

# 1 TeV リニア・コライダー に於る ビーム・ダイナミクス

KEK 横谷 馨

高エネルギー物理学の対象とするエネルギー領域は日に日に高くなり、電子・陽電子コライダーに関しては遂に数百 GeV から 1 TeV の加速器が議論されるようになった。このエネルギー領域での内型加速器の建設が事実上不可能である事は衆議の一致するところである。我々のグループは Lasertron を使った 1 TeV × 1 TeV のビーム・コライダーを検討しており、その概要は百岡（本プロシーディング）の講演に示されている。加速機構そのものを別にすると、検討すべき主な事項としては

- (a) Positron production
- (b) Damping Ring
- (c) Beam Instability in the Linac
- (d) Final Focusing System
- (e) Beam-Beam Interaction

等である。(a) に関しては電子1個から陽電子1個の生成が可能であると仮定するとともに、その方法については議論しない。(d) については筆者は未検討であり 以下は (b) (c) (e) について説明する。

## [1] Beam-Beam Interaction

物理実験の立場から見て ビーム・エネルギーを除けば リニア・コライダーの最も重要なパラメータは ルミノシティである。水平・鉛直各方向に r.m.s. ビームサイズ  $\sigma_x, \sigma_y$  を持つ Gauss 型分布の電子・陽電子ビームが 正面から衝突した場合、それによるビームの変形が無視できるならば ルミノシティは

$$\mathcal{L}_0 = f_{\text{rep}} \frac{N^2}{4\pi \sigma_x \sigma_y} \quad (1)$$

で与えられる。N は電子数 (= 陽電子数)、 $f_{\text{rep}}$  は繰返しの周波数である。Storage ring と比較すると、N は数分小さく  $f_{\text{rep}}$  は2桁以上小さいので、同程度以上のルミノシティを期待するにはビームサイズを ミクロン或はサブミクロンの拵まで絞る必要がある。その場合 storage ring に比べて ビーム間相互作用が遙かに大きくなり、衝突中のビームの変形を考慮したルミノシティの計算が必要になる。両ビームの電荷が逆符号の場合は相手のビームの作る電磁場によって収束力を受けビームサイズが初めの値より小さくなって（これを pinch 効果と呼ぶ）ルミノシティが (1) 式を越えると期待される。バンチの長さを（水平・鉛直の各方向の）収束力の焦点距離で除いた値を disruption パラメータと呼ぶ。後に述べるシンクロトロン輻射の効果を除けば、与えられた初期分布の形状の下では衝突の運動方程式はスケールされて、この2つのパラメータで記述できる

事がわかる。 Gauss 分布の場合の disruption パラメータは

$$D_x = \frac{2\gamma_e N \sigma_x}{\gamma (\sigma_x + \sigma_y) \sigma_x}, \quad D_y = \frac{2\gamma_e N \sigma_x}{\gamma (\sigma_x + \sigma_y) \sigma_y} \quad (2)$$

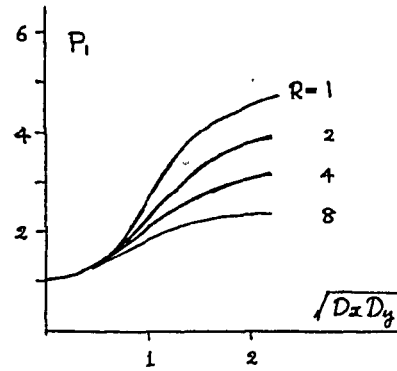
で与えられる。  $\gamma_e$  は古典電子半径、 $\sigma_x$  は r.m.s. パンチ長 (z 方向を Gauss 分布とする)、 $\gamma$  は (ビームエネルギー) / (静止質量) である。  $D_x, D_y$  の比は ビームサイズの縦横比 (aspect ratio) に等しい。

$$R \equiv \sigma_x / \sigma_y = D_y / D_x \quad (3)$$

Pinch 効果を含めると ルミノシティは

$$\mathcal{L} = f_{rep} \frac{N^2}{4\pi \sigma_x \sigma_y} P_1(D_x, D_y) \quad (4)$$

