

12

NOTA TÉCNICA
238
17 FEV 1983

BR8409768

NOTA TÉCNICA
CTA - IEAv/ NT- 017/83
FEVEREIRO/01/1983

"UM MÉTODO NODAL BASEADO NO
MÉTODO DE MATRIZ-RESPOSTA"

POR

ARTUR DA CUNHA MENEZES *Filho*

E

FRANCISCO D. ROCAMORA JR.

**Centro Técnico Aeroespacial
Instituto de Estudos Avançados
Rodovia dos Tamelos, Km 5,5
12.200-São José dos Campos - SP
Brasil**

A ser apresentado no III Encontro Nacional
de Física de Reatores, Itaipava, RJ -
DEZ/1982
Sumário submetido à Reunião Anual da -
American Nuclear Society, Detroit - JUN/83

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	1
FUNDAMENTOS TEÓRICOS	1
RESULTADOS	7
CONCLUSÃO E COMENTÁRIOS	9
REFERÊNCIAS	9

UM MÉTODO NODAL BASEADO NO MÉTODO DE MATRIZ RESPOSTA

por

Artur da Cunha Menezes
Francisco D. Rocamora Jr.

RESUMO

Uma aproximação nodal baseada no método de Matriz-Resposta é apresentada com o propósito de investigar a possibilidade de misturar duas alocações diferentes no mesmo problema.

Encontrado que o uso de alocação de albedo combinado com alocação de reflexão direta produz bons resultados para configurações homogêneas de reatores rápidos.

ABSTRACT

A nodal approach based on the Response-Matriz method is presented with the purpose of investigating the possibility of mixing two different allocations in the same problem.

It is found that the use of allocation of albedo combined with allocation of direct reflection produces good results for homogeneous fast reactor configurations.

UM MÉTODO NODAL BASEADO NO MÉTODO DE MATRIZ RESPOSTA

I - INTRODUÇÃO

Métodos Nodais tem sido largamente utilizados (1,2) em reatores nucleares na determinação da distribuição de potência, fatores de multiplicação, etc. Basicamente estes métodos envolvem a substituição de comportamentos espaciais detalhados por comportamentos médios, válidos para regiões do reator denominadas nodos.

Sendo um dos objetivos do Instituto de Estudos Avançados, desenvolver um programa de reatores rápidos, é interessante que diferentes procedimentos de cálculo sejam utilizados para avaliações preliminares e testes, aos quais os métodos nodais são bastante úteis devido aos reduzidos tempos de computação envolvidos.

O objetivo deste trabalho é apresentar um método nodal, baseado no método de matriz-resposta (3), e investigar a sua aplicação em problemas com altos gradientes espaciais, tais como os que existem em reatores rápidos, próximos da interface núcleo-cobertor.

II - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Em termos de coeficientes de transmissão e correntes, o balanço de nêutrons para um nodo \underline{n} pode ser escrito como:

$$J_{n \rightarrow m}^g = \sum_{m'} \sum_{g'} t_{n, m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'} \quad (1)$$

onde

$J_{n \rightarrow m}^g$ - corrente de nêutrons (no grupo de energia g), indo do nodo \underline{n} para o nodo \underline{m} (\underline{m} adjacente a \underline{n}).

$t_{n, m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g}$ - coeficiente de transmissão (do grupo g' para o grupo g), da face \underline{m}' para a face \underline{m} do nodo \underline{n} .

Estes coeficientes de transmissão são, em geral, pré calculados através de técnicas de transporte ou difusão de nêutrons, o que faz com que os métodos de matriz resposta sejam formalmente corretos.

