

# PUC

BRP409434

Nota Científica 19/82

ELETRONS E ÁTOMOS EM CAMPOS DE LASER INTENSOS

Luiz Davidovich

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Novembro 1982

55

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Rua Marques de São Paulo, 225  
Cx. Postal 38071 - Lapa Superior - CEP 22451-900  
Rio de Janeiro - RJ

ELÉTRONS E ÁTOMOS EM CAMPOS DE LASER INTENSOS\*†

Luiz Davidovich

Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica  
Cx.P. 38071, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

November 1982

**ABSTRACT.** We ~~consider~~<sup>s</sup> several non-linear effects that show up when electrons and atoms interact with strong laser fields. We ~~discuss~~ Thomson scattering, electron potential scattering in the presence of a laser beam, atomic ionization by strong laser fields, the refraction of electrons by laser beams and the Kapitza-Dirac effect. *are considered*  
*are discussed*

**RESUMO.** Consideram-se vários efeitos não-lineares que aparecem quando elétrons e átomos interagem com campos de laser intensos. São discutidos o espalhamento Thomson, o espalhamento de elétrons por potenciais na presença de campos de laser, a ionização de átomos por feixes intensos de laser, a refração de elétrons por feixes de luz e o efeito Kapitza-Dirac.

---

\* Colóquio apresentado na V Reunião de Trabalho sobre Física Nuclear no Brasil.

† Trabalho parcialmente financiado por CNPq, FINEP e CAPES.

## 1. INTRODUÇÃO

A interação de elétrons e átomos com campos de laser intensos tem sido objeto de ampla investigação nos últimos anos. Esse interesse foi em grande parte estimulado pelo desenvolvimento de lasers de alta potência, que têm permitido a observação de novos fenômenos, envolvendo processos multi-fotônicos. Hoje em dia, lasers de  $10^9$  W são disponíveis em laboratórios, produzindo feixes que, após focalização, atingem intensidades de até  $10^{16}$  W/cm<sup>2</sup>. Em grandes instalações para fusão nuclear pelo processo de confinamento inercial, potências ainda maiores são atingidas: no sistema Shiva do Laboratório Lawrence Livermore, obtém-se uma potência de  $10^{14}$  W, ainda um décimo da quantidade necessária para se atingir o ponto "break-even", a partir do qual a energia produzida torna-se maior que a dispendida. A compreensão da interação da matéria em feixes intensos de luz torna-se pois crucial para o planejamento de reatores de fusão<sup>1,2</sup>. Além disso, a análise desses processos é relevante para uma gama variada de teorias e de aplicações, como por exemplo o diagnóstico de plasmas<sup>3</sup>, a separação de isótopos<sup>4</sup>, o processo de centelhamento em gases<sup>5</sup>, o fenômeno de opacidade estelar<sup>6</sup> e a teoria dos pulsares<sup>7</sup>.

Discutiremos neste trabalho alguns processos elementares envolvendo a interação de elétrons e átomos com campos de laser intensos. Procuraremos enfatizar os aspectos conceituais desses fenômenos, cuja essência pode ser apreendida através de argumentos simples, baseados na físi

ca clássica ou na mecânica quântica não-relativística.

Nossa apresentação será dividida em quatro partes:

- Espalhamento Thomson
- Espalhamento de elétrons por potenciais na presença de campos de laser intensos
- Ionização de átomos
- Refração de elétrons por feixes de luz.

Os dois primeiros problemas foram recentemente discutidos em um artigo de revisão de F. Ehlotzky<sup>8</sup>. Faremos apenas uma breve análise deles, que será no entanto importante para o entendimento do problema da ionização, no qual nos deteremos mais demoradamente.

## 2. ESPALHAMENTO THOMSON

Os efeitos não-lineares que aparecem quando um feixe intenso de luz é espalhado por elétrons livres podem ser entendidos através de um modelo clássico<sup>8</sup>.

Consideremos inicialmente o caso de campos fracos. Podemos então adotar as aproximações não-relativística e de dipolo elétrico, desprezando a variação espacial do potencial vetor, desde que a amplitude de oscilação do elétron seja muito menor que o comprimento de onda da radiação. Supondo que o campo é ligado adiabaticamente, podemos escrever:

$$\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = - \frac{e}{mc} \frac{d\vec{A}(t)}{dt} , \quad (1)$$

com

$$\vec{A}(t) = \frac{cE_0}{\omega} \vec{\epsilon} e^{-\gamma|t|} \cos \omega t, \quad 0 < \gamma < \omega \quad (2)$$

onde  $E_0$  é a amplitude do campo elétrico ( $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\vec{A}}{dt}$ ), e  $\vec{\epsilon}$  é o vetor de polarização.

Integrando (1), com a condição inicial  $\vec{v}(-\infty) = \vec{r}(-\infty) = 0$ , obtemos:

$$\vec{v}(t) = -\mu c \vec{\epsilon} e^{-\gamma|t|} \cos \omega t, \quad (3)$$

onde

$$\mu = \frac{e E_0}{m c \omega} \quad (4)$$

Integrando (3), vem (com  $\gamma < \omega$ ):

$$\vec{r}(t) = -\frac{\mu}{k} \vec{\epsilon} e^{-\gamma|t|} \sin \omega t, \quad (5)$$

com  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Observe que, para  $\mu=1$ ,  $|\vec{v}| = c$  e  $|\vec{r}| = \lambda$ . O parâmetro  $\mu$  define pois a região de validade das aproximações de dipolo elétrico e não-relativística.

