

**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P11-87-377

**И.В.Амирханов, Е.П.Жидков, В.В.Игнатов\*,  
А.Н.Ильина\*, В.Д.Ильин\*, С.Н.Кузнецов\*,  
Б.Ю.Юшков\***

**КОНФИГУРАЦИЯ СТОКА  
ДЛЯ ВЫСОКОЭНЕРГИЧНЫХ  
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ  
В МАГНИТНОМ ПОЛЕ ДИПОЛЯ**

---

\* Научно-исследовательский институт ядерной физики  
МГУ, Москва



Вопрос о так называемом конусе потерь для частиц в магнитных ловушках не является тривиальным. Дело в том, что существующее представление о нем сложилось на основе теории дрейфового /адиабатического/ приближения <sup>1/</sup>. Этот подход справедлив, когда малый параметр задачи /параметр адиабатичности/

$$\chi = \rho R_0^{-1} \ll 1.$$

Здесь  $\rho$  - ларморовский радиус частицы,  $R_0$  - радиус кривизны ведущей силовой линии. В этом случае сток для частиц, определяемый питч-углом  $\alpha_0$  /угол между вектором магнитного поля  $\mathbf{B}$  и скоростью частицы  $\dot{\mathbf{v}}$ /, имеет геометрический образ в виде круглого прямого конуса, в котором  $\mathbf{B}$  играет роль высоты, а  $\dot{\mathbf{v}}$  - образующей. При этом питч-угол  $\alpha_0$  не зависит от параметров частицы.

Однако известно, что в геомагнитном поле существуют захваченные частицы с параметром  $\chi \sim 1$ . Естественно возникает вопрос о справедливости традиционных представлений о стоке частиц и нахождении области их высыпания для всего диапазона энергий захваченных частиц ( $\chi \leq 1$ ).

Если в дрейфовом приближении конус потерь легко определяется аналитически из условия сохранения первого адиабатического инварианта  $\mu$  <sup>1/</sup>, то в общем случае, когда  $\mu$  не сохраняется <sup>2/</sup>, необходимо численное интегрирование дифференциальных уравнений движения частицы. Движение частицы моделировалось теми же уравнениями, что и в работе <sup>3/</sup>, но в них произведена замена  $\mathbf{B}$  на  $-\mathbf{B}$  и, соответственно, положительного заряда на отрицательный. Геомагнитное поле полагалось дипольным, условия инжекции, то есть начальные условия, задавались в экваториальной плоскости  $z = 0$ .

Система координат, используемая для траекторного счета в поле земного диполя, показана на рис.1. Начальной ларморовской фазе  $\phi_0 = 0$  соответствовала точка  $R(x, 0)$ , отсчет фазы проводился против часовой стрелки, то есть по направлению вращения и дрейфа отрицательной заряженной частицы.

В рамках теории дрейфового приближения связь между точкой отражения и начальными условиями на экваторе определяется уравнениями <sup>1/</sup>:

$$R_m = R \cos^2 \lambda_m, \quad B = B_m \sin^2 \alpha, \quad \sin \alpha = \left[ \left( 4 \frac{R}{R_m} - 3 \right) \left( \frac{R}{R_m} \right)^5 \right]^{-1/4}. \quad //$$

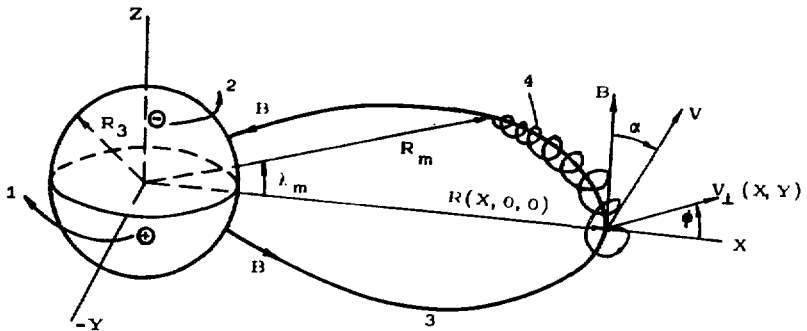


Рис.1. Система координат, используемая для описания движения заряженной частицы в поле диполя: 1 - дрейф протонов; 2 - дрейф электронов; 3 - силовая линия магнитного поля; 4 - траектория инжектированного протона;  $R_m$  - радиус-вектор точки отражения частицы;  $\lambda_m$  - широта точки отражения.

