

INTRODUÇÃO À FÍSICA NUCLEAR À ALTÍSSIMA ENERGIA

TAKESHI KODAMA

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Rua Xavier Sigaud, 150

Urca

22290 Rio de Janeiro RJ

1 - INTRODUÇÃO

Hoje em dia, todo mundo que aprende física na faculdade sabe que as partículas elementares, tais como próton e nêutron, não são tão literalmente "elementares". No entanto, do ponto de vista da Física Nuclear tradicional, os nucleons são considerados como sendo "elementares" no sentido de que eles não possuem estrutura nem extensão. Os píons, os mediadores das forças entre nucleons, usualmente nem aparecem na formulação da Física Nuclear. Seus efeitos são tratados apenas na forma do potencial da força nuclear entre nucleons. Há poucos casos em que os mésons devem explicitamente ser incluídos nas considerações^(*).

Assim, caberia uma pergunta fundamental: É compatível a possível estrutura complexa dos nucleons e píons com o ponto de vista da Física Nuclear tradicional ?

Na verdade, nada impede, numa formulação teórica, que se trate os constituintes de um sistema como sendo elementares mesmo que estes não o sejam. Isto é possível quando os graus de liberdade da estrutura interna das partículas constituintes não são importantes dinamicamente em relação às propriedades do sistema em questão. Por exemplo, na Física Atômica e Molecular, o próprio núcleo pode ser considerado elementar.

Entretanto, no caso da Física Nuclear, a resposta não é a priori conhecida, considerando a estrutura complexa dos nucleons.

No presente momento, uma imagem mais ilustrativa da estrutura dos hadrons é dada pelo modelo da sacola. Neste modelo, os hadrons são representados por uma área de espaço-tempo onde quarks de valência (quarks que caracterizam os números quânticos do hadron) estão confinados. Os bárions contêm 3 quarks de valência e os mésons contêm um quark e um antiquark. A sacola é o elemento representativo do campo médio formado por glúons e pelo mar de

(*) Qual é a situação em que os mésons devem ser tratados explicitamente ?

quarks e antiquarks. O raio destas sacolas é da ordem de 1 fm.

Esta imagem da estrutura dos hadrons não é tão fácil de ser compatibilizada com os conceitos básicos da Física Nuclear. Como sabemos, a interdistância média entre dois nucleons num núcleo é da ordem de $2r_0 \approx 2.4$ fm, que não difere tanto de 2fm, a distância para que duas sacolas se toquem. Assim, a força nuclear deve ser extremamente mais complicada do que aquilo que é representado pelo potencial local.

Entretanto, o sucesso de vários modelos nucleares, tal como o modelo de camada, aparentemente apoia o ponto de vista tradicional da Física Nuclear. Talvez, a visão da Física Nuclear tradicional não esteja em contradição com a estrutura complexa dos hadrons. Contudo, esclarecer a base da Física Nuclear do ponto de vista da interação subnuclear não é uma tarefa trivial.

Por outro lado, na área de pesquisa das Partículas Elementares, o esforço de esclarecer a natureza das partículas fundamentais encontra um obstáculo que é o próprio mecanismo de confinamento. O confinamento implica que as partículas constituintes dos hadrons nunca serão, de forma isolada, observadas. Os estados observados, os hadrons, numa experiência de colisão hadron-hadron são os estados assintóticos das interações entre seus constituintes. Nestas experiências, não é fácil obter informações diretas sobre o mecanismo da interação entre hadrons à curta distância.

Neste aspecto, mesmo na área da Física de Partículas as experiências de colisões de partículas utilizando os núcleos como alvo são nos dias de hoje reconsiderados importantes para o estudo da interação hadrônica à curta distância, isto é, próximo de 1 fm. Os núcleos, quando atingidos por um hadron de alta energia, fornecem a oportunidade de provocar colisões sucessivas na escala de distância de ~ 1 fm. A esperança é de que estas colisões sucessivas à curta distância tragam informações sobre a dinâmica das interações fundamentais no limiar do confinamento. Num sentido figurado o núcleo serve como um "detetor" dos processos que ocorrem

à curta distância.

Uma outra perspectiva fascinante da Física Nuclear à Alta Energia é que as colisões entre núcleos pesados à altíssima energia podem permitir estudar os aspectos termodinâmicos das interações fundamentais. Tal perspectiva se tornou concreta e realística, graças ao desenvolvimento tecnológico dos aceleradores de íons pesados relativísticos. Convém salientar que os estudos experimentais destes processos, através de fenômenos observados nas interações de raios cósmicos, têm sido de uma importância significativa.

Quando dois núcleos pesados, de urânio por exemplo, colidem à energia relativística com um pequeno parâmetro de impacto (colisão central), esperamos que haja grande deposição de energia na região central da colisão. Se o tempo dessa deposição for maior que a escala de tempo de relaxação, realiza-se um equilíbrio local, e os conceitos básicos da termodinâmica podem ser aplicados para descrever as propriedades da matéria.

• Cabe a pergunta: Qual é a vantagem de gerar um estado em que a termodinâmica seja aplicável? Isto não parece contrário a todo esforço da Ciência Moderna, onde se procurou estudar a natureza decompondo-se a matéria cada vez mais em constituintes básicos?

De fato, apenas o estudo das propriedades termodinâmicas não traz diretamente informação sobre a estrutura microscópica da matéria. Entretanto, em alguns casos, podemos inferir os aspectos fundamentais sobre interações que governam as propriedades termodinâmicas, sem a necessidade de se isolar estes constituintes. Lembre-se de que, no século passado, muitas informações sobre estrutura da matéria foram obtidas através de propriedades químicas e termodinâmicas, mesmo sem poder isolar os átomos.

Assim, o enfoque termodinâmico se torna poderoso, especificamente quando não há meio de estudar, de forma isolada, os elementos que constituem o objeto.

Além disto, a Cromodinâmica Quântica, uma teoria que recebe atualmente grande credibilidade como "a teoria" das interações fortes, prevê a existência de uma transição de fase da matéria, uma transição da fase de matéria hadrônica para a fase de plasma de quarks e gluons. Se tal transição de fase for observada experimentalmente, poderíamos ter uma comprovação quase definitiva da Cromodinâmica Quântica.

Estas perspectivas nos processos de colisões de hadron-núcleo e núcleo-núcleo abrirão completamente novas fronteiras para a Física Nuclear. Considero que os problemas colocados acima, por sua natureza, pertencem à área da Física Nuclear, com a aplicação de conhecimentos da Física de Partículas.

Neste curso faremos, em primeiro lugar, uma introdução bastante pedagógica sobre as idéias e conceitos básicos da Cromodinâmica Quântica. A seguir, esboçamos um modelo semifenomenológico para o processo de colisão hadron-hadron, que poderia servir como base para colisões hadron-núcleo e núcleo-núcleo à altíssima energia.

2 - CONCEITOS BÁSICOS DA TEORIA QUÂNTICA DOS CAMPOS

Para a maioria dos estudantes na área de Física Nuclear, considero que a teoria quântica dos campos não é tão familiar. Assim, talvez não seja perda de tempo se fazer uma pequena revisão.

2.1 - Significado da Segunda Quantização

Consideremos o conjunto de operadores $(a^-, a^+, (a^-)^\dagger = a^+)$, que satisfaz à seguinte regra de comutação

$$\begin{aligned} [a^-, a^-] &= 0, \\ [a^+, a^+] &= 0, \\ [a^-, a^+] &= 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Pelo método padrão, bem conhecido em qualquer livro-texto de Mecânica Quântica, sabemos que,

Se

$$N |n\rangle = n |n\rangle, \quad (2)$$

onde

$$N = a^+ a^-, \quad (3)$$

então

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

e

$$a^+ |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle \quad (5)$$

$$a^- |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (6)$$

Usualmente, estes operadores e os autovetores $|n\rangle$ s são utilizados para representar os estados quânticos de um oscilador harmônico. Entretanto, as propriedades Eqs. (2) - (6) são de caráter puramente matemático, e podemos aplicá-las para representar sistemas quânticos que não têm nada a ver com o oscilador harmônico em si.

Vamos resumir o significado das Eqs. (2) - (6) do ponto de vista da Mecânica Quântica. As Eqs. (2) - (4) significam que o operador hermitiano N tem autovalores inteiros não negativos. Em Mecânica Quântica, os autovalores de um operador hermitiano são os valores que se encontram numa medição do observável representado pelo operador. Inversamente, se sabemos a priori que um certo observável tem um espectro de valores com todos os inteiros não negativos, podemos sempre representá-lo pelo operador N , com a^- e a^+ apropriados. Como um exemplo típico de tal observável citamos o número de partículas num dado sistema.

Por outro lado, o vetor ket $|n\rangle$ representa o estado quântico do sistema, tal que se medíssemos o observável N quando o sistema está no estado $|n\rangle$, certamente encontraríamos o autovalor de N , n . As propriedades quânticas do sistema com respeito ao observável N são então descritas completamente por uma combinação linear dos estados $|n\rangle$. Em linguagem matemática, dizemos que o conjunto $\{|n\rangle\}$ forma uma base.

Agora, os operadores a^+ e a^- representam o processo de transição de um estado de número quântico bem determinado para o

estado de número quântico adjacente (Eqs. (5) e (6)). Fazendo uma combinação apropriada de a^+ e a^- , podemos construir o operador que representa quaisquer transições entre estados. Assim, a dinâmica de um sistema em relação ao observável N será completamente descrita pelos operadores a^+ e a^- .

Para ilustrar este método, vamos estudar o caso do núcleo no limite do modelo de partículas independentes. Por simplicidade, desprezamos aqui o fato de que os nucleons são férmions com spin $1/2$, e os tratamos como se fossem bósons sem spin.

Seja $|i\rangle_{sp}$ o i -ésimo estado de partícula simples do sistema. Temos

$$H_{sp}|i\rangle_{sp} = E_i^{sp}|i\rangle_{sp} \quad (7)$$

O estado do sistema como um todo pode ser descrito por um vetor no espaço de Hilbert formado do produto direto

$$\mathcal{H} = \{ |i_1\rangle_{sp} \otimes |i_2\rangle_{sp} \otimes \dots \otimes |i_A\rangle_{sp} \} \quad (8)$$

onde A é o número de nucleons do sistema. Os vetores, $|i_1\rangle_{sp} \otimes |i_2\rangle_{sp} \otimes \dots \otimes |i_A\rangle_{sp}$, formam uma base completa do espaço. Agora, por hipótese, as partículas são idênticas e bósons, logo a ordenação das partículas em cada vetor é irrelevante. Ou seja, o estado do sistema não é bem representado pelo vetor $|i_1\rangle_{sp} \otimes |i_2\rangle_{sp} \otimes \dots \otimes |i_A\rangle_{sp}$ mas sua forma simetrizada, isto é,

$$\sum_{P \in \text{perm.}} |i_{P_1}\rangle_{sp} \otimes |i_{P_2}\rangle_{sp} \otimes \dots \otimes |i_{P_A}\rangle_{sp}, \quad (9)$$

onde a soma é feita sobre todas as permutações

$$P = (i_1, i_2, \dots, i_A) \rightarrow (i_{P_1}, i_{P_2}, \dots, i_{P_A}).$$

Neste caso, podemos especificar o vetor do sistema completamente, se nós soubermos os números de partículas para todos os estados $\{|i\rangle_{sp}\}$. Em outras palavras, podemos utilizar a base ortonormal

$$\{ |n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_\infty \rangle \}, \quad (10)$$

onde n_i é o número de partículas no i -ésimo estado de partícula simples. Naturalmente cada n_i assume os valores $0, 1, 2, \dots$, e $\sum_i n_i = A$ é o número total de partículas.

