

COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE

E.11

**PERTES DE PRESSION
DES ECOULEMENTS MONOPHASIQUES ET
DIPHASIQUES DANS DES ELARGISSEMENTS,
RETRECISSEMENTS ET AJUTAGES**

par

Philippe GLENAT, Philippe SOLIGNAC

INSTITUT DE RECHERCHE ET DE DEVELOPPEMENT
INDUSTRIEL

DIVISION D'ETUDE ET DE DEVELOPPEMENT
DES REACTEURS

Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble

Rapport CEA-R-5289

1984

SERVICE DE DOCUMENTATION

PLAN DE CLASSIFICATION DES RAPPORTS ET BIBLIOGRAPHIES CEA

(Classification du système international de documentation nucléaire SIDON/INIS)

A 11	Physique théorique	C 30	Utilisation des traceurs dans les sciences de la vie
A 12	Physique atomique et moléculaire	C 40	Sciences de la vie : autres études
A 13	Physique de l'état condensé	C 50	Radioprotection et environnement
A 14	Physique des plasmas et réactions thermonucléaires		
A 15	Astrophysique, cosmologie et rayonnements cosmiques	D 10	Isotopes et sources de rayonnements
A 16	Conversion directe d'énergie	D 20	Applications des isotopes et des rayonnements
A 17	Physique des basses températures		
A 20	Physique des hautes énergies	E 11	Thermodynamique et mécanique - des fluides
A 30	Physique neutronique et physique nucléaire	E 12	Cryogénie
		E 13	Installations pilotes et laboratoires
B 11	Analyse chimique et isotopique	E 14	Explosions nucléaires
B 12	Chimie minérale, chimie organique et physico-chimie	E 15	Installations pour manipulation de matériaux radioactifs
B 13	Radiochimie et chimie nucléaire	E 16	Accélérateurs
B 14	Chimie sous rayonnement	E 17	Essais des matériaux
B 15	Corrosion	E 20	Réacteurs nucléaires (en général)
B 16	Traitement du combustible	E 30	Réacteurs nucléaires (types)
B 21	Métaux et alliages (production et fabrication)	E 40	Instrumentation
B 22	Métaux et alliages (structure et propriétés physiques)	E 50	Effluents et déchets radioactifs
B 23	Céramiques et cermets		
B 24	Matières plastiques et autres matériaux	F 10	Economie
B 25	Effets des rayonnements sur les propriétés physiques des matériaux	F 20	Législation nucléaire
B 30	Sciences de la terre	F 30	Documentation nucléaire
		F 40	Sauvegarde et contrôle
C 10	Action de l'irradiation externe en biologie	F 50	Méthodes mathématiques et codes de calcul
C 20	Action des radioisotopes et leur cinétique	F 60	Divers

Rapport CEA-R-6289

Cote-matière de ce rapport : E.11

DESCRIPTION-MATIERE (mots clefs extraits du thesaurus SIDON/INIS)

<i>en français</i>	<i>en anglais</i>
PERTES DE CHARGE	PRESSURE DROP
ECOULEMENT DES FLUIDES	FLUID FLOW
ECOULEMENT DIPHASIQUE	TWO-PHASE FLOW
TUYAUX	PIPES
FRACTION DE VIDE	VOID FRACTION
MODELES D'ECOULEMENT	FLOW MODELS
CONFIGURATION	CONFIGURATION

RAPPORT CEA-R-5289 - Philippe GLENAT - Philippe SOLIGNAC

PERTES DE PRESSION DES ECOULEMENTS MONOPHASIQUES ET DIPHASIQUES DANS
DES ELARGISSEMENTS, RETRECISSEMENTS ET AJUTAGES.

Sommaire. - Nous proposons une sélection des méthodes de calcul de la perte de pression à travers les singularités constituées par un ou plusieurs changements brusques de la section droite d'une conduite (rétrécissements, élargissements, ajutages). En écoulement *monophasique*, nous rappelons la méthode de calcul utilisant les bilans de masse, d'énergie mécanique et de quantité de mouvement. En écoulement *diphase* nous développons la méthode de Harshe et al. et une méthode plus empirique proposée par Chisholm. Nous utilisons la distinction entre les ajutages *courts* et les ajutages *longs* basée sur la position de la veine contractée due au rétrécissement. Enfin nous proposons trois corrélations pour calculer le taux de vide à travers les singularités considérées.

1984

54 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France.

RAPPORT CEA-R-5289 - Philippe GLENAT - Philippe SOLIGNAC

SINGLE PHASE AND TWO-PHASE FLOW PRESSURE LOSSES THROUGH RESTRICTIONS,
EXPANSIONS AND INSERTS.

Summary. - We give a selection of methods to predict pressure losses through restrictions, expansions and inserts. In *single phase* flow, we give the classical method based on the one-dimensional momentum and mass balances. In *two-phase* flow, we propose the method given by Harshe et al. and an empirical approach suggested by Chisholm. We notice the distinction between *long* and *short* inserts depends upon whether or not the vena contracta lies within the insert. Finally, we propose three correlations to calculate void fraction through the singularities which have been considered.

1984

54 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France.

- Rapport CEA-R-5289 -

Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble
Institut de Recherche et de Développement Industriel
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs
Département des Réacteurs à Eau
Service des Transferts Thermiques
Secteur Etudes Fondamentales

PERTES DE PRESSION
DES ECOULEMENTS MONOPHASIQUES ET DIPHASIQUES
DANS DES ELARGISSEMENTS, RETRECISSEMENTS ET AJUTAGES

par

Philippe GLENAT, Philippe SOLIGNAC

- Novembre 1984 -

SOMMAIRE

1 - INTRODUCTION	1
2 - PERTES DE PRESSION EN ECOULEMENT MONOPHASIQUE	1
2.1. Elargissement brusque	1
2.2. Rétrécissement brusque	5
2.3. Ajustage	12
3 - PERTES DE PRESSION EN ECOULEMENT DIPHASIQUE	14
3.1. Définitions et hypothèses	14
3.2. Elargissement brusque	14
3.3. Rétrécissement brusque	19
3.4. Exemple d'application des différents modèles sur les ajustages	24
4 - APPROCHE DE CHISHOLM	29
4.1. Relations de base et hypothèses	29
4.2. Application au cas des ajustages	32
4.3. Corrélation de Chisholm et Sutherland	36
5 - CALCUL DU TAUX DE VIDE	38
5.1. Corrélation de Lockhart-Martinelli	38
5.2. Corrélation de Hughmark	39
5.3. Modèle de Zuber et Findlay	41
6 - CONCLUSION	44
NOMENCLATURE	45
REFERENCES	48

1 - INTRODUCTION

Le but de cette synthèse bibliographique est de rapporter quelques méthodes de calcul des pertes de pression irréversibles dans les ajutages.

Un ajutage est l'association en série d'un rétrécissement et d'un élargissement. Nous commencerons par étudier séparément ces deux composants en écoulement monophasique au chapitre 2 et en écoulement diphasique au chapitre 3.

La validité des modèles cités sera appréciée par une comparaison avec des résultats expérimentaux.

Pour les ajutages nous présenterons plus particulièrement la méthode de Chisholm au chapitre 4 qui est d'une utilisation aisée dans le cadre d'une étude d'ingénieur.

2 - PERTES DE PRESSION EN ECOULEMENT MONOPHASIQUE

2.1. Etude de l'élargissement brusque

Delhaye (1981) reprend l'approche théorique de Whitaker (1968).

On considère un écoulement à travers un élargissement ou un rétrécissement brusque pour lequel on fait les hypothèses générales :

- Ecoulement turbulent, établi et horizontal
- Fluide incompressible.

Soit le volume de contrôle délimité par les deux sections A_1 et A_2 situées en amont et en aval de l'élargissement brusque (fig.1).

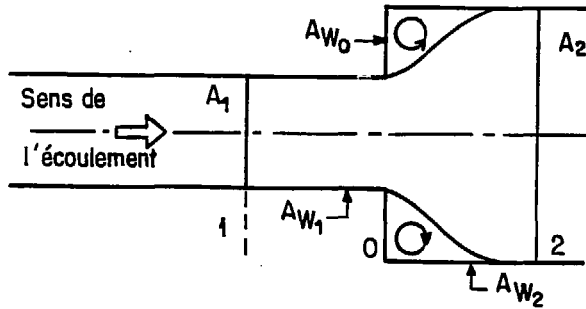


Fig. 1 : Volume de contrôle dans le cas de l'élargissement brusque

La surface de la canalisation située entre les sections A_1 et A_2 peut être divisée en trois éléments :

- la surface amont du tube située entre les sections 1 et 0 : A_{w1}
- la surface aval du tube située entre les sections 0 et 2 : A_{w2}
- la surface annulaire perpendiculaire à l'axe de la conduite : A_{w0}

On note σ le rapport des aires A_1 et A_2 :

$$\sigma \triangleq \frac{A_1}{A_2} < 1 \quad (1)$$

et on définit les valeurs moyennes d'une grandeur donnée X par les relations suivantes :

$$\bar{X} \triangleq \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt \quad (2)$$

$$\dagger \bar{X} \dagger_i \triangleq \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \bar{X} dA \quad (3)$$

- Une combinaison des bilans de masse et de *quantité de mouvement* sur le volume de contrôle, en admettant les hypothèses suivantes :

- Hypothèses générales formulées au début du paragraphe 2.1
- Frottement sur les parois négligeable
- Egalité des valeurs moyennées dans le temps et dans l'espace des pressions sur les surfaces A_1 et A_0 :

$$\langle \bar{p} \rangle_0 = \langle \bar{p} \rangle_1 \quad (4)$$

conduit au résultat suivant :

$$\frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2} \rho \langle \bar{w} \rangle_1^2} = 2 \sigma (1 - \sigma) \quad (5)$$

où

$$P_1 \triangleq \langle \bar{p} \rangle_1 \quad (6)$$

$$P_2 \triangleq \langle \bar{p} \rangle_2 \quad (7)$$

- Une combinaison des bilans de masse et d'*énergie mécanique* sur le volume de contrôle, en admettant les hypothèses suivantes :

- Hypothèses générales du paragraphe 2.1
- Dissipation visqueuse négligeable sur le volume de contrôle

conduit à une expression différente :

$$\frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2} \rho \langle \bar{w} \rangle_1^2} = 1 - \sigma^2 \quad (8)$$

La comparaison des formules (5) et (8) avec les résultats expérimentaux obtenus par Archer (1913), sur la figure 2 montre que :

- les bilans de masse et de quantité de mouvement fournissent une variation de pression compatible avec les valeurs expérimentales,

- les bilans de masse et d'énergie mécanique associés à leurs hypothèses ne donnent pas des résultats en accord avec l'expérience.