Если  $R_m = R_3$ , то есть точка отражения находится на поверхности Земли, то вместо /1/ можно записать

$$\sin \alpha = \sin \alpha_c = [(4L - 3) L^5]^{-1/4}, \quad /2/$$

где  $L = R/R_3$ . Отсюда следует, что все частицы - независимо от энергии и фазы - высыпаются на Землю /или гибнут в плотных слоях атмосферы/, если их экваториальные питч-углы расположены в интервале

$$0 \leq \sin \alpha \leq [(4L - 3) L^5]^{-1/4}. \quad /3/$$

Предварительные результаты траекторного счета<sup>/4/</sup> показали, что уже при  $\chi = 0,2$  наблюдается существенное отличие от предсказаний /1/-/3/. Кроме того, появляется зависимость критического питч-угла  $\alpha_c$  от фазы частицы. Сложный вид функции  $\alpha_c(\chi, \phi)$  виден на рис.2, на котором показаны типичные конусы потерь, вычисленные с помощью траекторного счета. При всей, казалось бы, сложности информации, приведенной на рис.2, напрашивается простая аналогия с эйлеровыми углами в аналитической геометрии<sup>/5/</sup>.

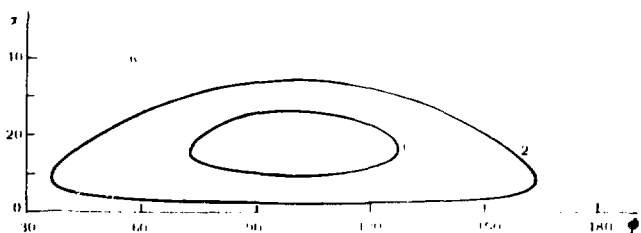
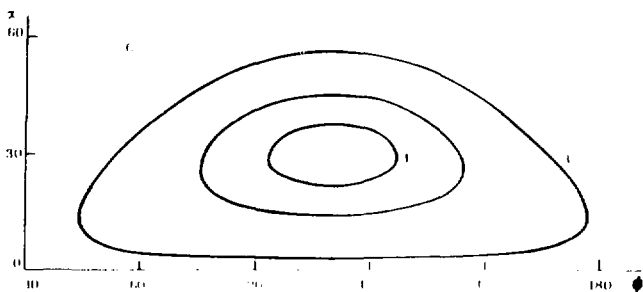
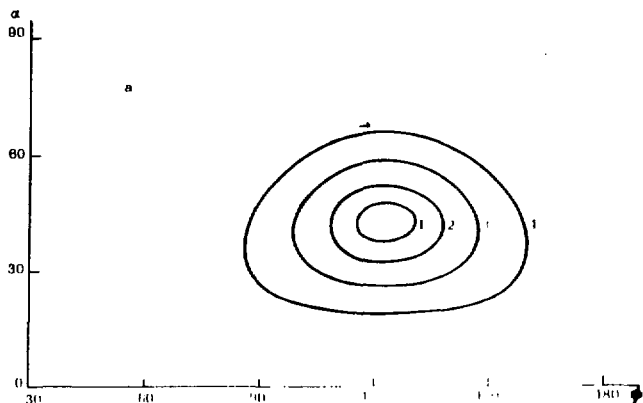
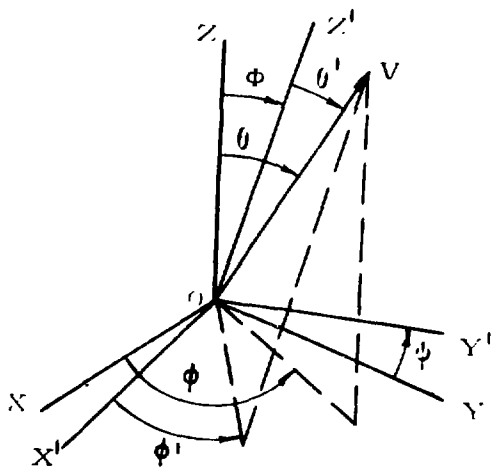


