

Laboratório de
Computação
Científica



RELATÓRIO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO

PEDIDOS DE CÓPIAS DEVEM SER ENVIADOS AO:
REQUEST FOR FREE COPIES SHOULD BE ADDRESSED TO:

Laboratório de Computação Científica
Departamento de Informação e Documentação
Rua Lauro Müller, 455
C. P. 56018
22290 – Rio de Janeiro, RJ
Brasil



ISSN 0101 6113

LABORATÓRIO DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - LCC
JULHO DE 1984

LCC - 016/84

VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICE EM TUBOS COM
RESTRICÇÕES UNILATERAIS

Pedro de A. Veloso
Abinail F.D. Loula

RESUMO

Apresenta-se um algoritmo para solução do problema de vibrações induzidas por vórtices em tubos com restrições unilaterais. Neste estudo adota-se o modelo proposto por Skop e Griffin para representar a interação tubo-fluido, e utiliza-se uma formulação variacional na qual o comportamento das restrições (interação tubo-suporte) é simulado por molas elásticas não-lineares. O problema regularizado é resolvido através de uma discretização de Elementos Finitos no domínio espacial, adotando-se discretizações de diferenças finitas no tempo para a equação do coeficiente de sustentação e de Newmark para a equação do movimento da tubulação.

VORTEX INDUCED VIBRATIONS IN GAPPED RESTRAINED PIPES

ABSTRACT

The vortex induced vibration problem of gapped restrained piping is solved numerically. In this study the model proposed by Skop-Griffin is used to describe the pipe-fluid interaction. The variational formulation is obtained modeling the gapped restraints as non-linear elastic springs. The regularized problem is solved using a finite element discretization for the spatial domain. In the time domain a finite difference discretization is used for the lift coefficient equation and a Newmark discretization for the equation of motion.

1. INTRODUÇÃO

Tubulações submersas estão sujeitas a vibrações associadas com a formação e desprendimento alternado de vórtices. Estas vibrações frequentemente acarretam efeitos indesejáveis, como por exemplo, a possibilidade de rupturas ou redução na vida útil da tubulação por fadiga do material.

Em tubos de trocadores de calor, devido a existência de restrições com folga, estes danos são ainda mais graves. Dependendo das amplitudes, as vibrações induzidas podem acarretar uma interação tubo-suporte, responsável por um excessivo desgaste e consequente redução na vida útil destes componentes.

Este trabalho visa precisamente o estudo de vibrações induzidas por vórtices em tubulações sujeitas a restrições com folga. Neste estudo adota-se o modelo proposto por Skop e Griffin [1] para representar a interação tubo-fluido. Em termos matemáticos, o problema consiste em integrar numericamente um sistema de equações diferenciais parciais sujeito a restrições de desigualdades. Para tanto, utiliza-se uma formulação variacional na qual as restrições unilaterais são representadas por molas elásticas não-lineares (regularização). O problema regularizado é resolvido através de uma discretização de Elementos Finitos no domínio espacial, adotando-se discretizações de diferenças finitas no tempo para a equação do coeficiente de sustentação e de Newmark para a equação do movimento da tubulação.

2. MODELO MECÂNICO

As vibrações induzidas por vórtices ocorrem devido a emissão de vórtices que provoca uma força de sustentação periódica na

direção transversal ao escoamento [4]. Se a frequência desta força se aproxima de alguma frequência natural da estrutura, esta poderá responder com grandes amplitudes de vibração.

Uma característica marcante da interação fluido-estrutura é o efeito de sincronização ("lock-in"), que consiste no fato das frequências de emissão de vórtices e de vibração assumirem um mesmo valor, próximo de uma das frequências naturais do tubo.

Devido a sincronização as vibrações excitadas por vórtices ocorrem numa faixa de velocidades de escoamento onde tanto a amplitude de vibração do tubo como da força de sustentação experimentam um comportamento ressonante.

A força de sustentação induzida pelo desprendimento de vórtices da superfície do tubo, a rigor, deveria ser calculada a partir da integração das Equações de Navier-Stokes (Dinâmica dos Fluidos). Entretanto a integração desta equação, para a maioria dos casos práticos, tem mostrado ser extraordinariamente difícil e, embora as pesquisas atualmente em curso possam prover uma solução numérica, sua aplicação a problemas de engenharia pode ser muito limitada tanto pela complexidade destes problemas, quanto pelo enorme tempo de processamento requerido. Por causa dessas dificuldades, foram desenvolvidos, a partir de observações experimentais, alguns modelos matemáticos para representar a interação cilindro-fluido [1], [2], [3]. O modelo desenvolvido por Skop e Griffin [2] admite que a força de sustentação é governada por uma equação de Van der Pol modificada. Esta hipótese se baseia no fato de que a esteira periódica de vórtices tem um comportamento semelhante ao de um oscilador não-linear, conforme ficou evidenciado em estudos realizados por Berger e Wille [6].