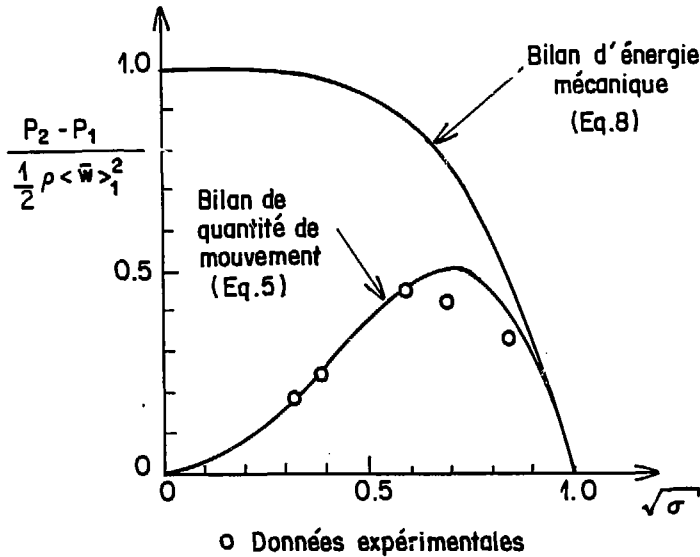


Fig. 2 : Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux pour l'élargissement brusque (Delhaye, 1981)

L'accroissement de pression au passage dans l'élargissement peut ainsi être considéré comme la somme de deux termes :

$$(i) \quad \frac{(P_2 - P_1)_R}{\frac{1}{2} \rho \langle \overline{w} \rangle_1^2} = 1 - \sigma^2$$

Ce terme indicé (R) correspond à la variation de pression réversible due au changement de section, calculée à partir d'un bilan d'énergie mécanique sans dissipation visqueuse.

$$(ii) \quad \frac{(P_2 - P_1) I}{\frac{1}{2} \rho \langle \bar{w} \rangle_1^2}$$

Ce terme indicé (I) tient compte uniquement des pertes de pression irréversibles dues aux dissipations. Il est obtenu en faisant la différence des variations de pression données par l'équation (5) et par l'équation (8) :

$$\frac{(P_1 - P_2) I}{\frac{1}{2} \rho \langle \bar{w} \rangle_1^2} = (1 - \sigma^2) - 2\sigma(1 - \sigma) = (1 - \sigma)^2 \quad (9)$$

2.2. Etude du rétrécissement brusque

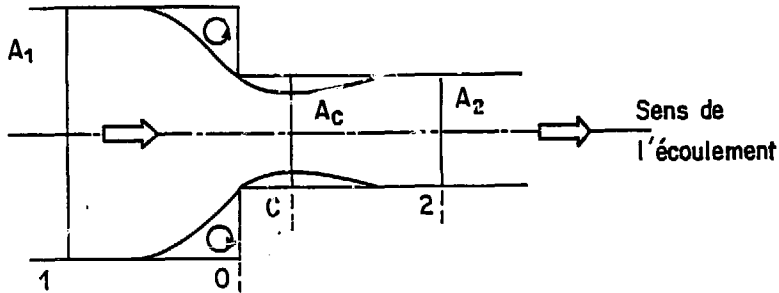


Fig. 3 : Volume de contrôle pour un rétrécissement brusque

Nous utilisons la même procédure de calcul qu'au paragraphe (2.1) :

- Bilans de masse et de quantité de mouvement avec les hypothèses suivantes :

- . Hypothèses générales du § 2.1.
- . $\langle \bar{p} \rangle_0 = \langle \bar{p} \rangle_1$
- . perte de pression par frottement sur les parois négligeable

$$\frac{P_1 - P_2}{\frac{1}{2} \rho \langle \bar{w} \rangle_2^2} = 2 \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \quad (10)$$

où
$$\sigma \triangleq \frac{A_1}{A_2} > 1$$

- Bilans de masse et d'énergie mécanique avec les hypothèses suivantes :

- . Hypothèses générales du § 2.1
- . Dissipation visqueuse négligeable

$$\frac{P_1 - P_2}{\frac{1}{2} \rho \langle \bar{w} \rangle_2^2} = 1 - \frac{1}{\sigma^2} \quad (11)$$

La figure 4 nous montre que les résultats expérimentaux d'Archer sont compris entre les valeurs calculées à partir des équations (10) et (11). Il est donc nécessaire de corriger le terme réversible donné par l'équation (11) par un terme de perte de pression irréversible.

On considère que celle-ci correspond à un élargissement brusque entre la section C (vena contracta) et la section 2.

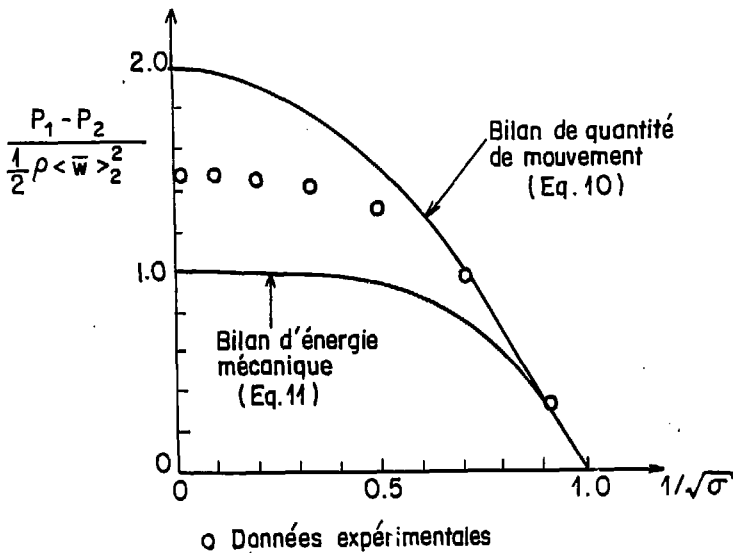


Fig. 4 : Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales pour l'élargissement brusque (Delhaye, 1981).

On en déduit :

$$\frac{(P_1 - P_2) I}{\frac{1}{2} \rho < \bar{w} > \frac{2}{c}} = (1 - \sigma_c)^2 \quad (12)$$

où σ_c est le coefficient de contraction défini par :

$$\sigma_c = \frac{A_c}{A_2} < 1 \quad (13)$$

La perte de pression totale est donc :

$$\frac{P_1 - P_2}{\frac{1}{2} \rho < \bar{w} > \frac{2}{c}} = 1 - \frac{1}{\sigma_c^2} + \left(\frac{1}{\sigma_c} - 1 \right)^2 \quad (14)$$

Afin d'ajuster ce modèle aux résultats expérimentaux, on peut calculer σ_c en fonction de σ à partir de valeurs expérimentales. Ce calcul a été fait par Weisbach (1855) pour des tubes de quelques centimètres de diamètre (Tableau 1).

$1/\sigma$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
σ_c	0.586	0.598	0.625	0.686	0.790	1.0

Tableau 1 : Coefficient de contraction σ_c en fonction de $1/\sigma$
d'après Perry (Collier, 1976)

Une méthode de lissage appliquée à ces valeurs nous a conduit à l'expression :

$$\sigma_c = 0.566 + 1.668 \cdot 10^{-2} \exp \left(\frac{1}{0.307 \sigma} \right) \quad (15)$$

On peut noter que Benedict et al. (1966) rapportent des valeurs de σ_c mesurées par Weisbach différentes de celles présentées dans le tableau 1. Nous donnons ces valeurs en fonction de $1/\sigma$ dans le tableau 2.

$1/\sigma$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
σ_c	0.614	0.632	0.659	0.712	0.813	1.0

Tableau 2 : Coefficient de contraction σ_c en fonction de $1/\sigma$
(Benedict et al., 1966)

Remarque

Les modèles précédents ne permettent pas d'aborder les problèmes d'élargissement et de rétrécissement progressifs d'angle total différent de 180° (fig. 5).

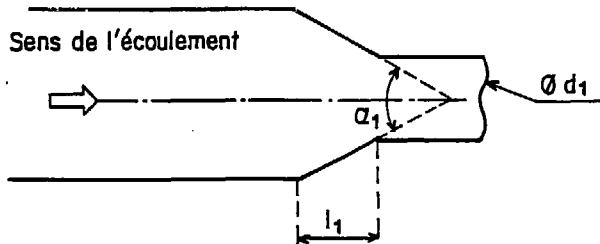


Fig. 5 : Rétrécissement progressif

On définit un coefficient ξ de perte de pression irréversible par la relation :

$$\xi = \frac{\Delta P_I}{\frac{1}{2} \rho \overline{w}^2} \quad (16)$$

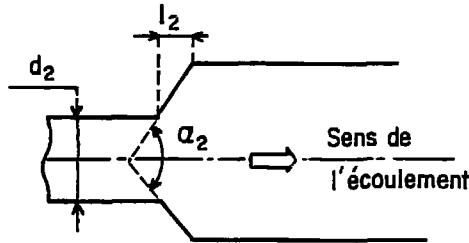


Fig. 6 : Elargissement progressif

avec $i = 1$ sur la figure 1 pour l'élargissement
 $i = 2$ sur la figure 3 pour le rétrécissement

Le coefficient ξ a été corrélé par Idel'cik (1969) en fonction de :

- L'angle α_1 , le rapport l_1/d_1 et le coefficient σ où l_1 et d_1 sont définis sur la figure 5, dans le cas du rétrécissement.

Idel'cik propose la relation :

$$\xi = \xi' \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) + \xi_f \quad (17)$$

où $\sigma > 1$

ξ' est donné par le tableau 3

ξ_f est donné par le tableau 4

- L'angle α_2 (défini sur la figure 6) et le coefficient σ dans le cas de l'élargissement (fig. 7 ou Tableau 5).

Pour des angles α_1 et α_2 égaux à 180° , les modèles d'Idel'cik redonnent les résultats obtenus pour les rétrécissements et élargissements brusques.

l/d	α_1 (°)																		
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
0,025	0,50	0,47	0,45	0,43	0,41	0,40	0,42	0,42	0,45	0,50									
0,050	0,50	0,45	0,41	0,36	0,33	0,30	0,35	0,42	0,50										
0,075	0,50	0,42	0,35	0,30	0,26	0,23	0,30	0,30	0,40	0,50									
0,10	0,50	0,39	0,32	0,25	0,22	0,18	0,27	0,28	0,38	0,50									
0,15	0,50	0,37	0,27	0,20	0,16	0,15	0,25	0,27	0,37	0,50									
0,20	0,50	0,27	0,18	0,13	0,11	0,12	0,23	0,26	0,36	0,50									

Tableau 3 : Coefficient de perte de pression ξ' dans un rétrécissement d'après Idel'cik (1969)

l/d	σ	α_1 (°)																	
		2	3	6	8	10	12	14	16	20									
0,05	20	0,14	0,10	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01								
0,075	13,3	0,14	0,10	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01								
0,10	10	0,14	0,10	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01								
0,15	6,7	0,14	0,10	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01								
0,20	5,0	0,14	0,10	0,05	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01								
0,25	4,0	0,14	0,10	0,05	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01								
0,30	3,3	0,13	0,09	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01								
0,40	2,5	0,12	0,08	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01								
0,50	2,0	0,11	0,07	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01								
0,60	1,7	0,09	0,06	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01								

Tableau 4 : Coefficient de perte de pression ξ'_g dans un rétrécissement d'après Idel'cik (1969)

l/d	σ	α_1 (°)															
		3	6	8	10	12	14	16	20	24	30	40	60	90	180		
0	∞	0,03	0,08	0,11	0,15	0,19	0,23	0,27	0,36	0,47	0,65	0,92	1,15	1,10	1,02		
0,05	20	0,03	0,07	0,10	0,14	0,16	0,20	0,24	0,32	0,42	0,58	0,83	1,04	0,99	0,92		
0,075	13,3	0,03	0,07	0,09	0,13	0,16	0,19	0,23	0,30	0,40	0,55	0,79	0,99	0,95	0,88		
0,10	10	0,03	0,07	0,09	0,12	0,15	0,18	0,22	0,29	0,38	0,52	0,75	0,93	0,89	0,83		
0,15	6,7	0,02	0,06	0,08	0,11	0,14	0,17	0,20	0,26	0,34	0,46	0,67	0,84	0,79	0,74		
0,20	5,0	0,02	0,05	0,07	0,10	0,12	0,15	0,17	0,23	0,30	0,41	0,59	0,74	0,70	0,65		
0,25	4,0	0,02	0,05	0,06	0,08	0,10	0,13	0,15	0,20	0,26	0,35	0,47	0,65	0,62	0,58		
0,30	3,3	0,02	0,04	0,05	0,07	0,09	0,11	0,13	0,18	0,23	0,31	0,40	0,57	0,54	0,50		
0,40	2,5	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09	0,12	0,16	0,23	0,33	0,41	0,39	0,37	
0,50	2,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09	0,12	0,16	0,23	0,33	0,41	0,39	0,37	
0,60	1,7	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,09	0,12	0,16	0,23	0,33	0,41	0,39	0,37	

Tableau 5 : Coefficient de perte de pression dans un élargissement d'après Idel'cik (1969)

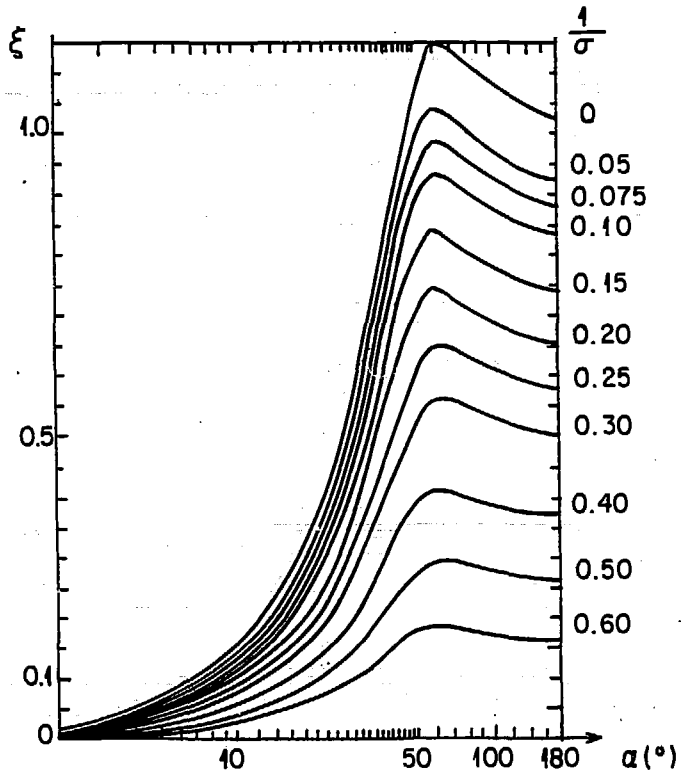


Fig. 7 : Coefficient de perte de pression ξ dans un élargissement
(Idel'cik, 1969)