Рис. 2. Форма кривых  $R_m(\alpha, \phi) = \text{const}$  при различных  $\chi(L, E)$ . а -  $\chi = 0,98 / L^m = 4$ ,  $E = 600$  МэВ/: 1 -  $R_m = 1$ ; 2 -  $R_m = 1,5$ ; 3 -  $R_m = 2,0$ ; 4 -  $R_m = 2,5$ . б -  $\chi = 0,553 / L = 3$ ,  $E = 600$  МэВ/: 1 -  $R_m = 1$ ; 2 -  $R_m = 1,5$ ; 3 -  $R_m = 2,0$ . в -  $\chi = 0,202 / L = 3$ ,  $E = 200$  МэВ/: 1 -  $R_m = 1$ ; 2 -  $R_m = 1,5$ .  $R_m$  выражено в радиусах Земли.

Рис. 3. Преобразование системы координат  $Oxyz$  в систему  $Ox'y'z'$ .



Такой "эвристический" подход, связанный с поворотом координатной системы, позволяет в итоге представить все многообразие значений  $\alpha_0$  в достаточно простом виде. При этом сохраняются некоторые образы и представления из дрейфовой теории. Действительно, перейдем от системы координат  $Oxyz$  /см.рис.1/ к системе  $Ox'y'z'$  /рис.3/, кото-

рая получается путем проведения двух последовательных поворотов: поворота исходной системы на угол  $\psi$  вокруг оси  $Oz$  ( $Oxyz \rightarrow Ox_1y_1z_1$ ) и поворота системы  $Ox_1y_1z_1$  на угол  $\Phi$  вокруг оси  $Oy_1$  ( $Ox_1y_1z_1 \rightarrow Ox'y'z'$ ). При первом повороте имеем

$$v_x = v_{x_1} \cos \psi - v_{y_1} \sin \psi,$$

$$v_y = v_{x_1} \sin \psi + v_{y_1} \cos \psi, \quad /4/$$

$$v_z = v_{z_1},$$

где  $v_{x_1} = v \sin \theta \cos \phi$ ,  $v_{y_1} = v \sin \theta \sin \phi$ ,  $v_{z_1} = v \cos \theta$ . Для второго поворота можно записать

$$v_{x_1} = v'_x \cos \Phi + v'_z \sin \Phi,$$

$$v_{y_1} = v'_y, \quad /5/$$

$$v_{z_1} = v'_z \cos \Phi - v'_x \sin \Phi,$$

где  $v'_x = v \sin \theta' \cos \phi'$ ,  $v'_y = v \sin \theta' \sin \phi'$ ,  $v'_z = v \cos \theta'$ . Подставляя /5/ в /4/ и учитывая, что ось  $z'$  направлена вдоль  $V$  и поэтому  $\theta = \alpha$ , получим

$$\cos \alpha = \cos \theta' \cos \Phi - \sin \theta' \sin \Phi \cos \phi',$$

/6/

$$\sin(\phi - \psi) = \frac{\sin \theta' \sin \phi'}{\sin \alpha},$$

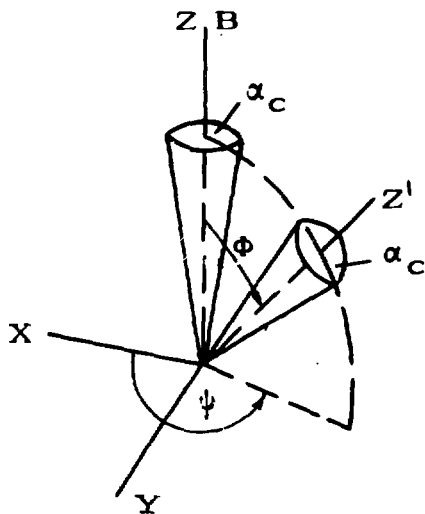
Формулы /6/ могут быть кандидатами на место прежнего адиабатического конуса выхода частиц /2/, если представить, что новый конус аналогичен старому, но образуется при оси  $z'$ , как это показано на рис.4. Другими словами, старый конус потерь поворачивается в пространстве, не изменяя формы и размера, вследствие чего появляется зависимость  $\alpha_c$  от фазы  $\phi$ . Сохранение размера конуса потерь в обеих системах координат означает, что  $\sin \alpha_c = \sin \theta'$ . Смещение оси  $z'$  по  $\phi$  происходит по часовой стрелке для положительно заряженных частиц и в обратном направлении - для отрицательных частиц.