Inicialmente Skop e Griffin desenvolveram um modelo para cilindros rígidos. Posteriormente, estenderam este modelo para cilindros elásticos, baseando-se na observação experimental, obtida por Ramberg e Griffin [5], de que em cabos vibrantes o processo de formação de vórtices em uma determinada seção do cabo é fortemente dependente da amplitude local de vibração, sendo praticamente independente do comportamento de seções vizinhas. Desta forma postularam a seguinte equação para o coeficiente de sustentação, $C_L(x,t)$, de um cilindro elástico,

$$\begin{aligned} \ddot{C}_L + \omega_s^2(1+HC_{L0}^2)C_L - \omega_s GC_{L0}^2 \dot{C}_L + \omega_s GC_L^2 \dot{C}_L + G \frac{\dot{C}_L^2}{\omega_s} - \\ - \omega_s^2 HC_L^2 - HC_L \dot{C}_L^2 = \frac{\omega_s F}{D} \dot{y}, \end{aligned} \quad (1)$$

que é a mesma postulada para o coeficiente de sustentação de um cilindro rígido, porém com C_L dependendo de x e t .

Nesta equação C_{L0} e ω_s representam, respectivamente, a amplitude do coeficiente de sustentação e a frequência de emissão de vórtices de um cilindro estacionário. Os parâmetros F , G e H são ajustados experimentalmente em função das propriedades físicas do sistema [1].

Da teoria clássica de vigas [7], obtém-se a equação do movimento de um tubo elástico sujeito a excitação gerada pela emissão de vórtices,

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c \frac{\partial y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{1}{2} \rho V^2 DC_L, \quad (2)$$

onde m é a massa do tubo mais a "massa virtual" por unidade de comprimento, c é o amortecimento por unidade de comprimento, $y(x,t)$ é o campo de deslocamento e EI é a rigidez à flexão do tubo, considerado como uma viga.

3. INTERAÇÃO TUBO-SUPORTE.

O movimento de uma seção transversal do tubo vizinha a uma restrição unilateral pode ser decomposto em um movimento de translação e outro de rotação, conforme está indicado na figura 1.

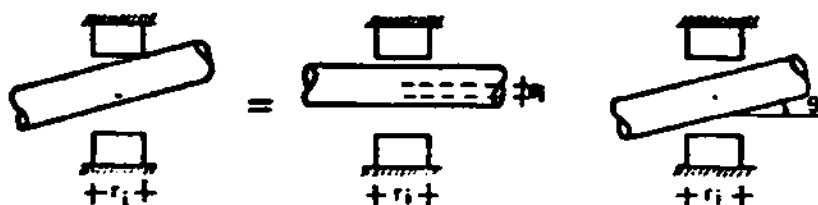


Fig. 1. Consideração da espessura da restrição. Decomposição do movimento em rotação e translação

Ocorre colisão com a i -ésima restrição, quando o tubo sofre um deslocamento transversal, a_i , dado por

$$a_i = g_i - r_i \theta_i \quad (3)$$

onde g_i representa o gap inicial entre o tubo e a restrição e r_i é a espessura da restrição.

Evidentemente se, em determinada colisão a_i for nulo, tem-se impedimento na rotação do tubo, isto é, o ângulo de contato θ_i é igual ao gap de rotação $\theta_{i,max}$ (máxima rotação possível), que é dado por

$$\theta_{i,max} = \frac{g_i}{r_i} \quad (4)$$

Neste caso há, além de uma força, um momento de interação.

3.1. Suporte Rígido

De acordo com o exposto, o deslocamento $y(x,t)$ satisfaz à inequação

$$|y(x_i, t)| \leq a_i \quad , \quad i=1,2,\dots,N_R \quad (5)$$

onde a_i representa o gap de translação da i -ésima restrição, função da rotação θ_i .