2.3. Etude d'un ajutage

Comme nous l'avons précisé en Introduction, nous définissons un ajutage par l'association en série d'un rétrécissement et d'un élargissement (fig. 8). Si ces singularités sont considérées comme indépendantes, la perte de pression irréversible d'un écoulement traversant un ajutage est la somme des pertes de pression données par les équations (9) et (12) :

$$\frac{(P_1 - P_5) \cdot I}{\frac{1}{2} \rho \cdot \bar{w} \cdot \frac{L}{4}} = \left(1 - \frac{1}{\sigma_c}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)^2 \quad (18)$$

où

$$\sigma = D^2/d^2 > 1$$

$$\sigma_c < 1$$

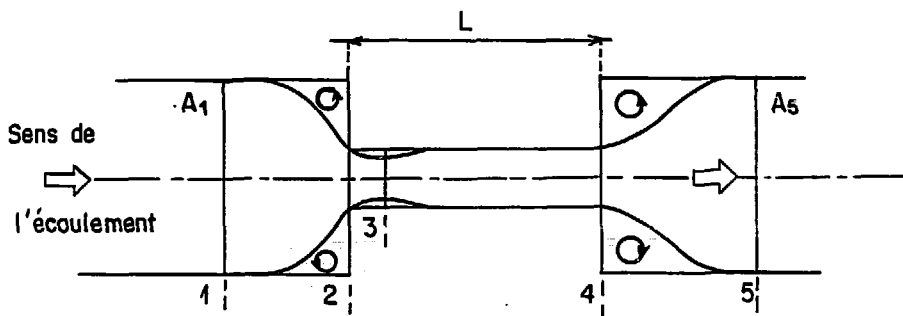


Fig. 8 : Schéma de l'écoulement dans un ajutage.

Remarque :

L'équation (18) est obtenue en supposant que la perte de pression par frottement entre les sections 2 et 4 est négligeable.

Nous donnons à la figure 9 une comparaison du modèle proposé (Eq.18) auquel nous avons ajouté la perte de pression par frottement avec des résultats expérimentaux en écoulement d'eau pour des diamètres de

l'ajutage de 2.0 à 2.6 mm. Les valeurs données par l'équation 18 sont calculées avec les valeurs de σ_c du Tableau 1.

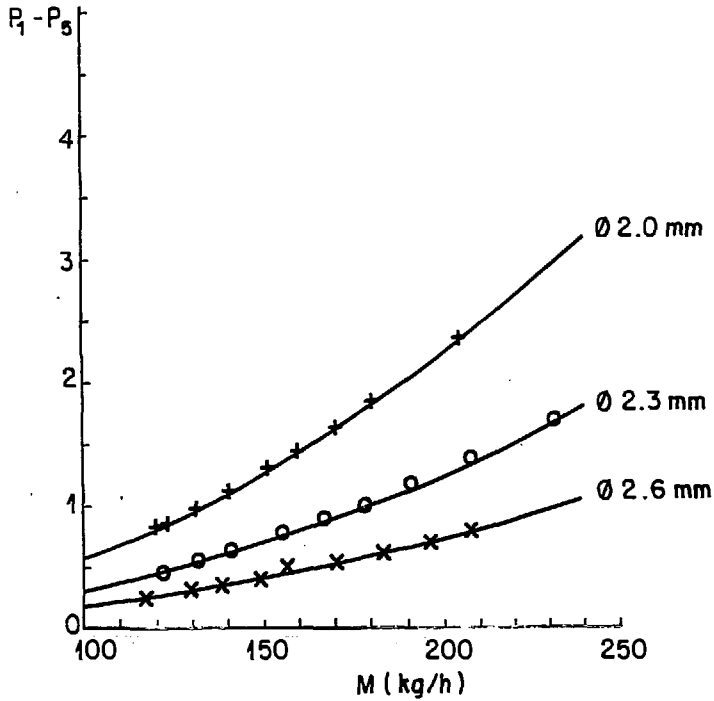


Fig. 9 : Comparaison des pertes de pression calculées avec le modèle (Eq.18) auquel nous avons ajouté la perte de pression par frottement avec des points expérimentaux (Fabre, 1982).

+ , O , x : Points expérimentaux pour plusieurs valeurs du diamètre d

- . - : Calculs avec le modèle proposé

3 -- PERTES DE PRESSION EN ECOULEMENT DIPHASIQUE

3.1. Définitions et hypothèses

- Le débit-masse par unité d'aire de section droite G (encore appelé vitesse massique) est défini par la relation :

$$G \triangleq \frac{M}{A} \quad (20)$$

où M est le débit-masse et A l'aire de la section droite de la conduite.

- Le titre massique x du gaz est défini par la relation :

$$x \triangleq \frac{M_G}{M} \quad (21)$$

où M_G est le débit-masse de gaz

- Le taux de vide surfacique est défini par la relation :

$$R_G \triangleq \frac{A_G}{A} \quad (22)$$

où A_G est l'aire occupée par la phase gazeuse dans une section droite de la conduite d'aire A .

On considère dans les paragraphes suivants, un écoulement à travers une singularité (élargissement ou rétrécissement brusque) pour lequel on fait les hypothèses générales suivantes :

- Ecoulement turbulent, établi et horizontal,
- Fluides incompressibles,
- Vitesses et taux de vide constants dans une section droite.

3.2. Etude de l'élargissement brusque (fig.1)

- Une combinaison des bilans de masse et de quantité de mouvement avec les hypothèses suivantes :

- Hypothèses générales du 3.1,
- Pas de frottement sur les parois du tube,
- Identité (4) :

$$\langle \bar{p} \rangle_0 = \langle \bar{p} \rangle_1$$

conduit à l'expression :

$$P_2 - P_1 = \sigma G_1^2 \left\{ \left[\frac{(1-x_1)^2}{(1-R_{G1}) \rho_L} + \frac{x_1^2}{R_{G1} \rho_G} \right] - \sigma \left[\frac{(1-x_2)^2}{(1-R_{G2}) \rho_L} + \frac{x_2^2}{R_{G2} \rho_G} \right] \right\} \quad (23)$$

où

$$\sigma < 1$$

Si il n'y a pas de changement de phase entre les sections 1 et 2 alors :

$$x_1 = x_2 \stackrel{\Delta}{=} x \quad (24)$$

En supposant que le taux de vide surfacique est le même dans les sections 1 et 2 :

$$R_{G1} = R_{G2} \stackrel{\Delta}{=} R_G \quad (25)$$

L'équation (23) devient :

$$P_2 - P_1 = \sigma(1-\sigma) G_1^2 \left[\frac{(1-x)^2}{(1-R_G) \rho_L} + \frac{x^2}{R_G \rho_G} \right] \quad (26)$$

Remarque :

Dans le cas du modèle homogène, il n'y a pas de glissement entre les phases; l'équation (26) se réduit à :

$$P_2 - P_1 = \sigma(1-\sigma) G_1^2 \left[\frac{(1-x)}{\rho_L} + \frac{x}{\rho_G} \right] \quad (27)$$

- Une combinaison des bilans de masse et d'énergie mécanique avec les hypothèses suivantes :

- Hypothèses générales du 3.1,
- Pas de dissipation visqueuse.

conduit à l'équation :

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2} (1 - \sigma^2) G_1^2 \left[\frac{x^3}{R_G^2 \rho_G} + \frac{(1-x)^3}{(1-R_G)^2 \rho_L} \right] \left[\frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \right]^{-1} \quad (28)$$

en supposant que le taux de vide surfacique R_G et le titre massique x sont les mêmes en amont et en aval de l'élargissement brusque.

Remarque :

En utilisant le modèle homogène, l'équation (28) devient :

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2} (1 - \sigma^2) G_1^2 \left(\frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \right) \quad (29)$$

- Nous calculons les pertes de pression irréversibles comme en écoulement monophasique par la différence des pertes de pression données par les équations (23) et (28).

$$(P_2 - P_1)_I = (1 - \sigma) G_1^2 \left\{ \sigma \left[\frac{(1-x)^2}{(1-R_G)^2 \rho_L} + \frac{x^2}{R_G^2 \rho_G} \right] - \frac{1+\sigma}{2} \left[\frac{x^3}{R_G^2 \rho_G} + \frac{(1-x)^3}{(1-R_G)^2 \rho_L} \right] \left[\frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \right]^{-1} \right\} \quad (30)$$

Cette équation se réduit dans le cas du modèle homogène à :

$$(P_2 - P_1)_I = - \frac{1}{2} (1 - \sigma)^2 G_1^2 \left[\frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \right] \quad (31)$$

La figure 10 permet de comparer la valeur des pertes de pression totales calculées à partir du modèle homogène (équation 27) avec les résultats expérimentaux de Mendler (1963), Ferrell et McGee (1966), Janssen et al. (1964), Fitzsimmons (1964) pour des écoulements eau-vapeur. Ces expériences ont été faites pour des pressions variant de 4.1 à 34.5 bar et pour des vitesses massiques de 330 à 7000 kg m⁻² s⁻¹.

On constate que le modèle homogène (Eq.27) est acceptable, bien que donnant en général des valeurs de la variation de pression ($P_2 - P_1$) plus élevées qu'en réalité.

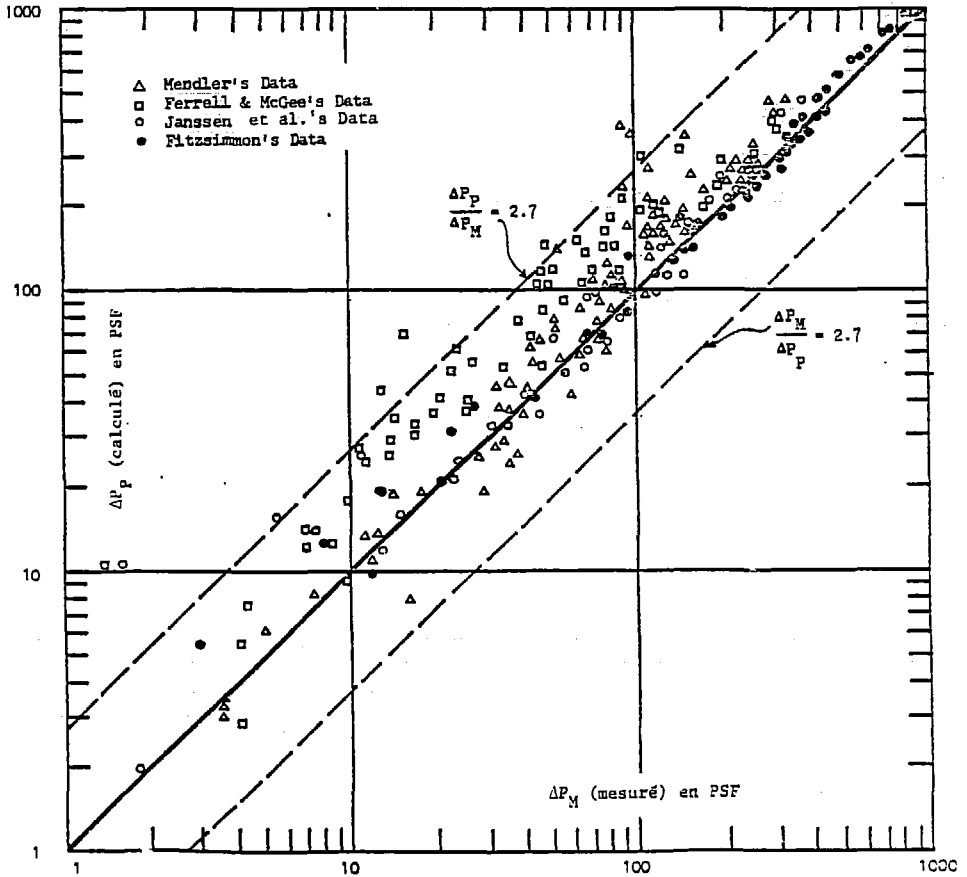


Fig. 10 : Comparaison des résultats obtenus par le modèle homogène (Eq.27) avec les résultats expérimentaux de Mendler, Ferrall et McGee, Janssen et Al. et Fitzsimmons (Harsche et al., 1976) (IPSF = 47,9 Pa)

La figure 11 montre une meilleure répartition des points expérimentaux autour des valeurs obtenues à partir du modèle à glissement (Eq.23) où R_G est calculé par la corrélation de Hughmark (1962) qui sera exposée au paragraphe 5.2.