の形に書ける。  $P_1$  の値は 計算機シミュレーションによって求めるしかない。結果の概略を右図に示す。丸いビーム ( $R=1$ ) の場合、 $D \geq 20$  では Pinch 効果のためにビームが破壊されて逆に  $P_1$  が減少する事が知られているが、(R. Hollebeek, SLAC-PUB-2535) 1 TeV ビームの場合には  $D$  の大きい所では次に述べる beamstrahlung の影響が大きすぎて物理実験には不適当であるので、我々の場合は右図の範囲程度で十分である。本節末に与える暫定的なパラメータでは  $P_1$  は 2 より小さく、pinch 効果による大きなルミノシティ enhancement は期待できない。



ビームサイズがサブミクロンの桁になると ビームが作る磁場は数百テスラになり、これによるシンクロトロン輻射が無視できなくなる。この効果は 粒子間相互作用の過程  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma$  とは異なるものであり、Bremstrahlung の語呂合せて beamstrahlung と呼ばれる。Storage ring の場合も存在するが その大きさは桁違いである。その影響は

- 衝突中にビームがエネルギーを失って行くために 衝突の重心系エネルギーに幅がでる。
- 輻射光子が 収束磁石等のまわりの装置に当たって 2次粒子を発生し、background を作る。
- $e^\pm \gamma, \gamma \gamma$  の反応を起す。

等である。SLC ではこの効果は小さいが シンクロトロン輻射の強いエネルギー依存性のために 1 TeV になると ルミノシティを制限する重要な因子になる。

衝突による平均エネルギー損失は、Gauss分布からの変形が小さい場合は

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2}{3} \frac{\gamma_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_x \sigma_y \sigma_z} F(R) \quad (5)$$

で与えられる。(M. Bassetti and M. Gygi-Hanney, LEP note 221). 形状因子  $F(R)$  は

$$F(R) = \begin{cases} 0.325 & (R=1) \\ 1.36/R & (R \gg 1) \end{cases} \quad (6)$$

であり、 $R$ と共に減少する。(上に言う「平均」とは初期位置の異なる各粒子の平均、及び輻射のスペクトルについての確率平均の両方を意味する。) (5)式は衝突の全過程によるエネルギー損失であって、重心系衝突エネルギーの幅とは異なる。仮に全粒子が(5)式に与えられるエネルギー損失を受けるものとすれば、衝突エネルギー $W$ は  $1 - \Delta E/E < W/2E < 1$  の間に分布する事になるが、実際は初期位置の違いにより強い電磁場を受けて(5)式より大きなエネルギー損失を受ける粒子も存在する事、輻射光子数が電子1個当たり数個なので確率的な fluctuation が大きい事によって  $W$  は更に広がる。しかしそれでもなお(5)式が  $W$  の換りりの目安を与えるものと為てよい。

ビーム変形等の効果を含めた実際の平均エネルギー損失は およそ

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2}{3} \frac{r_e^3 N^2 \gamma}{\sigma_x \sigma_y \sigma_z} \cdot F(R) \cdot P_2(D_x, D_y) \cdot Q(u_c/E) \quad (7)$$

と書ける。ここで  $P_2$  は pinch 効果による因子、 $Q$  は量子力学的補正因子、 $u_c$  は平均的な輻射の critical energy である。ビームの作る磁場が極めて高いので critical energy はビームエネルギーに比べて無視できない大きさになり、量子力学的な補正が必要になる。 $Q(u_c/E)$  の関数形は下図

のようである。(A.A.Sokolov and I.M.Ternov, "Synchrotron Radiation", Pergamon Press, Oxford, 1968)

実際には  $u_c$  は各粒子・時刻毎に異なるので(7)式のように積因子の形で書くのは近似的な意味でしかない。 $u_c$  は概略

$$\frac{u_c}{E} \sim \frac{3}{2} \frac{r_e^2 N \gamma}{\alpha \sigma_x \sigma_y} \quad (\sigma_x \gg \sigma_y) \quad (8)$$

