ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

И Ф В Э 85-116
ОТФ

Ю.М.Зиновьев

ПОТЕНЦИАЛЫ В N=2 СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Серпухов 1985

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

И Ф В Э 85-116
ОТФ

Ю.М.Зиновьев

ПОТЕНЦИАЛЫ В $N=2$ СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Направлено в "Physics
Letters B"

Серпухов 1985

УДК 539.1.01. М – 24

Аннотация

Зиновьев Ю.М. Потенциалы в N = 2 супергравитации: Препринт ИФВЭ 85-116. – Серпухов, 1985. – 7 с., библиогр.: 6.

Представлены потенциалы и юкавское взаимодействие, которые возникают при введении калибровочного взаимодействия векторных и скалярных мультиплетов в N = 2 супергравитации, причем калибровочная группа может быть как компактной, так и некомпактной. Геометрия скалярных мультиплетов соответствует нелинейным σ-моделям вида $Sp(2, 2n)/Sp(2)\otimes Sp(2n)$, $SU(2, n)/SU(2)\otimes SU(n)\otimes U(1)$ и $O(4, n)/O(4)\otimes O(n)$.

Abstract

Zinov'ev Yu.M. Potentials in N=2 Supergravity: IHEP Preprint 85-116. - Serpukhov, 1985. - p. 7, refs.: 6.

The potentials and Yukava interactions, that arise while introducing a gauge interaction of vector and scalar multiplets in N=2 supergravity are presented, in this the gauge group may be either compact or noncompact. The scalar multiplets geometry corresponds to nonlinear models of the form. $Sp(2,2n)/Sp(2)\otimes Sp(2n)$, $SU(2, n)/SU(2)\otimes SU(n)\otimes U(1)$ and $O(4, n)/O(4)\otimes O(n)$.

В недавней работе[1] мы провели явное построение трех основных типов[2] моделей взаимодействия скалярных мультиплетов с $N = 2$ супергравитацией, скалярный сектор которых соответствует нелинейным σ-моделям вида $Sp(2, 2n)/Sp(2)\otimes Sp(2n)$, $SU(2, n)/SU(2)\otimes SU(n)\otimes U(1)$ и $O(4,n)/O(4)\otimes O(n)$, где n – число физических скалярных мультиплетов. Формализм, развитый в работе[1], позволил включить в эти модели векторные мультиплеты и рассмотреть калибровочное взаимодействие векторных и скалярных мультиплетов, причем калибровочная группа может быть как компактной, так и некомпактной[3].

В этой заметке мы приводим явный вид потенциалов и юкавского взаимодействия, которые определяют основные свойства таких моделей (наличие или отсутствие космологического члена, спонтанного нарушения симметрии, спектр масс и т.д.). Прежде всего напомним структуру лагранжианов взаимодействия с $N = 2$ супергравитацией.

Векторные мультиплеты. В состав этих мультиплетов входят вещественные векторные поля A_μ^A, майорановские спиноры Ω_i^A и комплексные скалярные поля z_A, $i = 1, 2$, $A = 0,1 \ldots m$ (m – число векторных мультиплетов). "Минимальному" взаимодействию с $N = 2$ супергравитацией[4] соответствуют связи (в системе, где константа гравитационного взаимодействия $K = 1$)

$$\overset{*}{z} \cdot z = -2, \quad z\,\Omega_i = 0. \qquad (1)$$

Здесь и далее мы по возможности опускаем повторяющиеся индексы, по которым проводится суммирование. Лагранжиан взаимодействия инвариантен относительно $U(1)_{\ell oc}\otimes [\,O(1, m)\otimes SU(2)]_{g\ell}$, причем роль калибровочного поля играет комбинация $(\overset{*}{z}\,\partial_\mu\, z)$.

Три типа скалярных мультиплетов выглядят следующим образом[1].

Sp(2, 2n). В мультиплеты входят майорановские спиноры χ^a и скалярные поля ϕ_a^i, $i = 1, 2$, $a = 1, 2, \ldots 2n + 2$, удовлетворяющие условию $\phi^a_i = (\phi^i_a)^* = \varepsilon_{ij}\,\Omega^{ab}\,\phi^i_b$, где Ω^{ab} – инвариантный антисимметричный тензор группы $Sp(2, 2n)$ такой, что $\Omega^{ab}\,\Omega_{bc} = -\delta^a_c$. Взаимодействию с $N = 2$ супергравитацией соответствуют связи

$$\phi^i\phi_j = -2\delta^i_j, \qquad \phi^i\chi = 0. \tag{2}$$

Группа симметрии лагранжиана $SU(2)_{loc} \otimes Sp(2, 2n)_{gl}$, причем роль $SU(2)$-калибровочного поля играет комбинация $(\phi_i\,\partial_\mu\,\phi^j)$.