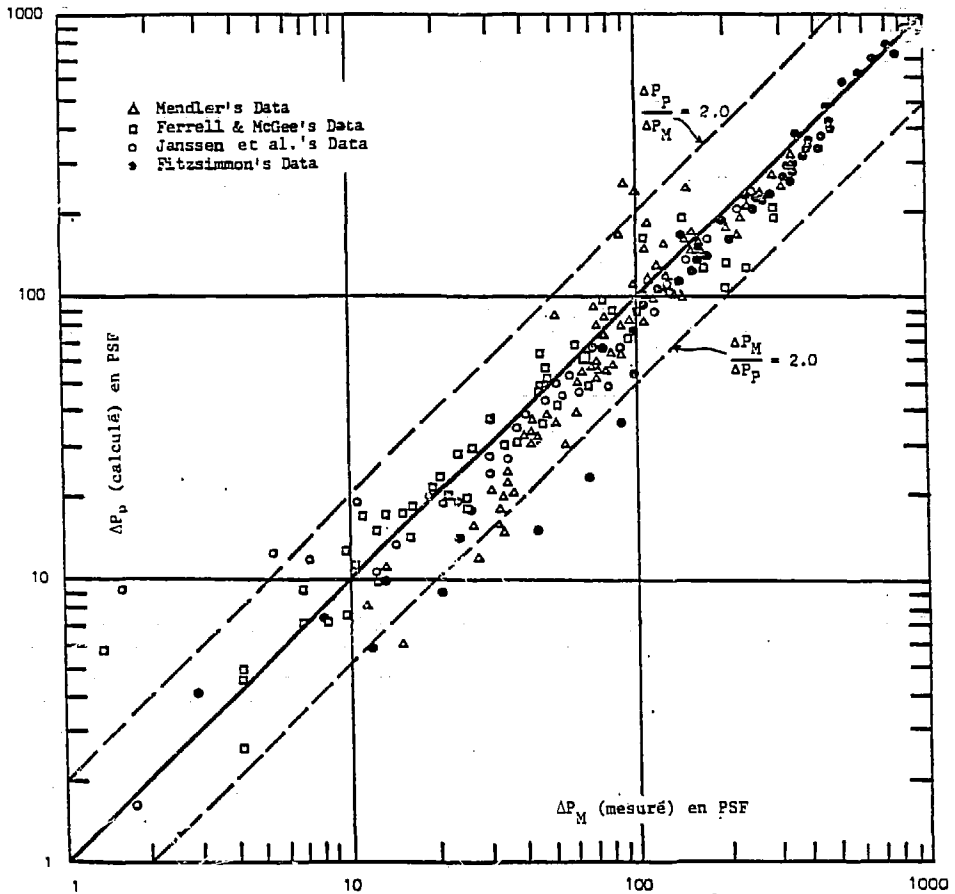


Fig.11 : Comparaison des résultats obtenus en appliquant le modèle à glissement (Eq.23) avec les résultats expérimentaux de Mendler, Ferrel et McGee, Jansen et al., Fitzsimmons (Harsche et al., 1976).

Des figures 10 et 11, on déduit que dans le cas de l'élargissement brusque, il est préférable d'utiliser le modèle avec glissement (Eq.23) au modèle homogène (Eq.27).

3.3. Etude du rétrécissement brusque (fig.3)

Bien que la notion de vena contracta soit utilisée dans la bibliographie, son existence n'a pas été démontrée dans le cas d'un écoulement diphasique.

Comme pour l'écoulement monophasique, on suppose que les pertes de pression irréversibles sont dues à un élargissement brusque entre la vena contracta et la section aval de la canalisation. On admet que le coefficient de vena contracta σ_c est le même en écoulement diphasique qu'en écoulement monophasique.

D'autre part, on suppose toujours qu'il n'y a pas de changement de phase ($x = \text{Cte}$). Dans ce cas, l'application du modèle homogène conduit aux équations suivantes :

$$(P_1 - P_2)_I = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_c} - 1 \right)^2 G_2^2 \left(\frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \right) \quad (32)$$

et

$$(P_1 - P_2) = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{\sigma^2} + \left(\frac{1}{\sigma_c} - 1 \right)^2 \right] G_2^2 \left(\frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \right) \quad (33)$$

L'utilisation du modèle homogène dans le cas d'un rétrécissement brusque est recommandée par plusieurs auteurs.

Ferrel et McGee (1966) ont réalisé des expériences sur des écoulements diphasiques eau-vapeur à travers des rétrécissements de coefficient σ égaux à 1.831 et 1.645, pour des pressions variant de 4.1 à 16.5 bar et des vitesses massiques de 330 à 2470 kg/m².s. Les valeurs de pertes de pression prévues par le modèle homogène sont en accord à $\pm 45\%$ avec les résultats expérimentaux (fig. 12).

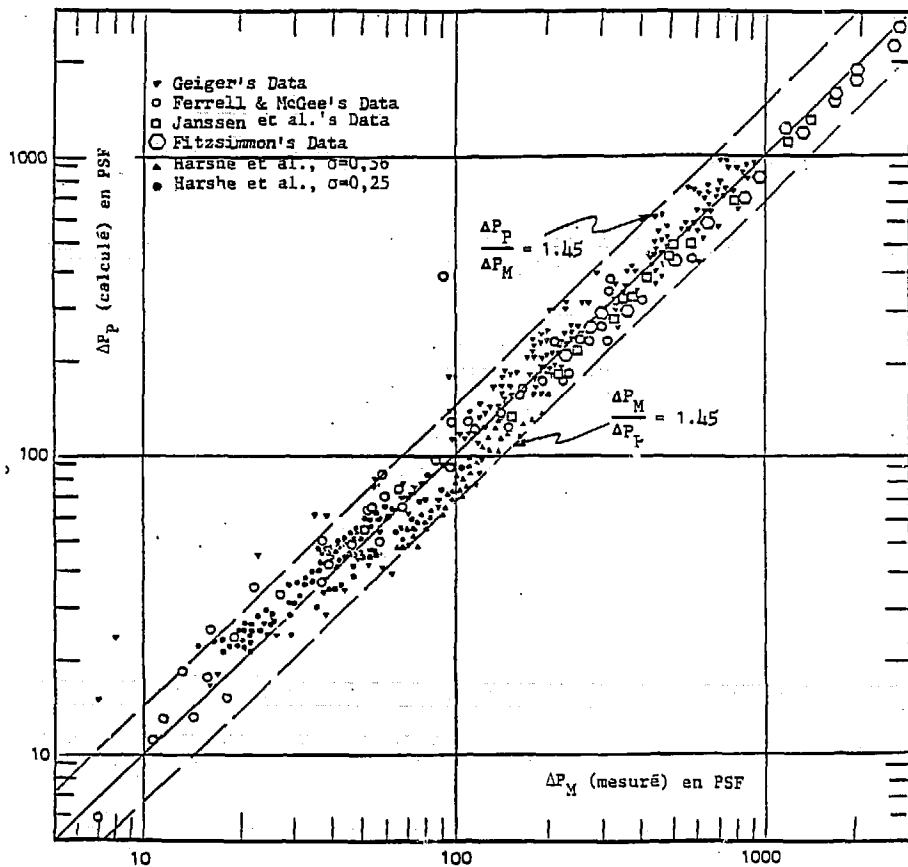


Fig. 12 : Comparaison des variations de pression ($P_1 - P_2$) calculées par le modèle homogène (Eq.33) avec les résultats expérimentaux pour le rétrécissement brusque (Harshe et al., 1976)

Des études ont été réalisées à partir de modèles plus complexes qui tiennent compte en particulier de la variation du taux de vide surfacique le long de la canalisation.

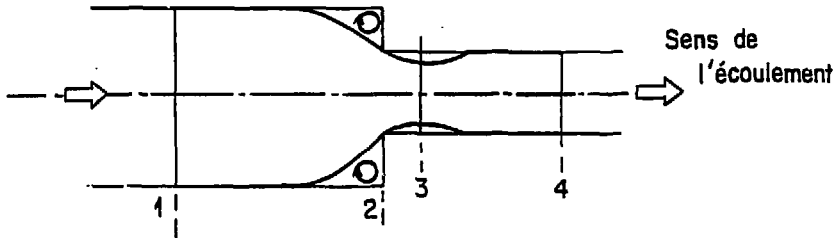


Fig. 13 : Repérage des sections sur le rétrécissement pour l'étude avec variation du taux de vide surfacique

(1) En négligeant les pertes de pression par frottement entre les sections 1 et 3 et en considérant le titre massique comme constant, Janssen et al. (1966) établissent la formule suivante :

$$\begin{aligned}
 P_1 - P_4 = & \frac{G^2}{2 \rho_L} \left[\frac{1}{\sigma^2} \left\{ \frac{\rho_L}{\rho_G} x^2 \bar{R}_{G1} \left(\frac{1}{\sigma_c^2 R_{G3}^2} - \frac{1}{R_{G4}^2} \right) + (1-x)^2 (1-\bar{R}_{G1}) \left(\frac{1}{\sigma_c^2 (1-R_{G3})^2} \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{(1-R_{G4})^2} \right) \right\} - \frac{2}{\sigma^2} \left\{ \frac{\rho_L}{\rho_G} x^2 \left(\frac{1}{\sigma_c R_{G3}} - \frac{1}{R_{G4}} \right) + (1-x)^2 \left(\frac{1}{\sigma_c (1-R_{G3})} - \frac{1}{(1-R_{G4})} \right) \right\} \right. \\
 & \left. + \frac{\rho_L}{\rho_G} x^2 \bar{R}_{G2} \left(\frac{1}{\sigma^2 R_{G4}^2} - \frac{1}{R_{G1}^2} \right) + (1-x)^2 (1-\bar{R}_{G2}) \left\{ \frac{1}{\sigma_c^2 (1-R_{G4})^2} - \frac{1}{(1-R_{G1})^2} \right\} \right] \quad (34)
 \end{aligned}$$

où

$$\bar{R}_{G1} \triangleq \frac{R_{G3} + R_{G4}}{2} \quad (35)$$

$$\bar{R}_{G2} \triangleq \frac{R_{G1} + R_{G4}}{2} \quad (36)$$

R_{G1} , R_{G4} sont estimés en appliquant la corrélation de Hughmark exposée au paragraphe 5.2. R_{G3} est calculé à l'aide du modèle homogène

compte tenu du mélange et de la turbulence importante de la vena contracta.

(ii) Harshe et al. (1976) proposent une autre expression de R_{G3} à utiliser dans l'équation (34)

- Pour $R_G < 0.5$: (37)

$$R_{G3} = R_G \text{ homogène}$$

- Pour $R_G > 0.5$:

$$R_{G3} = R_{G3} \text{ glissement} + A' (R_G \text{ homogène} - R_{G3} \text{ glissement}) \quad (38)$$

où

$$A' = 1.5 - R_{G4} \quad (39)$$

R_{G3} glissement est la valeur de R_G obtenu pour une canalisation de diamètre égal à celui de la vena contracta par la corrélation de Hughmark.

R_G homogène est le taux de vide surfacique lorsqu'il n'y a pas de glissement entre les phases.

Nous présentons sur la figure 13, la comparaison de résultats expérimentaux avec les calculs utilisant le modèle avec glissement (Eqs 34, 35, 36).

Les figures 12 et 14 nous indiquent que dans le cas du rétrécissement brusque, le modèle homogène (Eq. 33) donne des résultats tout aussi convenables que le modèle à glissement (Eq. 34).