Em razão disso, a força de contato F_i^C é tal que

$$F_i^C \neq 0 \quad , \quad \text{se } |y(x_i, t)| = a_i \quad (6)$$

$$F_i^C = 0 \quad , \quad \text{se } |y(x_i, t)| < a_i \quad (7)$$

Da mesma forma, a rotação $\partial y / \partial x$ do tubo na restrição deve satisfazer a condição de contorno,

$$\left| \frac{\partial y_i}{\partial x} \right| \leq \theta_{i, \text{máx}} = \frac{g_i}{r_i} \quad (8)$$

onde $\theta_{i, \text{máx}}$ representa o gap de rotação.

3.2. Regularização

Uma representação aproximada da força de contato pode ser alcançada simulando o mecanismo de interação tubo-suporte por meio de uma mola elástica não-linear, cuja força de restituição é dada por:

$$F_i(y_i) = K_i \left(\frac{y_i - \gamma_i b_i}{c_i} \right)^N \quad , \quad \text{para } |y_i| > b_i \quad (9)$$

$$F_i(y_i) = 0 \quad , \quad \text{para } |y_i| \leq b_i \quad (10)$$

com $\gamma_i = \frac{|y_i|}{y_i}$.

onde K_i , c_i e N são parâmetros a serem fixados; K_i representa a

rigidez da mola não-linear, N é um número ímpar positivo e c_1 é um parâmetro pequeno. Neste modelo b_1 representa uma aproximação para o gap a_1 , isto é,

$$b_1 = a_1 - c_1 \quad (12)$$

Na figura 3 mostra-se um gráfico da função $F_1(y_1)$, para três valores de b_1 , indicando como se pode conseguir uma regularização para o gráfico da força de interação do tubo com um suporte rígido (linha tracejada).

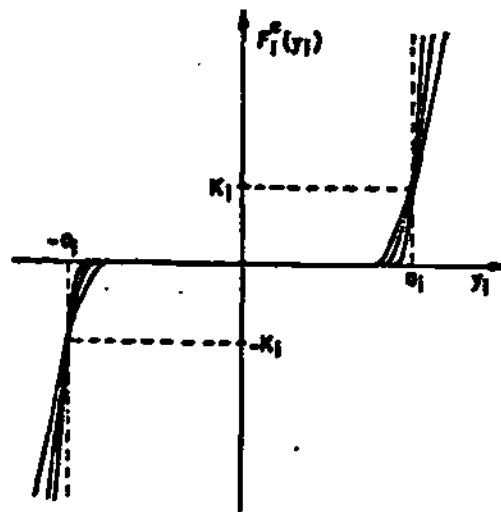


Figura 2. Força de interação tubo-suporte. Diagramas regularizados

Para o momento de contato $M_1(y_1')$, que surge quando há impedimento na rotação, obtém-se uma regularização similar à obtida para a força de contato.

4. FORMULAÇÃO VARIACIONAL

Inicialmente, apresenta-se a forma variacional da equação (2) para o problema não regularizado (com condições de contorno unilaterais) e em seguida apresenta-se a correspondente formulação do problema regularizado.

4.1. Problema Não Regularizado

Multiplicando-se a equação (2) por uma variação admissível $\bar{y}(x)$, integrando sobre o domínio e admitindo condições de contorno homogêneas em $x=0$ e $x=L$, chega-se a

$$\int_0^L (m\bar{y} + c\dot{\bar{y}})\bar{y}dx + \int_0^L EI\bar{y}''\bar{y}''dx = \int_0^L \rho C_L \bar{y}dx \quad (13)$$

com

$$\delta = \frac{1}{2} \rho V^2 D \quad (14)$$

onde a solução $y(x,t)$ na i -ésima restrição deve satisfazer a condição de contorno dada por (5).

Da mesma forma, obtêm-se

$$\begin{aligned} & \int_0^L \left[\bar{C}_L + \omega_s^2 (1 + HC_{L0}^2) C_L - \omega_s GC_{L0}^2 \bar{C}_L + \omega_s GC_L^2 \bar{C}_L + G \frac{\bar{C}_L^2}{\omega_s} - \right. \\ & \left. - \omega_s^2 HC_L^2 - HC_L^2 C_L \right] \bar{C}_L dx = \int_0^L \frac{\omega_s F}{D} \bar{y} \bar{C}_L dx \quad (15) \end{aligned}$$

que é a forma variacional da equação do coeficiente de sustentação, válida para toda variação admissível \bar{C}_L .