Utilizando a fórmula de Larmor para a intensidade da radiação emitida por um elétron oscilante<sup>9</sup>, obtemos a partir de (3) a seção de choque de Thomson para o espalhamento de radiação, por unidade de ângulo sólido:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{TH}} = r_0^2 \sin^2 \theta, \quad (6)$$

onde  $r_0$  é o raio clássico do elétron ( $r_0 = \frac{e^2}{m c^2}$ ) e  $\theta$  é o ângulo de emissão<sup>9</sup>.

Para campos intensos, o tratamento acima deve ser modificado. A amplitude de oscilação do elétron torna-se a

preciável, e a dependência espacial de  $\vec{A}(t)$  deve ser considerada: o argumento  $t$  deve ser substituído por  $t - \hat{n} \cdot \vec{r}(t)/c$ , onde  $\hat{n}$  é um vetor unitário na direção de propagação da radiação incidente. Em primeira aproximação, podemos fazer  $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 \text{ sen}\omega t$ , adquirindo pois  $\vec{A}$  uma fase oscilante, o mesmo ocorrendo com  $\vec{v}(t)$  e a radiação espalhada. Fisicamente, essa fase representa um deslocamento Doppler periódico da radiação, devido à oscilação do elétron. Essa modulação da fase dá origem ao aparecimento de harmônicos da frequência fundamental, pois o fator  $\exp(ia \text{ sen}\omega t)$  que aparece na expressão para o campo é a função geradora das funções de Bessel:

$$\exp(ia \text{ sen}\omega t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(a) e^{in\omega t} \quad (7)$$

De fato, um cálculo puramente clássico e não-relativístico<sup>8</sup> mostra que a seção de choque diferencial para a emissão de radiação com frequência  $\omega_n = (n+1)\omega$  por uma partícula de massa  $m$  e carga  $e$  é dada por

$$d\sigma_{TH}^{(n)} = d\sigma_{TH} \left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)^2 J_n^2 \left(\frac{\mu \vec{k}_n \cdot \vec{\epsilon}}{k}\right) \quad (8)$$

onde  $d\sigma_{TH}$  é a seção de choque de Thomson diferencial para campos fracos e  $\vec{k}_n = \vec{k}_n - \vec{k}$ , sendo  $\vec{k}$  e  $\vec{k}_n$  os vetores de onda das radiações incidente e emitida, respectivamente.

A verificação experimental da fórmula (8) é extremamente difícil, o que se deve basicamente a dois fatores. Primeiro, a seção de choque Thomson,  $\sigma_{TH}$ , é muito pequena, da ordem de  $10^{-25} \text{ cm}^2$  (raio clássico do elétron ao quadrado).

Segundo, para  $n \neq 0$ ,  $J_n^2(x)$  tem seu máximo para  $x = n$ , e esta condição deve ser satisfeita para que  $d\sigma_{TH}^{(n)}$  seja apreciável. Mas como  $|\vec{k}_n| = k$ , isto implica que  $\mu = 1$ , o que só ocorre para intensidades de  $10^{16}$  a  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup>. Para esses valores de  $\mu$ , o tratamento não-relativístico não é mais apropriado. Cálculos relativísticos confirmam no entanto essas estimativas<sup>8</sup>.

A situação é mais favorável no problema que examinaremos a seguir.

### 3. ESPALHAMENTO DE ELÉTRONS POR POTENCIAIS NA PRESENÇA DE CAMPOS DE LASER

Este problema já requer um tratamento quântico, o qual é baseado na solução de Volkov da equação de Dirac para um elétron no campo de uma onda eletromagnética plana<sup>10</sup>. Um dos primeiros tratamentos deve-se a Kroll e Watson<sup>11</sup>, que adotaram o limite não-relativístico e a aproximação de dipolo elétrico. Nesse caso, o Hamiltoniano que descreve o elétron interagindo com o campo de laser é dado por:

$$H = \frac{1}{2m} \left[ \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}(t) \right]^2, \quad \vec{A}(t) = \vec{A}_0 \text{ sen}\omega t. \quad (9)$$

A equação de Schrödinger correspondente admite como soluções:

$$\psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[ \vec{p} \cdot \vec{r} - \int_0^t \frac{d\tau}{2m} \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}_0 \text{ sen}\omega\tau \right)^2 \right] \right\}, \quad (10)$$

que são as funções de onda de Volkov no limite não-relativístico, e desprezando a variação espacial do campo eletromagnético.

A seção de choque para espalhamento de elétrons é obtida calculando-se a probabilidade de transição entre esses estados induzida pelo potencial  $V(r)$ . A equação (10) mostra que a função de onda eletrônica adquire uma fase oscilante, que de novo dá origem a processos envolvendo múltiplos da frequência fundamental  $\omega$ , e seções de choque proporcionais a funções de Bessel.

Kroll e Watson obtiveram desta forma a seguinte expressão para a seção de choque diferencial correspondente ao espalhamento de um elétron com momentum inicial  $\vec{p}_0$  e momentum final  $\vec{p}_n$ :

$$d\sigma_n = \frac{p_n}{p_0} J_n^2(\mu \vec{Q}_n \cdot \vec{\epsilon} / \hbar k) d\sigma_{SC} \quad (11)$$

onde  $d\sigma_{SC}$  é a seção de choque diferencial sem campo de laser,  $\vec{Q}_n = \vec{p}_n - \vec{p}_0$  é a transferência de momentum, e

$$\frac{p_n^2}{2m} = \frac{p_0^2}{2m} - n\hbar\omega \quad (12)$$

A energia do elétron não é conservada, o que se deve ao fato de descrevermos o processo por meio de um Hamiltoniano que depende explicitamente do tempo. Alternativamente, e muito embora o campo eletromagnético não tenha sido quantizado, podemos interpretar  $d\sigma_n$  como a seção de choque diferencial para o espalhamento de um elétron de um momento inicial  $\vec{p}_0$  para um momento final  $\vec{p}_n$ , com a emissão ( $n < 0$ ) ou a absorção ( $n > 0$ ) de  $n$  fótons.