Dans le cas du rétrécissement brusque, il est donc préférable, parce que plus simple d'utiliser le modèle homogène (Eq. 33).

Remarque :

Un modèle tel que celui donné par les équations (34) à (36) tient compte de la variation du taux de vide surfacique selon les différentes sections du rétrécissement; en revanche, il considère la masse volumique de la phase gazeuse constante, en supposant que les variations de pression

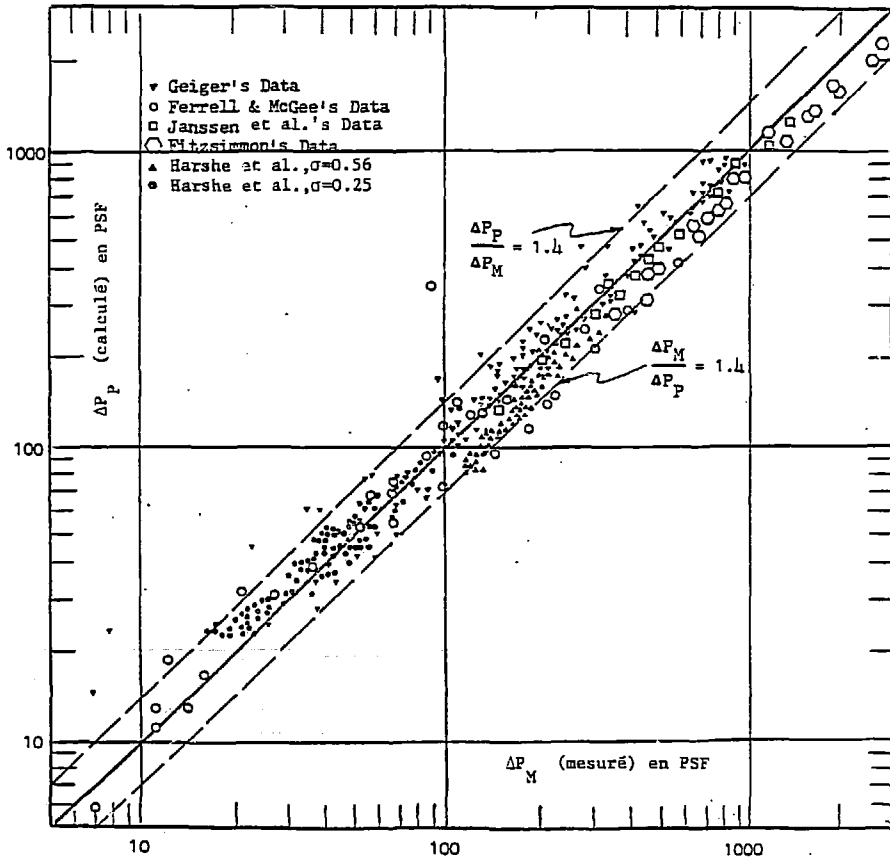


Fig. 14 : Comparaison des variations de pression $P_1 - P_4$ calculées avec le modèle à glissement (Eq.34) avec les résultats expérimentaux pour le rétrécissement brusque (Harshe et al., 1976).

sont faibles devant la valeur moyenne de cette pression dans l'écoulement. De plus ce modèle suppose x constant alors qu'il peut y avoir vaporisation, donc variation de x au passage dans la singularité.

Les compléments apportés à cette méthode par Harshe et al., et en particulier l'adoption du coefficient correcteur A' (Eqs 37 à 39) sont contestables et d'une faible efficacité.

3.4 Exemple d'application des différents modèles sur les ajutages

- Harshe et al. (1976) ont réalisé des expériences sur des veines d'essais de différentes dimensions (Tableau 6) pour un écoulement liquide-vapeur de Fréon 113 à des pressions comprises entre 1.72 et 4.13 bar.

Veine d'essais	d(cm)	D(cm)	L(cm)	Nombre d'ajutages	Classification
1	1.93	2.52	5.08	1	Long
2	1.94	2.52	1.27	1	Long
3	1.97	2.52	0.55	1	Court
4	0.89	2.52	0.48	4	Court
5	0.92	2.52	1.57	4	Long
6	1.26	2.52	1.32	1	Court

Tableau 6 : Caractéristiques des ajutages utilisés par Harshe et al. (1976).

Les veines d'essais utilisées sont de diamètre d et de longueur L (fig. 8). Elles comportent soit un seul ajutage, soit quatre ajutages en parallèle.

- Harshe et al. ont élaboré un modèle théorique de calcul des pertes de pression qui permet de distinguer deux types d'ajutages, les ajutages *longs* (fig.15) et les ajutages *courts* (fig.16).

Les ajutages *courts* regroupent les ajutages pour lesquels la vena contracta se situe en écoulement monophasique à l'extérieur du rétrécissement alors que pour les ajutages *longs* elle se situe dans le rétrécissement.

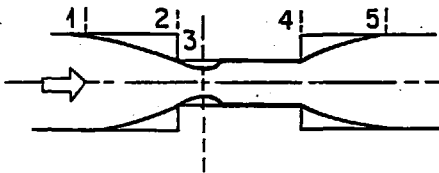


Fig. 15 : Ajutage *long*

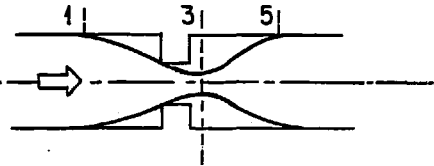


Fig. 16 Ajutage *court*

La distance de la vena contracta au rétrécissement brusque peut être estimée grâce à la figure 17 (ASME Fluid Meters, 1959) qui en donne le maximum et le minimum en nombre de diamètre en fonction du rapport de contraction σ . Cet abaque a été tracé en supposant que la position de la vena contracta coïncide avec celle du minimum de pression immédiatement en aval du rétrécissement.

Une visualisation de l'écoulement à travers les ajutages a permis de constater que le mélange au niveau de la vena contracta est d'autant plus homogène que la fraction de vide est faible et que l'ajutage est long.

Les essais de différents modèles de taux de vide pour le calcul des pertes de pression ont été réalisées pour chaque type de veine d'essais et ont conduit aux conclusions suivantes :

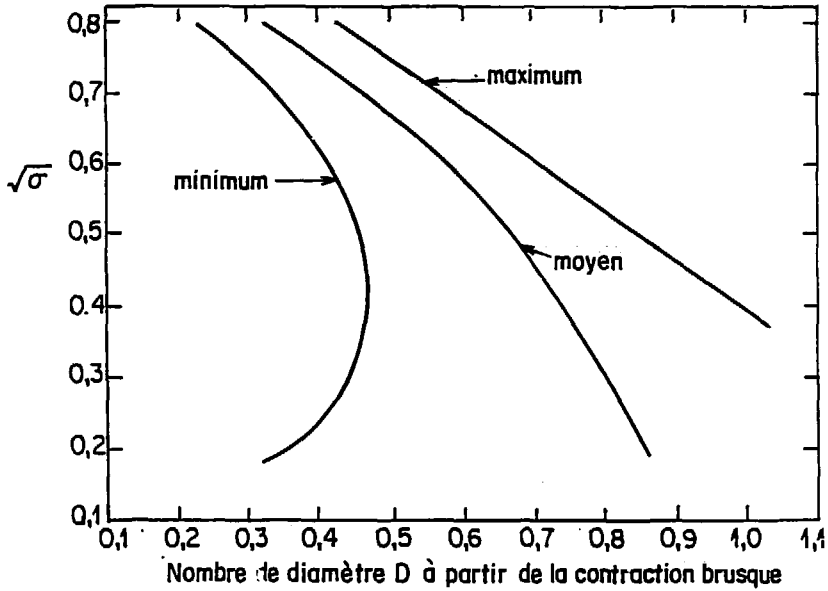


Fig. 17 : Position de la vena contracta en fonction de σ
 (Harshé et al., 1976)
 où D est le diamètre du tube sur lequel on a
 placé l'ajutage (fig.8).

- Si $L/d > 2$ alors le cas considéré est celui d'un ajutage
long pour lequel la perte de pression est donnée par la somme des pertes
 de pression des composants considérés comme indépendants :

$$\begin{aligned}
P_{1-P_5} = & \frac{G_1^2}{2\rho_L} \left\{ \frac{1}{\sigma^2} \left[\frac{\rho_L}{\rho_G} x^2 \bar{R}_{G1} \left(\frac{1}{\sigma_c^2 R_{G3}^2} - \frac{1}{R_{G4}^2} \right) + (1-x)^2 (1-\bar{R}_{G1}) \left(\frac{1}{\sigma_c^2 (1-R_{G3})^2} - \frac{1}{(1-R_{G4})^2} \right) \right] \right. \\
& - \frac{2}{\sigma^2} \left[\frac{\rho_L}{\rho_G} x^2 \left(\frac{1}{\sigma_c R_{G3}} - \frac{1}{R_{G4}} + \frac{\sigma}{R_{G4}} - \frac{\sigma^2}{R_{G5}} \right) + (1-x)^2 \left(\frac{1}{\sigma_c (1-R_{G3})} - \frac{1}{1-R_{G4}} \right) \right. \\
& \left. \left. + \frac{\sigma}{1-R_{G4}} - \frac{\sigma^2}{1-R_{G5}} \right] \right\} + \frac{\rho_L}{\rho_G} x^2 \bar{R}_{G2} \left(\frac{1}{\sigma^2 R_{G4}^2} - \frac{1}{R_{G1}^2} \right) \\
& + (1-x)^2 (1-\bar{R}_{G2}) \left[\frac{1}{2(1-R_{G4})^2} - \frac{1}{(1-R_{G1})^2} \right] \quad (40)
\end{aligned}$$

où \bar{R}_{G1} et \bar{R}_{G2} sont définis par les relations (35) et (36)

R_{G1} , R_{G4} , R_{G5} sont calculés par la corrélation de Hughmark qui sera exposée au paragraphe 5.2.

R_{G3} est calculé à l'aide des relations (37), (38) et (39).

- Si $L/d < 0.5$ alors le cas considéré est celui d'un ajutage court (fig.15). La perte de pression *irréversible* au passage de l'ajutage est donnée par :

$$\begin{aligned}
(P_{1-P_5})_I = & \frac{G_1^2}{2\sigma^2\rho_L} \frac{1}{\sigma_c^2} \left\{ \frac{\rho_L}{\rho_G} x^2 \bar{R}_{G3} \left(\frac{1}{R_{G3}^2} - \frac{\sigma^2 \sigma_c^2}{R_{G5}^2} \right) + (1-x)^2 (1-\bar{R}_{G3}) \right. \\
& \left[\frac{1}{(1-R_{G3})^2} - \frac{\sigma^2 \sigma_c^2}{(1-R_{G5})^2} \right] - 2\sigma \sigma_c \left[\frac{\rho_L}{\rho_G} x^2 \left(\frac{1}{R_{G3}} - \frac{\sigma \sigma_c}{R_{G5}} \right) + (1-x)^2 \right. \\
& \left. \left. \left(\frac{1}{1-R_{G3}} - \frac{\sigma \sigma_c}{1-R_{G5}} \right) \right] \right\} \quad (41)
\end{aligned}$$

où

$$\bar{R}_{G3} \triangleq \frac{R_{G3} + R_{G5}}{2} \quad (42)$$

R_{G1} , R_{G3} et R_{G4} sont calculés par la corrélation de Hughmark qui sera exposée au paragraphe 5.2.