Desenvolvendo a equação (1), obtém-se:

$$\begin{aligned}
J_{n \rightarrow m}^g &= t_{n,m \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m \rightarrow n}^g + \sum_{m'} \sum_{g' \neq g} t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'} + \\
&+ \sum_{m' \neq m} t_{n,m' \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^g \quad (2)
\end{aligned}$$

Adicionando $(- t_{n,m// \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m \rightarrow n}^g)$ no lado direito da eq.(2), temos:

$$\begin{aligned}
J_{n \rightarrow m}^g &= \rho_{nm}^g J_{m \rightarrow n}^g + t_{n,m// \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m \rightarrow n}^g + \sum_{m' \neq m} t_{n,m' \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^g + \\
&+ \sum_{m'} \sum_{g' \neq g} t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'} \quad (3)
\end{aligned}$$

onde

$$\rho_{nm}^g = t_{n,m \rightarrow m}^{g \rightarrow g} - t_{n,m// \rightarrow m}^{g \rightarrow g}$$

é a reflexão direta e $t_{n,m// \rightarrow m}^{g \rightarrow g}$ é o coeficiente de transmissão da face $m//$, paralela a face \underline{m} , no nodo \underline{n} .

Vamos admitir que os coeficientes de transmissão possam ser redefinidos como:

$$t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} = (1 - \rho_{nm'}^{g'}) t_n^{g' \rightarrow g} r_{nm}^g \quad (4)$$

onde r_{nm}^g está associado à fuga no grupo g na face \underline{m} do nodo \underline{n} e $t_n^{g' \rightarrow g}$ é o coeficiente de separabilidade que deve ser calculado de modo a preservar quantidades importantes no nodo \underline{n} , tais como a fuga total.

Reescrevendo a eq.(3) com a definição dada por (4), temos:

$$\begin{aligned}
J_{n \rightarrow m}^g - \rho_{nm}^g J_{m \rightarrow n}^g &= (1 - \rho_{nm//}^g) t_n^{g \rightarrow g} r_{nm}^g J_{m \rightarrow n}^g + \sum_{m' \neq m} (1 - \rho_{nm'}^g) \\
&t_n^{g \rightarrow g} r_{nm}^g J_{m' \rightarrow n}^g + \sum_{m'} \sum_{g' \neq g} (1 - \rho_{nm'}^{g'}) t_n^{g' \rightarrow g} r_{nm}^g J_{m' \rightarrow n}^{g'} \quad (5)
\end{aligned}$$

ou

$$J_{n \rightarrow m}^g - \rho_{nm}^g J_{m \rightarrow n}^g = (1 - \rho_{nm}^g //) t_n^{g \rightarrow g} r_{nm}^g J_{m \rightarrow n}^g + \sum_{m' \neq m} (1 - \rho_{nm'}^g) t_n^{g \rightarrow g} r_{nm}^g J_{m' \rightarrow n}^g + \sum_{g' \neq g} C_n^{g' \rightarrow g} \sum_{m'} (1 - \rho_{nm'}^{g'}) t_n^{g' \rightarrow g'} r_{nm}^{g'} J_{m' \rightarrow n}^{g'} \quad (6)$$

onde

$$C_n^{g' \rightarrow g} = \frac{t_n^{g' \rightarrow g}}{t_n^{g' \rightarrow g'}} \quad \text{é o coeficiente de acoplamento entre o grupo } g' \text{ e } g \text{ no nodo } n.$$

Definindo:

$$Lgn = \sum_{m'} (1 - \rho_{nm'}^g) t_n^{g \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^g \quad (7)$$

podemos escrever a eq.(6) da forma:

$$\begin{aligned} J_{n \rightarrow m}^g - \rho_{nm}^g J_{m \rightarrow n}^g &= (1 - \rho_{nm}^g //) t_n^{g \rightarrow g} r_{nm}^g J_{m \rightarrow n}^g - (1 - \rho_{nm}^g) t_n^{g \rightarrow g} r_{nm}^g J_{m \rightarrow n}^g \\ &+ r_{nm}^g Lgn + \sum_{g' \neq g} C_n^{g' \rightarrow g} r_{nm}^{g'} Lg'n \\ &= (\rho_{nm}^g - \rho_{nm}^g //) t_n^{g \rightarrow g} r_{nm}^g J_{m \rightarrow n}^g + \\ &+ r_{nm}^g \left[Lgn + \sum_{g' \neq g} C_n^{g' \rightarrow g} Lg'n \right] \end{aligned} \quad (8)$$