Assim, podemos introduzir os operadores N_i 's e correspondentemente a_i e a_i^\dagger , tal que qualquer estado da Eq. (10) é interpretado como sendo um auto-estado simultâneo dos operadores N_i 's.

$$N_i |n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_\infty \rangle = n_i |n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_\infty \rangle \quad (11)$$

Sendo $\{ |n_1, n_2, \dots \rangle \}$ uma base, qualquer estado do sistema, $|\Psi\rangle$, pode ser escrito como uma combinação linear dos $|n_1, n_2, \dots \rangle$'s,

$$|\Psi\rangle = \sum_{\{n_i\}} C_{n_1, n_2, \dots} |n_1, n_2, \dots, n_\infty \rangle \quad (12)$$

De acordo com a Mecânica Quântica,

$$P = |C_{n_1, n_2, \dots}|^2 \quad (13)$$

representa a probabilidade de encontrar o sistema no estado $|n_1, n_2, \dots \rangle$. Tal representação de estado de multipartículas é dita a representação de Fock. Agora, qual é a forma do Hamiltoniano H do sistema? Para obter a resposta, podemos calcular o valor médio da energia do sistema no estado arbitrário como dado na Eq. (12). O valor esperado da energia será obviamente

$$\begin{aligned} \langle \Psi | H | \Psi \rangle &= \sum_{\{n_i\}} |C_{n_1, n_2, \dots}|^2 [n_1 E_1^0 + n_2 E_2^0 + \dots] \\ &= \langle \Psi | \sum_i E_i^0 N_i | \Psi \rangle \end{aligned} \quad (14)$$

Esta expressão deve valer para qualquer $|\Psi\rangle$, daí concluímos que

$$H = \sum_i E_i^{(0)} N_i \quad (15)$$

Agora, vamos considerar o caso em que as partículas interagem entre si, e o tratamento de partícula independente não seja mais válido. Entretanto, ainda podemos supor que existe uma base da forma Eq. (10), e que o estado do sistema é escrito como na Eq. (12). A única diferença é que os vetores de base da Eq. (10) não são mais auto-estados do Hamiltoniano total, causando transições de um estado a outro. Estas transições são nada mais nada menos do que mudanças nos n_i 's. Uma transição mais elementar será a transição de uma partícula do estado $|i\rangle_{sp}$ para o estado $|j\rangle_{sp}$. Em termo de representação de Fock, isto fica

$$|n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_j, \dots\rangle \rightarrow |n_1, n_2, \dots, n_i-1, \dots, n_j+1, \dots\rangle \quad (16)$$

Nós sabemos que tal mudança do vetor no espaço de Fock pode ser escrita em termo de operador como

$$|n_1, n_2, \dots, n_i-1, \dots, n_j+1, \dots\rangle \cong a_j^\dagger a_i |n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_j, \dots\rangle \quad (17)$$

Em geral, todos os tipos de transição

$$|n_1, n_2, \dots\rangle \rightarrow |n'_1, n'_2, \dots\rangle \quad (18)$$

podem ser descritos pelo operador formado de produtos de a_i 's e a_i^\dagger 's.

Por exemplo, podemos verificar que o potencial de campo médio (operador de um corpo) $U(\mathbf{r})$ na representação de Fock fica (*)

$$U = \sum_i \sum_j \langle j|\sigma|i\rangle a_j^\dagger a_i \quad (19)$$

com

$$\langle j|\sigma|i\rangle = \int d^3\mathbf{r} \phi_j^*(\mathbf{r}) \sigma(\mathbf{r}) \phi_i(\mathbf{r}) \quad (20)$$

onde $\phi_i(\mathbf{r})$ é a função de onda do i -ésimo estado de partícula sim

ples.

O potencial de dois corpos, $V(r_1, r_2)$ fica

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \sum_{k,l} \langle kl | V | ij \rangle a_i^\dagger a_j^\dagger a_l a_k, \quad (21)$$

com

$$\langle kl | V | ij \rangle = \int d^3r_1 d^3r_2 \left\{ \Phi_k^*(r_1) \Phi_l^*(r_2) V(r_1, r_2) \Phi_j(r_1) \Phi_i(r_2) \right\} \quad (22)$$

A dinâmica quântica do sistema, então, em geral, é descrita pela equação de Schrödinger

$$i\hbar \partial_t |\Psi\rangle = (H_0 + H_1) |\Psi\rangle, \quad (23)$$

onde

$$|\Psi\rangle = \sum_{\{n_i\}} C_{n_1, n_2, \dots}(t) |n_1, n_2, \dots\rangle, \quad (24)$$

e

$$H_0 = \sum_i \epsilon_i^{(i)} n_i, \quad (25)$$

$$H_1 = H_1(a_i^\dagger, a_i), \quad (26)$$

com

$$K_i = a_i^\dagger a_i, \quad (27)$$

$$[a_i, a_j^\dagger] = \delta_{ij}, \quad (28)$$

e

$$H_0 |n_i\rangle = \epsilon_i^{(i)} |n_i\rangle. \quad (29)$$

As Eqs. (23) - (29) são apenas uma nova maneira de descrever o problema de muitas partículas idênticas (bósons). na linguagem da representação de Fock.

Para ver a conexão entre isto e a teoria quântica de campos, vamos introduzir a "função de onda", $\phi_i(r)$, do i -ésimo estado de partícula simples. O conjunto $\{\phi_i(r)\}$ forma uma base no

(*) Exercício. Verifique as Eqs. (19) - (22).

espaço de função \mathcal{F} . Por definição, temos

$$\phi_i(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | i \rangle_{SP} = \langle \mathbf{r}^F | a_i^\dagger | 0, 0, \dots \rangle \quad (30)$$

onde $|0, 0, \dots\rangle$ representa o vácuo do sistema, e o ket $|\mathbf{r}^F\rangle$ é o vetor de estado no espaço de Fock, que representa uma partícula na posição \mathbf{r} . A função $\phi_i(\mathbf{r})$ satisfaz à equação diferencial,

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\mathbf{r}) \right\} \phi_i(\mathbf{r}) = E_i^{SP} \phi_i(\mathbf{r}), \quad (31)$$

do nosso caso de modelo de partícula independente. Vamos agora introduzir os operadores de Heisenberg $\phi_i(\mathbf{r}, t)$ pela equação

$$\phi_i(\mathbf{r}, t) = \sum_j \left\{ \phi_j(\mathbf{r}, t) e^{-i E_j^{SP} t / \hbar} a_j \right\}, \quad (32)$$

Pela construção, $\phi_i(\mathbf{r}, t)$ satisfaz à equação de campo

$$i\hbar \partial_t \phi_i(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi_i(\mathbf{r}, t) + U(\mathbf{r}) \phi_i(\mathbf{r}, t). \quad (33)$$

Note que a Eq. (33) é uma equação para operador (visão de Heisenberg).

Vamos estudar o estado $\phi_i^\dagger(\mathbf{r}, t) |VAC\rangle$, com $|VAC\rangle = |0, 0, \dots\rangle$.

Tomando o produto escalar com $\langle \mathbf{r}'^F |$, temos

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r}'^F | \phi_i^\dagger(\mathbf{r}, t) |VAC\rangle &= \\ &= \sum_j \phi_j^*(\mathbf{r}, t) e^{+i E_j^{SP} t / \hbar} \langle \mathbf{r}'^F | a_j^\dagger |VAC\rangle \\ &= \sum_j \phi_j^*(\mathbf{r}, t) e^{+i E_j^{SP} t / \hbar} \phi_j(\mathbf{r}', t) \\ &= \sum_j \langle \mathbf{r}' | i \rangle_{SP} e^{i H_0^{SP} t / \hbar} \langle \mathbf{r} | j \rangle_{SP} \\ &= \sum_j \langle \mathbf{r}' | e^{i H_0^{SP} t / \hbar} | j \rangle \\ &= K(\mathbf{r}', 0; \mathbf{r}, t)_{SP} \end{aligned} \quad (34)$$

que é a amplitude de probabilidade de encontrar na posição r' a partícula criada na posição r no tempo t anterior. Isto é, o propagador de uma partícula.

A Eq. (34) pode ser re-escrita na forma

$$\begin{aligned} K(r', t'; r, t)_{sp} &= \langle \text{VAC} | \Phi(r', t') \Phi^\dagger(r, t) | \text{VAC} \rangle \\ &= \langle \text{VAC} | [\Phi(r', t), \Phi^\dagger(r, t)] | \text{VAC} \rangle. \end{aligned} \quad (35)$$

A regra de comutação Eq. (28) é transcrita para

$$[\Phi(r', t'), \Phi^\dagger(r, t)] \Big|_{t=t'} = \delta(r - r') \quad (36)$$

As Eqs. (33) - (36) resumem o significado de quantização do campo. Isto é, partindo da equação de campo Eq. (33), e introduzindo a regra de comutação Eq. (36) para cada instante t , podemos construir a teoria quântica de muitos corpos, onde cada partícula simples obedece à equação de Schrödinger, idêntica à equação de campo.

Quanto à quantização, Eq. (36), ela tem a forma não familiar do ponto de vista da Mecânica Quântica usual, onde a quantização é feita em termos de comutadores entre duas variáveis (Q_i, P_i) canonicamente conjugadas:

$$[P_i, Q_j] = -i\hbar \delta_{ij}. \quad (37)$$

Contudo, podemos estabelecer a relação de equivalência entre a Eq. (36) e Eq. (37).

A equação de campo, ou seja, a equação de movimento para a "variável" $\phi(r, t)$ do campo é

$$i\hbar \partial_t \phi(r, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi(r, t) + U(r) \phi(r, t). \quad (38)$$

Esta equação pode ser re-escrita na forma do Princípio Variacional

$$\delta I = 0, \quad (39)$$

onde

$$I = \int_{t_1}^{t_2} dt \mathcal{L}[\Phi, \dot{\Phi}],$$

$$\mathcal{L} = \int d^3x \mathcal{L}(\Phi, \nabla\Phi, \dot{\Phi}),$$

$$\mathcal{L} = \psi^* i\hbar \partial_t \psi - \left\{ \frac{\hbar^2}{2m} (\nabla\psi^* \cdot \nabla\psi) + \psi^* U\psi \right\}. \quad (40)$$

Note que estamos tratando $\Phi(x,t)$ como sendo variável do sistema indexado pelo índice contínuo x . A equação de Euler-Lagrange fica

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_t \psi} \right) = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \psi} \quad (41)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_t \psi^*} \right) = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \psi^*} \quad (41)'$$

considerando ψ e ψ^* independentes.

