

REPO-13

CNEA-NT 42/85

DIFUSION DE CALOR A PARTIR
DE UNA FUENTE PLANA RECTANGULAR FINITA

Ferreri, J.C.*; Caballero, C.H.**

REPUBLICA ARGENTINA
COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
Dependiente de la Presidencia de la Nación
GERENCIA DE PROTECCION RADIOLOGICA Y SEGURIDAD*

REPO-13

CNEA-NT 42/85

DIFUSION DE CALOR A PARTIR
DE UNA FUENTE PLANA RECTANGULAR FINITA

Ferreri, J.C.*; Caballero, C.H.**

* Miembro de la Carrera del Investigador del CONICET

** Depto. Ingeniería de Plantas Químicas, CNEA

* Casilla de Correo 40
1802 AEROPUERTO DE EZEIZA, Argentina

Buenos Aires
1985

INIS CLASSIFICATION AND KEYWORDS

E52.00

HIGH-LEVEL RADIOACTIVE WASTES
RADIOACTIVE WASTE DISPOSAL
REPOSITORIES (*)
THERMAL CONDUCTION
UNDERGROUND DISPOSAL

(*) Not shown in INIS Thesaurus 1985.

DIFUSION DE CALOR A PARTIR DE UNA FUENTE PLANA
RECTANGULAR FINITA

Ferreri, J.C.; Caballero, C.H.

RESUMEN

Se presentan resultados adimensionales para el campo de temperatura originado por una fuente plana, de planta rectangular de dimensiones finitas y de espesor infinitesimal. La fuente decae en el tiempo en forma exponencial, siendo el caso de fuente constante un caso particular. Los resultados son útiles para obtener una aproximación de la temperatura máxima de un sistema que tiene una fuente interna y el rango elegido para los parámetros es especialmente útil en el caso de un repositorio de residuos radioactivos. La extensión al caso de difusión de masa se hace por analogía.

1. INTRODUCCION

El modelado numérico de un repositorio de residuos radioactivos de alto nivel presenta alguna complejidad desde el punto de vista numérico y ello fue discutido por Ferreri y Ventura (1984). En esta referencia se muestra que para calcular mediante diferencias finitas en forma eficiente y precisa la distribución de temperatura en un medio geológico sometido a cargas térmicas, es conveniente contar con descripciones analíticas o semianalíticas del campo de temperatura en las inmediaciones de la fuente. Estas son obtenibles en el caso de configuraciones simples de la fuente y en la literatura relacionada con repositorios (ver Hodgkinson et al. (1983) para una revisión sobre el tema) abundan los resultados para los casos analizados en forma teórica, pero particular, por Carslaw y Jaeger (1959). En general, parte de la dificultad está asociada con la forma de variación temporal de la fuente.

No existen en la literatura, al menos en nuestro conocimiento, resultados para una fuente finita de planta rectangular considerada como una fuente aislada. Como es conveniente contar con estos resultados en forma rápida para efectuar cálculos asociados con el impacto térmico local (del orden de los km) de un repositorio, hemos creído interesante presentar algunos de nuestros resultados en forma ordenada. Estos son, por otra parte, utilizables en casos análogos en otras aplicaciones.

En lo que sigue se indica el análisis efectuado y se muestran los resultados obtenidos en forma adecuada para su utilización práctica.

2. ANALISIS

Consideremos una fuente plana finita, de planta rectangular, paralela al plano $z=0$ ubicada en la posición $z=z'$, en un medio infinito, tal como ilustra la figura 1. La fuente tiene espesor despreciable y una potencia $QP \text{ } [W/m^2]$.