4.2. Problema Regularizado

Levando-se em consideração o modelo de interação tubo-suporte proposto na seção anterior, obtêm-se a formulação variacio

nal da equação (2) para o problema regularizado.

$$\int_0^L (\alpha \bar{y} + c \dot{\bar{y}}) \bar{y} dx + \int_0^L E I y'' \bar{y}'' dx = - \sum_{i=1}^{N_R} \frac{K_i}{c_i} (y_i - \gamma_i b_i)^{N-1} \bar{y}_i + \int_0^L g C_L \bar{y} dx \quad (16)$$

onde, por comodidade, utilizou-se apenas a expressão da força de contato regularizada. Com esta formulação desaparecem as restrições de desigualdades, dadas por (5).

A seguir, apresenta-se a forma incremental iterativa, visando a obtenção de soluções numéricas do problema, num intervalo $[0, T]$. Este intervalo é dividido em N_t intervalos $\Delta t = T/N_t$ de maneira que o campo de deslocamento incógnito no instante $t_{n+1} = (n+1)\Delta t$ correspondente à iteração k é dado por

$$y_{n+1}^{(k)} = y_{n+1}^{(k-1)} + y^{(k)} \quad , \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (17)$$

onde $y^{(k)}$ são os incrementos de deslocamentos dentro da k -ésima iteração e $y_{n+1}^{(k-1)}$ é o campo de deslocamento na iteração anterior, no instante t_{n+1} .

Substituindo (17) em (16), escrita para o instante t_{n+1} e para a k -ésima iteração, obtém-se

$$\begin{aligned} & \int_0^L (\alpha \bar{y}_{n+1}^{(k)} + c \dot{\bar{y}}_{n+1}^{(k)}) \bar{y} dx + \int_0^L E I y_{n+1}^{(k)''} \bar{y}'' dx + \\ & + N \sum_{i=1}^{N_R} \frac{K_i}{c_i} (y_{i,n+1}^{(k-1)} - \gamma_{i,n+1} b_i)^{N-1} y_{i,n+1}^{(k)} \bar{y}_i = \\ & = \int_0^L g C_{L,n+1} \bar{y} dx - \\ & - \sum_{i=1}^{N_R} \frac{K_i}{c_i} (y_{i,n+1}^{(k-1)} - \gamma_{i,n+1} b_i)^{N-1} \bar{y}_i \quad (18) \end{aligned}$$

que representa a forma incremental iterativa linearizada. A convergência é atingida quando $|y^{(k)}|$ estiver dentro de uma determinada tolerância.

Na obtenção da equação (18), utilizou-se para a força de contato uma aproximação linear para cada iteração, ou seja,

$$\begin{aligned} (y_{i,n+1}^{(k)} - \gamma_{i,n+1}^{(k)} b_i)^N &= (y_{i,n+1}^{(k-1)} - \gamma_{i,n+1}^{(k)} b_i)^N + \\ &+ N(y_{i,n+1}^{(k-1)} - \gamma_{i,n+1}^{(k)} b_i)^{N-1} y_i^{(k)} \end{aligned} \quad (19)$$

5. SOLUÇÕES NUMÉRICAS

Apresentam-se, a seguir, os métodos numéricos (discretização espacial e temporal) empregados na obtenção do algoritmo de solução.

5.1. Discretização Espacial

A estrutura é discretizada em N_e elementos finitos de comprimento h . Dentro de um elemento genérico (e) é adotado como interpolação para $y(x,t)$

$$y_e(x,t) = \sum_{j=1}^4 \gamma_j^{(e)}(t) \phi_j^{(e)}(x), \quad e=1,2,\dots,N_e \quad (20)$$

onde as funções $\phi_j^{(e)}(x)$ são os polinômios cúbicos de Hermite e $\gamma_j^{(e)}$ são os parâmetros nodais do elemento (e).

Para o coeficiente de sustentação $C_L(x,t)$ adota-se, para o elemento genérico (e), uma interpolação linear,

$$C_L^{(e)}(x,t) = \sum_{i=1}^2 x_i^{(e)}(t) \chi_i^{(e)}(x), \quad e=1,2,\dots,N_e \quad (21)$$

onde as funções de interpolação locais $\psi_i^{(e)}(x)$ são dadas por

$$\psi_1^{(e)}(x) = \frac{1}{h} (h-x) \quad (22)$$

$$\psi_2^{(e)}(x) = \frac{x}{h} \quad (23)$$

e $X_i^{(e)}$ são os valores do coeficiente de sustentação para o elemento (e).