A equação (41) fica

$$i\hbar \partial_t \psi^* = - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi^* - \psi^* U \quad (42)$$

Por outro lado, Eq. (41)' fica

$$U = i\hbar \partial_t \psi + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi - U\psi \quad (42)'$$

Tanto Eq. (42) como a Eq. (41) verificam a equação de movimento

$$i\hbar \partial_t \psi = - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi \quad (43)$$

A Eq. (40) mostra que o momento conjugado à variável é dado por

$$\pi = i\hbar \dot{\psi}^* \quad (44)$$

portanto, o momento conjugado ao ψ^* é identicamente nulo. O fato

de que o momento conjugado de Φ^* é identicamente nulo indica que Φ e Φ^* não são variáveis independentes e que existe algum vínculo entre elas. Mas, desprezando este fato no momento, introduzimos a regra de quantização entre $\pi(x,t)$ e $\Phi(x,t)$ por

$$[\pi(x,t), \Phi(x',t)] = -i\hbar \delta(x-x'). \quad (45)$$

Verificamos que a Eq. (45) nada mais é que a Eq. (36) com a definição de π , dada pela Eq. (44). Assim, vimos que a quantização canônica da variável do campo é equivalente à teoria quântica de muitas partículas.

Só para concluir este exemplo da equação de Schrödinger vamos calcular a Hamiltoniana do sistema. Temos, pela definição de Hamiltoniana

$$\begin{aligned} H &= \int d^3x \{ \pi(x,t) \dot{\Phi}(x,t) - \mathcal{L} \} \\ &= \int d^3x [i\hbar \Phi^* \partial_t \Phi - \Phi^* i\hbar \partial_t \Phi + \{ \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \Phi^* \nabla \Phi + \Phi^* U \Phi \}] \\ &= \int d^3x \{ \Phi^* \{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U \} \Phi \} \\ &= \sum_i a_i^\dagger a_i E_i^{SP} \\ &= \sum_i E_i^{SP} N_i \end{aligned} \quad (46)$$

verificando a Eq. (15).

Até aqui, esquematizamos o significado da 2ª quantização baseado no exemplo de partículas independentes que obedecem à equação de Schrödinger não-relativística. Para um campo relativístico, a equação de onda do campo não é necessariamente interpretada como a equação de Schrödinger para a "função de onda" de partículas simples. Em particular, para equações de campo relativístico, sempre surgem as soluções de frequência negativa que invalidam a interpretação do campo como a função de onda de partícula.

la simples. Este problema é contornado pela introdução de antipartícula na versão de 2ª quantização.

Tomamos o exemplo da Equação de Klein-Gordon,

$$\partial_t^2 \phi - \nabla^2 \phi + \mu^2 \phi^2 = 0 \quad (47)$$

A Lagrangiana que conduz a esta equação de movimento é dada por

$$\begin{aligned} L &= \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} \left(\partial_t \phi^* \partial_t \phi - \nabla \phi^* \cdot \nabla \phi - \mu^2 \phi^* \phi \right) \right. \\ &= \left. \frac{1}{2} \int d^3x \left\{ \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \mu^2 \phi^* \phi \right\} \right. \end{aligned} \quad (48)$$

A Eq. (45) possui as soluções base

$$\begin{aligned} \Phi_{\mathbf{k}}^{(+)}(x, t) &= e^{-i k_\mu x^\mu}, \\ \Phi_{\mathbf{k}}^{(-)}(x, t) &= e^{+i k_\mu x^\mu}, \end{aligned} \quad (49)$$

onde $(x^\mu) = (t, \mathbf{x})$, e

$$k_\mu k^\mu = k_t^2 - \mathbf{k}^2 = \mu^2. \quad (50)$$

Diferente do caso de campo não-relativístico, a "densidade" do campo \mathcal{P} não deve ser definida como sendo

$$\mathcal{P} = \phi^* \phi;$$

que é um escalar, e não uma densidade escalar (*)

Para ter a covariância da teoria, podemos definir relativisticamente as quantidades que aparecem no caso não-relativístico de acordo com o que se segue:

$$\begin{aligned} \int \varphi_2^* \varphi_1 d^4x &\longrightarrow i \int (\varphi_2^* \partial_t \varphi_1 - \varphi_1 \partial_t \varphi_2^*) d^3x \\ &\equiv i \int (\varphi_2^* \vec{\partial}_t \varphi_1) d^3x \end{aligned}$$

(*) $\int \mathcal{P} dV$ deve ser um escalar, mas o elemento de volume dV não é escalar. Portanto \mathcal{P} não deve ser um escalar, mas densidade escalar.

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \int d^3\mathbf{k} e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} a_{\mathbf{k}}$$

$$\rightarrow \psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}}} \left\{ e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} a_{+}(\mathbf{k}) + e^{+i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} a_{-}(\mathbf{k}) \right\},$$

$$a_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \int d^3\mathbf{x} e^{+i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega_{\mathbf{k}}t)} \psi(\mathbf{x}, t)$$

$$\rightarrow \begin{cases} a_{+}(\mathbf{k}) = i \int d^3\mathbf{x} \left\{ e^{+i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \overleftrightarrow{\partial}_t \psi(\mathbf{x}, t) \right\} \\ a_{-}(\mathbf{k}) = -i \int d^3\mathbf{x} \left\{ e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \overleftrightarrow{\partial}_t \psi(\mathbf{x}, t) \right\} \end{cases},$$

Com estas definições e a introdução da quantização

$$[a_{+}(\mathbf{k}), a_{+}^{\dagger}(\mathbf{k}')] = \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$$

$$[a_{-}(\mathbf{k}), a_{-}^{\dagger}(\mathbf{k}')] = \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$$

podemos verificar que o Hamiltoniano do sistema fica

$$\begin{aligned} H &\equiv \int (\pi \dot{\phi} + \pi^{\dagger} \dot{\phi}^{\dagger} - \mathcal{L}) d^3\mathbf{x} \\ &= \frac{1}{2} \int d^3\mathbf{x} \omega_{\mathbf{k}} \left[a_{+}^{\dagger}(\mathbf{x}) \bar{a}_{+}(\mathbf{x}) + a_{-}^{\dagger}(\mathbf{x}) \bar{a}_{-}(\mathbf{x}) \right] \\ &\quad + \text{const.} \end{aligned}$$

que é o resultado esperado.

2.2 - Quebra Espontânea de Simetria

Na seção 2.1, ficou claro que a quantização de campo é equivalente à teoria quântica de muitos corpos quando os estados de partícula-simples são bem definidos. Entretanto, o procedimento de quantização de campo pode ser válido independentemente do conceito de estados de partícula-simples. Neste caso, a interpretação de quantização de campo como uma teoria de muitas partículas fica obscura e, de fato, gera dificuldades intrínsecas, por exemplo,

as infinidades de massa e carga na Eletrodinâmica Quântica. Quando uma teoria satisfaz a certas condições, tais infinidades podem ser absorvidas consistentemente nos parâmetros que aparecem na Lagrangeana do campo. Este tipo de procedimento é conhecido pelo nome de renormalização. Na linguagem da Mecânica Quântica de muitos corpos, a renormalização corresponde à redefinição de estado de partícula simples, através da introdução de massa e carga efetivas. Numa teoria quântica de campo, os estados de partícula-simples são os estados de partícula-livre. Quando falamos de partícula livre, o conceito de vácuo deve ser definido, pois o vácuo é a referência para definir as partículas livres.

Dependendo do sistema de campo, a escolha do vácuo não é unívoca. Esta não-unicidade da escolha do vácuo leva a uma situação curiosa. Apesar de uma Lagrangeana em si possuir uma simetria, a especificação de vácuo pode quebrar a simetria original contida na Lagrangeana, levando a uma situação em que os estados de partícula livre não manifestam esta simetria. Este mecanismo é chamado de quebra espontânea de simetria e desempenha papel importante nas teorias quânticas de campos modernas. Aqui, veremos um exemplo simples.

Vamos considerar a equação de campo da forma:

$$\partial_t^2 \phi - \nabla^2 \phi + \phi \frac{\partial V}{\partial \phi^2} = 0, \quad (1)$$

onde $V = V(\phi^2)$ é chamado o potencial do campo. Quando $V = \mu^2 \phi^2$, Eq. (1) reduz-se à equação de Klein-Gordon.

A densidade de Lagrangeana para Eq. (1) é dada por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \{ \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V \}. \quad (2)$$

A Hamiltoniana é dada por

$$H = \int d^3x \frac{1}{2} \{ (\partial_t \phi)^2 + (\nabla \phi)^2 + V \} \quad (3)$$

Note que o mínimo de H é atingido pela configuração do campo

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 = \text{const.} \quad (4)$$

onde

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \Phi} \right|_{\Phi=\Phi_0} = 0, \quad (5)$$

e

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial \Phi^2} \right|_{\Phi=\Phi_0} \geq 0 \quad (6)$$

Para o caso de Klein-Gordon, este mínimo é de fato dado por

$$\Phi_0 = 0. \quad (7)$$

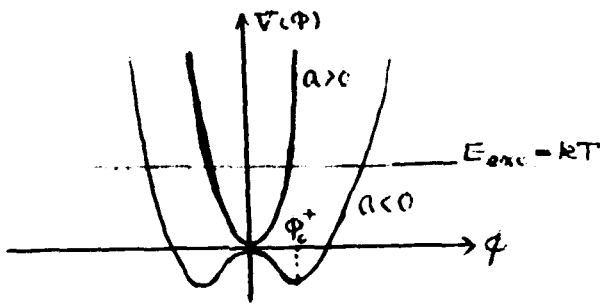


Fig. 1

Agora vamos considerar o caso em que o potencial V é dado por

$$V(\varphi^2) = a\varphi^2 + \lambda\varphi^4 \quad (8)$$

onde $\lambda \geq 0$. (Isto é necessário para garantir a estabilidade do campo φ). Quando $a = \mu^2 > 0$, φ_0 é sempre dado pela Eq. (7), isto é, o vácuo corresponde a $\varphi = 0$. Agora se $a = -\nu^2 < 0$, então existem duas soluções para φ_0 :

$$\Phi_0 = \pm \sqrt{\nu^2/\lambda} \quad (9)$$

À primeira vista, parece estranho escolher o valor de "a" negativo, pois o termo $a\varphi^2$ corresponde ao termo de massa da Equação de Klein-Gordon. Entretanto, podemos ver que isto é possível com uma redefinição de estados para partícula livre.