La solución de la ecuación:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + \frac{Q}{k}, \quad (1)$$

donde:

T:	temperatura	(OK)
α :	difusividad térmica	($m^2 \text{seg}^{-1}$)
Q:	potencia de la fuente	($W \text{ m}^{-2}$)
t:	tiempo	(seg)
∇^2 :	operador laplaciano	(m^{-2})
k:	conductividad térmica	($W \text{ m}^{-1} \text{OK}^{-1} \text{seg}^{-1}$)

siendo Q una función continua del tiempo, es:

$$\nabla T = \frac{1}{k} \int_0^t \int_{V'} Q(r', t') G(r, r', t, t') dt dv', \quad (2)$$

con:

$$G \equiv \frac{\alpha}{8 \{ \alpha(t-t') \}^{3/2}} \cdot e^{-\frac{(r-r')^2}{4\alpha(t-t')}} \cdot H(t, t') \quad (3)$$

$$\text{donde } H = 0 \text{ si } t < t' \\ = 1 \text{ si } t > t',$$

ver Carslaw y Jaeger (1959) o Morse y Fernsbach (1957).

En la (2) y (3) con t y r se indican el tiempo y la distancia desde el punto considerado en el espacio y la fuente, y con t' el instante en que se produjo la liberación de calor original.

Si la fuente plana tiene dimensiones 2M según x y 2N según y, el incremento de temperatura debido a ella es:

$$\Delta T(x, y, z, t) = \frac{\alpha}{8k(\alpha\tau)^{3/2}} \int_0^t \frac{Q_p(t')}{(t-t')^{3/2}} \cdot \left\{ \int_{-M}^M e^{-\frac{(x-x')^2}{4\alpha(t-t')}} dx' \cdot \int_{-N}^N e^{-\frac{(y-y')^2}{4\alpha(t-t')}} dy' \right\} \cdot e^{-z^2/4\alpha(t-t')} dt' \quad (4)$$

donde hemos supuesto, sin perder generalidad, que $z'=0$.
Como:

$$\int_{-b}^b e^{-\frac{(u-u')^2}{4\alpha\mu}} du' = \sqrt{\pi\alpha\mu} \left\{ \operatorname{erf} \frac{u+b}{2\sqrt{\alpha\mu}} - \operatorname{erf} \frac{u-b}{2\sqrt{\alpha\mu}} \right\},$$

entonces, definiendo con:

$$\mu = t - t' \quad (5)$$

la (4) resulta:

$$\Delta T(x, y, z, t) = \frac{\alpha}{8k\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{Q_p(t-\mu)}{\mu} F_1 F_2 e^{-\frac{z^2}{4\alpha\mu}} d\mu \quad (6)$$

siendo:

$$F_1 = \operatorname{erf} \frac{x+M}{2\sqrt{\alpha\mu}} - \operatorname{erf} \frac{x-M}{2\sqrt{\alpha\mu}} \quad (7a)$$

$$F_2 = \operatorname{erf} \frac{y+N}{2\sqrt{\alpha\mu}} - \operatorname{erf} \frac{y-N}{2\sqrt{\alpha\mu}} \quad (7b)$$

Si se introducen las siguientes variables adimensionales:

$$x^*, y^*, z^* \leftarrow \frac{x}{L}, \frac{y}{L}, \frac{z}{L}$$

$$t^* \leftarrow \frac{t}{\tau} = \frac{t\alpha}{L^2}; \quad \mu^* \leftarrow \frac{\mu\alpha}{L^2}$$

$$Q_p^* = \frac{Q_p(t)}{Q_p(0)} ;$$

$$\Delta T^* = \frac{\Delta T}{T_0} \quad \text{con } T_0 = \frac{Q(0)}{8\sqrt{\pi k}} \cdot L$$

entonces, si L representa una dimensión característica de la planta de la fuente (consideramos que $L \equiv \sqrt{MN}$), las (6) - (7) resultan:

$$\Delta T(x, y, z, t) = \int_0^t Q_p \frac{(t-\mu)}{\mu} F_1 F_2 e^{-\frac{z^2}{4\mu}} d\mu, \quad (8)$$

con F₁ y F₂ dados por:

$$F_1 = \operatorname{erf} \frac{x+\beta}{2\sqrt{\mu}} - \operatorname{erf} \frac{x-\beta}{2\sqrt{\mu}}, \quad (9a)$$

y

$$F_2 = \operatorname{erf} \frac{y+\gamma}{2\sqrt{\mu}} - \operatorname{erf} \frac{y-\gamma}{2\sqrt{\mu}} \quad (9b)$$

donde hemos eliminado los asteriscos por comodidad, siendo;

$$\gamma = N/M, \quad \beta = M/N = \gamma^{-1}$$

los parámetros que marcan el efecto de la relación de aspecto de la fuente.