A verificação experimental dos efeitos não-lineares é muito mais fácil neste caso. A seção de choque para



este processo é  $10^9$  vezes maior que a seção de choque Thomson. Além disso, para que  $J_n^2(\mu \vec{Q}_n \cdot \vec{\epsilon} / \hbar k)$  se torne suficientemente grande devemos ter  $\mu \vec{Q}_n \cdot \vec{\epsilon} / \hbar k \sim n$ , o que para energias eletrônicas da ordem de 10 eV e  $\hbar \omega \sim 0.1$  eV (valor típico para um laser de  $\text{CO}_2$ ) requer intensidades da ordem de  $10^8 \text{W/cm}^2$ , para  $n \sim 1$ . Esses valores são bem mais favoráveis que os encontrados na seção anterior, tornando mais fácil a verificação experimental do fenômeno, que foi realizada por Weingartshofer et al<sup>12</sup>. A figura 1 reproduz um de seus resultados.

As funções de Volkov podem também ser utilizadas para o cálculo da ionização de átomos por campos de laser intensos. É o que discutiremos a seguir.

#### 4. IONIZAÇÃO DE ÁTOMOS

Este é um problema rico de aspectos conceituais. De modo a alcançar um melhor entendimento do fenômeno, começaremos por discutir a ionização de átomos por campos elétricos estáticos. Abordaremos a seguir o problema da ionização por um campo elétrico oscilante, considerando primeiro o limite quase-estático, depois os resultados da teoria das perturbações e, finalmente, discutiremos tratamentos não-perturbativos.

##### a) Ionização em um Campo Elétrico Estático

Consideramos para simplificar um átomo de um elétron, desprezando o movimento do núcleo. O eixo dos  $z$  é escolhido ao longo da direção do campo elétrico  $\vec{E}$ . O Hamil

toniano correspondente é dado por:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(r) - e E z \quad , \quad (13)$$

sendo  $E$  a amplitude do campo elétrico e  $V(r)$  o potencial intra-atômico. Com a presença do campo, o poço de potencial original  $V(r)$  transforma-se na barreira de potencial  $V(r) - e E z$  (Fig.2). Classicamente, ocorrerá ionização somente se o topo da barreira estiver abaixo da energia do estado ligado (que denotaremos por  $-I_0$ ). De acordo com a Mecânica Quântica, no entanto, poderá ocorrer ionização por menor que seja o campo elétrico aplicado, através do mecanismo de tunelamento.

A taxa de ionização  $W$  para campos suficientemente fracos pode ser calculada pelo método WKB<sup>13</sup>. Para um átomo de hidrogênio inicialmente no estado fundamental, o resultado encontrado é<sup>13</sup>:

$$W = 8 \frac{I_0}{\hbar} \cdot \frac{E_c}{E} \exp\left(-\frac{2E_c}{3E}\right) \quad , \quad (14)$$

onde  $E_c$  é o campo elétrico devido ao núcleo atômico na primeira órbita de Bohr ( $E_c = e/a_0^2 \approx 5 \times 10^9$  V/cm, onde  $a_0$  é o raio de Bohr). Esta fórmula é válida para  $E \ll E_c$ . Para  $E = E_c$ , o topo da barreira aproxima-se de  $-I_0$ , e o método WKB não pode mais ser aplicado.

#### b) Ionização em um Campo Elétrico Oscilante

Para um campo elétrico oscilante, a cauda da barreira de potencial ilustrada na Fig.2 oscila para cima e para baixo. Se o tempo de ionização  $T_I$  (da ordem de  $1/W$ ) é

muito menor que o período do campo  $T_F$ , a barreira praticamente não se modifica durante o processo de ionização; a taxa de ionização estática, dada pela Equação (14), pode então ser utilizada, com  $E$  substituído por  $E_0 \cos \omega t$ . A expressão resultante tem no entanto aplicação reduzida pois, para valores típicos de  $T_F$ , a condição  $T_I/T_F \ll 1$  só é atingida para  $E = E_C$ , o que invalida a utilização do método WKB.

Para campos fracos, a abordagem tradicional do problema faz uso da teoria das perturbações dependentes do tempo.

### c) Teoria das Perturbações

Em primeira ordem, obtemos o efeito foto-elétrico ordinário. O cálculo da probabilidade de ejeção de um elétron com momentum  $\vec{p}$  pode ser encontrado em livros-texto de Mecânica Quântica, fornecendo a equação de conservação da energia

$$\frac{p^2}{2m} + I_0 - \hbar\omega = 0 \quad , \quad (15)$$

onde  $I_0$  é a energia de ionização. Esta é precisamente a relação de Einstein para o efeito foto-elétrico (com  $I_0$  fazendo as vezes da função trabalho). É interessante observar que, no presente contexto, ela é deduzida para um campo eletromagnético clássico, não quantizado. De fato, o cálculo do efeito foto-elétrico dentro do formalismo da teoria das perturbações dependentes do tempo prescinde do conceito de fóton. Como ocorreu na Seção 3, a não conservação da energia eletrônica deve-se ao fato do Hamiltoniano que descreve

o sistema depender explicitamente do tempo. Podemos, no entanto, da mesma forma que antes, interpretar a Equação (15) como correspondendo a um processo em que o elétron é ejetado ao mesmo tempo em que ocorre a absorção de um fóton com energia  $\hbar\omega$ .