Suponha que o espaço é preenchido completamente pelo campo φ , com $\varphi = \varphi_0^{(+)} = +\sqrt{\nu^2/\lambda}$. Como este estado corresponde ao mínimo de energia do sistema, qualquer observador consideraria que ele

está num vácuo. Agora, vamos por o campo no estado de oscilação em torno do valor $\phi_0^{(+)}$. Isto é

$$\phi(x, t) = \phi_0^{(+)} + \eta(x, t). \quad (10)$$

Ainda vamos supor que a amplitude $\eta(x, t)$ seja bem pequena comparada a $\phi_0^{(+)}$, tal que os termos de ordem superior a η^2 sejam desprezíveis. Substituindo a Eq. (10) na Eq. (9), temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \left[\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \left(a(\phi_0^{(+)} + \eta)^2 + \frac{1}{2} \lambda (\phi_0^{(+)} + \eta)^4 \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \left(a\phi_0^{(+)^2} + \frac{1}{2} \lambda \phi_0^{(+)^4} \right) - a\eta^2 + 3\lambda \phi_0^{(+)^2} \eta^2 + O(\eta^3) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - 2\nu^2 \eta^2 \right\} + O(\eta^3) + \text{const.} \end{aligned} \quad (11)$$

Esta densidade de Lagrangeana indica que o campo η , quando sua amplitude de oscilação é pequena, se comporta como campo de Klein-Gordon com massa $m^2 = 2\nu^2 > 0$.

Este exemplo mostra que, mesmo um observador tendo detectado uma partícula que obedece à equação de Klein-Gordon, ele não conclui necessariamente que a Lagrangeana do sistema de campo é dada pela equação tipo 2.1-(47). Uma onda tipo Klein-Gordon apenas representa pequenas oscilações de algum campo em torno do vácuo físico. Este ponto de vista, quando associado ao conceito de simetria apresentado pelo campo, abre uma nova perspectiva para a teoria de campos.

No exemplo do "potencial" dado pela Eq. (8), o sistema do campo possui a simetria $\phi \rightarrow \phi' = -\phi$. No entanto, para um observador que toma sua referência no vácuo $\phi_{vac} = \phi_0^{(+)}$, o comportamento do estado de partícula η não possui esta simetria.

Consideremos um campo escalar complexo cuja Lagrangeana é dada por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left\{ \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - a \phi^* \phi - \frac{1}{2} \lambda (\phi^* \phi)^2 \right\}, \quad (11)$$

Obviamente esta Lagrangeana possui uma simetria sob a transformação

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha} \phi \quad (12)$$

Pelo teorema de Noether, sabemos que existe uma corrente conservada

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \quad (13)$$

onde

$$j^\mu = \frac{1}{2i} (\phi^* \overleftrightarrow{\partial}_\mu \phi) \quad (14)$$

Por outro lado, se $a = -\nu^2 < 0$, vemos que $\phi = 0$ não corresponde ao mínimo da energia do sistema. O mínimo é dado pelos valores de ϕ_0 que satisfazem

$$|\phi_0|^2 = \nu^2/\lambda, \quad (15)$$

ou

$$\phi_0 = e^{i\delta} \sqrt{\nu^2/\lambda}, \quad \delta \text{ real}. \quad (16)$$

Qualquer valor de δ dá o mínimo de energia total. Suponhamos, agora que o espaço é preenchido por ϕ com um valor particular de δ , digamos 0. Neste caso, o vácuo que nós identificamos é

$$\phi \rightarrow \phi_{VAC} = \sqrt{\nu^2/\lambda}, \quad (17)$$

e descreveremos o estado de ϕ através do desvio do vácuo ϕ_{VAC} . Introduzimos então nova variável η ,

$$\phi(x, t) = \phi_{VAC} + \eta(x, t), \quad (18)$$

temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \left[\partial_\mu \eta^* \partial^\mu \eta - \left\{ -\nu^2 (\phi_{VAC} + \eta)^* (\phi_{VAC} + \eta) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\lambda}{2} |(\phi_{VAC} + \eta)|^4 \right\} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\partial_\mu \eta^* \partial^\mu \eta - \left\{ -\nu^2 \phi_{VAC}^2 + \frac{1}{2} \phi_{VAC}^4 + \lambda \phi_{VAC}^3 (\eta + \eta^*) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \nu^2 \phi_{VAC} (\eta + \eta^*) - \nu^2 \eta^* \eta + \frac{1}{2} \lambda \phi_{VAC} (\eta + \eta^*) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \dots \right\} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \partial_\mu \eta^* \partial^\mu \eta - \frac{\nu^2}{2} (\eta^* + \eta)^2 - \nu^2 (\eta^* + \eta) \eta^* \eta + O(\eta^4) \right\} + \text{const.} \quad (19) \end{aligned}$$

Esta Lagrangeana não é mais invariante sob a transformação

$$\eta \rightarrow \eta' = e^{i\alpha} \eta \quad (20)$$

Vamos introduzir a mudança de variável

$$\phi_1 = \frac{1}{2}(\eta^* + \eta) = R e^{i\alpha} \quad (21)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2i}(\eta - \eta^*) = S e^{i\alpha} \quad (22)$$

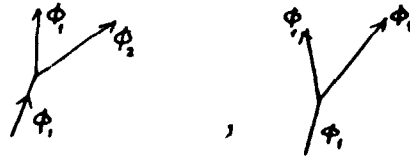
Então

$$\eta^* \eta = \phi_1^2 + \phi_2^2 \quad (23)$$

e,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \int \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 + \partial_\mu \phi_2 \partial^\mu \phi_2 - 2\nu^2 \phi_1^2 - \nu^2 \phi_2^2 + O(\phi^4) \quad (24)$$

Podemos interpretar esta Lagrangeana como o sistema de dois campos ϕ_1 e ϕ_2 em interações onde ϕ_1 é o campo de Klein-Gordon de massa $m^2 = 2\nu^2$, e ϕ_2 de massa nula, a sua interação é esquematizada pelo gráfico abaixo.



Os dois modos de oscilação ϕ_1 e ϕ_2 são os modos normais de oscilação do campo ϕ em torno do vácuo $\phi = \phi_{vac}$. Para um observador, estes modos se manifestam como duas partículas inteiramente distintas com massas $m_1^2 = 2\nu^2$ e $m_2 = 0$, respectivamente.

Assim, duas partículas à primeira vista completamente diferentes podem ser descritas unificadamente por uma mesma Lagrangeana.

O ponto importante deste tipo de unificação é que quando o sistema está à altíssima excitação, a restituição da simetria pode ocorrer. Por exemplo, se o sistema está em equilíbrio com $kT = E_{exc}$ (ver Fig. 1), o observador jamais distinguirá as partículas ϕ_1 e ϕ_2 . Este tipo de restituição de simetria é esperado ter ocorrido nos primeiros instantes do nascimento do Universo.

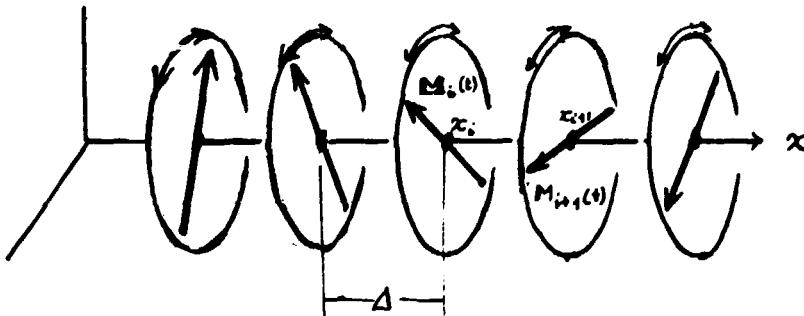
Quem sabe se não observaremos, um dia, no Laboratório tal restrição de simetria ?

2.3 - Invariância de Gauge

A invariância de Gauge foi primeiramente descoberta na teoria do eletromagnetismo. Inversamente, a exigência da invariância de Gauge com o acoplamento mínimo^(*) pode reconstruir a eletrodinâmica completamente. Hoje, existe uma forte expectativa de que todas as interações existentes na Natureza possam ser unificadas através de uma teoria de gauge com algum mecanismo de quebra espontânea de simetria. A teoria de Salam-Weinberg é um exemplo e que unificou as interações eletromagnética e fraca.

Do ponto de vista de quantização de campo, uma teoria de gauge tem uma grande vantagem no sentido de que ela é renormalizável.

Aqui, através de um exemplo simples, vamos estudar como a exigência de invariância de gauge especifica a forma da interação. Consideremos um sistema de momentos de dipolos magnéticos, M_i 's, colocados numa reta com igual espaçamento Δ (Fig. 2). Supomos que os dipolos possam girar livremente em planos perpendiculares à reta.



Ainda admitimos que cada dipolo interage somente com os dipolos adjacentes através da interação dipolar

$$V_{i,i+1} \sim -M_i M_{i+1} = \frac{1}{2} (M_{i+1} - M_i)^2 + \text{Const } \tau. \quad (1)$$

^(*) Um procedimento para obter a invariância de Gauge local pela substituição de derivadas parciais na equação de campo por derivadas covariantes (ver mais adiante).

onde os vetores \mathbf{M}_i 's variam com o tempo, mas preservam seus tamanhos, $|\mathbf{M}|^2 = \text{const.}$ Denotando o momento de inércia de cada dipolo por \mathcal{J} , a Hamiltoniana do sistema é escrita como

$$H = \frac{1}{2} \mathcal{J} \sum_i \left(\frac{dM_i}{dt} \right)^2 + \frac{k}{2} \sum_i (M_{i+1} - M_i)^2 \quad (2)$$

No limite de $\Delta \rightarrow 0$, temos

$$H = \frac{1}{2} \int dx \left\{ \left(\frac{1}{c} \frac{\partial M(x,t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right\}, \quad (3)$$

onde escrevemos

$$c \equiv 1/\mathcal{J}, \quad (4)$$

$$M(x,t) \equiv \lim_{\Delta \rightarrow 0} \sqrt{\frac{k}{\Delta}} M_i \quad (5)$$

A Eq. (3) leva à propagação de onda livre

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = 0, \quad (6)$$

para o campo vetorial $\mathbf{M} = \mathbf{M}(x,t)$. Se impomos que a integral

$$\int M^2(x,t) dx = \text{const}, \quad (7)$$

teremos a Hamiltoniana efetiva

$$\begin{aligned} H_{\text{eff}} &\equiv H + \frac{1}{2} \mu^2 \int M^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \int dx \left\{ \left(\frac{1}{c} \frac{\partial M}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial x} \right)^2 + \mu^2 M^2 \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

cuja densidade de Lagrangeana \mathcal{L}_{eff} fica

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial M}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial M}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \mu^2 M^2 \quad (9)$$

onde μ^2 é um multiplicador indeterminado de Lagrange.