Considerando apenas nodos cúbicos, temos:

$$\rho_{nm}^g = \rho_n^g \quad (\text{independe da face})$$

$$r_{nm}^g = 1/6$$

e a eq.(8) fica:

$$J_{n \rightarrow m}^g - \rho_n^g J_{m \rightarrow n}^g = 1/6 \left[Lgn + \sum_{g' \neq g} C_n^{g' \rightarrow g} Lg'n \right] \quad (9)$$

e trocando-se os índices n e m , temos:

$$J_{m \rightarrow n}^R - \rho_m^g J_{n \rightarrow m}^g = 1/6 \left[L_{gm} + \sum_{g' \neq g} C_m^{g' \rightarrow g} L_{g'm} \right] \quad (10)$$

Resolvendo (9) e (10) para $J_{m \rightarrow n}^g$, obtemos:

$$J_{m \rightarrow n}^g = \frac{1}{6} \frac{ \left\{ \rho_m^g \left[L_{gn} + \sum_{g' \neq g} C_n^{g' \rightarrow g} L_{g'n} \right] + \left[L_{gm} + \sum_{g' \neq g} C_m^{g' \rightarrow g} L_{g'm} \right] \right\} }{ (1 - \rho_m^g \rho_n^g) } \quad (11)$$

Substituindo (11) em (7), temos:

$$L_{gn} \left[\frac{(1 - \tau_n^{g \rightarrow g})}{\tau_n^{g \rightarrow g}} + \frac{1}{6} \sum_m \frac{(1 - \rho_m^g)}{(1 - \rho_m^g \rho_n^g)} \right] = \frac{1}{6} \times$$

$$\left\{ \sum_{g' \neq g} C_n^{g' \rightarrow g} L_{g'n} \sum_m \frac{(1 - \rho_n^g) \rho_m^g}{(1 - \rho_m^g \rho_n^g)} + \sum_m \frac{(1 - \rho_n^g)}{(1 - \rho_m^g \rho_n^g)} L_{gm} + \right.$$

$$\left. + \sum_m \frac{(1 - \rho_n^g)}{(1 - \rho_m^g \rho_n^g)} \sum_{g' \neq g} C_m^{g' \rightarrow g} L_{g'm} \right\} \quad (12)$$

Colocando a eq.(12) na forma de auto valor, temos:

$$L_{gn} = \frac{\tau_n^{g \rightarrow g}}{\tau} \left\{ \left[1 - \frac{1}{6} \sum_m \frac{(1 - \rho_m^g)}{(1 - \rho_m^g \rho_n^g)} \right] L_{gn} + \frac{1}{6} \left[\sum_{g' \neq g} C_n^{g' \rightarrow g} L_{g'n} \right. \right.$$

$$\left. \times \sum_m \frac{(1 - \rho_n^g) \rho_m^g}{(1 - \rho_m^g \rho_n^g)} + \sum_m \frac{(1 - \rho_n^g)}{(1 - \rho_m^g \rho_n^g)} L_{gm} + \sum_m \frac{(1 - \rho_n^g)}{(1 - \rho_m^g \rho_n^g)} \sum_{g' \neq g} C_m^{g' \rightarrow g} L_{g'm} \right\} \quad (13)$$

A fuga total no nodo \underline{n} no grupo \underline{g} é dada por:

$$\begin{aligned}
 L^*_{gn} &= \sum_m \sum_{m'} \sum_{g'} t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'} \\
 &= \sum_m t_{n,m \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m \rightarrow n}^g + \sum_m \sum_{m' \neq m} t_{n,m' \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^g + \\
 &+ \sum_m \sum_{m'} \sum_{g' \neq g} t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'} \quad (14)
 \end{aligned}$$

ou, reescrevendo em termos de reflexão direta:

$$\begin{aligned}
 L^*_{gn} &= \sum_m \rho_n^g J_{m \rightarrow n}^g + \sum_m t_{n,m// \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m \rightarrow n}^g + \sum_m \sum_{m' \neq m} t_{n,m' \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^g \\
 &+ \sum_m \sum_{m'} \sum_{g' \neq g} t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'} \quad (15)
 \end{aligned}$$