Para intensidades maiores, processos de ordem mais alta tornam-se importantes, podendo ocorrer ionização mesmo se  $\hbar\omega < I_0$ , através da absorção de  $n$  fótons. A relação de Einstein deve ser generalizada então para:

$$\frac{\vec{p}^2}{2m} + I_0 - n\hbar\omega = 0 . \quad (16)$$

A taxa de ionização para um processo envolvendo a "absorção de  $n$  fótons" é obtida a partir da contribuição de ordem  $n$  para o operador de evolução:

$$U^{(n)}(t) = (i\hbar)^{-n} \int_0^t dt_n \int_0^{t_n} dt_{n-1} \dots \int_0^{t_2} dt_1 H_I(t_n) H_I(t_{n-1}) \dots H_I(t_1), \quad (17)$$

com

$$H_I(t) = -e \vec{r} \cdot \vec{E}(t) . \quad (18)$$

Alternativamente, podemos usar  $H_I = -\frac{e}{mc} \vec{p} \cdot \vec{A} + \frac{e^2}{mc^2} \vec{A}^2$ ,

que difere da expressão (18) por uma transformação de gauge.

A utilização da teoria das perturbações é válida desde que não haja ressonâncias intermediárias, quando, através da absorção de um certo número de fótons menor que  $n$ , atinge-se a partir do estado inicial um estado atômico ligado intermediário. Neste caso, a expressão (17) deve ser modifi

cada, de modo a incluir efeitos de largura de linha do estado intermediário. Excluída essa possibilidade, vemos de (17) e (18) que a taxa de ionização para um processo de ordem  $n$  é proporcional a  $E_0^{2n}$ , onde  $E_0$  é a amplitude do campo  $\vec{E}(t)$ . Portanto, um gráfico log-log da taxa de transição versus a intensidade do campo incidente (a qual é proporcional a  $E_0^2$ ) deve dar uma linha reta, com coeficiente angular igual a  $n$ .

Essa dependência com a intensidade, prevista pela teoria das perturbações, foi verificada experimentalmente por Lompre et al<sup>14</sup>, para intensidades até  $10^{15} \text{W/cm}^2$ , utilizando um laser de Neodímio ( $\hbar\omega = 1 \text{ eV}$ ), cujo feixe fizeram incidir sobre gases nobres (ver Figura 3). Por outro lado, Boreham et al<sup>15</sup> e Baldwin e Boreham<sup>16</sup> observaram desvios das previsões de teoria das perturbações, para intensidades em torno de  $10^{16} \text{W/cm}^2$ , utilizando também gases nobres e um laser de Neodímio.

Essas observações levantam a questão da região de validade do tratamento perturbativo. De fato, ele se torna questionável para intensidades tão altas. Além disso, o cálculo de processos de ordem elevada torna-se extremamente complexo, se feito a partir da expressão (17).

Métodos não-perturbativos têm sido propostos por vários autores, a partir do trabalho pioneiro de Keldysh<sup>17</sup>, cuja expressão para a taxa de ionização é consistente com os resultados experimentais das referências 15 e 16. O trabalho de Keldysh conduziu a um melhor entendimento da relação entre processos multifotônicos e tunelamento como meca

nismos de ionização atômica.

d) Métodos Não-perturbativos

Keldysh obtém a taxa de ionização a partir da amplitude de transição dada por

$$T_{fi} = \int d^3r \psi_f(\vec{r}, t) H_I(\vec{r}, t) \psi_i(\vec{r}, t) \quad , \quad (19)$$

onde  $\psi_f(\vec{r}, t)$  é um estado de Volkov, dado pela equação (10),  $H_I(\vec{r}, t)$  é a interação expressa como na equação (18), e  $\psi_i(\vec{r}, t) = \psi_i(\vec{r}) \exp(iI_0 t/\hbar)$ , sendo  $\psi_i(\vec{r})$  a função de onda do estado ligado inicial, que tem uma energia de ligação  $-I_0$ .

Mais uma vez, a fase oscilante de  $\psi_f(\vec{r}, t)$  dá origem a processos multifotônicos. A taxa de transição  $\omega_{fi}$  do estado ligado inicial para um estado final com momentum  $\vec{p}$ , no limite  $t \rightarrow \infty$ , pode ser escrita da seguinte forma:

$$\omega_{fi} = \sum_{N=1}^{\infty} \omega_{fi}^{(N)} \quad , \quad (20)$$

sendo

$$\omega_{fi}^{(N)} = f(\vec{p}) \delta\left(\frac{\vec{p}^2}{2m} + I_0 + \frac{1}{4} \mu^2 mc^2 - N\hbar\omega\right) \quad . \quad (21)$$

A função  $f(\vec{p})$  envolve funções de Bessel, como seria de se esperar.

Examinemos agora com detalhe os aspectos conceituais das fórmulas acima. Elas mostram que o processo de ionização pode ser considerado como uma soma de processos multifotônicos, envolvendo cada um a absorção de um número  $N$  de fótons. Para cada um desses processos, deve ser satisfeita a relação:

$$\frac{\vec{p}^2}{m} + I_0 + \frac{1}{4} \mu^2 mc^2 - N\hbar\omega = 0 \quad , \quad (22)$$

que pode ser considerada como a generalização da fórmula de Einstein, para campos intensos.

De imediato, observamos uma distinção importante entre as expressões (16) e (22): o limiar de ionização não é mais  $I_0$ , mas  $I_0 + \frac{1}{4} \mu^2 mc^2$ . O termo extra  $\frac{1}{4} \mu^2 mc^2$  será interpretado na Seção 5, onde veremos que ele dá origem a fenômenos bem interessantes.