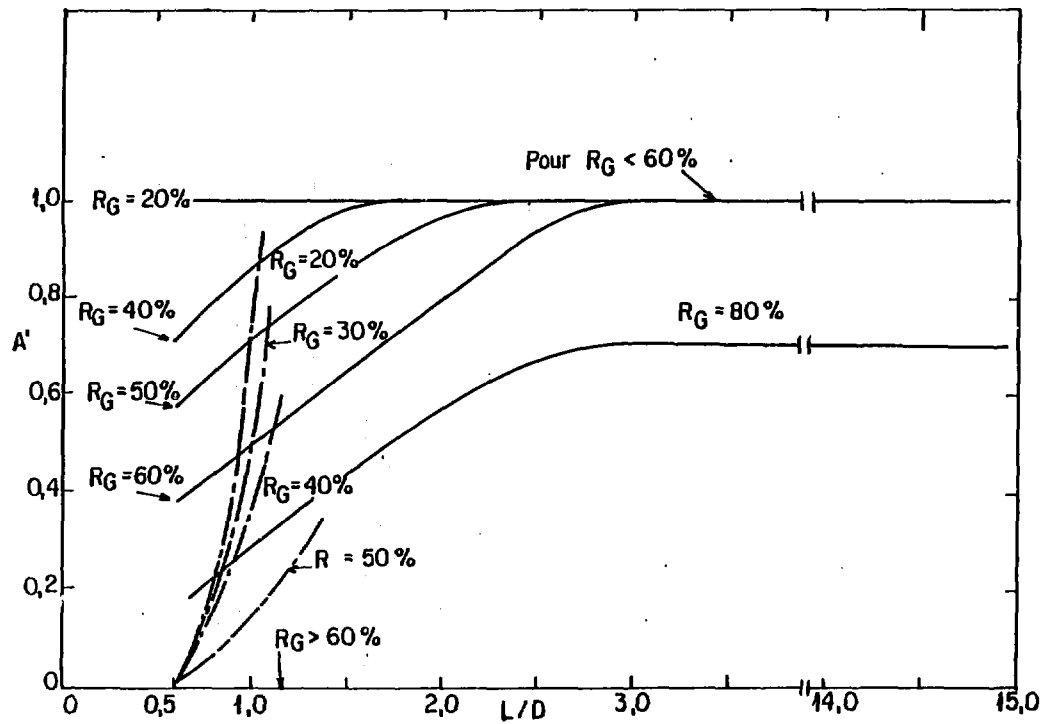


Fig. 18 : Coefficient de mélange A' en fonction du rapport L/d et de $\bar{R}_G = (R_{G1} + R_{G5})/2$

--- : Vena contracta à l'extérieur du rétrécissement

— : Vena contracta à l'intérieur du rétrécissement

(Harshe et al., 1976)

- Si $0.5 < L/d < 2$

Harshe et al. montrent qu'il y a deux méthodes pour traiter ce cas :

(i) On peut utiliser l'équation (40) en supposant :

$$\ast R_{G3} = R_{G4} \quad (43)$$

$\ast R_{G3}$ est donné par l'équation (38) où A' est obtenu à l'aide de la figure 17

R_{G1} et R_{G5} restant inchangés.

(ii) On peut utiliser l'équation (41) en supposant :

$\ast R_{G3}$ est donné par l'équation (38) où A' est obtenu à l'aide de la figure 18

R_{G1} et R_{G5} restant inchangés.

Remarques

- a) Le facteur de mélange A' (fig.18) a été obtenu en ajustant les valeurs théoriques aux résultats expérimentaux.
- b) L'équation (40) donne la *variation* de pression à travers un ajutage long alors que l'équation (41) donne la perte de pression *irréversible* à travers un ajutage court.

4 - APPROCHE DE CHISHOLM

4.1. Relations de base et hypothèses

Chisholm étudie les pertes de pression en écoulement diphasique dans des singularités avec les hypothèses suivantes :

- Pas de changement de phase
- Pas de variation du taux de vide
- Pas d'effet de compressibilité du gaz
- Vitesses du liquide et du gaz, u_L et u_G uniformes dans une section droite de la conduite.

En général, les vitesses u_L et u_G sont différentes, c'est pourquoi Chisholm définit une vitesse fictive du mélange u_e et une masse volumique fictive du mélange ρ_e qui vérifient les équations suivantes :

- Bilan de masse pour le mélange :

$$M = \text{cte} \quad (44)$$

avec

$$M \triangleq AR_G u_G \rho_G + A(1-R_G)u_L \rho_L \triangleq A u_e \rho_e \quad (45)$$

- Définitions des titres :

$$xM \triangleq AR_G u_G \rho_G \quad (46)$$

$$(1-x)M \triangleq A(1-R_G)u_L \rho_L \quad (47)$$

- Définition de u_e :

$$Mu_e \triangleq xMu_G + (1-x)Mu_L \quad (48)$$

En combinant les équations (44) à (48) on trouve :

$$\frac{1}{\rho_e} = \left(x + \frac{1-x}{K}\right) \left[\frac{x}{\rho_G} + \frac{K(1-x)}{\rho_L}\right] \quad (49)$$

où

$$K \triangleq \frac{u_G}{u_L} \quad (50)$$

On définit alors le paramètre X_L de Lockhart et Martinelli par la relation :

$$X_L^2 \triangleq \Delta P_L / \Delta P_G \quad (51)$$

Si le liquide et le gaz s'écoulaient seuls, la variation de pression obtenue par la variation de l'énergie cinétique sans dissipation visqueuse au passage d'une singularité (e.g. rétrécissement) s'écrirait à l'aide de l'équation (11) :

- Pour le liquide :

$$(-\Delta P_L) = \frac{(1 - \frac{1}{2})(1-x)^2 G_2^2}{2 \rho_L} \quad (52)$$

- Pour le gaz :

$$(-\Delta P_G) = \frac{(1 - \frac{1}{2}) x^2 G_2^2}{2 \rho_G} \quad (53)$$

où G_2 est le débit massique diphasique dans le rétrécissement.

En faisant le rapport des équations (52) et (53) :

$$X_L^2 \triangleq \frac{\Delta P_L}{\Delta P_G} = \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 \frac{\rho_G}{\rho_L} \quad (54)$$

Chisholm reporte alors l'équation (54) dans l'équation (49) et obtient :

$$\frac{1}{\rho_e} = (1-x)^2 \frac{1}{\rho_L} \left[1 + \frac{C}{X_L} + \frac{1}{X_L^2} \right] \quad (55)$$

$$\text{où } C \triangleq \frac{1}{K} \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_G}} + K \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \quad (56)$$

Les équations (52) et (53) ont été écrites en supposant que le liquide et le gaz s'écoulaient avec leurs débits respectifs.

On peut écrire le même type d'équations en supposant que le liquide et le gaz s'écoulent seuls avec un débit massique égal à celui du mélange diphasique :

$$(-\Delta P_{LO}) = \frac{(1 - \frac{1}{2}) G_2^2}{2 \rho_L} \quad (57)$$

$$(-\Delta P_{GO}) = \frac{(1 - \frac{1}{2}) G_2^2}{2 \rho_G} \quad (58)$$

On a alors :

$$\frac{\Delta P_{LO}}{\Delta P_{GO}} = \frac{\rho_G}{\rho_L} \quad (59)$$

Chisholm suppose par analogie avec l'équation (59) que le rapport des pertes de pression ΔP_{TP} d'un écoulement diphasique aux pertes de pression ΔP_{LO} d'un écoulement monophasique de même débit masse varie selon le rapport des masses volumiques :

$$\frac{\Delta P_{TP}}{\Delta P_{LO}} = \frac{\rho_L}{\rho_e} \quad (60)$$

Pour le débit réel de liquide la perte de pression ΔP_L s'exprime par :

$$\Delta P_L = (1-x)^2 \Delta P_{LO} \quad (61)$$

En combinant les équations (55), (60) et (61) on obtient :

$$\frac{\Delta P_{TP}}{\Delta P_L} = 1 + \frac{C}{X_L} + \frac{1}{X_L^2} \quad (62)$$

où l'on suppose X_L constant sur la section de conduite où l'on calcule ΔP .

4.2. Application au cas des ajutages (fig. 8)

On ne considère dans ce paragraphe que le cas d'un ajutage long en écoulement diphasique.

On peut écrire la perte de pression de deux manières :

$$(i) \quad P_1 - P_5 = \Delta P_{L15} \left(1 + \frac{C_{15}}{X_L} + \frac{1}{X_L^2} \right) \quad (63)$$

où $P_1 - P_5$ est la perte de pression diphasique et C_{15} est la valeur de C pour l'écoulement entre les sections 1 et 5.

$$(ii) \quad P_1 - P_5 = \Delta P_{L14} \left(1 + \frac{C_{14}}{X_L} + \frac{1}{X_L^2} \right) + \Delta P_{L45} \left(1 + \frac{C_{45}}{X_L} + \frac{1}{X_L^2} \right) \quad (64)$$

En combinant les équations (63) et (64) on montre que :

$$C_{15} = \frac{C_{14} + C_{45} \frac{\Delta P_{L45}}{\Delta P_{L14}}}{1 + \frac{\Delta P_{L45}}{\Delta P_{L34}}} \quad (65)$$

où ΔP_{L45} et ΔP_{L14} sont calculés avec les équations (5) et (14) :

$$\frac{\Delta P_{L45}}{\Delta P_{L14}} = \frac{2\sigma(1-\sigma)}{\left(\frac{1}{\sigma} - 1\right)^2 + 1 - \sigma^2} \quad (66)$$

Chisholm et Leishman (1969) proposent une méthode pour calculer les coefficients C_{ij} :

- entre les sections 1 et 4, ils considèrent le mélange comme homogène et de ce fait $K = 1$ d'où :

$$C_{14} = \frac{\rho_L}{\rho_G} + \frac{\rho_G}{\rho_L} \quad (67)$$

- entre les sections 4 et 5 on écrit :

$$C_{45} = Z + \frac{1}{Z}$$

où Z est obtenu par la figure 19 qui donne $1/Z$ en fonction du rapport P/P_c où P_c est la pression critique du fluide considéré.

La figure 20 nous montre une comparaison des résultats théoriques obtenus avec les équations (64) à (68) avec les résultats expérimentaux obtenus par Janssen (1964) pour deux ajutages de sections rectangulaires et un ajutage de section circulaire. Les caractéristiques de ces ajutages sont rapportées dans le Tableau 7.

	Forme de l'ajutage	σ	σ_c	L (mm)
X	rectangulaire	0.42	0.66	12.7
O	rectangulaire	0.42	0.68	254
V	circulaire	0.492	0.67	254

Tableau 7 : Caractéristiques géométriques des ajutages utilisés par Janssen (1966), (Chisholm, 1969)

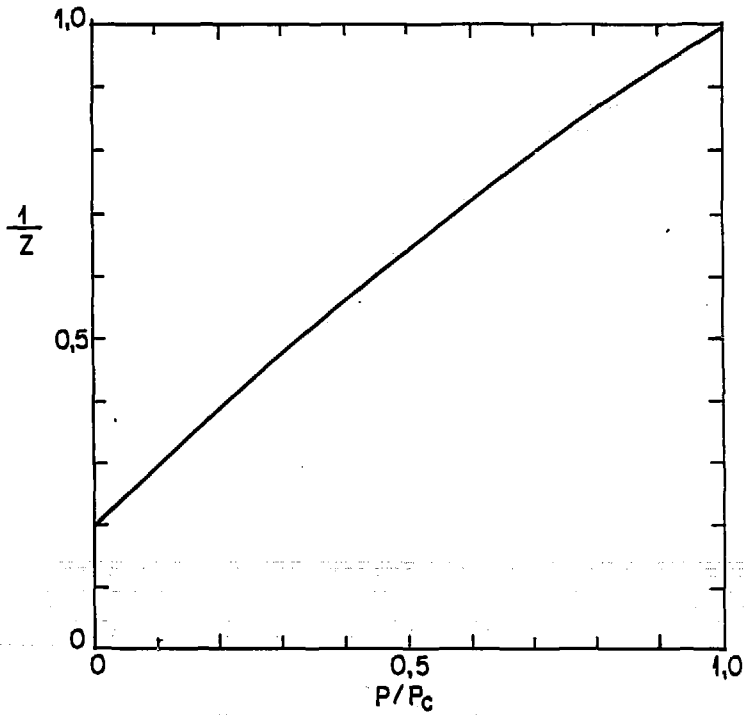


Fig. 19 : Variation de $1/Z$ en fonction de P/P_c
obtenue à partir de valeurs expérimentales
(Chisholm, 1969)

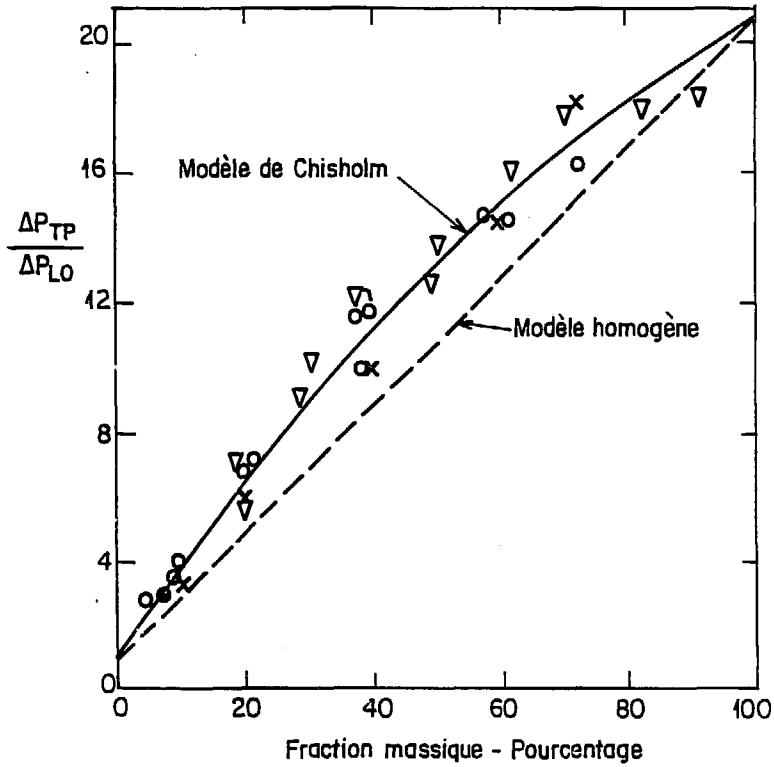


Fig. 20 : Comparaison entre les résultats théoriques de Chisholm et les résultats expérimentaux de Janssen pour un ajutage long et un écoulement eau - vapeur. (Chisholm, 1969).