A substituição das equações (20) e (21) na equação (18) conduz às aproximações de elementos finitos a nível de elemento, cuja aproximação global é representada pelo sistema de equações:

$$\begin{aligned} \underline{M} \ddot{\underline{Y}}_{n+1}^{(k)} + \underline{C} \dot{\underline{Y}}_{n+1}^{(k)} + \underline{K} \underline{Y}_{n+1}^{(k)} + \underline{K}_2^{(k-1)} \underline{Y}_{n+1}^{(k)} = \\ = \underline{R} \underline{X}_{n+1} - \underline{p}_{n+1}^{(k-1)} \end{aligned} \quad (24)$$

onde \underline{M} , \underline{C} e \underline{K} são, respectivamente, as matrizes globais de massa, amortecimento e rigidez; $\underline{Y}^{(k)}$ é o vetor dos incrementos dos deslocamento a cada iteração (k); o vetor \underline{X}_{n+1} é composto pelos parâmetros nodais X_i do coeficiente de sustentação e a matriz \underline{R} é formada pelas contribuições a nível de elemento da força de sustentação, representadas por,

$$r_{ij}^{(e)} = \int_0^h \beta^{(e)} \phi_i^{(e)}(x) \psi_j^{(e)}(x) dx ; i=1,2,3,4 \text{ e } j=1,2 \quad (25)$$

enquanto que a matriz $\underline{K}_2^{(k-1)}$ e o vetor $\underline{p}_{n+1}^{(k-1)}$, referentes à iteração (k-1), são provenientes das molas não-lineares que simulam as restrições com folga.

Para se obter a discretização da equação (15) é usado o método de colocação. A aplicação deste método, após substituir na equação (15) as interpolações adotadas para $y(x,t)$ e $C_L(x,t)$, fornece a equação desacoplada do coeficiente de sustentação, válida

para cada ponto nodal

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i + \omega_s^2(1 + HC_{L0}^2)x_i - \omega_s GC_{L0}^2 \dot{x}_i + \omega_s GX_i^2 \dot{x}_i + G \frac{x_i^3}{\omega_s} - \omega_s^2 HX_i^2 - \\ - HX_i^3 \dot{x}_i = \frac{\omega_s F}{D} \dot{y}_i \quad , \quad i=1,2,\dots,n \end{aligned} \quad (26)$$

onde \dot{y}_i representa a velocidade de translação do i -ésimo nó.

5.2. Discretização Temporal

Empregam-se os algoritmos de Newmark e diferenças finitas, respectivamente, na discretização temporal das equações (24) e (26).

Substituindo na equação (26), escrita para instante $t_n = n\Delta t$, as aproximações de diferenças finitas:

$$\dot{x}_i^n = \frac{x_i^{n+1} - x_i^{n-1}}{2\Delta t} \quad (27)$$

$$\ddot{x}_i^n = \frac{x_i^{n+1} - 2x_i^n + x_i^{n-1}}{\Delta t^2} \quad , \quad (28)$$

correspondentes às velocidades e acelerações no n -ésimo intervalo de tempo, chega-se a,

$$\begin{aligned} x_i^{n+1} = \frac{1}{(1 - \frac{\Delta t}{2} \omega_s GC_{L0}^2 + \frac{\Delta t}{2} G_n)} \{ [2 - \Delta t^2 \omega_s^2(1 + HC_{L0}^2)] x_i^n + \\ + \Delta t^2 \omega_s^2 (x_i^n)^3 + (\frac{\Delta t}{2} G_n - \frac{\Delta t}{2} \omega_s GC_{L0}^2 - 1) x_i^{n-1} + \\ + \frac{\Delta t^2 \omega_s F}{D} \dot{y}_i^n \} \quad , \quad i=1,2,\dots \end{aligned} \quad (29)$$

onde G_n é dado por

$$G_n = \omega_s G(x_i^n)^2 + \frac{G}{\omega_s} (\dot{x}_i^n)^2 - HX_i^n \dot{x}_i^n \quad (30)$$

Na avaliação do termo não-linear G_n , a derivada \dot{x}_i^n é aproximada inicialmente por

$$\dot{x}_i^n = \frac{x_i^n - x_i^{n-1}}{\Delta t} \quad (31)$$

Com este valor de \dot{x}_i^n calcula-se G_n por (30) e, em seguida, através da equação (29) obtêm-se uma primeira aproximação para x_i^{n+1} . Recalcula-se então \dot{x}_i^n pela expressão de diferença central, dada por (27) e novamente x_i^{n+1} por (29). Repete-se este processo iterativo até haver convergência.