Até aqui, é implicitamente suposto que o vetor \mathbf{M} é mensurável universalmente em todo instante t e para toda posição x . Mas isto não é uma suposição trivial. Consideremos uma situação em que o vetor \mathbf{M} num ponto do espaço-tempo (x,t) é mensurável somente através de suas componentes em relação ao sistema de referência local

zado na posição de cada dipolo. Em outras palavras, no ponto (x, t) , são definidos os vetores ortonormais $\{ \mathbf{e}_1(x, t), \mathbf{e}_2(x, t) \}$ através dos quais o vetor \mathbf{M} é expresso por

$$\mathbf{M}(x, t) \rightarrow \mathcal{P}(x, t) = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T(x, t) \cdot \mathbf{M}(x, t) \\ \mathbf{e}_2^T(x, t) \cdot \mathbf{M}(x, t) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

O vetor coluna \mathcal{P} é a única forma de expressar \mathbf{M} em termos de seus componentes. Um observador tenta descrever a dinâmica do sistema através da quantidade \mathcal{P} , pois esta é a única informação que ele pode perceber. Qual será a imagem do sistema para este observador? Como os sistemas de referência $\{ \mathbf{e}_1(x, t), \mathbf{e}_2(x, t) \}$ não são "calibrados" entre eles (os sistemas são diferentes para diferentes pontos), a dinâmica do campo vetorial \mathcal{P} carrega o efeito da variação do sistema de referência de um ponto a outro. Isto é, o observador do campo \mathcal{P} conclui que o campo \mathcal{P} está sob interação com outro campo.

Vamos denotar por $U(x, t)$ a matriz construída com os vetores linha $\mathbf{e}_1^T(x, t)$ e $\mathbf{e}_2^T(x, t)$,

$$U(x, t) = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T(x, t) \\ \mathbf{e}_2^T(x, t) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

A Eq. (10) é re-escrita como

$$\mathcal{P}(x, t) = U(x, t) \mathbf{M}(x, t). \quad (12)$$

A densidade de Lagrangeana Eq. (9) fica escrita em termos de \mathcal{P} sendo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{c^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (U^{-1} \mathcal{P}) \right\}^2 - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (U^{-1} \mathcal{P}) \right\}^2 - \mu^2 (U^{-1} \mathcal{P})^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{c^2} \left\{ \frac{\partial U^{-1}}{\partial t} \mathcal{P} + U^{-1} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \right\}^2 - \left\{ \frac{\partial U^{-1}}{\partial x} \mathcal{P} + U^{-1} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} \right\}^2 - \mu^2 \mathcal{P}^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{c^2} \left\{ \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} - i A_x(x, t) \mathcal{P} \right\}^2 - \left\{ \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} - i A_x(x, t) \mathcal{P} \right\}^2 - \mu^2 \mathcal{P}^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\left\{ (\partial_\mu - i A_\mu) \mathcal{P} \right\}^2 - \mu^2 \mathcal{P}^2 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

onde

$$\begin{aligned} A_t &= i U \frac{\partial U^{-1}}{\partial t} \\ A_x &= i U \frac{\partial U^{-1}}{\partial x} \end{aligned} \quad (14)$$

são os campos matriciais hermitianos independentes de φ . Na Eq. (13) utilizamos a propriedade (*)

$$U^{-1} = U^T \quad (15)$$

Note-se que a Eq. (13) tem a forma da Lagrangeana do campo de Klein-Gordon sob a interação com o campo eletromagnético A_μ ($\mu = t, x$).

Agora, vamos considerar um outro observador para o qual os sistemas de referência são diferentes dos do primeiro. Para o segundo observador, o campo é expresso por

$$\varphi' = U'(x, t) \varphi(x, t) \quad (16)$$

onde U' e U são relacionados por

$$U' = \Lambda(x, t) U(x, t) \quad (17)$$

ou

$$\varphi' = \Lambda(x, t) \varphi \quad (16')$$

A mesma Lagrangeana para o segundo observador terá a forma

$$\mathcal{L}'_{eff} = \frac{1}{2} [\{ (\partial_\mu - i A'_\mu) \varphi' \}^2 - \mu^2 \varphi'^2] \quad (18)$$

onde

$$A'_t = i U' \frac{\partial U'^{-1}}{\partial t} = \Lambda A_t \Lambda^{-1} + i \Lambda \frac{\partial \Lambda^{-1}}{\partial t}, \quad (19)$$

$$A'_x = i U' \frac{\partial U'^{-1}}{\partial x} = \Lambda A_x \Lambda^{-1} + i \Lambda \frac{\partial \Lambda^{-1}}{\partial x} \quad (20)$$

As Eqs. (16'), (19), (20) e (18) resumem a invariância da Lagrangeana sob a transformação de gauge. Isto é,

(*) Problema: Prove que A_μ é hermitiano.

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L} \quad (*) \quad (21)$$

com

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \Lambda \varphi,$$

e

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = \Lambda A_\mu \Lambda^{-1} + i \Lambda \partial_\mu \Lambda^{-1}. \quad (22)$$

O modelo simples apresentado acima para visualização do significado da invariância sob transformação de gauge pode ser generalizado facilmente. Vamos considerar o sistema de n -espécies de partículas livres "essencialmente idênticas", tal que cada espécie de partícula é representada pelo campo φ_i . Neste caso, a dinâmica do sistema seria representada pela densidade de Lagrangeana para partículas livres (i.e., Klein-Gordon para bosons e a Eq. de Dirac para férmions). Aqui, só por simplicidade, consideramos o caso bôsonico

$$\mathcal{L}_{\text{Livre}} = \frac{1}{2} \{ \partial_\mu \varphi^\dagger \cdot \partial_\mu \varphi - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi \}, \quad (23)$$

onde φ é o vetor coluna,

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix} \quad (24)$$

Agora, supomos que a identificação da espécie de partícula só é possível através do campo de gauge A_μ (o campo matricial). Isto é, a Eq. (24) é uma consequência da identificação da espécie de partícula tal como no caso da medição das componentes do vetor \mathbf{M} (Eq. (10)). Assim, a densidade de Lagrangeana deve ser invariante sob a transformação

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \Lambda \varphi \quad (25)$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = \Lambda A_\mu \Lambda^{-1} + \frac{i}{g} \Lambda \partial_\mu \Lambda^{-1} \quad (26)$$

(*) Problema: Mostre que, numa correspondência para um campo complexo φ ,

$$\varphi = (\text{Re } \varphi, \text{Im } \varphi)$$

a transformação de gauge fica

$$\varphi \rightarrow \varphi' = e^{i\alpha} \varphi$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \alpha$$

Tal Lagrangeana é obtida pela substituição

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ig A_\mu \quad (27)$$

onde g é uma constante, e D é chamado de derivada covariante. O resultado é

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left\{ \varphi^\dagger (\overleftarrow{\partial}_\mu + ig A_\mu^\dagger) \cdot (\partial_\mu - ig A_\mu) \varphi - \mu^2 \varphi^\dagger \cdot \varphi \right\} \quad (28)$$

A Eq. (28) especifica como o campo φ interage com o campo de gauge A_μ (o campo matricial, $n \times n$, hermitiano). Adicionando o termo de "energia cinética" do campo A_μ , dado por

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} \text{Tr} \{ F_{\mu\nu} \cdot F^{\mu\nu} \}, \quad (29)$$

a Lagrangeana do sistema de n -espécies de partículas + campo de gauge fica

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \frac{1}{2} \left\{ \varphi^\dagger (\overleftarrow{\partial}_\mu + ig A_\mu^\dagger) \cdot (\partial_\mu - ig A_\mu) \varphi - \mu^2 \varphi^\dagger \cdot \varphi \right\} \\ - \frac{1}{4} \text{Tr} \{ F_{\mu\nu} \cdot F^{\mu\nu} \} \end{aligned} \quad (30)$$

O tensor $F_{\mu\nu}$ (matriz $n \times n$) é dado por

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{ig} [D_\mu, D_\nu] \\ &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ig [A_\mu, A_\nu]. \end{aligned} \quad (31)$$

2.4 - Cromodinâmica Quântica

Historicamente, os quarks foram introduzidos como constituintes dos hadrons, a fim de explicar a espectroscopia (classificação e regras de seleção) dos hadrons em termos de "cálculos combinatórios" (teoria de grupo) de três números quânticos (número bariônico, carga elétrica e estranheza) conhecidos até aquela época. Estes números quânticos caracterizam o modo de interação eletromagnética e interação fraca entre hadrons, mas a interação for-

te é independente destes números quânticos. As propriedades representadas pelos números quânticos acima mencionados são referidas como sabores. Posteriormente, o número total de sabores distintos foi estendido para incluir charme, bottom e top. Na Tabela I mostramos alguns hadrons como composições de quarks.

TABELA I

TIPO	PARTÍCULA	Nº quântico que constitui sabor				COMPOSIÇÃO
		Nº BARIÔNICO	CARGA ELÉTRICA	ESTRANHEZA	CHARME	
QUARKS	u	1/3	2/3	0	0	
	d	1/3	-1/3	0	0	
	s	1/3	-1/3	-1	0	
	c	1/3	2/3	0	1	
BARIONS	p	1	+1	0	0	uud
	n	1	0	0	0	udd
	Λ	1	0	-1	0	uds
	Σ	1	(+1, 0, -1)	-1	0	(uds, uus, dds)
	Ξ	1	0, -1	-2	0	uss, dss
MESONS	π	0	(+1, 0, -1)	0	0	$u\bar{d}, d\bar{d}, \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{d} + \bar{u}d)$
	K	0	(+1, 0, 0, -1)	+1, -1	0	$(u\bar{s}, d\bar{s}, \bar{u}s, \bar{d}s)$
	η	0	0	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{d} - \bar{u}d)$

Apesar dos vários sucessos do modelo, os quarks só tomaram uma existência mais real e concreta ao invés de um simples caráter especulativo, quando as experiências de leptons a altíssimas energias começaram a ser viáveis na década dos 70. Especificamente, as colisões profundamente inelásticas permitem obter os fatores de forma dos hadrons, os quais deram forte indicação da existência de partículas constituintes que carregam os números quânticos de sabor dentro de um hadron.

O problema é, então, responder às seguintes questões :

Qual é a força que interliga e confina os quarks dentro de um hadron, de tal maneira que eles nunca podem ser observados isoladamente? Qual é a interação forte entre hadrons?