4.3. Corrélation de Chisholm et Sutherland

Chisholm et Sutherland (1969) proposent une procédure simple et rapide afin de déterminer les pertes de pression dans différents types de singularités à partir d'abaques.

Ils reprennent la théorie exposée au paragraphe 4.1 et plus précisément l'équation (62).

Chisholm (1969) propose une expression analytique du coefficient C :

$$C \triangleq \left[1 + (C_2 - 1) \left(\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} \right] \left[\left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0.5} + \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} \right] \quad (69)$$

où C_2 prend des valeurs fonction de la singularité rencontrée mais généralement indépendantes du diamètre de la section :

- ajutages de longueur inférieure à 10 mm

$$C_2 = 0.5 \quad (70)$$

- ajutages de longueur supérieure à 10 mm

$$C_2 = 1.5 \quad (71)$$

Chisholm et Sutherland (1969) introduisent un nombre sans dimension η défini par :

$$\eta \triangleq \frac{X_L}{X_L + 1} \quad (72)$$

Connaissant $(\rho_L / \rho_G)^{0.5}$ et le titre massique de la phase gazeuse on peut connaître η grâce à la figure 21.

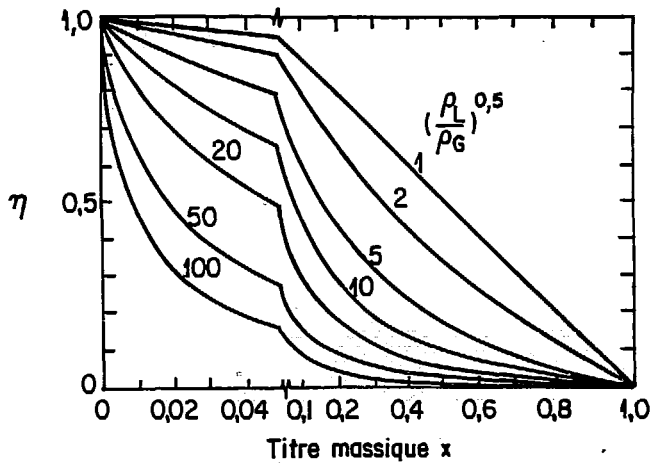


Figure 21 : Abaque donnant η en fonction de x pour différentes valeurs de $(\rho_L/\rho_G)^{0.5}$ (Chisholm et Sutherland, 1969)

Les valeurs de $(\rho_L/\rho_G)^{0.5}$ et du coefficient C_2 (Eq.70) déterminent un point b sur la partie gauche de la figure 22. A partir de ce point, on se déplace horizontalement suivant $b-c$ jusqu'à la verticale correspondant à $\eta = 0.5$. On trace alors une parallèle $c-d$ aux courbes représentant :

$$- \Delta P_{TP}/\Delta P_G = f(\eta) \text{ pour } \eta \in [0, 0.5] \quad (73)$$

$$- \Delta P_{TP}/\Delta P_L = f(\eta) \text{ pour } \eta \in [0.5, 1] \quad (74)$$

jusqu'au point d'abscisse η donnée par la figure 21, on trouve alors en ordonnée la valeur de $\Delta P_{TP}/\Delta P_L$ ou de $\Delta P_{TP}/\Delta P_G$.

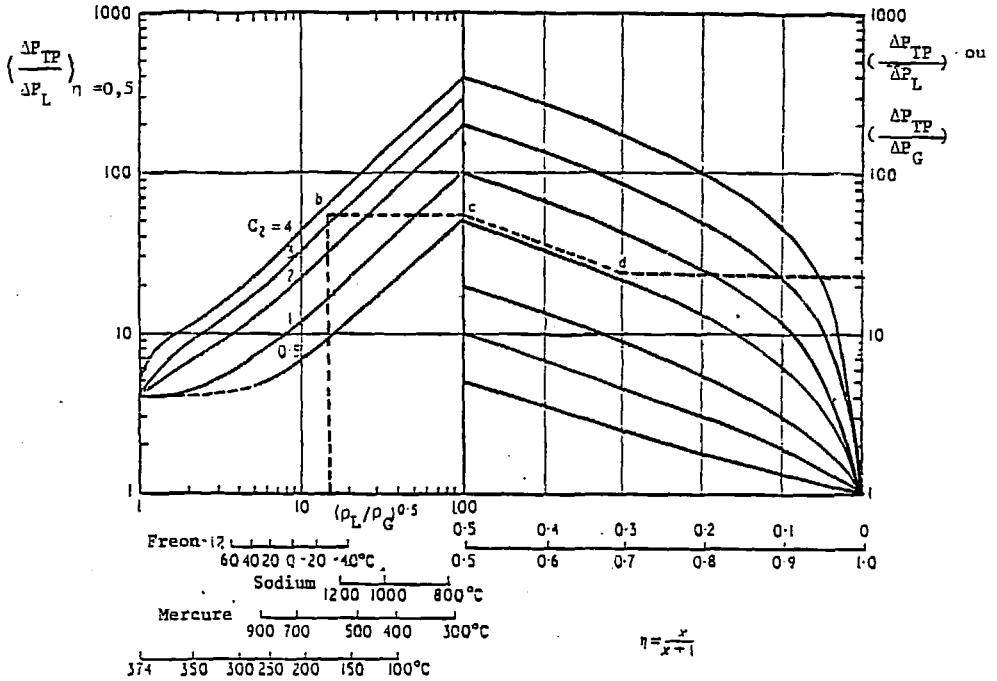


Fig. 22 : Détermination graphique de $\frac{\Delta P_{TP}}{\Delta P_L}$ ou de $\frac{\Delta P_{TP}}{\Delta P_G}$ en fonction de η , C_2 et de $(\rho_L/\rho_G)^{0.5}$ (Chisholm et Sutherland, 1969)

5 - CALCUL DU TAUX DE VIDE DANS DES CONDUITES

Nous ne présentons dans ce chapitre que les corrélations qui s'appliquent aux écoulements diphasiques eau-air.

5.1. Corrélation de Lockhart-Martinelli

Lockhart et Martinelli ont réalisé des expériences avec de l'air et différents liquides en écoulement dans des canalisations horizontales à des pressions de 1.1 à 3.6 bar et pour des diamètres de 1.5 à 25.8 mm.

La corrélation de taux de vide obtenue s'écrit :

$$1 - R_G = \frac{X_L}{X_L^2 + 20X_L + 1} \quad (75)$$

où X_L est défini par l'équation (51)

On peut calculer une valeur approchée de X_L par les relations :

$$(i) \quad X_{tt} = \left(\frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0.1} \left(\frac{1-x}{x} \right)^{-1} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad (76)$$

pour les écoulements turbulents de liquide et de gaz

$$(ii) \quad X_{vv} = \left(\frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0.5} \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0.5} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad (77)$$

pour les écoulements laminaires de liquide et de gaz

μ_L et μ_G sont les viscosités dynamiques du liquide et du gaz.

Remarque

La corrélation de Lockhart-Martinelli ne prend pas en compte les effets de la pression et de la vitesse massique.

5.2. Corrélation de Hughmark

Hughmark (1962) utilise l'équation :

$$\frac{1}{x} = 1 - \frac{\rho_L}{\rho_G} \left(1 - \frac{K}{R_G} \right) \quad (78)$$

où K est le glissement entre les deux phases.

Pour un mélange air-liquide, K est donné par le tableau 8 et la figure 23 en fonction d'un nombre sans dimension Z_H :

$$Z_H = (Re)^{1/6} (Fr)^{1/8} (y_L)^{-1/4} \quad (79)$$

où Re est un nombre de Reynolds défini par :

$$Re \triangleq \frac{D G}{R_L \mu_L + R_G \mu_G} \quad (80)$$

Fr est un nombre de Froude défini par :

$$Fr \triangleq \frac{G^2}{g D (x\rho_G + (1-x)\rho_L)^2} \quad (81)$$

calculé en supposant qu'il n'y a pas glissement entre les phases.

y_L le titre volumique de liquide défini par :

$$y_L \triangleq \frac{1-x}{1-x + x \rho_L / \rho_G} \quad (82)$$

et D le diamètre de la canalisation à l'endroit considéré.

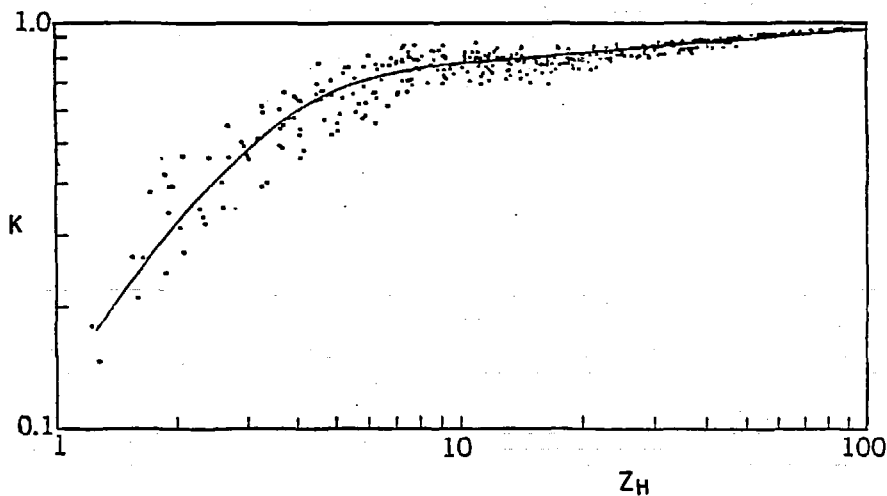


Fig. 23 : Corrélation du paramètre K en fonction de Z_H
(Hughmark, 1962)

Z_H	K	Z_H	K
1.3	0.185	8.0	0.767
1.5	0.225	10	0.78
2.0	0.325	15	0.808
3.0	0.49	20	0.83
4.0	0.605	40	0.88
5.0	0.675	70	0.93
6.0	0.72	130	0.98

Tableau 8 : Corrélation du paramètre K en fonction de Z_H
(Hughmark, 1962)

Remarque

La corrélation de Hughmark nécessite l'utilisation d'itérations car R_G est calculé à l'aide d'un coefficient K lui-même fonction de R_G . De plus elle ne repose sur aucun mécanisme physique bien qu'elle ait recours à des nombres adimensionnels.

5.3. Modèle de Zuber et Findlay

Le modèle de Zuber et Findlay est un modèle à deux dimensions et à deux vitesses w_L et w_G qui sont les composantes le long de l'axe de la canalisation de la vitesse locale moyennée dans le temps du liquide et du gaz.