Por outro lado, para integrar a equação do movimento (Eq. (24)) utiliza-se o algoritmo de Newmark [10], que se resume em calcular os deslocamentos, velocidades e acelerações no instante $t_{n+1} = (n+1)\Delta t$ e para a k -ésima iteração através das equações,

$$\underline{y}_{n+1}^{(k)} = \underline{y}_n + \Delta \underline{y}^{(k)} \quad (32)$$

$$\underline{\dot{y}}_{n+1}^{(k)} = -\underline{\dot{y}}_n + \frac{2}{\Delta t} \Delta \underline{y}^{(k)} \quad (33)$$

$$\underline{\ddot{y}}_{n+1}^{(k)} = -\underline{\ddot{y}}_n - \frac{4}{\Delta t^2} \underline{\dot{y}}_n + \frac{4}{\Delta t^2} \Delta \underline{y}^{(k)} \quad (34)$$

onde $\Delta \underline{y}^{(k)}$ é o vetor atualizado de incrementos de deslocamentos, dados por

$$\Delta \underline{y}^{(k)} = \Delta \underline{y}^{(k-1)} + \underline{y}^{(k)} \quad (35)$$

Levando as equações (32) a (34) no sistema de equações diferenciais (24), obtêm-se,

$$\underline{K}^* \Delta \underline{y}^{(k)} = \underline{F}_{n+1}^* \quad (36)$$

onde

$$K^* = \frac{4}{\Delta t^2} M + \frac{2}{\Delta t} C + K + K_1^{(k-1)} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} F_{n+1}^* &= R X_{n+1} - P_{n+1}^{(k-1)} - K Y_n + C \dot{Y}_n + \\ &+ M(\ddot{Y}_n + \frac{4}{\Delta t} \dot{Y}_n) + K_1^{(k-1)} \Delta Y^{(k-1)} \end{aligned} \quad (38)$$

As equações (29) e (36) representam o algoritmo de evolução no tempo, resultante da combinação do algoritmo de diferenças finitas como o de Newmark.

6. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Foi implementado um programa de Elementos Finitos que executa o algoritmo de solução proposto. Como ilustração apresentam-se os resultados obtidos para um tubo bi-apoiado contendo um suporte com folga a meio vão, com os seguintes dados:

- Sobre o tubo:

Comprimento : L = 1000mm
 Diâmetro : D = 21mm
 Espessura : t = 1mm
 Massa específica: $\rho = 7,85 \times 10^{-9} \text{ N.s}^2/\text{mm}^4$
 Módulo de Young : E = $2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$

- Sobre o escoamento:

Fluido : água
 Massa específica: $1 \times 10^{-9} \text{ N.s}^2/\text{mm}^4$

Neste estudo foram utilizados 16 elementos de igual comprimento ($L_e = 62,50 \text{ mm}$) e como passo de integração adotou-se $\Delta t = 3,6 \times 10^{-3} \text{ s}$, que corresponde ao período fundamental dividido por 500. Para simular a restrição unilateral, que tem uma espes-

sura de 25,2mm, utilizou-se uma mola elástica não-linear de "rigidez" $K=132N$ e expoente $N=5$.

Inicialmente, analisa-se o tubo vibrando com frequência próxima à frequência natural correspondente ao primeiro modo do tubo considerado sem restrição unilateral, procurando-se mostrar as principais mudanças de comportamento ocorridas quando se considera a presença da restrição com folga.

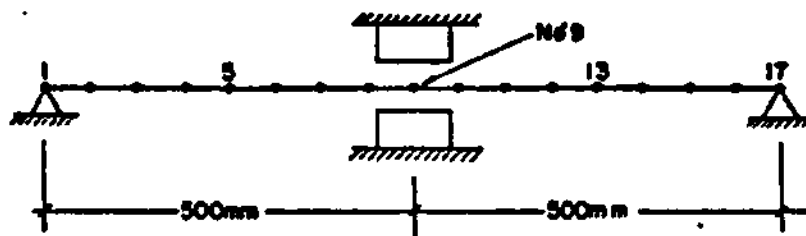


Fig. 3. Tubo bi-apoiado com uma restrição unilateral a meio vão

Na Figura 4 estão mostradas as histórias no tempo do deslocamento do nó central, correspondente ao suporte, para três situações distintas:

- (1) tubo sem suporte com folga
- (2) tubo com suporte com folga de 4mm
- (3) tubo com suporte com folga de 8mm

As variações de intensidade da força de contato entre o tubo e o suporte durante o primeiro choque, estão mostradas nas Figuras 5 e 6, relativas às folgas de 4mm e 8mm, respectivamente. Estes resultados foram obtidos tomando-se $\omega_s = 1,07\omega_n$, que corresponde a uma velocidade de escoamento de aproximadamente $6 \times 10^3 \text{mm/s}$.