で与えられる。(  $\alpha$  は微細構造定数) 我々のパラメータでは  $u_c/E \sim 0.2$  になる。

ルミノシティを上げると共に  $\Delta E/E$  を下げることが望ましいが両者の比は

$$\frac{\mathcal{L}}{\Delta E/E} \propto \frac{f_{rep} \cdot \sigma_z}{F(R)} \quad (9)$$

となって少数のパラメータにしか依存しない。 $f_{rep}$  を上げるとそれに比例して消費電力が増加する。バンチを長くすると次節に述べるように Linac でのエネルギー幅が大きくなって final focusing をむづかしくする。 $F(R)$  を小さくするには  $\sigma_x \times \sigma_y$  を一定に保って  $R$  を大きくすればよいが、 $\sigma_y$  が非常に小さくなるので制約の精密化の要求が厳しくなる。従って  $\mathcal{L}$  と  $\Delta E/E$  はほぼ比例するものと考えるべきでない。狭い共鳴を研究するにはルミノシティの下がるのは我慢しなければならない。なお2組の  $e^+e^-$  ビームを使って電磁場を消し、beanstrahlung をなくす方法が提案されているか (Novosibirsk group) 実現には種々の困難が伴う。1TeV以上を問題にする場合は十分考慮する価値があると思われる。

Background の計算のためには輻射の角分布・スペクトルが必要になる。方向性はおよそ

$$\theta \leq \frac{2reN}{\gamma(\sigma_x + \sigma_y)} \quad (10)$$

の範囲に収まる。(これはビーム間相互作用による電子の散乱角では決まる)

光子のエネルギースペクトルは schematic には右図のようになる。

High energy tail には量子力学的効果が発著である。

およその目安として 以下のようパラメータを使ってみる。

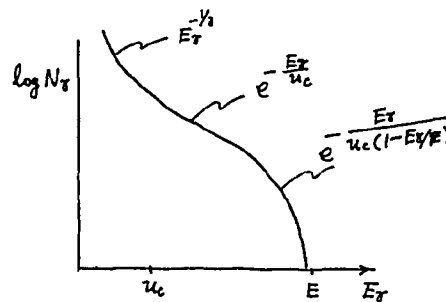
$$E = 1 \text{ TeV}, \quad N = 1 \times 10^{11}, \quad \text{freq} = 400 \text{ Hz}$$

$$\sigma_z = 1 \text{ mm}$$

$$\sqrt{\sigma_x \sigma_y} = 0.5 \mu\text{m}, \quad R = 8$$

$$(\sigma_x = 1.4 \mu\text{m}, \quad \sigma_y = 0.18 \mu\text{m})$$

$$D_x = 0.13, \quad D_y = 1.0$$



この時

$$\mathcal{L} = 2 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \quad (P_1 = 1.5)$$

$$\Delta E/E \sim 0.12, \quad \theta_x \leq 0.15 \text{ mrad}, \quad \theta_y \leq 0.2 \text{ mrad}$$

$$u_c \sim 230 \text{ GeV}, \quad \text{平均光子エネルギー} \sim 50 \text{ GeV}$$

$$\text{平均光子数 } 2.6 / \text{electron}$$

となる。(ただし、 $\Delta E/E$  以下の数値は計算機シミュレーションによるものではない。これらも含めた計算機による結果は別の機会に譲る。)

上記のビームサイズを実現するには、emittanceが  $10^{-10} \text{ rad}\cdot\text{m}$  のオーダーの場合 衝突点での  $\beta$  の値  $\text{E}\cdot\text{cm}$  程度にする必要がある。次節以下のために 次のパラメータを決定する。

$$\beta_x^* = 1.4 \text{ cm}, \quad \beta_y^* = 0.18 \text{ cm}$$

$$\epsilon_x = 1.4 \times 10^{-10} \text{ rad}\cdot\text{m}, \quad \epsilon_y = 0.18 \times 10^{-10} \text{ rad}\cdot\text{m}$$

$$\text{invariant emittance } \epsilon_x \gamma = 2.8 \times 10^{-4} \text{ rad}\cdot\text{m}, \quad \epsilon_y \gamma = 0.36 \times 10^{-4} \text{ rad}\cdot\text{m}$$