On définit localement les variables suivantes :

$$j_L \stackrel{\Delta}{=} (1 - \alpha) w_L \quad (83)$$

$$j_G \stackrel{\Delta}{=} \alpha w_G \quad (84)$$

$$j \stackrel{\Delta}{=} j_L + j_G \quad (85)$$

$$v_{gj} \stackrel{\Delta}{=} w_G - j = (1 - \alpha) [w_G - w_L] \quad (86)$$

où α désigne le taux de présence local du gaz

On peut écrire localement :

$$\alpha v_{gj} = j_G - \alpha j \quad (87)$$

En moyennant cette équation sur une section perpendiculaire à la canalisation, il vient :

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\langle j_G \rangle}{C_0 \langle j \rangle + \langle v_{gj} \rangle} \quad (88)$$

où C_0 est un paramètre de distribution défini par :

$$C_0 \triangleq \frac{\langle \alpha j \rangle}{\langle \alpha \rangle \langle j \rangle} \quad (89)$$

et $\langle v_{gj} \rangle$ est la vitesse de dérive pondérée définie par :

$$\langle v_{gj} \rangle \triangleq \frac{\langle \alpha v_{gj} \rangle}{\langle \alpha \rangle} \quad (90)$$

On définit J_G et J les vitesses débitantes du gaz et du mélange par :

$$J_G \triangleq \langle j_G \rangle \quad (91)$$

$$J \triangleq \langle j \rangle \quad (92)$$

En utilisant l'identité :

$$\langle \alpha \rangle = R_G \quad (93)$$

l'équation devient :

$$R_G = \frac{J_G}{C_0 J + \langle v_{gj} \rangle} \quad (94)$$

Ishii (1977) a donné des valeurs pour C_0 et $\langle v_{gj} \rangle$ suivant le type d'écoulement et la gamme de pression.

La figure 24 montre un exemple d'application de ce modèle à un écoulement eau-air à bulles à travers un convergent-divergent. En traçant $J_G / \langle \alpha \rangle$ en fonction de J , on obtient une droite (fig.24) de pente 0.23

et d'ordonnée à l'origine 1.2. Dans ce cas particulier : :

$$C_0 = 1.2$$

$$\tilde{v}_{gj} = 0.23 \text{ ms}^{-1}$$

Remarque :

En faisant $C_0 = 1$ et $\tilde{v}_{gj} = 0$ on retrouve le modèle homogène

$$R_G = \frac{x \rho_L}{x \rho_L + (1 - x) \rho_G} \quad (95)$$

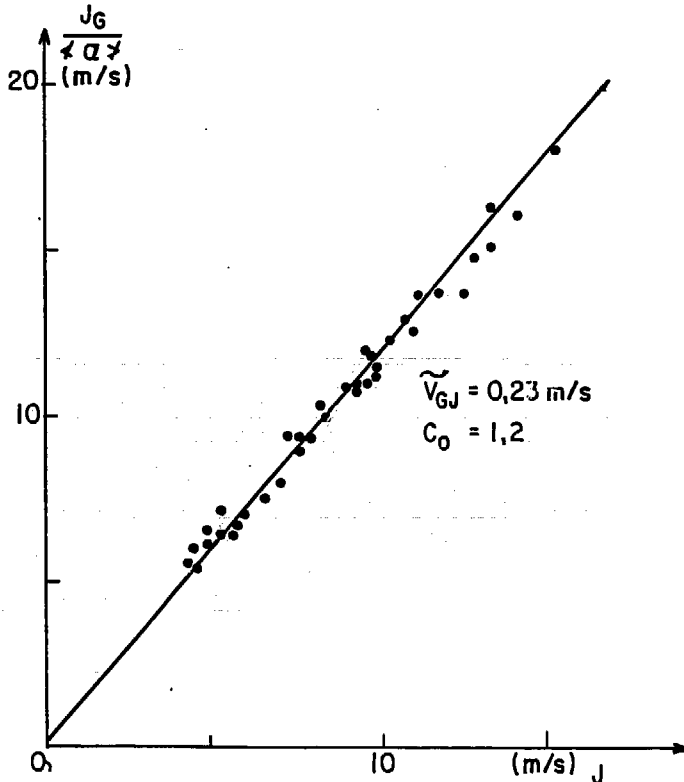


Fig. 24 : Résultats expérimentaux de Delhay et Jacquemin (1971)

6 - CONCLUSION

En écoulement monophasique, on peut calculer la perte de pression :

- pour un élargissement avec l'équation (5)
 - pour un rétrécissement avec l'équation (14)
 - pour un ajutage long ($L/d > 2$) avec l'équation (18)
 - pour un ajutage court ($L/d < 0.5$) avec l'équation (41)
- en donnant des valeurs nulles à R_G et à x .

En écoulement diphasique, de nombreux auteurs préconisent l'emploi du modèle avec glissement (Eq.23) pour un élargissement brusque. Pour un rétrécissement brusque, le modèle homogène (Eq.33) peut être utilisé pour un calcul approché; pour un calcul plus précis ou lorsque R_G varie fortement dans la singularité, on préférera l'équation (34). Nous proposons l'utilisation de l'équation (40) pour les ajutages longs et de l'équation (41) pour les ajutages courts.

Pour un calcul approché, quelle que soit la singularité rencontrée, on pourra utiliser la méthode de Chisholm et Sutherland (1969) exposée au paragraphe 4.3. qui présente l'avantage d'être une corrélation plus simple et d'un emploi plus rapide.

Bien que ces modèles aient été construits en supposant R_G et x constants, on peut néanmoins les utiliser (avec précaution) lorsque ces variables ne sont plus constantes. On peut ainsi tenir compte de la variation de la pression au passage d'une singularité en calculant R_{Gi} avec une valeur de ρ_G variable suivant la pression dans la section considérée. Un calcul précis nécessite de faire une intégration numérique des équations du mouvement le long de la conduite, en tenant alors compte de la variation de tous les paramètres.

NOMENCLATURE

A	aire
A'	facteur de mélange (Eqs. 38,39)
C, C ₂	paramètres de Chisholm (Eqs. 55,69)
C _o	coefficient de Zuber-Findlay (Eq.94)
D, d	diamètre
Fr	nombre de Froude (Eq.81)
G	vitesse massique (Eq.20)
j	vitesse débitante (Eqs. 83, 84, 85)
J	vitesse superficielle (Eqs. 91,92)
K	glissement (Eq.50)
l, L	longueur
M	débit masse
p	pression locale
P	valeur moyenne de la pression sur une section droite
R _G	taux de vide surfacique (Eq.22)
$\bar{R}_{G1}, \bar{R}_{G2}, \bar{R}_{G3}$	valeurs moyennes de R _G (Eqs. 35, 36, 42)
Re	nombre de Reynolds (Eq.80)
T	période de temps
u	vitesse
v _{gj}	vitesse de glissement (Eq.86)
w	vitesse
X	variable (Eqs.2, 3)
X _L	paramètre de Lockhart et Martinelli (Eq.51)

x	titre massique du gaz (Eq.21)
y_L	titre volumique du liquide (Eq.82)
Z	paramètre de Chisholm (Eq.68)
Z_H	paramètre de Hughmark (Eq. 79)
α	taux de présence local
α_i	angle
n	coefficient de Chisholm et Sutherland (Eq. 72)
ρ	masse volumique
σ	rapport de sections (Eq. 1)
σ_c	coefficient de contraction à la vena contracta (Eq.13)
ξ, ξ', ξ_f	coefficients de perte de pression (Eqs. 16,17)

Indices

c	contraction
e	effective
G	gaz
H	Hughmark
i	repère d'une section droite - dimension de l'espace considéré
I	irréversible
L	liquide - Lockhart-Martinelli
LO	liquide s'écoulant seul dans la conduite avec un débit masse égal au débit masse total du mélange.
M	mesuré
P	calculé
R	réversible
TP	deux phases
tt	turbulent-turbulent
vv	laminaire-laminaire

Opérateurs

- \dagger \dagger_i opérateur de moyenne spatial sur espace de dimension i
- opérateur de moyenne temporelle

REFERENCES

- Archer, W.M., 1913, Experimental determination of loss of head due to sudden enlargement in circular pipes, Trans. Americ. Soc. Civil Engineers, 76, pp. 999-1026.
- Benedict, R.P., Carlucci, M.A., Swetz, R.G., 1966, Flow losses in abrupt enlargements and contractions, J. of Engineering for Power, ASME, January, pp. 73-81.
- Cermak, J.O., Jicha, J.J. & Lightner, R.G., 1963, Two phase pressure drop across vertically mounted thick plate restrictions, ASME Paper n° 63. HT-11, Am. Soc. Mech. Engrs. New York.
- Chisholm, D. & Leishman, J., 1969, The metering of wet steam, Chem. Process Engng, p. 103.
- Chisholm, D. & Sutherland, L.A., 1969, Prediction of pressure gradients in pipeline systems during two phase flow, Proc. Instr. Mech. Engrs, 184, Pt 3 C, pp. 24-32.
- Collier, J.G., 1976, Single-phase and two-phase flow behaviour in primary, circuit components, Two-Phase Flows and Heat Transfer, Eds, Kakaç, S., Mayinger, F., Hemisphere Publishing Corporation, Volume 1, pp. 313-355.
- Delhaye, J.M., 1981, Singular pressure drops, Two-Phase Flow and Heat Transfert in the Power and Process Industries, Bergles, A.E., Collier, J.C., Delhaye, J.M., Hewitt, G.F. & Mayinger, F., Hemisphere Publishing Corporation, McGraw-Hill Company, chap.4, pp. 124-150.
- Delhaye, J.M., & Jacquemin, J.P., 1971, Experimental study of a two-phase air-water flow in a converging-diverging nozzle, CENG, Note TT 382.
- Fabre, C., 1932, Etude d'un système de condensation rapide de vapeur dans un liquide en écoulement pour la stérilisation du lait, Thèse de docteur ingénieur, Institut National Polytechnique de Lorraine.
- Ferrel, J.K. & McGee, J.W., 1966, Two-Phase Flow Through Abrupt Expansions and Contractions, U.S. AEC Report, TID-2339. Vol. 3.
- Fitzsimmons, D.E., 1964, Two-Phase Pressure Drop in Piping Components, Hanford Laboratory Report HW-80970, Rev. 1.

- Harsche, B., Hussain, A. & Weisman, J., 1976, Two-phase pressure drop across restrictions and other abrupt area changes, Rapport du Department of Chemical and Nuclear Engineering, University of Cincinnati, n° NUREG-0062 NRG-2.
- Hughmark, G.A., 1962, Hold-up in multiphase flow, Chem. Eng. Process, Vol 58, (4), 62-65.
- Idel'cik, I.E., 1969, Memento des pertes de charges, Eyrolles.
- Ishii, M. and Zuber, N., "Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows". AIChEJ, 25, N°5, 843-855.
- Janssen, E., 1966, Two-Phase Pressure Loss Across Abrupt Contractions and expansions, steam-water at 600 to 1400 PSIA, International Heat Transfer Conference, Chicago, ASME, Vol. 5, pp. 13-23.
- Janssen, E. & Kervinen, J.A., 1964, Two-Phase Pressure Drop Across Expansions and Contractions, Water-Steam Mixtures at 600-1400 PSIA, General Electric Co. Report GEAP-4622.
- Mendler, O., 1963, Sudden Expansion Losses in Single and Two-Phase Flow, Ph. D. Dissertation, U. of Pittsburgh.
- Weisbach, J., Die Experimental-Hydraulik, J.S. Engelhardt, Freiberg, 1855.
- Whitaker, S., (1968), Introduction of Fluid Mechanics, Prentice-Hall.

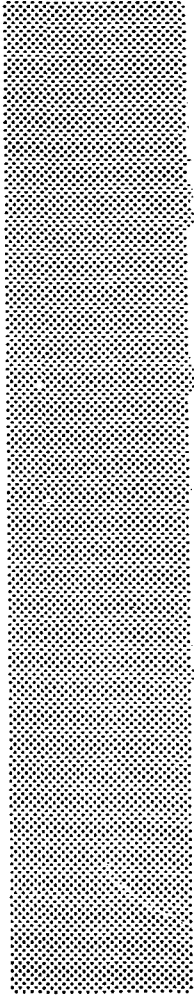
Achévé d'imprimer
par
le CEA, Service de Documentation, Saclay
Novembre 1984

DEPOT LEGAL
4ème trimestre 1984

ISSN 0429 - 3460

La diffusion des rapports et bibliographies du Commissariat à l'Energie Atomique est assurée par le Service de Documentation, CEN-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cédex, (France)

Reports and bibliographies of the Commissariat à l'Energie Atomique are available from the Service de Documentation, CEN-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cédex, (France)



Edité par
le Service de Documentation
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay

91191 GIF-sur-YVETTE Cédex (France)