Nótese que hemos optado por mantener un área constante para la planta de la placa, para verificar el efecto de la relación de esbeltez de la misma.

En la (8) debe considerarse un parámetro adicional cuando se trata de fuentes que decaen en el tiempo. Cuando la expresión para la potencia es de la forma:

$$Q = Q_0 \cdot \exp(-\lambda \cdot t),$$

donde λ [seg⁻¹] es la constante de decaimiento, entonces, en términos adimensionales es:

$$Q^* = Q/Q_0 = \exp(-\lambda \tau \cdot t^*), \quad (10)$$

siendo $\lambda \tau$ un nuevo parámetro característico del problema. Si $\lambda = 0$ el decaimiento es nulo. Este parámetro vincula las pro-

piedades del medio donde se difunde el calor y las características de decaimiento de la fuente.

Las (8), (9) y (10) constituyen, entonces, las expresiones para la fundición de la temperatura (podría tratarse de la concentración) en un medio infinito originado en una fuente finita, de planta rectangular y potencia uniformemente distribuida.

3. RESULTADOS Y DISCUSION

La integración de las expresiones (8) y (9) se efectuó a partir de un programa simple que empleaba la rutina Q05AD de la biblioteca de subrutinas Harwell (Hooper, 1980), tal como está implementada en nuestro centro de cómputos. Esta rutina permite el control del error en la integración.

Los resultados fueron obtenidos para valores aislados del tiempo t y de la altura z , para conjuntos de valores de los parámetros $(\lambda\tau, \gamma)$ en verticales que pasaban por puntos de interés. Las curvas se generaron a partir de un ajuste suave que pasa por todos los puntos calculados en un computador fuera de línea.

El rango de las variables y parámetros para los que se obtuvieron resultados fue:

$$10^{-4} < t < 10^3, 0 < z < 2, 0 < \lambda\tau < 150 \text{ y } 0.5 < \gamma < 1$$

Se consideraron tres puntos característicos para $z=0$ (el plano de la fuente plana finita), tal como indica la figura 1. Ello permitió verificar la influencia de la relación de esbeltez de la placa sobre los resultados. Naturalmente no es posible presentar aquí todos los resultados, por lo que se suministrarán listados y gráficos a pedido y sólo mostraremos algunos considerados de particular interés.

Un caso de importancia es el correspondiente a una placa cuadrada ($\gamma=1$). La figura 2 muestra la variación de la temperatura, en forma incremental y considerando un valor de referencia nulo, para el punto A ($x=y=z=0$) como una función del tiempo y con $\lambda\tau$ como parámetro.

Igualmente importantes son las variaciones de ΔT a lo largo del eje z , que corresponde a la vertical que pasa por el centro de la fuente.

La figura 3 muestra esta variación, tomando t como parámetro, $\gamma=1$ y para tres valores de $\lambda\tau$ a saber: 0, 2 y 30.

Estos valores corresponden, respectivamente, a decaimiento nulo y a dos radionucleidos típicos de residuos de reprocesamiento de uranio, confinados en granito.

Las figuras precedentes muestran que el decaimiento de las fuentes limita, naturalmente, el valor máximo de la tem-

peratura alcanzada. El rango de $\lambda\tau$ considerado incluye otros medios tales como esquistos.

Los resultados mostrados aquí han sido utilizados en conjunto con una técnica discreta para la predicción global de la evolución de la temperatura en un medio granítico.

REFERENCIAS

Carslaw, H.S. y Jaeger, J.C. "Heat Conduction in Solids". Oxford, Univ. Press, 1959. 510 p.