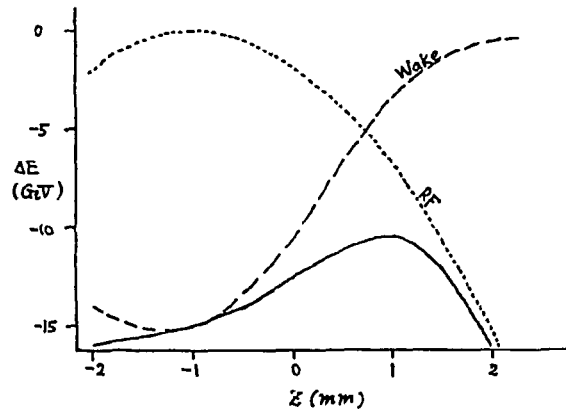
Final focusing system については 検討すべき点を列挙するにとどめる。

最も重要な問題は 色収差の補正である。SLC の設計ではこのために dipole magnet を使っているが 1 TeV の場合は シンクロトロン輻射が激しいので好ましくない。Quadrupole magnet のみで色収差を緩和する optics が Novosibirsk で提案されているが 磁場勾配の非常に大きな磁石の開発が必要である。Back ground の問題は SLC とは比較にならないほど大きい。例えば 1 回のバンチ衝突によって beam strahlung の形で放出される光子の全エネルギーは SLC では 0.2 Joule 程度であるのに対し、1 TeV collider では 4000 Joule に達する。これらの光子が衝突点近くで 2 次粒子を発生しないような配置が必要である。Disrupted electron のエネルギー幅は非常に大きいので再利用 (例えば fixed target の実験、positron production 等) がむづかしいのみならず、beam dump に導く身する容易ではない。

[2] Wake Field in the Linac

加速管の形状については未検討なので SLAC 型の cavity をモデルとして考える。

まず longitudinal wake であるが、 $N=10^{11}$ ,  
 $\sigma_z=1\text{mm}$ , Linac の全長  $L=10\text{km}$  の場合  
 wake field によるエネルギー損失はバンチ上の位置  $z$  の関数として右図の破線のようになり  
 最大  $15\text{GeV}$  に及ぶ。(しかしこの効果は、RF 位相のピークより約  $1\text{mm}$  前まで加速する  
 身により RF 波形 (実線) との相殺で図の実線のように  $\Delta E \sim \pm 3\text{GeV}$  (0.3%) に  
 抑える事ができる。この程度なら final focusing system に於る色収差補正は可能であろう。



なお、この  $\Delta E$  の値は  $N, L$  が変わると

$0.25 \leq L/10\text{km} \cdot N/10^{11} \leq 2.0$  の範囲ならばほぼ同じ結果になるが  $\sigma_z$  には敏感で  $\sigma_z=1.5\text{mm}$  で  $\Delta E/E \sim \pm 0.7\%$ ,  $2\text{mm}$  で  $\pm 1.3\%$  になる。

Transverse wake field の影響はより重要である。これはバンチの先端が作った電磁場で後方の粒子が横方向に力を受ける効果であり、longitudinal wake と違って beam instability を誘起する。バンチ全体が中心軸より  $\alpha_0$  だけずれて入射された場合バンチは振幅  $\alpha_0$  のバートロン振動を始める。加速と共に adiabatic damping が起りバンチ先端の振幅は Linac の出口では  $\alpha_0 / \sqrt{\gamma_f/\gamma_i}$  ( $\gamma$  はエネルギー/静止質量、 $i, f$  は Linac の入口、出口を示す) になるが、後端部では wake field のために

$$\alpha_f = \alpha_0 \times \frac{1}{\sqrt{\gamma_f/\gamma_i}} \times \frac{0.23}{\gamma_i^{1/2}} e^{1.3\gamma_i^{1/2}} \quad (11)$$

$$\gamma = 0.10 \frac{\lambda_\beta L \gamma_e N W_0}{\gamma_f} \log \frac{\gamma_f}{\gamma_i} \quad (12)$$

$$= 8.3 \left( \frac{\lambda_\beta}{100\text{m}} \right) \left( \frac{L}{10\text{km}} \right) \left( \frac{N}{10^{11}} \right) \left( \frac{1\text{TeV}}{E_f} \right) \log \frac{\gamma_f}{\gamma_i} \quad (\text{SLAC cavity})$$