<u>$SU(2, n)$</u>. В данном случае необходимы два набора майорановских спиноров χ^a и λ_a, преобразующихся по сопряженным представлениям группы $SU(2, n)$, и комплексные скалярные поля ϕ^a_i $i = 1, 2$, $a = 1, 2, \ldots n + 2$. Эти поля удовлетворяют связям

$$\phi^i\phi_j = -2\delta^i_j, \qquad \phi^i\chi = \phi_i\lambda = 0, \tag{3}$$

при этом лагранжиан инвариантен относительно $[SU(2)\otimes U(1)]_{loc}\otimes$ $\otimes SU(2, n)_{gl}$.

<u>$O(4, n)$</u>. Адекватный набор полей – майорановские спиноры $\chi^{\alpha a}$ и скалярные поля $\phi^i_{\alpha a}$ $i = 1, 2$, $\alpha = 1, 2$, $a = 1, 2 \ldots n + 4$, удовлетворяющие условию $\phi^{\alpha a}_i = (\phi^i_{\alpha a})^* = \varepsilon_{ij}\,\varepsilon^{\alpha\beta}\,\phi^j_{\beta a}$. Связи имеют вид

$$\phi^i_\alpha\phi^\beta_j = -\delta^i_j\,\delta^\beta_\alpha, \qquad \phi^i_\alpha\chi^\beta = 0, \tag{4}$$

а группа симметрии лагранжиана – $[SU(2)\otimes SU(2)]_{loc}\otimes O(4, n)_{gl}$.

В этом формализме нетрудно рассмотреть и общий случай – взаимодействие m-векторных и n-скалярных мультиплетов с $N = 2$ супергравитацией. Оказывается[3], что такое объединение сохраняет все приведенные выше симметрии. Таким образом, группы симметрии лагранжианов до введения калибровочного взаимодействия имеют вид (для трех типов моделей соответственно)

$$[SU(2)\otimes U(1)]_{loc}\otimes[O(1, m)\otimes Sp(2, 2n)]_{gl},$$
$$[SU(2)\otimes U(1)\otimes U(1)]_{loc}\otimes[O(1, m)\otimes SU(2, n)]_{gl},$$
$$[SU(2)\otimes SU(2)\otimes U(1)]_{loc}\otimes[O(1, m)\otimes O(4, m)]_{gl}.$$

Рассмотрим теперь группу G, которая одновременно является подгруппой $O(1, m)$ и глобальной группы симметрии скалярных мультиплетов, такую, что поля векторных мультиплетов преобразуются по присоединенному представлению. Для любой такой группы можно ввести калибровочное взаимодействие векторных и скалярных мультиплетов, заменив производные на G-ковариантные, например

$$\partial_\mu z^A \to \partial_\mu z^A + f^{ABC} A^B_\mu z^C ,$$

$$\partial_\mu \phi^i_a \to \partial_\mu \phi^i_a + (A_\mu)^b_a \phi^i_b , \qquad (5)$$

$$(A_\mu)^b_a = A^A_\mu (t^A)^b_a .$$

Как обычно, в супергравитации такая замена нарушает инвариантность лагранжиана относительно суперпреобразований. Инвариантность можно восстановить, добавив к лагранжиану члены типа юкавского взаимодействия L_y и потенциал скалярных полей $V(z, \phi)$ (и соответствующие члены к законам суперпреобразований фермионов). В трех рассмотренных нами случаях [3] эта процедура приводит к следующим результатам.