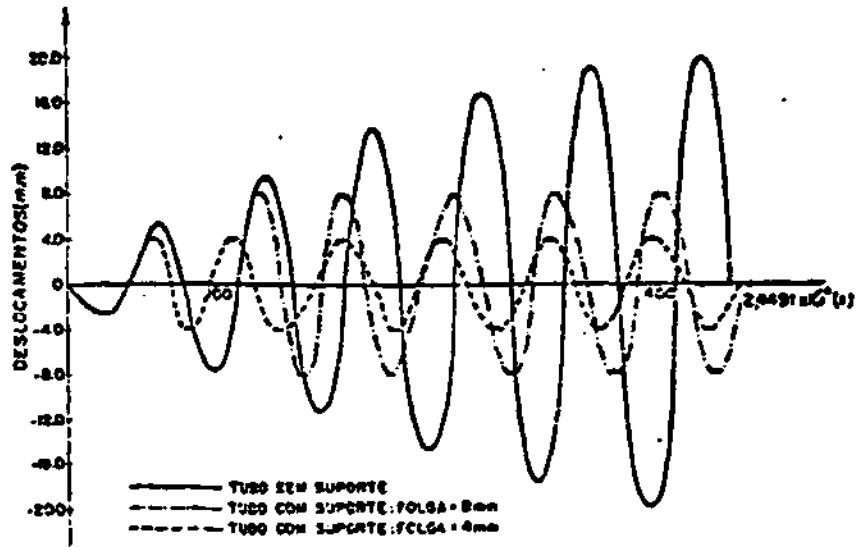


Fig. 4. História no tempo do deslocamento do nó central

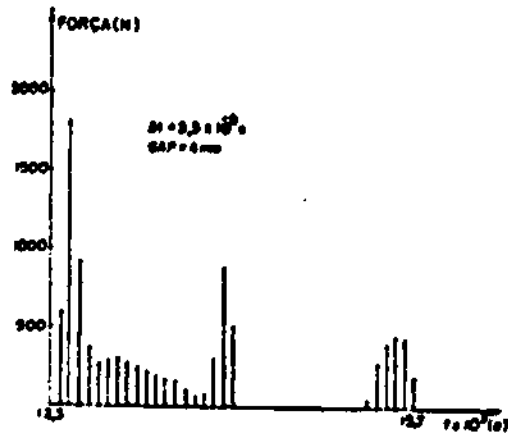


Fig. 5. História no tempo da força de contato (gap=4mm)

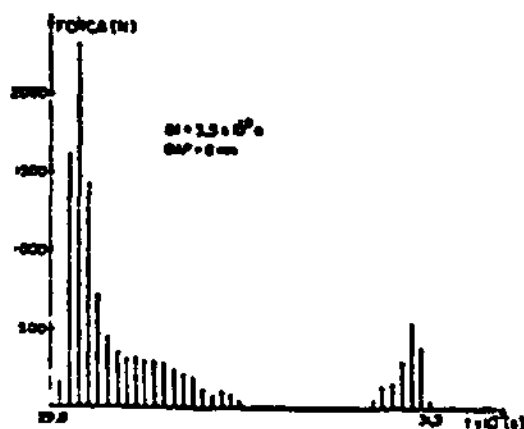


Fig. 6. História no tempo da força de contato (gap=8mm)

Observa-se que o modelo adotado para representar a restrição unilateral tem um bom desempenho no que diz respeito a limitação de amplitudes do tubo, simulando adequadamente o suporte rígido. Além disso, se observa, através da Figura 4, que devido a presença de restrições com folga, as soluções encontradas não são mais tão regulares como aquelas obtidas no caso de tubos com apoios sem folga.

A seguir, é analisado o tubo vibrando com frequência próxima à frequência natural correspondente ao segundo modo do tubo considerado sem restrição unilateral, visando mostrar as principais modificações ocorridas em relação ao caso em que o tubo contém um apoio sem folga no lugar da restrição unilateral.