となる。(A.W. Chao, B. Richter and C. Yao, SLAC-PUB-2498) ここで  $\lambda_\beta$  はバートロン振動の波長、 $W_0$  は短いパルスビームの作る transverse wake field  $W_T(z)$  の係数で  $W_0 = (dW_T(z)/dz)_{z=0}$  である。 $L=10\text{km}$ ,  $N=10^{11}$ ,  $E_i=2\text{GeV}$  とすると  $\alpha_f/\alpha_0$  は  $\lambda_\beta$  の関数として次頁の図のようになる。30m 毎に長さ 1.5m、磁場勾配 100 T/m (at 1TeV) の quadrupole magnet を置けば  $\lambda_\beta=240\text{m}$ ,  $\gamma \sim 120$ ,  $\alpha_f/\alpha_0 \sim 3$  となる。ルミノシティから要求される Linac 出口でのビームサイズは

$$\sigma_x = \sqrt{\beta_{av} E_x} \sim 90 \mu\text{m}, \quad \sigma_y = \sqrt{\beta_{av} E_x} \sim 30 \mu\text{m}$$

( $\beta_{av}$  は Linac での平均ベータ関数  $\sim 60\text{m}$ ) であるから  $\alpha_x, \alpha_y$  がこの値を越えないためには 入射位置の再現精度として

$$|\alpha_x| \leq 30 \mu\text{m}, \quad |\alpha_y| \leq 10 \mu\text{m}$$

が要求される。入射角度としては

$$|\alpha'_x| \leq 0.5 \mu\text{rad}, \quad |\alpha'_y| \leq 0.2 \mu\text{rad}.$$

これは SLAC の場合と同程度であるが、非常に厳しい条件である。

Transverse wake field を誘起する原因として入射誤差の他に cavity の misalignment がある。前掲論文によれば 現在の入射位置・角度が経験的にみつけた場合 cavity の misalignment (r.m.s. 値を  $d_{rms}$  とする) によるビームのふれは

$$\Delta x_{rms} \sim \frac{d_{rms}}{\sqrt{24 N_c}} \frac{?}{\sqrt{\log(\beta/\beta')}} \sim 0.39 d_{rms} \quad (13)$$

となる。ここで  $N_c$  は Linac 全体での cavity の unit 数で、30m 当り 2 つといた。

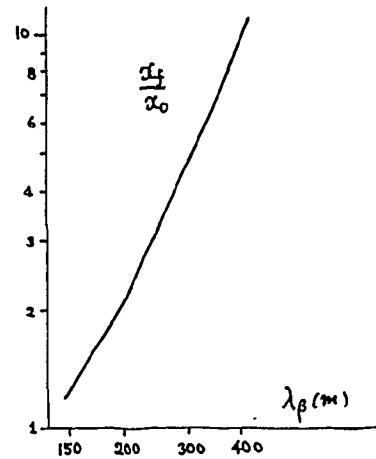
$\Delta x_{rms} \leq 90 \mu\text{m}$ ,  $\Delta y_{rms} \leq 30 \mu\text{m}$  とするには

$$d_{x,rms} \leq 0.2 \text{mm}, \quad d_{y,rms} \leq 0.08 \text{mm}$$

が許容上限となる。

Transverse wake field の効果を緩和する方法として ビームの前方後方に大きなエネルギー差を生えて入射する方法が提案されている。(V.E. Balakin, A.V. Novokhatsky and V.P. Smirnov, Proc. 12-th Int. Conf. High Energy Acc., Fermilab, Aug 1983). これは エネルギー差によるベータatron 振動数の違いを利用して バンチ前方と後方が共振しないようにするものである。始めに大きなエネルギー幅 (例えば 10%) をつけて入射しても 相対的エネルギー幅は加速と共に小さくなって 出口では無視できるようになる。Transverse wake の効果は入射直後が最も大きく 加速につれて重要ではなくなるので 入射時に大きなエネルギー幅があれば十分である。筆者はこの方法についての詳細な検討は行っていないが 前記の粒子数  $N = 1 \times 10^{11}$  より大きな値が可能となるかも知れない。