<u>Sp(2, 2n).</u>

$$V = -\frac{1}{8}(f^{ABC} \overset{*}{z}{}^B z^C)^2 - \frac{1}{2}(\phi_i \overset{*}{z} z \phi^i) - \frac{1}{4}(\phi_i t^A \phi^j)(\phi_j t^A \phi^i), \qquad (6)$$

$$L_y = -\frac{i}{4}\bar\psi^i_\mu \gamma^\mu f^{ABC} \overset{*}{z}{}^A z^B \Omega^C_i - \frac{1}{2}\varepsilon^{ij} f^{ABC} \bar\Omega^A_i z^B \Omega^C_j +$$

$$+ \frac{1}{4}\bar\psi_{\mu i}\gamma^{\mu\nu}\varepsilon^{ij}(\phi_j z \phi^k)\psi_{\nu k} + \frac{i}{2}\bar\psi^i_\mu \gamma^\mu (\phi_i t^A \phi^j)\Omega^A_j -$$

$$- \frac{i}{\sqrt{2}}\bar\psi^i_\mu \gamma^\mu \varepsilon_{ij}(\phi^j \overset{*}{z}\chi) + \sqrt{2}\,\bar\Omega^A_i(\phi^i t^A \chi) - \frac{1}{2}\bar\chi^a \Omega_{ab}(\overset{*}{z})^b_c \chi^c. \qquad (7)$$

<u>SU(2, n).</u>

$$V = -\frac{1}{8}(f^{ABC} \overset{*}{z}{}^B z^C)^2 - \frac{1}{4}(\phi_i \{\overset{*}{z} z\} \phi^i) - \frac{1}{4}(\phi_i t^A \phi^j)(\phi_j t^A \phi^i) +$$

$$+ \frac{1}{8}(\phi_i t^A \phi^i)^2 - \frac{1}{8}|(\phi_i z \phi^i)|^2 , \qquad (8)$$

$$L_y = -\frac{i}{4}\bar\psi^i_\mu \gamma^\mu f^{ABC} \overset{*}{z}{}^A z^B \Omega^C_i - \frac{1}{2}\varepsilon^{ij} f^{ABC} \bar\Omega^A_i z^B \Omega^C_j +$$

$$+ \frac{1}{4}\bar\psi_{\mu i}\sigma^{\mu\nu}\varepsilon^{ij}[(\phi_j z \phi^k) - \frac{1}{2}\delta^k_j(\phi z \phi)]\psi_{\nu k} + \frac{i}{2}\bar\psi^i_\mu \gamma^\mu [(\phi_i t^A \phi^j) -$$

$$- \frac{1}{2}\delta^j_i(\phi t^A \phi)]\Omega^A_j - \frac{i}{2}\bar\psi^i_\mu \gamma^\mu \varepsilon_{ij}(\phi^j \overset{*}{z}\chi) + \frac{i}{2}\bar\psi^i_\mu \gamma^\mu (\phi_i \overset{*}{z}\lambda) + \bar\Omega^A_i(\phi^i t^A \chi) +$$

$$+ \bar\Omega^A_i \varepsilon^{ij}(\phi_j t^A \lambda) + (\bar\chi \overset{*}{z} \lambda) + \frac{1}{4}\bar\chi^a(\phi \overset{*}{z} \phi)\lambda_a . \qquad (9)$$

$\underline{O(4,n).}$

$$V = -\frac{1}{8}(f^{ABC} \overset{*}{z}{}^B z^C)^2 - \frac{1}{2}(\phi_i \overset{*}{z} z \phi^i) - \frac{1}{4}(\phi_i t^A \phi^j)(\phi_j t^A \phi^i) -$$

$$-\frac{1}{4}(\phi^\alpha z \phi_\beta)(\phi^\beta \overset{*}{z} \phi_\alpha), \qquad (10)$$

$$L_y = -\frac{i}{4}\bar{\psi}^i_\mu \gamma^\mu f^{ABC} \overset{*}{z}{}^A z^B \Omega^C_i - \frac{1}{2}\epsilon^{ij} f^{ABC} \bar{\Omega}^A_i z^B \Omega^C_j +$$

$$+\frac{1}{4}\bar{\psi}_{\mu i}\sigma^{\mu\nu}\epsilon^{ij}(\phi_j z \phi^k)\psi_{\nu k} + \frac{i}{2}\bar{\psi}^i_\mu \gamma^\mu (\phi_i t^A \phi^j)\Omega^A_j -$$

$$-\frac{i}{\sqrt{2}}\bar{\psi}^i_\mu \gamma^\mu \epsilon_{ij}(\phi^j_\alpha \overset{*}{z} \chi^\alpha) + \sqrt{2}\,\bar{\Omega}^A_i(\phi^i_\alpha t^A \chi^\alpha) + \frac{1}{2}\epsilon_{\alpha\beta}(\bar{\chi}^\alpha \overset{*}{z} \chi^\beta) -$$

$$-\frac{1}{4}\bar{\chi}^\alpha_a \epsilon_{\alpha\beta}(\phi^\beta \overset{*}{z} \phi_\delta)\chi^\delta_a. \qquad (11)$$

Здесь $(\phi_i z \phi^j) = \phi^a_i (z)_a^{\ b} \phi^j_b$, $(z)_a^{\ b} = z^A (t^A)_a^{\ b}$ и т.д.