Ferreri, J.C. y Ventura, M.A. "Numerical aspects of the study of the regional thermal impact of a radioactive waste repository". A publicarse en Nucl. Eng. Des., 1985.

Hodkinson, D.P.; Lever, D.A. y Rae, J. "Thermal aspects of radioactive waste burial in hard rock". Prog. Nucl. Energy. vol. 11: 183-218, 1983, n° 2.

Hopper, M.J. (comp.). "Harwell Subroutine Library". Harwell, Oxfordshire, Atomic Energy Research Establishment, 1980. AERE - R 9185. 71 p.

PIE DE FIGURAS

FIGURA 1 - Representación esquemática de la fuente plana finita

FIGURA 2 - Evolución de la temperatura en el centro de la fuente $\lambda\tau$ como parámetro.

FIGURA 2 - Continuación

FIGURA 3 - Variación de ΔT con la distancia a la fuente, punto central

FIGURA 3 - Continuación

FIGURA 3 - Continuación

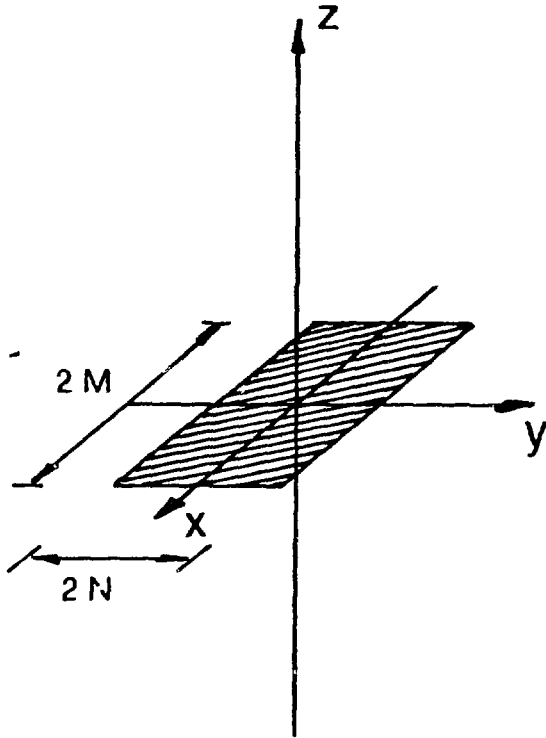


FIGURA 1 - Representación esquemática de la fuente plana finita.