本節の議論は SLAC 型の cavity を使っているなど未だ不確実な要素が多い。吉岡の講演にある通り SLAC 型の cavity は我々の目的には適していない。今後、加速管の検討も含めてより精密にしてゆく必要がある。



### [3] Damping Ring

Linac に入射するビームは  $10^{-4} \text{ rad}\cdot\text{m}$  のオーダーの invariant emittance が要求されるが、特に positron beam の場合 生成時の invariant emittance は  $10^{-2}$  のオーダーであるため このままでは入射できない。このため一度 storage ring に入れて synchrotron 輻射によって emittance を damp する必要がある。この Ring に対する要請としては

- 繰返し周波数  $400 \text{ Hz}$
- input emittance  $E_x \gamma \sim E_y \gamma \sim 1 \times 10^{-2} \text{ rad}\cdot\text{m}$  (SLC の値)
- output emittance  $E_x \gamma \sim 2 \times 10^{-4} \text{ rad}\cdot\text{m}$ ,  $E_y \gamma \sim 0.25 \times 10^{-4} \text{ rad}\cdot\text{m}$
- output bunch length (after compressor)  $\sigma_z \sim 1 \text{ mm}$

が課せられる。

入射から  $n$ -damping time 後の emittance は

$$E(n) = E_{00} \sqrt{1 - e^{-2n}} + E_{inj} e^{-2n}$$

( $E_{00}$  は storage ring に於ける平衡 emittance) であるが 要求値は  $E_y/E_{inj} \sim 1/400 \sim e^{-6}$  であるから 各バンチは  $n=3.5$  damping time の間 damping ring を回るものとする。バンチ数を  $n$  とすると 要求される transverse damping time は

$$\tau \leq \frac{1}{400 \text{ Hz}} \times \frac{3}{3.5} = 2.14 \text{ msec}$$

となる。約 2 Tesla の dipole 磁場でこれを満たすには  $E \geq 2 \text{ GeV}$  が必要となる。平衡 emittance は 要求される output emittance から  $E_{inj} e^{-2n}$  を差し引いた値以下でなければならぬ。従って

$$E_x \gamma \leq 1.9 \times 10^{-4} \text{ rad}\cdot\text{m}, \quad E_y \gamma \leq 0.16 \times 10^{-4} \text{ rad}\cdot\text{m}$$

FODO focusing structure にすると この値は cell 部分の phase advance を  $2\pi \times 6.5$  以上にする必要がある。

以上より damping ring のパラメータを試算すると 以下のようになる。

$$E = 2.0 \text{ GeV}, \quad R (\text{平均半径}) = 10.5 \text{ m}, \quad \rho (\text{bending radius}) = 3.5 \text{ m} (1.9 \text{ Tesla})$$

$$\text{バンチ数} = 3, \quad \text{transverse damping time} = 2.1 \text{ msec}$$

$$\text{natural emittance } E_x \gamma \sim 1.6 \times 10^{-4} \text{ rad}\cdot\text{m}$$

$$\text{vertical-horizontal coupling } E_y/E_x \leq 0.1$$

$$\text{extraction kicker の } \uparrow \text{ 上り, } \downarrow \text{ 下り } \leq 70 \text{ nsec}$$

FODO cell の構造

$$\text{cell 長 } 1.64 \text{ m}, \quad \text{cell 数 } 28$$

$$\text{phase advance / cell} = 90^\circ (\text{horizontal}), 45^\circ (\text{vertical})$$

$$\text{dipole magnet } \text{長さ } 0.393 \text{ m}, \text{ 磁場 } 1.9 \text{ Tesla}, 56 \text{ 台}$$

$$\text{quadrupole magnet } \text{長さ } 0.166 \text{ m (QF)}, 0.122 \text{ m (QD)}, \text{ 磁場勾配 } 65 \text{ T/m}$$

これらのパラメータに関しては 特に実現困難なものはないと思われる。