A taxa total de ionização  $W$  é obtida integrando-se  $w_{fi}(\vec{p})$  sobre todos os momenta finais:

$$W = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} w_{fi}(\vec{p}) \quad . \quad (23)$$

Esta integral pode ser calculada aproximadamente, para  $I_0/\hbar\omega \gg 1$ ,  $\gamma = \hbar\omega E_c/2I_0 E_0 \ll 1$  e  $E_0 \ll 5E_c$ . O resultado obtido por Keldysh tem a seguinte forma:

$$W = F(E_0/E_c) \exp\left[-\frac{2E_c}{3E_0} \left(1 - \frac{\gamma^2}{10}\right)\right] \quad , \quad (24)$$

com  $F(E_0/E_c) \propto (E_0/E_c)^{1/2}$ . Outros tratamentos<sup>18</sup> levaram também a expressões da forma (24), mas com diferentes fatores pré-exponenciais, os quais dependem do estado inicial, do alcance do potencial e da escolha de gauge.

Para  $\omega \rightarrow 0$ , a exponencial transforma-se na produzida pelo método WKB para o caso estático [cf. equação (15)].

Um aspecto conceitual importante desse resultado deve ser ressaltado. De fato, os resultados acima elucidam o seguinte problema. Para  $\omega \neq 0$ , interpretamos o processo de

ionização como correspondendo à absorção de fôtons da radiação incidente. Para  $\omega=0$ , por outro lado, a ionização é atribuída ao tunelamento do elétron através de uma barreira de potencial. Para  $\omega \rightarrow 0$ , os dois processos devem coincidir. Neste limite, qual será então a relação entre essas duas interpretações do processo de ionização? Vemos, dos resultados expostos acima, que o tunelamento pode ser interpretado como uma soma de processos multifotônicos, no limite em que  $\omega \rightarrow 0$  e  $N \rightarrow \infty$ !

A fórmula (24) leva a uma dependência da taxa de ionização com a amplitude  $E_0$  do campo elétrico aplicado bastante diferente da prevista pela teoria das perturbações. Em particular, um gráfico log-log da taxa de ionização versus a intensidade do campo incidente não produz uma linha reta, na região em que a expressão (24) é válida. Isto pode em princípio ser verificado experimentalmente.

Na experiência de Lompre et al.<sup>14</sup> a região  $\gamma < 1$  é atingida pela primeira vez ( $\gamma=0,3$ ), e além disso  $I_0/\hbar\omega \gg 1$ ,  $E_0 - E_c$  [cf. condições de validade da fórmula (24)]. No entanto, não foi observado nenhum desvio em relação às previsões da teoria das perturbações. Por outro lado, as experiências descritas nas referências 15 e 16, realizadas com intensidades um pouco maiores e valores menores de  $\gamma$  (na faixa 0,1-0,6) parecem confirmar os resultados de Keldysh.

As condições de validade da fórmula (24) não se restringem no entanto às condições para o cálculo aproximado da integral (23). O "ansatz" de Keldysh, expresso pela fórmula (19), foi apresentado inicialmente como uma alterna



tiya ao cálculo de perturbações em ordem mais alta: os efeitos mais importantes do campo já estariam incluídos na função de onda  $\psi_f(\vec{r}, t)$ . Esta "base modificada" seria pois um melhor ponto de partida para o cálculo da ionização. Não é claro, no entanto, nem no tratamento de Keldysh nem em outros que o seguiram<sup>18</sup>, qual é a região de validade da fórmula (19).

Esse assunto foi considerado nas referências 19 e 20, onde se mostrou que a expressão (19) pode ser deduzida a partir do formalismo de funções de Green, correspondendo a um certo tipo de expansão em potências do potencial intra-atômico  $V(r)$ . Mostrou-se também a equivalência de vários métodos propostos na literatura, a partir da contribuição de Keldysh.

Tratando-se pois a fórmula (19) do primeiro termo de uma expansão em  $V$  do resultado exato, devemos esperar que ela seja válida para campos suficientemente intensos. O que significa isto no entanto em termos dos parâmetros  $E_0/E_c$  e  $\gamma$ ? A resposta a essa pergunta ainda não é conhecida; é, no momento, objeto de investigação.

Resta ainda discutir o significado do termo  $\frac{1}{4} \mu^2 mc^2$ , que aumenta o limiar de ionização. É o que faremos na próxima Seção.

## 5. REFRAÇÃO DE ELÉTRONS POR FEIXES DE LUZ

Observemos inicialmente que a expressão  $\frac{1}{4} \mu^2 mc^2$  não depende de  $\hbar$ ; isto sugere que ela deve ter uma origem clássica.

Essa energia foi discutida por T.W.B. Kibble<sup>21</sup>, usando argumentos de física clássica. Seguiremos aqui a abordagem de Kibble.

A equação de movimento de um elétron não-relativístico interagindo com um campo eletromagnético é

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{e}{m} (\vec{E} + \frac{1}{c} \dot{\vec{r}} \times \vec{B}) \quad , \quad (25)$$

com

$$\vec{E} = \text{Re} \left[ \vec{E}_0(\vec{r}) e^{-i\omega t} \right] \quad , \quad (26)$$

$$\vec{B} = \text{Re} \left[ \vec{B}_0(\vec{r}) e^{-i\omega t} \right] \quad . \quad (27)$$

Considerando o elétron inicialmente em repouso em  $\vec{r}=\vec{0}$ , podemos resolver a equação (25) por iterações sucessivas, expandindo os campos em torno da origem:

$$\vec{E}_0(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{0}) + \vec{r} \cdot \nabla \vec{E}_0(\vec{0}) + \dots \quad . \quad (28)$$