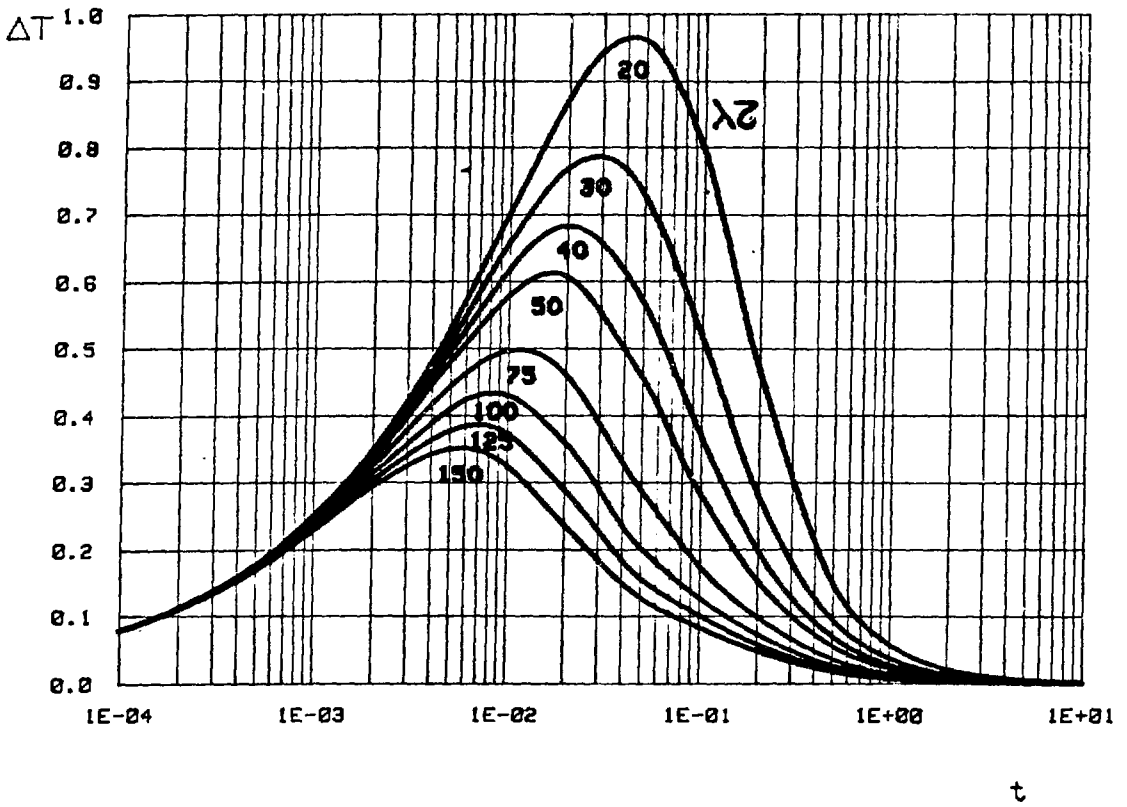


Figura 2 Evolución de la temperatura en el centro de la fuente $\lambda\tau$ como parámetro.