Рассмотренные нами случаи описывают очень широкий спектр моделей. В качестве иллюстрации приведем здесь две модели с некомпактными калибровочными группами.

Первая модель описывает один векторный и один скалярный мультиплет с абелевой калибровочной группой $O(1,1) \subset Sp(2,2)$. Потенциал имеет вид

$$V = 2g^2\{|z|^2 + (2 + \phi_1^2 + u^2)u^2\}, \qquad (12)$$

где $u^2 = \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2$, ϕ_a $(a = 1 \dots 4)$ – физические поля скалярного мультиплета, z – комплексное скалярное поле векторного мультиплета. Потенциал является "плоским", так как при $u = 0$ его значение не зависит от ϕ_1 и, следовательно, условия минимума не фиксируют значения поля ϕ_1. Однако при $u = 0$ и массовая матрица гравитино не зависит от ϕ_1, что означает отсутствие спонтанного нарушения суперсимметрии в данной модели. Анализ массовых членов остальных полей показывает, что эта модель описывает массивный векторный мультиплет без центрального заряда /5/, взаимодействующий с $N = 2$ супергравитацией.

Вторая модель является обобщением так называемой некомпактной $N = 2$ супергравитации /6/ (соответствующей взаимодействию массивного векторного мультиплета и $N = 2$ супергравитации). Эта модель описывает два векторных и один скалярный мультиплет с калибровочной группой $O(2,1) \subset Sp(2,2)$. Потенциал может быть записан следующим образом:

$$V = 2g^2\{-3 + (2 + |x|^2)|x|^2 + (2 + w^2 + u^2)u^2\}, \qquad (13)$$

где $w^2 = \phi_1^2 + \phi_2^2$, $u^2 = \phi_3^2 + \phi_4^2$. Здесь мы воспользовались локальной $O(2,1)$ и вспомогательной $U(1)$-симметрией для того, чтобы привести скалярные поля векторных мультиплетов к виду $\mathrm{Re}\, z^A = \{z_0, 0, 0\}$, $\mathrm{Jm}\, z^A = \{0, x_1, x_2\}$, $z_0^2 = 2 + |x|^2$. Минимум потенциала соответствует космологическому члену $(-6g^2)$. Потенциал также является "плоским", так как условия минимума не фиксируют значений ϕ_1 и ϕ_2. Однако в данном случае ненулевые значения ϕ_1 и ϕ_2 приводят к спонтанному нарушению суперсимметрии.

Приведенные примеры носят чисто иллюстративный характер. Подробнее эти и другие возможные модели описаны в работе /3/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зиновьев Ю.М. - Препринт ИФВЭ 85-56, Серпухов, 1985.
2. Bagger J., Witten E. - Nucl. Phys., 1983, v.B222, p.1.
3. Зиновьев Ю.М. - Препринт ИФВЭ 85-115, Серпухов, 1985.
4. de Wit B., Van Proeyen A.- Nucl.Phys.,1984, v.B245,p.89.
5. Fayet P. - Nucl. Phys., 1979, v. B149, p. 137.
6. de Wit B., Lauwers P.G., Philippe K., Van Proeyen A. - Phys. Lett., 1984, v. 135B, p. 295.

Рукопись поступила 28 мая 1985 г.

Ю.М.Зиновьев.
Потенциалы в N=2 супергравитации.
Редактор Н.В.Ежела. Технический редактор Л.П.Тимкина.
Корректор Т.Д.Галкина.

Подписано к печати 05.06.85. Т-13612. Формат 60x90/16.
Офсетная печать. Печ.л. 0,44. Уч.-изд.л. 0,45. Тираж 240.
Заказ 763. Индекс 3624. Цена 7 коп.

Институт физики высоких энергий, 142284, Серпухов Московской обл.

Цена 7 коп. Индекс 3624

ПРЕПРИНТ 85-116, ИФВЭ, 1985