Vamos definir "fuga alocada" como:

$$\begin{aligned}
 L^*_{gn}{}^{(A)} &= \left[\sum_m \rho_n^g J_{m \rightarrow n}^g + \sum_m t_{n,m// \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m \rightarrow n}^g + \sum_m \sum_{m' \neq m} t_{n,m' \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^g + \right. \\
 &\left. + \sum_m \sum_{m'} \sum_{g' \neq g} t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'} \right]^{(A)} \quad (16)
 \end{aligned}$$

O primeiro critério para a determinação dos coeficientes de separabilidade, $t_n^{g' \rightarrow g}$, é considerar:

$$L^*_{gn} = L^*_{gn}{}^{(A)} \quad (17.a)$$

$$J_{m \rightarrow n}^g = J_{m \rightarrow n}^g (A) \quad (17.b)$$

$$\rho_n^g = \rho_n^g (A) \quad (17.c)$$

$$e \quad t_{n, m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} = t_{n, m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} (A) = (1 - \rho_n^{g'}) t_n^{g' \rightarrow g} r_{nm}^g$$

Com isto, obtemos:

$$t_n^{g \rightarrow g} = \frac{\left\{ \sum_m \sum_{m' \neq m} t_{n, m' \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^g + t_{n, m // \rightarrow m}^g J_{m \rightarrow n}^g \right\}}{\sum_m (1 - \rho_n^g) J_{m \rightarrow n}^g} \quad (18.a)$$

$$e \quad t_n^{g' \rightarrow g} = \frac{\sum_m \sum_{m'} t_{n, m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'}}{\sum_m (1 - \rho_n^{g'}) J_{m \rightarrow n}^{g'}} \quad (18.b)$$

Este tem sido o critério mais freqüentemente utilizado em cálculos no daís ⁽³⁾.

O objetivo deste trabalho é testar uma outra alternativa para a obten ção dos coeficientes de separabilidade.

Retornando à eq.(14), vamos definir a "fuga alocada" como:

$$\begin{aligned} Lgn^* (A) = & \left[\sum_m t_{n, m \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m \rightarrow n}^g + \sum_m \sum_{m' \neq m} t_{n, m' \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^g + \right. \\ & \left. + \sum_m \sum_{m'} \sum_{g' \neq g} t_{n, m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'} \right] (A) \quad (19) \end{aligned}$$

e, substituindo o conjunto de eqs. (16) por:

$$Lgn^* = Lgn^* (A) \quad (20.a)$$

$$J_{m \rightarrow n}^g = J_{m \rightarrow n}^g(A) \quad (20.b)$$

$$t_{n,m \rightarrow m}^{g \rightarrow g} = t_{n,m \rightarrow m}^{g \rightarrow g}(A) \quad (20.c)$$

$$e \quad t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g}(A) = (1 - \rho_n^{g'}(A)) t_n^{g' \rightarrow g} r_{nm}^g$$

obtemos:

$$t_n^{g \rightarrow g} = \frac{\sum_m \sum_{m' \neq m} t_{n,m' \rightarrow m}^{g \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^g}{\sum_{m' \neq m} (1 - \rho_n^{g}(A)) J_{m \rightarrow n}^g} \quad (21.a)$$

$$e \quad t_n^{g' \rightarrow g} = \frac{\sum_m \sum_{m' \neq m} t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g} J_{m' \rightarrow n}^{g'}}{\sum_{m' \neq m} (1 - \rho_n^{g'}(A)) J_{m \rightarrow n}^{g'}} \quad (21.b)$$

onde agora $\rho_n^{g'}(A)$ é obtido como:

$$\rho_n^{g'}(A) = t_{n,m \rightarrow m}^{g' \rightarrow g'} - \frac{1}{5} \sum_{m' \neq m} t_{n,m' \rightarrow m}^{g' \rightarrow g'} \quad (22)$$

III - RESULTADOS

Utilizando as equações (18), (21) e (22) foram realizados vários testes em diferentes configurações para reatores rápidos através do programa "SIMTWO" com opções para alocação de ρ e albedo em qualquer nodo desejado.