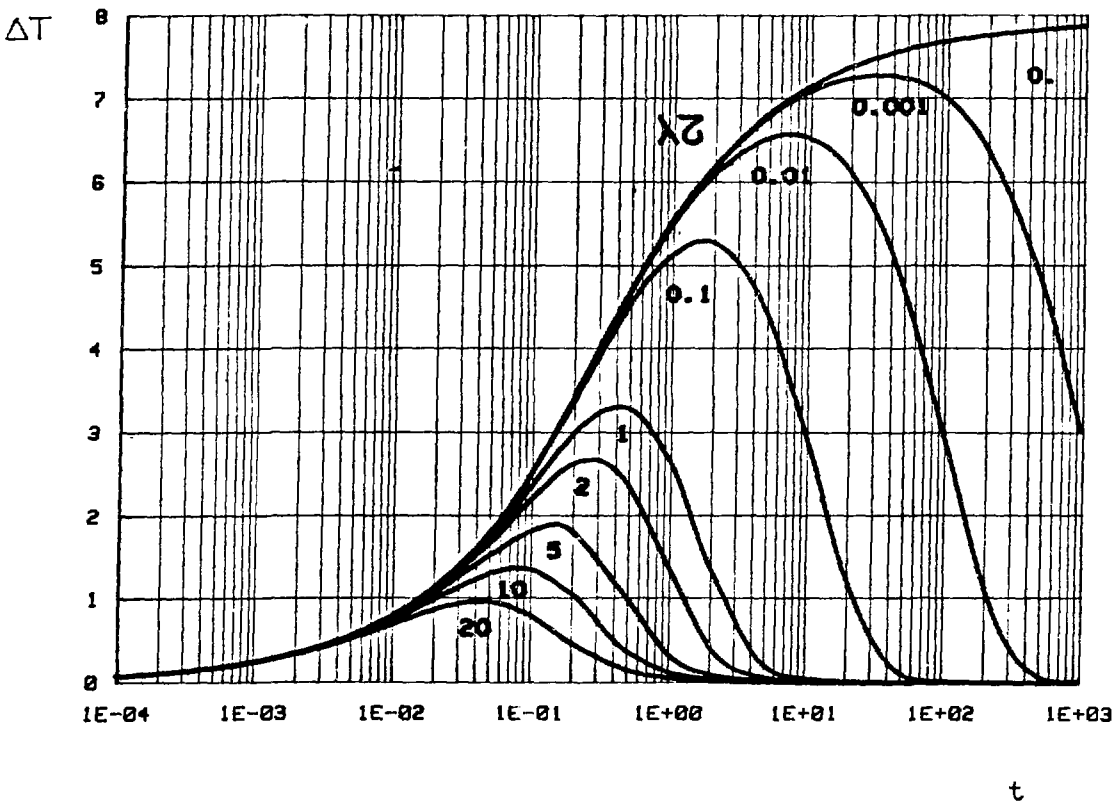


Figura 2 Evolución de la temperatura en el centro de la fuente $\lambda\tau$ como parámetro (continuación).