Uma saída para este problema foi encontrada quando os físicos perceberam a existência de um novo conjunto de números quânticos que caracterizam os quarks. Os quarks, além de números quânticos de sabor, carregam ainda um outro conjunto de números quânticos, chamados de "cor", que distinguem quarks de mesmo sabor. Vários dados experimentais indicam que há três estados de cor para um quark de mesmo sabor. Por outro lado, os hadrons observados não manifestam este grau de liberdade de cor, ou melhor, todos os hadrons estão num único estado de cor. Do ponto de vista da teoria de grupo para a simetria de cor dos quarks, o estado de hadrons corresponde ao estado escalar (singlete) de cor. Na linguagem de cor, o confinamento dos quarks é enunciado pela seguinte expressão: Os estados observáveis, na forma de hadrons, só podem ser realizados para o estado singlete de cor (cor branca).

A Cromodinâmica é uma teoria de gauge, cuja simetria de gauge é a simetria de três estados de cor dos quarks. O grupo é SU(3).

Denotamos os campos de Dirac (espinores) para três estados de cor em termo do vetor coluna

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_b \\ \psi_g \end{pmatrix}, \quad (1)$$

onde os índices r, b e g representam os três estados básicos de cor. Na Eq. (1), cada componente ψ_i é um espinor de Dirac, e carrega ainda o índice de sabor. Mas, como a parte da interação forte é independente deste índice de sabor, omitimos este índice, exceto quando estritamente necessário.

O grupo de simetria de cor é, então, representado através de um grupo de matrizes unitárias 3x3, cujo determinante é +1 (SU(3)). Uma transformação de gauge será escrita por

$$\Psi \rightarrow \Psi' = U \Psi \quad (2)$$

Segundo o procedimento da seção 3.1, a Lagrangeana para partícula livre do campo de Dirac

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \bar{\Psi} (i \not{\partial} + m) \Psi \quad (3)$$

é transformada para satisfazer à invariância de gauge SU(3),

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i \not{\partial} - g \mathbf{A} + m) \Psi - \frac{1}{4} \text{Tr} [F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}], \quad (4)$$

onde

$$\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu, \quad (5)$$

$$\mathbf{A} = \tau^a A_\mu, \quad (6)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - \frac{g}{3} [A_\mu, A_\nu]. \quad (7)$$

O campo A_μ é uma matriz hermitiana cujo traço é nulo

$$\text{Tr} (A_\mu) = 0, \quad (8)$$

o que é consequência de nossa escolha do SU(3),

$$\det U = +1. \quad (9)$$

Sob a transformação da Eq. (2), o campo matricial A deve se transformar como

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = U A_\mu U^{-1} + \frac{i}{g} U \partial_\mu U^{-1} \quad (10)$$

para manter a densidade de Lagrangeana Eq. (4) invariante.

A Eq. (4) é a Lagrangeana de um sistema dinâmico tal como descrito pela Cromodinâmica. A versão quântica deste sistema é descrita pela Cromodinâmica Quântica (QCD).

O campo matricial A_μ contém 8 componentes independentes. Ou seja, existem 8 campos de gauge, e eles são chamados de campos de gluons, i.e., existem 8 gluons.

Existem inúmeras maneiras de construir o estado singlete de cor por combinação de quarks. Os mais simples são

$$|\text{branco}\rangle \simeq [|g\rangle |\bar{g}\rangle + |b\rangle |\bar{b}\rangle + |r\rangle |\bar{r}\rangle] \quad (11)$$

ou

$$|\text{branco}\rangle \simeq \sum_{\text{perm}} (-1)^P |b\rangle |g\rangle |r\rangle \quad (12)$$

que correspondem, respectivamente, a mesons e a barions. η - \bar{s} repre

senta o estado de antipartícula (anti-cor). A existência ou não de estados de singlete de cor mais complexa (estados exóticos) na Natureza ainda não é conhecida.

Pela analogia das estruturas da QCD e da QED, podemos especular que o seguinte paralelismo entre os dois sistemas seja válido:

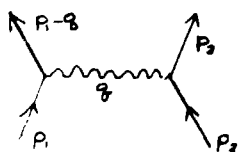
QED	QCD
Carga elétrica e	Carga de cor g
Estados de carga ± 1	Estados de cor $\pm \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\pm \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\pm \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
Fótons	Gluons
Neutralidade	Estados de cor branca
Átomos	Hadrons
Moléculas	Núcleos
Forças atômica e molecular (força de troca ou Van der Waals).	Interação forte usual e forças nucleares

Como se vê, a QCD possui aspectos bem análogos à QED. Entretanto, há uma diferença fundamental; a equação de movimento de gluons na QCD é não linear, enquanto que a QED é linear no campo eletromagnético. Esta não linearidade vem do termo do comutador na Eq. (7), e reflete a natureza não Abelianiana do grupo SU(3).

Esta diferença gera várias consequências nas propriedades de um sistema QCD que ficam assim profundamente distintas quando comparadas com as da QED. Por exemplo, a não linearidade do campo de gluon implica a auto-interação entre gluons. Isto é, os gluons não são neutros em relação à cor, diferindo do caso do fóton que é eletricamente neutro. Espera-se que este fato seja uma chave para esclarecer o mecanismo do confinamento. Apesar de não ter sido comprovado teoricamente, vamos especular sobre uma imagem intuitiva para ver como esta auto-interação entre gluons pode ser o mecanismo do confinamento. Consideramos uma carga e uma anticarga de cor colocadas à distância r . As cargas são fonte e sumidouro das

"linhas de força" (campo de gluon). Se não tivesse a auto-interação entre gluons, as linhas de força nascidas de uma carga tenderia a espalhar isotropicamente no espaço devido à energia cinética dos gluons, tal como no caso do eletromagnetismo. Neste caso, a força entre as duas cargas obedece à lei de Coulomb $\sim 1/r^2$, pois a densidade das linhas de força decresce com $\sim 1/r^2$. A autointeração entre gluons altera esta situação, na medida em que ela tende a agrupar as linhas de força, formando uma espécie de "tubo" de linhas de força. Assim, a densidade de linhas de força independe de r , exatamente como no caso do eletromagnetismo unidimensional. Se acontece isto, a força entre as duas cargas fica independente de r , e conseqüentemente a energia necessária para separar as cargas cresce linearmente com a distância entre elas. Isto seria o confinamento, pois seria necessária uma energia infinita para isolar uma carga de cor (Escravidão Infravermelha).

A Escravidão Infravermelha se refere à propriedade da interação entre duas cargas de cor à longa distância. Por outro lado, é conhecido teoricamente que a QCD possui uma propriedade chamada de liberdade assintótica à curta distância. Esta propriedade explica porque o modelo de partons e sua consequência, a propriedade de "scaling" funciona bem nas análises da interação lepton-hadrão à alta energia. Consideremos o processo representado pelo gráfico de Feynmann abaixo, $q = (q_0, \vec{q})$ é o momento transferido. Mesmo no caso de QED, a carga efetiva, após a renormalização, depende do momento transferido q , como consequência da polarização do vácuo, de tal maneira que



$e_{\text{eff}}(q) \rightarrow \infty$ ($q \rightarrow \infty$). Na QCD, a constante de acoplamento efetiva $g_{\text{eff}}(q)$ se comporta como

$$g_{\text{eff}} \sim 1/\log|q|^2 \quad (13)$$

mostrando que para $|q| \rightarrow \infty$, $g_{\text{eff}} \rightarrow 0$. Pela relação da transformada de Fourier, $|q| \rightarrow \infty$ implica $r \rightarrow 0$ em termos de distância. Assim

na QCD, as suas cargas de cor se tornam livres da interação, quando a distância entre elas tende a zero (Liberdade Assintótica).

Estas duas propriedades marcantes da QCD, a Escravidão Infravermelha e a Liberdade Assintótica, são embutidas explícita ou implicitamente nos vários modelos semi-fenomenológicos de hadrons, por exemplo, o modelo da sacola. Aqui, vamos mencionar como podemos esperar a existência de duas fases distintas para o sistema que obedece à Cromodinâmica Quântica, como consequência destas duas propriedades.

Consideremos o sistema em equilíbrio estatístico à temperatura T e à densidade ρ . No limite de alta densidade, tal que a interdistância média entre os quarks seja suficientemente pequena, a propriedade de Liberdade Assintótica governa o sistema. Neste limite, o sistema se comporta como sendo um gás ideal de quarks e gluons.

A mesma situação ocorre para o limite de alta temperatura, sendo que agora a interdistância média entre partículas fica reduzida devido ao grande número de produções de pares de quarks-antiquarks. Assim, para alta densidade e/ou temperatura, esperamos uma fase do "plasma" de quarks e gluons.

Por outro lado, para baixa temperatura e densidade, devido ao meio rarefeito, os quarks não se movimentam homogeneamente no espaço, pois o mecanismo da Escravidão Infravermelha favorece energeticamente uma configuração de quarks fortemente correlacionados. A configuração energeticamente mais baixa possível é os quarks formando hadrons. Consequentemente, concluímos que o sistema está na fase de matéria hadrônica.

O argumento acima especula sobre a existência de duas fases distintas de um sistema de Cromodinâmica Quântica em equilíbrio estatístico. De fato, alguns cálculos de QCD à temperatura finita (cálculo de Monte Carlo em QCD da rede) mostraram explicitamente a existência de tais fases. A Fig. 2 é o resultado obtido pelo grupo de Bielefeld onde a densidade de energia (em unidades de densidade de energia de um gás de Stefan-Boltzman para o sistema

de quarks e gluons) é plotado em função do parâmetro de rede Λ que é essencialmente a temperatura do sistema.

Podemos observar uma mudança abrupta da densidade de energia em torno de $\Lambda \simeq \Lambda_{crit}$. O salto do valor da energia é interpreta

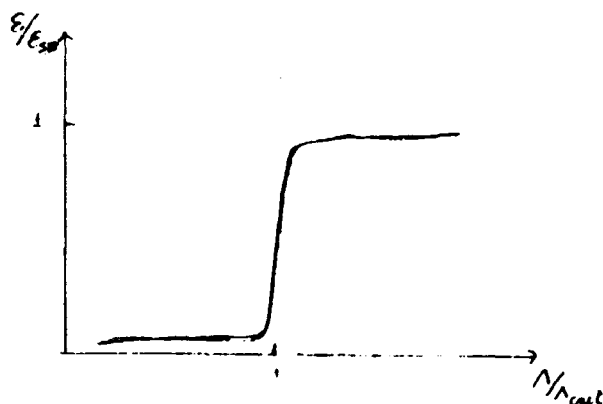


Fig. 2

do como calor latente da transição de fase. A temperatura crítica para esta transição é estimada como da ordem de $150 \sim 200$ MeV/k. Pelo cálculo de Monte-Carlo, não é fácil decidir se a transição é de primeira ordem ou de segunda ordem. Existem alguns argumentos, apesar do ponto ser controverso, que apontam no sentido de a transição ser de primeira ordem.

Como mencionamos na introdução, talvez a comprovação mais direta da teoria de QCD seja a de observar a ocorrência de tal transição de fase numa colisão de núcleos pesados à altíssima energia. Nas seções a seguir, vamos estudar a possibilidade de se tratar o processo de colisões nucleares relativísticas em termos de um modelo semi-fenomenológico.