Os resultados obtidos foram comparados com os resultados do programa EPRINMG utilizado como referência no presente trabalho.

Os resultados obtidos são mostrados nas Tabelas (1) e (2).

C	C	C	C .156178 - 4.299 5.466 - 2.022 3.029 14.806
C	C	C .192899 - 3.261 4.026 - 1.096 1.676 10.208	C .169636 - 3.535 5.282 - 1.275 2.850 13.270
N	N 3.02971 .070 - 1.122 - .510 - .480 - .350	C .230286 - 1.665 3.282 .062 1.364 7.579	C .189071 - 1.949 5.488 .104 3.259 11.992
N 3.78746 (a) .633 (b) .043 (c) .540 (d) .133 (e) - 3.098 (f)	N 3.37117 .399 - 1.074 .023 - .661 - 1.690	C .254072 - 1.460 2.585 .032 .916 5.801	C .202641 - 1.369 5.316 .530 3.245 10.932

Tabela 1 - Distribuição de potência normalizada (Configuração 1)

C .09977 (a) - 2.000 (b) 2.927 (c) - .315 (d) 1.108 (e) 12.803 (f)	C .130265 - 2.272 .639 - 1.019 - .729 7.181	N 1.75711 .124 - 1.296 - .146 - 1.002 .247	N 2.01285 .138 .945 .209 .867 - 1.315
---	--	---	--

Tabela 2 - Distribuição de Potência normalizada (Configuração 2)

- N - Núcleo
- C - Cobertor
- (a) - Matriz Resposta (2 grupos) - (Ref.)
- (b) - Eq. (18) aplicada a todos os nodos (erro relativo %)
- (c) - Eq. (21) aplicada aos nodos adjacentes a interface e Eq. (18) para os nodos restantes (erro relativo %)
- (d) - Eq. (21) aplicada aos nodos adjacentes a interface no lado do cobertor e Eq. (18) para os Nodos restantes (erro relativo %)
- (e) - Eq. (21) aplicada aos nodos adjacentes a interface no lado do núcleo e Eq. (18) para os nodos restantes (erro relativo %)
- (f) - Eq. (21) aplicada a todos os nodos (erro relativo %)

IV - CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Nos exemplos realizados foram utilizados dois grupos de energia tanto para a referência como para o programa SIMTWO.

As tabelas (1) e (2) mostram que a alocação de albedo na interface no lado do cobertor (caso-d), fornece resultados tão bons quanto no caso em que se utiliza alocação de ρ para todos os nodos.

Principalmente nos nodos adjacentes a interface no lado do cobertor, o caso (d) apresentou quase sempre resultados melhores que o caso (b). Sendo estes nodos os mais importantes no tocante a taxa de regeneração em reatores rápidos, torna-se interessante estabelecer uma estratégia de alocações, através das equações (18) e (21), de modo a melhorar os resultados obtidos nesta região, ao que o programa SIMTWO modificado se mostrou bastante promissor.

V - R E F E R Ê N C I A S

- 1 - Z. Weiss, "Nodal Equations Derived from Invariant Embedding Theory", Nucl. Sci. Eng. 48 (1972).
- 2 - R.A. Shober, "A Nodal Method for Fast Reactor Analysis", Processings of the Topical Meeting on Computational Methods in Nuclear Engineering, Vol 1 (1979).

- 3 - Artur Menezes, "Transport and Spectral Effects in the Application of Nodal Methods to Thermal and Fast Reactors", PhD Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute (1979).
- 4 - M. Robinson, "An Interrelation of Selected Conceptually Distinct, Spatially Course Transport Methods", M. Sc. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute (1976).
- 5 - D. VerPlanck et.al., "Simulate Reactor Simulator Code", Yankee Atomic Electric Co. (1972).