Em ordem mais baixa, fazemos  $\vec{E}_0(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{0})$ , de modo que

$$\dot{\vec{r}}_{(1)}(t) = - \frac{e}{m\omega^2} \text{Re} \left[ \vec{E}_0(\vec{0}) e^{-i\omega t} \right] \quad . \quad (29)$$

Observe que  $\dot{\vec{r}}_{(1)}(t)$  corresponde a um movimento periódico, com aceleração média nula:

$$\langle \dot{\vec{r}}_{(1)}(t) \rangle = 0 \quad . \quad (30)$$

Em segunda ordem, guardamos o termo seguinte na expansão (28), substituindo  $r$  pelo resultado encontrado em primeira ordem:

$$\ddot{\vec{r}}_{(2)}(t) = \frac{e}{m} \left\{ \dot{\vec{r}}_{(1)} \cdot \text{Re} \left[ \vec{\nabla} \vec{E}_0(\vec{0}) e^{-i\omega t} \right] + \frac{1}{c} \dot{\vec{r}}_{(1)} \times \text{Re} \left[ \vec{\nabla} \vec{B}_0(\vec{0}) e^{-i\omega t} \right] \right\} \quad (31)$$

Na expressão acima, aparecem termos com frequência  $2\omega$  e com frequência nula. Devido à existência desses últimos, teremos agora  $\langle \ddot{\vec{r}}_{(2)}(t) \rangle \neq 0$ . De fato, a partir da equação (31), obtemos:

$$m \langle \ddot{\vec{r}} \rangle = -\vec{\nabla} \left( \frac{1}{4} \mu^2 mc^2 \right) . \quad (32)$$

Vemos pois que, em média, o elétron se movimenta como se estivesse sob a ação de uma força conservativa, à qual corresponde uma energia potencial  $\epsilon = \frac{1}{4} \mu^2 mc^2$  (note que  $\mu$  é função de  $\vec{r}$ ). A variação dessa energia com a posição produz uma aceleração secular do elétron. A força correspondente chama-se força ponderomotiva, e está portanto associada ao gradiente do campo eletromagnético.

Essas considerações permitem agora entender a equação (22). O limiar de ionização aumenta porque o elétron ionizado encontra-se imerso num campo eletromagnético, devendo-se pois adicionar à sua energia cinética a energia potencial  $\frac{1}{4} \mu^2 mc^2$ . Esse termo adicional não aparece para o elétron ligado, cujo movimento ocorre numa escala de tempo comparável ao período do campo aplicado, o que invalida o tratamento acima.

Como poderia essa energia ser medida? Observemos, em primeiro lugar, que para um laser de Neodímio ( $\hbar\omega \sim 1$  eV), temos  $\epsilon \sim 10^{-13}$  I eV, sendo I a intensidade da radiação medida em W/cm<sup>2</sup>. Portanto,  $\epsilon$  só se torna apreciável para intensidades altas, da ordem de  $10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>. Mesmo assim, este

efeito já foi detectado, através da medida da energia cinética dos elétrons ionizados<sup>16,22</sup>. De fato, após a ionização, os elétrons deixam a região focal do campo de laser, sendo então acelerados pela força ponderomotiva. Em outras palavras, a energia potencial  $\epsilon$  é transformada em energia cinética translacional dos elétrons, quando estes deixam a região do campo. Este aumento da energia cinética dos elétrons ionizados é que já foi verificado experimentalmente<sup>16,22</sup>.

A energia  $\epsilon$  tem ainda consequências bastante interessantes<sup>21</sup>. Por exemplo, ela provoca a refração de um feixe eletrônico por um feixe de luz limitado espacialmente (ver Figura 4). Note que este efeito é puramente clássico, ocorrendo devido à variação do potencial  $\epsilon$ .

Um outro efeito interessante, e de natureza quântica, é o efeito Kapitza-Dirac<sup>23,24</sup>, que fornece uma bela ilustração da dualidade onda-corpúsculo. É bem conhecido o fenômeno da difração de radiação por ondas eletrônicas estacionárias (isto é, a difração de Bragg num cristal), que atuam como uma rede de difração para a onda eletromagnética incidente. Por outro lado, se acreditamos na dualidade onda corpúsculo, então uma onda eletromagnética estacionária deveria atuar como uma rede de difração para um feixe de partículas.

É exatamente isto o que prevê o nosso potencial  $\epsilon$ . Para uma onda eletromagnética estacionária, propagando-se ao longo da direção  $z$ , temos

$$\mu^2 = \mu_0^2(1 + \cos 2kz) \quad , \quad (33)$$

portanto  $\epsilon$  será um potencial periódico, que dará origem à difração dos elétrons incidentes. De acordo com a lei de Bragg, devemos ter (ver Figura 5):

$$p \sin \theta' = p \sin \theta = \hbar k \quad . \quad (34)$$

Kapitza e Dirac deduziram esse efeito em 1933 utilizando a teoria das perturbações e o campo eletromagnético quantizado. A fórmula (34) foi obtida a partir da consideração de um processo em que um fóton do feixe é absorvido pelo elétron, havendo subsequentemente a emissão induzida de um fóton com a mesma energia que o primeiro mas momento oposto.

A observação experimental desse efeito não é fácil, por várias razões. A probabilidade de que um elétron sofra uma reflexão é extremamente pequena, a menos que a intensidade luminosa seja muito alta. As fontes mais potentes de luz à época de Dirac e Kapitza produziram a reflexão de apenas um em  $10^{14}$  elétrons! Com os lasers atualmente disponíveis, esta dificuldade pode ser superada. Persistem outras, porém. O ângulo de Bragg para elétrons de velocidade conveniente ( $\sim 1$  keV) é de apenas alguns centésimos de miliradianos, devendo pois ser extremamente precisa a colimação do feixe incidente. Lasers de alta potência emitem pulsos de radiação, e relativamente poucos elétrons atravessam o feixe de laser durante a duração do pulso. O impacto do pulso de radiação laser sobre o espelho que produz a onda estacionária gera uma nuvem de partículas carregadas que pode defletir o feixe eletrônico.