3 - COLISÃO ENTRE HADRONS À ALTA ENERGIA

Quando dois hadrons colidem à alta energia, o fenômeno mais comum é a produção múltipla de partículas (principalmente mésons π). O processo de produção múltipla, sem dúvida, desempe

nha papel importante nas colisões de íons pesados ultra-relativísticos. No tratamento teórico da colisão núcleo-núcleo, precisamos de um modelo o mais simples possível, que pelo menos reproduza o essencial do aspecto dinâmico do mecanismo de produção múltipla. Aqui, em primeiro lugar, vamos resumir algumas características essenciais da produção múltipla no caso de próton-próton. A seguir, investigamos a possibilidade de descrever estas características por um modelo bem simples, visando à aplicação deste modelo em processos núcleo-núcleo.

3.1 - Aspectos da Produção Múltipla

Os estados finais do processo de produção múltipla são complexos, e é difícil de especificá-los de maneira unívoca, pois o número de graus de liberdade é enorme. Assim, utilizamos as quantidades inclusivas ou semi-inclusivas para representar os aspectos básicos dos estados finais. As quantidades inclusivas mais comumente usadas são: (a) a distribuição em rapidez (ou pseudo-rapidez); (b) a distribuição em p_T (ou p_T^2); (c) espectro de partícula dominante ("leading particle"); (d) distribuição de multiplicidade. Para as quantidades semi-inclusivas, existem dados sobre: (e) correlação entre multiplicidade e rapidez; (f) correlação $\langle p_T \rangle - \langle x \rangle$ (efeito Gaivota); (g) correlação entre duas partículas dominantes; (h) correlação de rapidez de duas partículas; (i) correlação entre rapidez e carga. Aqui, a fim de ilustrar a característica básica da produção múltipla na colisão próton-próton, tocaremos apenas nas três quantidades a seguir.

(a) - Distribuição em Rapidez (ou pseudo-rapidez)

A rapidez y é uma variável que representa a componente da velocidade de uma partícula ao longo do eixo escolhido, digamos o eixo z . Para uma partícula relativística, a velocidade β_z em si tende a degenerar para um único valor, $\beta_z \rightarrow 1$, e não será conveni-

ente para descrever o estado. A rapidez é, então, definida por

$$\begin{aligned} y &= \cosh^{-1} \gamma_z \\ &= \sinh^{-1} \beta_z \gamma_z \end{aligned} \quad (1)$$

onde γ_z é o fator de Lorentz, $\gamma_z = (1 - \beta_z^2)^{-1/2}$.

A velocidade β_z é relacionada com o momento

$$P_z = m_0 \beta_z \gamma, \quad (2)$$

onde

$$\gamma = E/m_0 \quad (3)$$

é o fator de Lorentz total, com E a energia total da partícula,

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{m_0^2 c^4 + P^2 c^2} \\ &= \sqrt{m_0 c^4 + (P_T^2 + P_z^2) c^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

e m_0 a massa de repouso. Na Eq. (4), P_T representa o momento transversal a Z . A rapidez fica re-escrita como

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + P_z c}{E - P_z c} \right). \quad (5)$$

Pela definição da rapidez, Eq. (1) ou (5), podemos verificar facilmente que a transformação de Lorentz na direção Z , do sistema em que a partícula tem o momento P_z para um outro sistema em que a partícula tem $P_z' = 0$, é dada por

$$\begin{pmatrix} P_z' \\ E' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh y & -\sinh y \\ -\sinh y & \cosh y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_z \\ E \end{pmatrix}. \quad (6)$$

A variável rapidez tem uma vantagem particular, no sentido de que ela sofre apenas um deslocamento no seu valor sob uma transformação de Lorentz na direção Z . Consequentemente, a diferença de rapidez de duas partículas é uma invariante sob a transformação de Lorentz nesta direção. Em particular, escolhendo o eixo X na direção do feixe incidente, a distribuição em rapidez, $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dy}$, das partículas produzidas não altera sua forma quando se passa do sistema CM para o sistema LAB, e vice-versa, mas apenas se desloca no eixo y .

A característica básica da distribuição em rapidez das

partículas produzidas é ilustrada na Fig. 3. As diferentes curvas correspondem às diferentes energias incidentes, E_{in} . Como se vê, o acréscimo da energia incidente tem o efeito de alongar a distribuição em rapidez mais para grandes valores de y do que para aumento vertical na região de $y \approx 0$

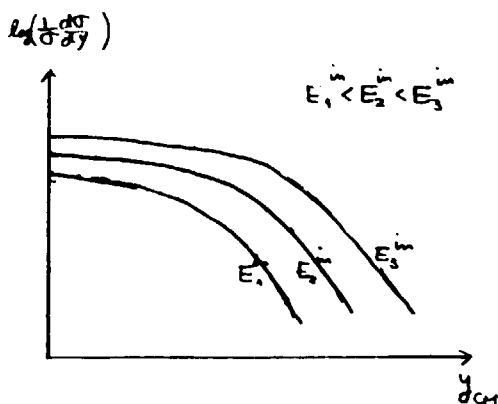


Fig. 3

(região central), tendendo a formar um patamar nesta região. Esta tendência pode dar uma imagem de que o aumento da energia incidente seja transformada, além de produzir mais partículas, predominantemente em energia cinética na direção Z das partículas finais.

Para os casos em que as energias finais são muito grandes, comparadas com a massa de repouso, é usado frequentemente a quantidade chamada pseudo-rapidez, definida por

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p + p_z}{p - p_z} \right). \quad (7)$$

Quando $E \gg m_0 c^2$, então $E \approx pc$, portanto $\eta \approx y$. A pseudo-rapidez é particularmente útil, já que podemos re-expressar a Eq. (7) como

$$\eta = \ln \tanh \frac{\theta}{2}, \quad (8)$$

onde $\theta = p_z/p$ é o ângulo azimutal da partícula em relação ao eixo Z . Assim, a distribuição em pseudo-rapidez é equivalente à distribuição angular das partículas finais. A Eq. (8) é particularmente útil, pois com ela nem a energia nem o momento da partícula são necessários para levantar a distribuição em pseudo-rapidez.

(b) - Distribuição em P_T

Uma outra variável independente de y , que caracteriza o estado cinemático de uma partícula é naturalmente a componente transversal do momento, P_T . Note-se que P_T é uma quantidade invariante sob a transformação de Lorentz na direção Z . A distribui-

ção em P_T , $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dP_T^2}$ é mostrada na Fig. 4.

Diferentemente do caso da distribuição em y , a distribuição em P_T praticamente não varia sua forma com a energia incidente, exceto nos eventos raros da região de P_T grande. Esta propriedade é consistente com a im

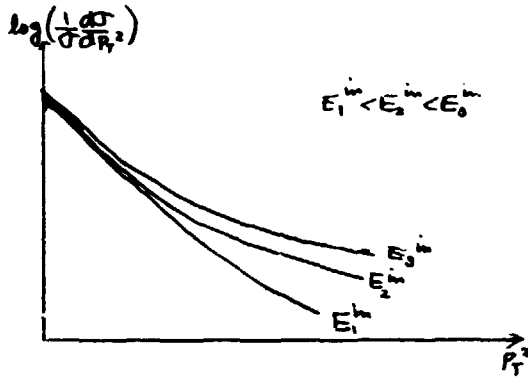


Fig. 4

agem descrita no ítem de distribuição em rapidez. Isto é, o aumento da energia incidente parece ser distribuído nas energias cinéticas na direção z das partículas finais, sem aumentar as componentes transversais do momento.

(c) - Espectro da Partícula Dominante ("leading particle")

Uma outra propriedade importante, observada no processo de próton-próton, é o comportamento dos prótons incidentes depois da colisão. Para representar o estado cinemático do próton, é comumente utilizado a variável x definida por

$$x = P_z / P_0 \tag{9}$$

onde P_0 é o momento incidente no CM. Para grandes valores da energia incidente, podemos aproximar a Eq. (9) por

$$x = 2P_z / \sqrt{s} \tag{10}$$

onde \sqrt{s} é a energia total do sistema no CM. Na Fig. 5, é ilustrado o espectro do próton com respeito a x . As características marcantes deste espectro são sua constância na larga faixa de valores de x , e o pico acentuado na região $x \approx 1$.

O pico próximo a $x = 1$ é devido ao processo difrativo,

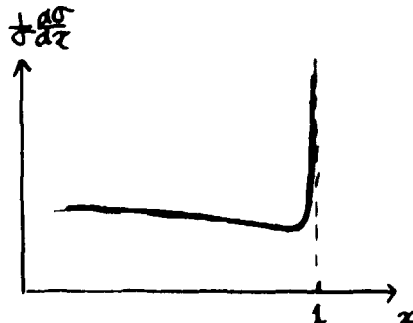


Fig. 5

onde o mecanismo de produção de partícula é essencialmente a excitação de um dos prótons (ou ambos) e seu decaimento em seguida. Podemos atribuir este processo como sendo devido à colisão periférica entre prótons.

Para incorporar os processos de produção múltipla no tratamento de colisão hadron-núcleo ou núcleo-núcleo, é importante que pelo menos os aspectos discutidos aqui sejam corretamente levados em conta.

3.2 - Um Possível Modelo para Colisão entre Prótons à Alta Energia

As análises e modelos teóricos do fenômeno de produção múltipla já têm uma longa história. Os primeiros modelos apareceram no início da década de 50, dentre os quais o modelo hidrodinâmico de Landau ainda continua válido até hoje pelo menos no seu espírito. Isto porque a abordagem hidrodinâmica é um dos poucos modelos de produção múltipla que envolvem a descrição explícita de desenvolvimento temporal do sistema. A maioria dos outros modelos, especificamente aqueles baseados na abordagem de matriz S , tratam apenas de estados assintóticos. Assim, em reações complexas, tais como hadron-núcleo e núcleo-núcleo, onde, como foi mencionado na Seção 1, o mecanismo dinâmico à curta distância é envolvido, os modelos que explicitam o desenvolvimento temporal do sistema são mais desejáveis. Naturalmente, o modelo hidrodinâmico de Landau deve ser reformulado à luz dos novos conceitos sobre a estrutura dos hadrons e a Cromodinâmica Quântica. Alguns autores vêm fazendo muitos esforços, e obtendo resultados interessantes.

Entretanto, o modelo hidrodinâmico é ainda um pouco complexo demais para ser aplicado na discussão da colisão hadron-núcleo ou núcleo-núcleo, a partir de processos hadron-hadron.

Aquí, vamos estudar uma possível alternativa da descrição do processo próton-próton partindo de um modelo de corda unidimensional, e explorando os aspectos mais fenomenológicos.

3.2.1 - Modelo de Iô-Iô Relativístico

Consideremos dois prótons em colisão, ligados por uma corda de campo de gluons (Fig. 6).