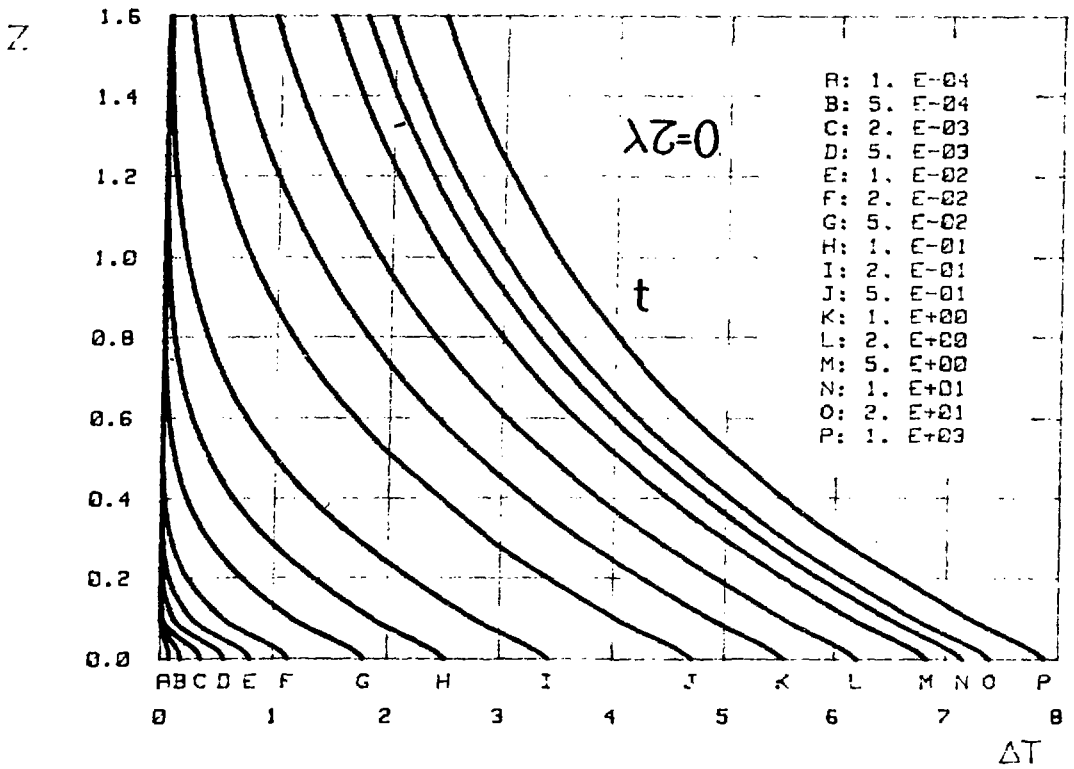


Figura 3 Variación de ΔT con la distancia a la fuente, punto central

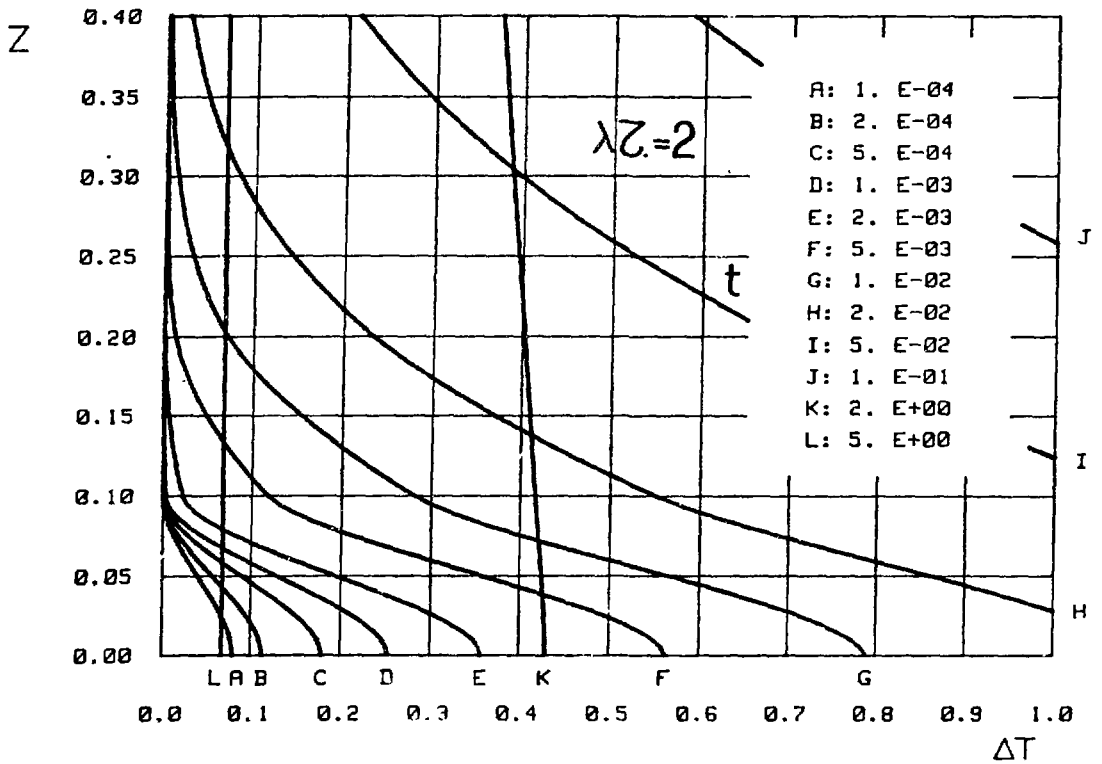


Figura 3 Variación de ΔT con la distancia a la fuente, punto central (continuación).