Apesar dessas e outras dificuldades, evidência experimental do fenômeno foi obtida por Bartell et al<sup>25</sup>.

## 6. CONCLUSÃO

O estudo do comportamento da matéria na presença de campos eletromagnéticos intensos constitui hoje em dia um campo muito ativo de pesquisa, de grande interesse teórico, e com uma larga faixa de aplicações. Neste Colóquio, concentramo-nos em apenas alguns fenômenos, dos muitos que têm sido discutidos, procurando enfatizar, mais que os detalhes matemáticos, os aspectos conceituais. Tratamentos mais aprofundados dos tópicos apresentados, bem como a aplicação dos métodos aqui expostos a outros processos, poderão ser encontrados na lista de referências.

As considerações apresentadas neste trabalho resultaram da colaboração com os professores Humberto Brandi e Nicim Zagury. Observações do Prof. Claude Cohen-Tannoudji foram também de grande utilidade para a nossa compreensão dos problemas aqui expostos.

## REFERÊNCIAS

1. S. Witkowski e K.L. Kompa, *La Recherche* 10, 956 (1979).
2. A.B. Langdon, *Phys. Rev. Lett.* 44, 575 (1980).
3. U. Carreta, A. Jacchia, G. Lampis, A. Orefice, R. Pozzoli e U. Tartari, *Nuovo Cim.* B55, 229 (1980).
4. C.D. Cantrell, S.M. Freud, J.L. Lyman, *Laser Handbook*, v.III, ed. M. Stitich, North Holland, Amsterdam (1979).
5. R.J. Dewhurst, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 8, L80 (1975).
6. A. Weingartshofer e C. Jung, *Physics in Canada* 35, 119 (1979).
7. P.G. Sutherland, *Fundam. Cosmic Phys.* 4, 95 (1979).
8. F. Ehlotzky, *Can. J. Phys.* 59, 1200 (1981).
9. J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics* 2<sup>nd</sup> ed. Cap.14, Wiley, N.Y. (1975).
10. D.M. Volkov, *Z. Physik* 94, 250 (1935); *JETP* 7, 1286 (1937).
11. N.M. Kroll e K.M. Watson, *Phys. Rev.* A8, 804 (1973).
12. A. Weingartshofer, J.K. Holmes, G. Claude, E.M. Clarke e H. Krüger, *Phys. Rev. Lett.* 39, 269 (1977); A. Weingartshofer, E.M. Clarke, J.K.H. Holmes e C. Jung, *Phys. Rev.* A19, 2371 (1979).
13. L.D. Landau e E.M. Lifshitz, *Mécanique Quantique*, éditions MIR (Moscou 1966).
14. L.A. Lompre, G. Mainfray, C. Manus, S. Repoux e J. Thebault, *Phys. Rev. Lett.* 36, 949 (1976).
15. B.W. Boreham, K.G.H. Baldwin e J.L. Hughes, *Second International Conference on Multiphoton Processes*, Budapeste (1980).

16. K.G.H. Baldwin e B.W. Boreham, J. Appl. Phys. 52, 2627 (1981).
17. L.V. Keldysh, JETP 47, 1945 (1964) [Sov. Phys. JETP 20, 1307 (1965)].
18. A.M. Perelomov, V.S. Popov e M.V. Terent'ev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 50, 1393 (1966); [Sov. Phys. - JETP 23, 924 (1966)]; Zh. Eksp. Teor. Fiz. 51, 309 (1966) [Sov. Phys. - JETP 24, 207 (1967)].
19. H.S. Brandi e L. Davidovich, J. Phys. B12, L615 (1979).
20. H.S. Brandi, L. Davidovich e N. Zagury, Phys. Rev. A24, 2044 (1981).
21. T.W. Kibble, Cargèse Lectures in Physics, vol. 2, ed. M. Lévy, Gordon and Breach, N.Y. (1968).
22. E.A. Martin, Jr. e L. Mandel, Applied. Optics 15, 2378 (1976).
23. P.L. Kapitza e P.A.M. Dirac, Proc. Camb. Phil. Soc. 29, 297 (1933).
24. M.M. Nieto, Am. J. of Phys. 37, 162 (1969).
25. L.S. Bartell, R.R. Roskos e H.B. Thompson, Phys. Rev. 166, 1494 (1968).



## LEGENDAS DAS FIGURAS

Fig.1 - Distribuição de energia de elétrons espalhados por átomos de Argônio. (a) Sem campo de laser. Os círculos mostram os pontos experimentais. (b) Com campo de laser. Foi utilizado um laser pulsado de CO<sub>2</sub> com uma potência de pico de 50 MW, e  $\hbar\omega = 0,117$  eV. Após focalização, intensidades da ordem de  $10^9$  W/cm<sup>2</sup> foram alcançadas na região de espalhamento. Nesses gráficos, o zero de energia corresponde a uma energia igual à dos elétrons incidentes, da ordem de 11 eV(Ref.12).

Fig.2 - Barreira de potencial para ionização por um campo elétrico estático (efeito Stark). O gráfico mostra a variação da energia potencial ao longo do eixo dos z. A linha pontilhada representa o potencial atômico, a linha tracejada a energia potencial devida ao campo elétrico externo e a linha contínua o potencial total.