Fig. 6

A Hamiltoniana deste sistema é dada no CM por

$$H = \sqrt{P_1^2 + m^2} + \sqrt{P_2^2 + m^2} + \kappa |x_1 - x_2|, \quad (11)$$

onde supomos que a densidade de energia por unidade de comprimento é constante ($=\kappa$). A dinâmica do campo de gluon foi desprezada. A equação de movimento de Hamilton

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i} \\ \frac{\partial p_i}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} \end{cases}, \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

resulta

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{p_1}{\sqrt{p_1^2 + m^2}}, & \dot{x}_2 &= \frac{p_2}{\sqrt{p_2^2 + m^2}}, \\ \dot{p}_1 &= -\kappa, & \dot{p}_2 &= \kappa \end{aligned}, \quad (13)$$

quando $x_1 \geq x_2$. Integrando o sistema, temos

$$\begin{cases} p_1(t) = -\kappa(t - T_1) \\ (x_1 - x_1)^2 - (t - T_1)^2 = m^2/\kappa^2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} p_2(t) = +\kappa(t - T_2) \\ (x_2 - x_2)^2 - (t - T_2)^2 = m^2/\kappa^2 \end{cases}, \quad (14)$$

onde T_1, T_2, x_1, x_2 são as constantes de integração. Da Eq. (14) concluímos também

$$E_i = \kappa |x_i - x_i|, \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

Sabendo-se que $T_1 = T_2, x_1 = -x_2$ e $H = \sqrt{S}$ (a energia total no CM) = const., temos

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \sqrt{S/2K} \\
 x_2 &= -\sqrt{S/2K} \\
 T_1 &= \sqrt{S/2K} \\
 T_2 &= \sqrt{S/2K}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Para $x_1 < x_2$, podemos proceder analogamente, e as constantes de integração podem ser determinadas com a condição de as trajetórias $x_i(t)$ serem contínuas em t .

Como ilustrado na Fig. 7, as trajetórias no plano $x-t$ são os segmentos de hipérbole conectados continuamente.

Agora, vamos considerar a situação em que o centro de massa do sistema $p-p$ está em movimento uniforme com velocidade β em relação ao observador. Neste caso, a Hamiltoniana é dada por

$$H' = \sqrt{P_1'^2 + m^2} + \sqrt{P_2'^2 + m^2} + \kappa |x_1' - x_2'|.
 \tag{16}$$

As trajetórias são dadas por

$$\begin{aligned}
 (x_1' - X_1')^2 - (t' - T_1')^2 &= m^2/\kappa^2, \\
 (x_2' - X_2')^2 - (t' - T_2')^2 &= m^2/\kappa^2,
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

onde as quantidades com(plica) são relacionadas com as sem(plica) pela transformação de Lorentz

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma \\ \beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}.
 \tag{18}$$

Utilizando as Eqs. (17) e (18), é fácil verificar que a energia total do sistema, Eq. (16), possui o valor

$$H' = \gamma\sqrt{S},
 \tag{19}$$

que é o valor de $H(= \sqrt{S})$ visto no sistema de observação, como esperamos. As Eqs. (16) - (19) mostram que este modelo é covariante sob a transformação de Lorentz, graças à propriedade de trajetória hiperbólica, que é consequência do potencial linear $\kappa |x_1 - x_2|$.

3.2.2 - Rompimento da Corda

No modelo de Iô-Iô relativístico, a parte da corda pode

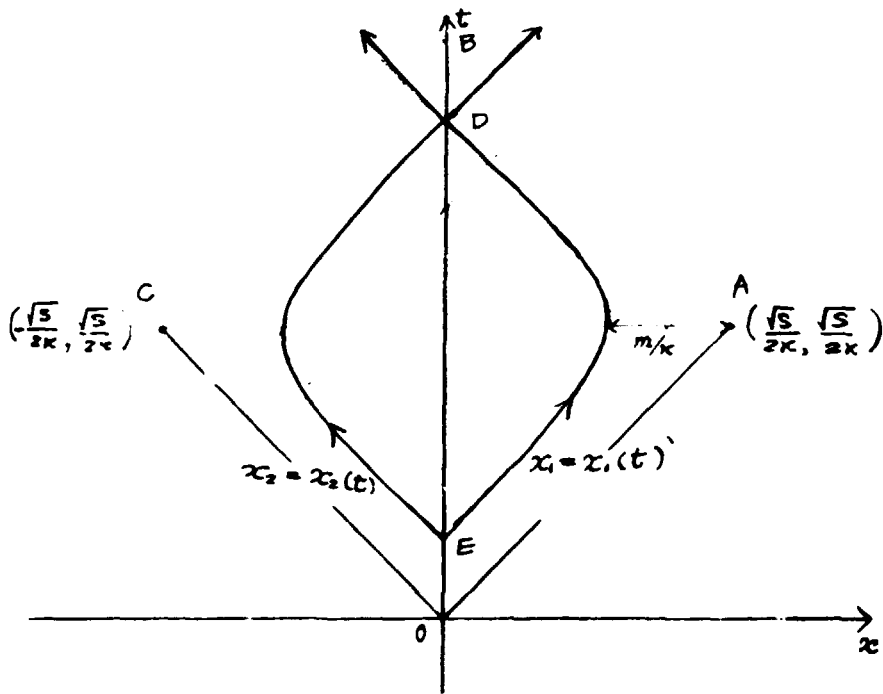


Fig. 7

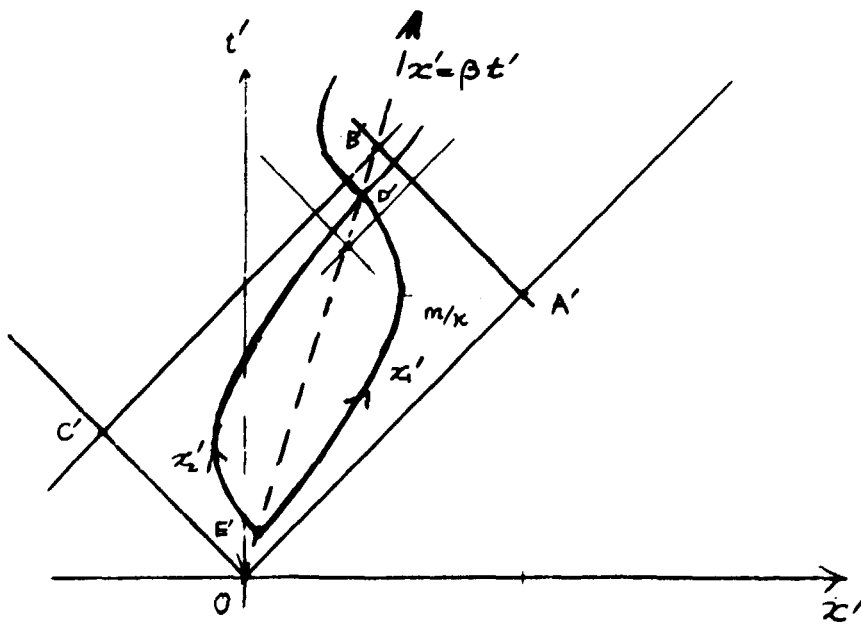


Fig. 8

ser considerada como um tubo de área de excitação de vácuo, onde ficam as "linhas de força" de gluons. Na área de excitação do vácuo, há sempre possibilidade de se criar um par de quark-antiquark espontaneamente. Quando tal criação de par ocorre, cada quark e anti-quark funcionaria como "sumidouro" das linhas de força, resultando num rompimento da corda.

Assim, se a probabilidade de rompimento for suficientemente grande, o Iô-Iô de próton-próton se fragmenta em vários pedaços de cordas, e cada um dos pedaços se comporta, por sua vez, como um pequeno Iô-Iô relativístico com as massas de quarks nas extremidades.

Admitindo que, no instante da criação, os quarks possuem momento inicial nulo, é fácil mostrar que a velocidade do centro de massa do pedaço da corda em relação ao sistema de observação é dada por

$$\beta = \frac{T_e - T_d}{X_e - X_d} \quad (21)$$

onde $\begin{pmatrix} X_e \\ T_e \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} X_d \\ T_d \end{pmatrix}$ são coordenadas das extremidades esquerda e direita, no instante em que ocorreu o rompimento respectivo. Assim, após todos os rompimentos teremos uma configuração em que vários pedaços de cordas de vários tamanhos (massa) possuem várias velocidades. Esta distribuição em velocidade determina essencialmente a distribuição de rapidez das partículas finais.

Agora, lembre-se de que o movimento de Iô-Iô é um modo bem particular de excitação do vácuo, e é muito provável que tal oscilação seja mantida por longo tempo. O que é razoável é ocorrer uma transformação da energia de oscilação em excitação estatística do vácuo formando o estado de "bola de fogo", talvez antes de fechar o primeiro período de oscilação. A formação de bola de fogo seria seguido por seu decaimento em hadrons observáveis (píons prin-

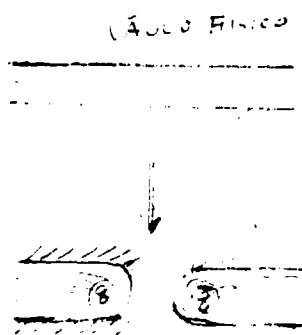


Fig. 9 - Rompimento da corda devido à criação de par $q\bar{q}$.

principalmente). Em primeira aproximação, podemos imaginar que o decaimento de bola de fogo em hadrons deve ser de natureza estatística, com a distribuição de probabilidade dos estados finais dada de acordo com o volume do espaço de fase.

Resumindo o modelo, o mecanismo de produção múltipla de partículas é descrito pelas seguintes etapas:

- 1) formação do estado de corda;
- 2) os rompimentos da corda;
- 3) formação de bolas de fogo;
- 4) decaimento das bolas de fogo.

Neste modelo, a distribuição de rapidez é determinada essencialmente na etapa (2), e a distribuição de P_T é definida na etapa (4).

Uma das vantagens deste modelo é sua simplicidade. Cálculos preliminares utilizando o método de Monte-Carlo mostraram que o modelo é suficientemente flexível para reproduzir razoavelmente os aspectos principais dos espectros de partículas finais. A possibilidade de aplicar este modelo para processos próton-núcleo e núcleo-núcleo está sendo estudada.

AGRADECIMENTO

O modelo apresentado na seção 3.2.1 é baseado inteiramente nas discussões em colaboração com os Profs. Nadya Prado e Rui Nazareth, a quem agradece o autor.

O autor agradece aos Profs. Chung, Sergio e Emil, do CBPF, pela leitura crítica e correções. Agradece também aos participantes da Escola pelo seu interesse; à Helena pela datilografia.

Ao CNPq, FINEP e FAPESP por terem possibilitado a realização da Escola de Verão Jorge André Swieca, II Sessão de Física Nuclear '85.