Na Figura 7 estão mostradas as histórias no tempo dos deslocamentos do nó 5 (ver Figura 3) para as seguintes situações:

- (1) tubo com suporte sem folga
- (2) tubo com suporte com folga de 0,378mm
- (3) tubo com suporte com folga de 0,567mm

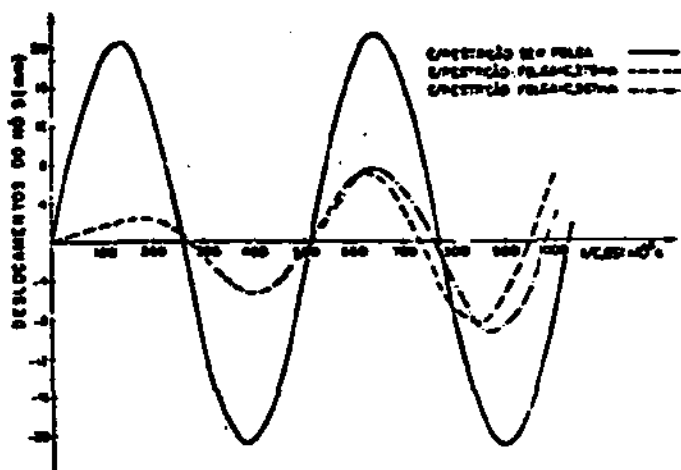


Fig. 7. História no tempo do deslocamento do nó 5

Conforme se pode observar na figura acima, também neste caso ocorre uma substancial redução das amplitudes de vibração do tubo, devido a limitação da rotação do nó, acarretada pela presença da restrição unilateral. Entretanto esta redução só acontece para uma folga de até 1,648mm. Para uma folga acima deste valor o tubo deixa de tocar a restrição e passa a assumir um comportamento exatamente igual ao de um tubo com um apoio sem folga no lugar da restrição unilateral, vibrando ressonantemente no primeiro modo, ou de um tubo bi-apoiado vibrando em ressonância no segundo modo.

7. CONCLUSÕES

O método empregado no estudo de vibrações induzidas por vórtices em tubulações, utiliza uma técnica de integração numérica que permite a consideração de restrições com folga, ao contrário de métodos anteriores que foram desenvolvidos visando apenas os casos onde não ocorre este tipo de restrição.

Os resultados apresentados nas Figuras 4 e 7 mostraram que, dependendo dos dados do problema, poderá surgir uma interação tubo-suporte, cuja consequência imediata é uma redução considerável das amplitudes de vibração em relação ao caso sem restrição. Além disso se observou que esta interação acarreta uma nítida modificação no comportamento das vibrações, evidenciando deixar de existir um ciclo limite semelhante ao observado para o caso de tubos não sujeitos a estas restrições.

Verificou-se ainda que a interação tubo-suporte se dá através de forças de contato de grande intensidade, que variam bruscamente no tempo, conforme mostram as Figuras 5 e 6. Portanto, pelas modificações que estas forças podem ocasionar, fica evidente que analisar este problema desprezando-se as folgas pode significar uma má aproximação do problema real, principalmente por ser contrário à segurança.

B. REFERÊNCIAS

- [1] SKOP, R.A. and GRIFFIN, O.M., "On a theory for the vortex-excited oscillations of flexible cylindrical structures", *Journal of Sound and Vibration*, 41, 263-274 (1975).
- [2] SKOP, R.A. and GRIFFIN, O.M., "A model for the vortex-excited resonant vibration of bluff cylinders", *Journal of Sound and Vibration*, 27, 225-233 (1973).
- [3] HARTLEN, R. and CURRIE, I., "Lift-oscillator model for vortex-induced vibration", *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 96, 577-591 (1970).
- [4] BLEVINS, R.D., *Flow-induced Vibration*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1977.

- [5] RAMBERG, S.E. and GRIFFIN, O.M., "Vortex formation in the wake of vibrating flexible cable", *Journal of Fluids Engineering*, 96, 317-322 (1974).
- [6] BERGER, E. and MILLE, R., "Periodic flow phenomena", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 4, 313-340 (1972).
- [7] MEIROVITCH, L., *Analytical Methods in Vibration*, the Macmillan Company, Toronto, 1967.
- [8] VELOSO, P.A.A., "Vibrações induzidas por vórtices em tubulações", Tese de Mestrado, IME, 1984.
- [9] VELOSO, P.A.A. and LOULA, A.F., "Vibrações induzidas por vórtices em tubulações sujeitas a restrições com folga", VII COBEM, 1983.
- [10] BATHE, K.J. and WILSON, E.L., "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice-Hall, New Jersey, 1976.