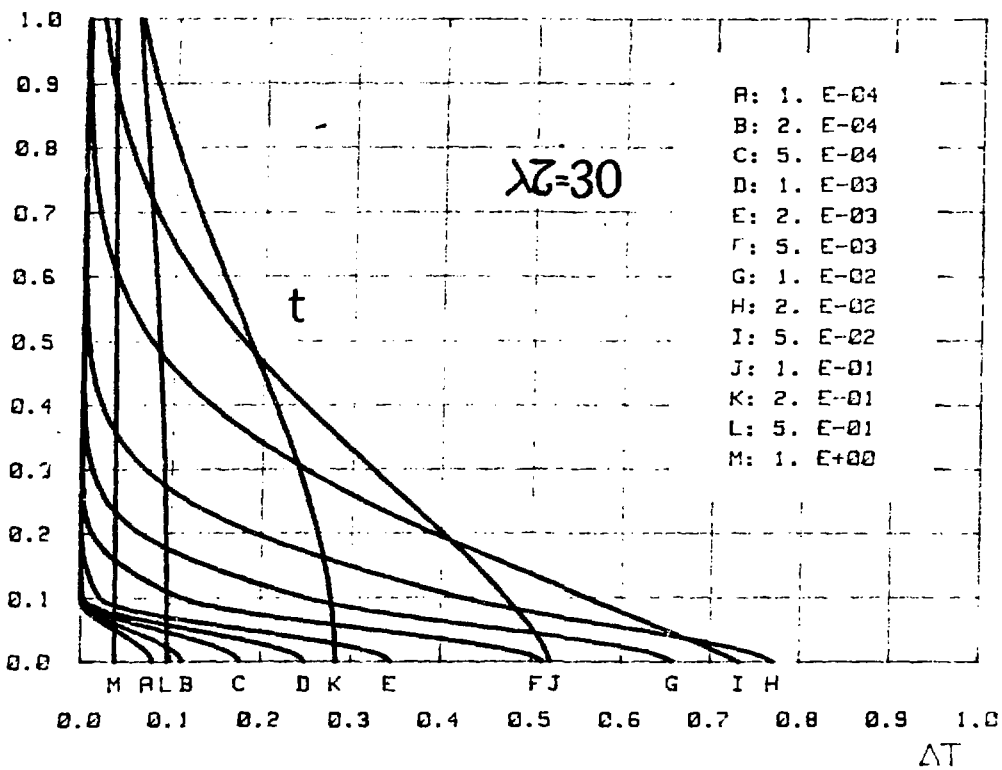


Figura 3 Variación de ΔT con la distancia a la fuente, punto central (continuación).

- REP01 - Beninson, D.; Migliori de Beninson, A.
"Radiological impact of radioactive waste management"
- REP02 - Lucero Michaut, H.
"Aplicación de la geoestadística a la resolución de problemas estructurales en macizos rocosos homogéneos"
- REP03 - Ventura, M.; Ferreri, J.C.
"Evolución temporal de un macizo granítico bajo cargas térmicas generadas por productos de fisión"
- REP04 - Ventura, M.; Ferreri, J.C.
"Evolución temporal de un macizo granítico bajo cargas térmicas generadas por productos de fisión (estudio paramétrico)"
- REP05 - Beninson, D.
"Radioactive emissions and radiation exposures resulting from nuclear power production"
- REP06 - Beninson, D.; Lindell, B.
"Application of ICRP recommendations to radioactive waste isolation"
- REP07 - Migliori de Beninson, A.; Cancio, D.
"Impacto radiológico de la gestión de residuos radiactivos del Programa Nuclear Argentino"
- REP08 - Migliori de Beninson, A.; Palacios, E.
"Política en materia de gestión de desechos y su aplicación en Argentina"
- REP09 - Palacios, E. y otros.
"Bases conceptuales para la construcción de un repositorio en la Argentina"
- REP010- Palacios, E. y otros.
"Estudios para la selección del emplazamiento de un repositorio en Argentina"
- REP011- Matar, J.A.; Girardi, J.P.; Sarquis, M.A. M. de
"Aplicación de técnicas geoestadísticas al estudio de una formación granítica destinada a la construcción de un repositorio"
- REP012- Ferreri, J.C.; VENTURA, M.
"Numerical aspects of the study of the regional thermal impact of a radioactive waste repository"
- REP013- Ferreri, J.C.; Caballero, C.H.
"Difusión de calor a partir de una fuente plana rectangular finita"
- REP014- Beninson, D.; González, A.J.
"Radiological protection criteria for radioactive waste repositories"
- REP015- Palacios, E.; Ferreri, J.C.
"Marco conceptual para el desarrollo de los modelos de predicción de los efectos locales de un repositorio de residuos radiactivos de alta actividad"
- REP016- Ferreri, J.C.; Ventura, M.
"Aspectos numéricos del modelado de los efectos locales de un repositorio de residuos radiactivos de alta actividad"
- REP017- Beninson, D.
"Criterios de radioprotección en el caso de eventos disruptivos probabilísticos"
- REP018- Ferreri, J.C.; Grandi, G.
"Models for the study of the local effects produced by a high-level radioactive waste repository"

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA
Gerencia Protección Radiológica y Seguridad

	Domicilio Postal Postal Address	Télex	Facsimil	Teléfono
Sede Central (Main Headquarters)	Av. Libertador 8250 1429 - Buenos Aires Argentina	21388 PREAT AR	701 - 2431 (int 248) (ext)	701 - 2431
Centro Atómico Ezeiza Ezeiza Atomic Center	Casilla de Correo 40 1802 - Aeropuerto Ezeiza Argentina	18079 CAE AR	620 - 0480	620 - 0160