Fig.3 - Gráfico log-log do número de ions de Ne e He em função da intensidade do campo de laser. Os ions são produzidos por um pulso de laser, de 30 ps, com  $\lambda = 1,06$   $\mu$ m (Ref.14).

Fig.4 - Refração de um feixe eletrônico por um feixe de luz.

Fig.5 - Difração de elétrons por uma onda eletromagnética estacionária.

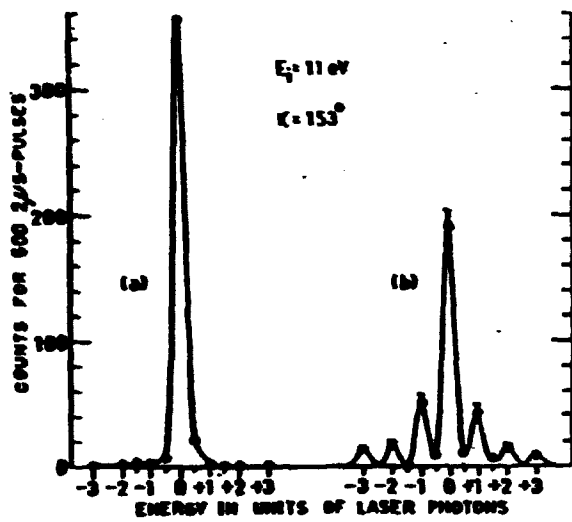


Fig. 1

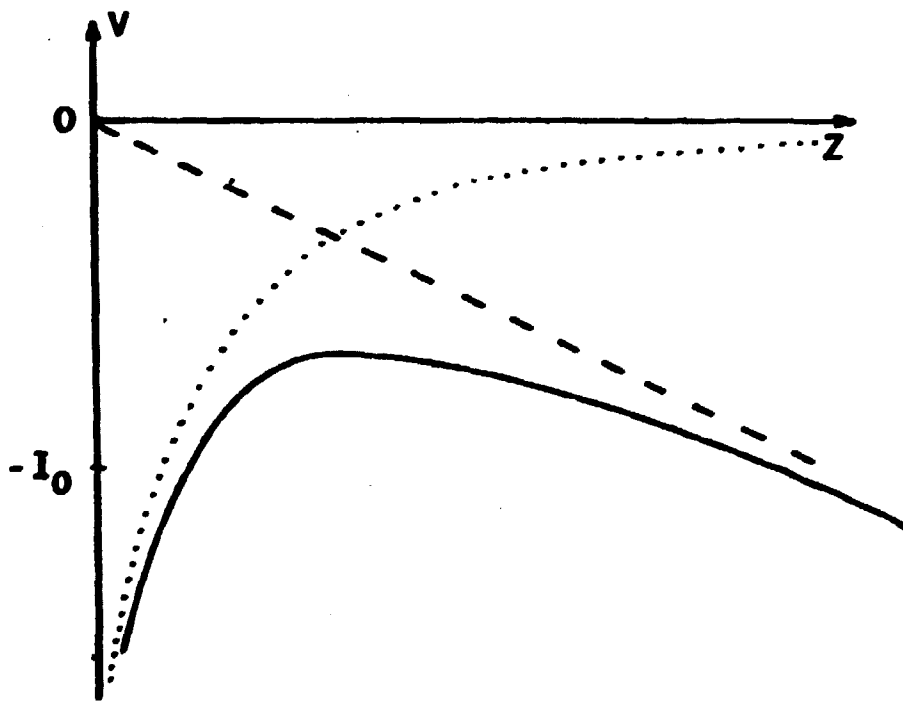


Fig. 2

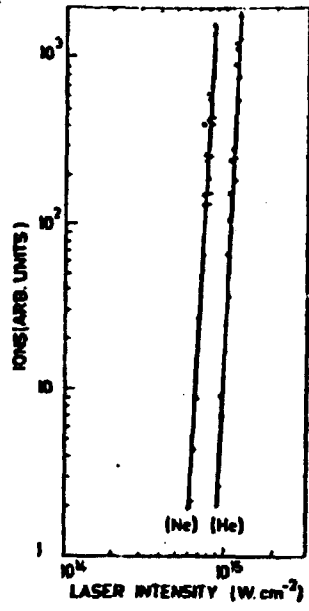


Figura 3

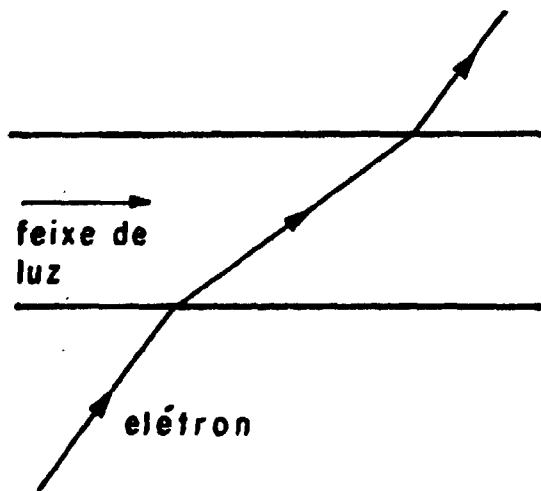


Figura 4

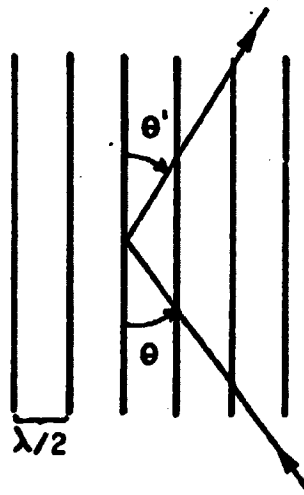


Figura 5