d}{dt} J_j + J_j = -X_{ij}^T \cdot \frac{\partial M_{Pj}}{\partial Z} I_P \frac{d}{dt} \delta Z \quad (22)$$

なる固有モード J_j に対する回路方程式を得る。本式は(7)と等価であり、ラプラス変換を用いて(18)の δB_R^S は

$$\delta B_R^S = \sum_j \frac{I_P}{2\pi R_P} \left(\frac{\partial M_{Pi}}{\partial Z} \cdot X_{ij} \right) \left(X_{ik}^T \frac{\partial M_{Pk}}{\partial Z} \right) \frac{i\omega}{1+i\omega\tau_{sj}} \delta Z \quad (23)$$

となる。従って、固有値 τ_{sj} の固有モードの安定化効果指数 n_{sj} 及び(2)の n_s は、次の様な(10)と同形で求まる。

$$n_{sj} = \frac{2R_P}{\mu_0 A_0 \tau_{sj}} \cdot \left(\frac{\partial M_{Pi}}{\partial Z} X_{ij} \right) \cdot \left(X_{jk}^T \frac{\partial M_{Pk}}{\partial Z} \right) \quad (24)$$

$$n_s = \sum_j n_{sj}$$

(24)の第一式は、

$$\tilde{\mathcal{D}}_{Rj} \equiv - \frac{1}{2\pi R_P} \frac{\partial M_{Pi}}{\partial Z} X_{ij}$$

$$\frac{\partial \tilde{M}_{Pj}}{\partial Z} \equiv X_{jk}^T \frac{\partial M_{Pk}}{\partial Z}$$

を用いると

$$n_{sj} = - \frac{4\pi R_P^2}{\mu_0 A_0 \tau_{sj}} \tilde{\mathcal{D}}_{Rj} \cdot \frac{\partial \tilde{M}_{Pj}}{\partial Z} \quad (24')$$

と書ける。ここで $\tilde{\mathcal{D}}_{Rj}$ は単位電流の固有モード j によりプラズマ柱中心に印加される水平方向磁場、 \tilde{M}_{Pj} は固有モード j とプラズマ柱との規格化相互インダクタンスに相当する。この n_{sj} を用いると複数個の Passive Coils の安定化効果は(23)より

$$- \frac{R_P}{B_Z^{EQ}} \frac{\delta B_R^S}{\delta Z} = \sum_j n_{sj} \frac{i\omega\tau_{sj}}{1+i\omega\tau_{sj}} \quad (23')$$

なる単純和となり、(9')に示す単一の Passive Coil の場合に比べて各々の固有値 (=時定数)に

応じた周波数特性を有することが解る。

結局、任意形状の Passive Conductors の安定化効果を評価するためには、多数個の Passive Coils 回路方程式の固有モード及び固有値 (= 時定数) を求めればよいことが解る。真空容器などの安定化効果評価は、文献(9)に示された方法で求められた固有モード及び固有値を利用すればよい。

プラズマ柱の水平方向変位に対する安定化効果指数も同様の手順で容易に求まる。

$$n_{sj} = \frac{2 R_P}{\mu_0 A_0 \tau_{sj}} \cdot \left(\frac{\partial M_{Pi}}{\partial R} \quad X_{ij} \right) \cdot \left(X_{ik}^T \quad \frac{\partial M_{Pk}}{\partial R} \right) \quad (25)$$

$$n_s = \sum_j n_{sj}$$

この n_s を(10)に代入すれば、プラズマの minor disruption 時のプラズマ柱の水平方向変位幅が求まる。

(10(14)及び(24(25)に於て、Passive Coil (i) とプラズマ柱との相互インダクタンスの変化分 $\partial M_{Pi} / \partial Z$, $\partial M_{Pi} / \partial R$ は一般的には MHD 平衡コードにより数値的に求める必要がある。ただし、プラズマが低ベータ ($\beta_P \leq 1$) 円形断面であり、Passive Coil が単純なポロイダル磁場コイル状のものである場合、Shafranov の MHD 平衡解より、¹⁰⁾ $\partial M_{Pi} / \partial Z$, $\partial M_{Pi} / \partial R$ は次の様に書ける。

$$\frac{\partial M_{Pi}}{\partial Z} = \mu_0 R_P \cdot \frac{Z_i - Z_P}{(R_i - R_P)^2 + (Z_i - Z_P)^2} \quad (26)$$

$$\frac{\partial M_{Pi}}{\partial R} = \mu_0 R_P \cdot \frac{R_i - R_P}{(R_i - R_P)^2 + (Z_i - Z_P)^2}$$

ここで、 (R_P, Z_P) はプラズマ柱の中心位置、 (R_i, Z_i) は Passive Coil (i) の中心位置である。

4. ま と め

大型トカマクに於て、安定化効果の観点から重要となるプラズマ柱周辺の任意形状の Passive Conductors の代表的なものはポロイダル磁場コイル及び真空容器である。前者の場合そのまま多数個の Passive Coils として、後者の場合には有限要素法的に要素分割⁹⁾することにより多数個の Passive Coils とし取り扱うことができる。本報告では、任意形状の Passive Conductors を多数個の Passive Coils と見なし、多数個の Passive Coils 系の固有モード展開から任意形状の Passive Conductors の安定化効果指数 n_s が (24), (25) に示す様な簡潔な形になることを示した。Passive Conductors の固有モードが既知の場合には (24) を利用して容易に n_s が求ま

る。この安定化効果指数 n_s により非円形断面トカマクの位置不安定性のフィードバック制御安定化の設計及び実験解析, 更にプラズマの minor disruption に伴うプラズマ柱の水平方向変位幅の評価などが可能となり, D-III, JT-60 の様な大型トカマク実験解析上非常に有効であろう。

本報告をまとめるにあたり, 中村幸治氏 (JT-60 第3開発室), 小関隆久氏 (JT-60 計画室), 横溝英明氏 (D-III JAERI チーム) の諸氏に有益な議論をして頂いた。また, 中村氏, 小関氏には JT-60 真空容器の渦電流解析結果データを参照させて頂いた。横溝氏には D-III での位置不安定性解析データを参照させて頂いた。ここに諸氏の有益な御援助に対し感謝の意を表する。

引用文献

- 1) S. SEKI, H. MOMOTA, R. ITATANI : J. Phys. Soc. Japan 36 (1974) 1667
- 2) A. FUKUYAMA, S. SEKI, H. MOMOTA, R. ITATANI : J. J. A. P. 14 (1975) 871
- 3) D. C. ROBINSON, A. J. WOOTTON : Nuclear Fusion 18 (1978) 1555
- 4) H. YOKOMIZO et. al : Nuclear Fusion 22 (1982) 797
- 5) S. J. JARDIN, D. A. LARRABEE : Nuclear Fusion 22 (1982) 1095
- 6) H. TAKAHASHI et. al : Nuclear Fusion 22 (1982) 1597
- 7) M. OKABAYASHI, H. MAEDA, H. TAKAHASHI, M. REUSCH : Nuclear Fusion 21 (1981) 271
- 8) 横溝, 関, 狐崎, 松田, 斎藤 : JAERI-M 6693 (1976).
- 9) A. KAMEARI, Y. SUZUKI : Proc. 7th Simp. Eng. Prob. Fusion Res. (1977) P. 1386
中村, 小関 : JAERI-M 9612 (1981)
- 10) V. S. MUKHOVATOV, V. D. SHAFRANOV : Nuclear Fusion 11 (1971) 605