Вычисления подтверждают справедливость этих эвристических представлений. Таким образом, можно заключить, что в общем случае граница высыпания частиц /форма стока частиц/ описывается уравнениями

$$\cos \alpha_c = \cos \theta' \cos \Phi - \sin \theta' \sin \Phi \cos \phi',$$

/7/

$$\sin(\phi_c - \psi) = \frac{\sin \theta' \sin \phi'}{\sin \alpha_c}, \quad \sin \theta' = [(4L - 3)L^5]^{-1/4}, \quad 0 \leq \phi' \leq 2\pi,$$



$\Phi$  и  $\psi$  представлены на рис.5. Под величиной  $\chi$  на рис.5 подразумевается ее мгновенное значение в точке инжекции. Использование /7/ в качестве начальных условий /условий инжекции/ для траекторного счета дает точки отражения вблизи  $R_m = R_s$  с точностью  $\leq 10\%^m$  ( $\chi \leq 1$ ). Объясняется это, видимо, размерами орбиты частицы около

Рис.4. Вращение конуса потерь.

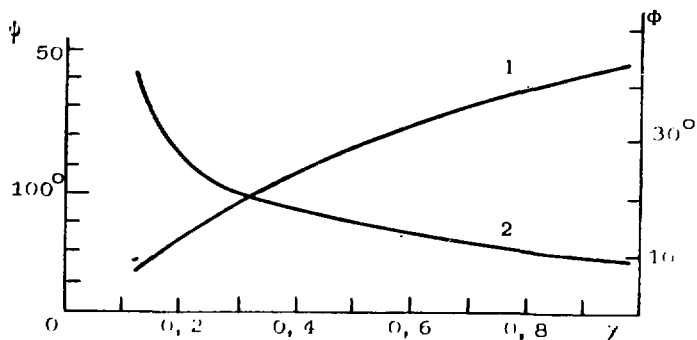


Рис. 5. Зависимость  $\psi$  и  $\Phi$  от  $\chi$ . 1 - функция  $\Phi(\chi)$ ; 2 -  $\psi(\chi)$ .

точки отражения. Чем меньше энергия частицы  $E$ , тем, естественно, меньше и отклонение  $R_m$  от  $R_g$ . Например, при инжекции протонов с  $L = 3$  и энергиями  $E = 600$  и  $200$  МэВ величина  $(\Delta R_m)_{\text{max}}$  изменялась от  $\sim 10\%$  до  $\sim 5\%$ . Проверка формул /7/ с помощью траекторного счета проводилась в диапазоне  $1,5 \leq L \leq 6$  для  $E/L = 1,5/ \leq 4$  ГэВ,  $E/L \leq 4/ \leq 600$  МэВ,  $E/L \approx 6/ = 50$  МэВ. При  $\theta' < \Phi$  кривая  $\alpha_c(\phi)$  имеет форму овала, при  $\theta' > \Phi$  граница  $\alpha_c(\phi)$  имеет вид незамкнутой кривой ( $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ). В случае  $\chi \rightarrow 0$  уравнения /7/ переходят в /2/, а  $\phi$  становится циклической переменной ( $\alpha_c(\phi) = \text{const}$ ).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Редерер Х. Динамика радиации, захваченной геомагнитным полем. М.: Мир, 1972, с.192.
2. Амирханов И.В. и др. Сообщение ОИЯИ, P11-85-88, Дубна, 1985.
3. Амирханов И.В. и др. Сообщение ОИЯИ, P11-83-505, Дубна, 1983.
4. Амирханов И.В. и др. Сообщение ОИЯИ, P11-86-329, Дубна, 1986.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1971, с.232.

Рукопись поступила в издательский отдел  
2 июня 1987 года.



### НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

|                |   |            |
|----------------|---|------------|
| Д3,4-82-704    | Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.   | 5 р.00 к.  |
| Д7-83-644      | Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.   | 6 р.55 к.  |
| Д2,13-83-689   | Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.  | 2 р.00 к.  |
| Д13-84-63      | Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.  | 4 р.50 к.  |
| Д2-84-366      | Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.  | 4 р.30 к.  |
| Д1,2-84-599    | Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.   | 5 р.50 к.  |
| Д10,11-84-818  | Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983. | 3 р.50 к.  |
| Д17-84-850     | Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/   | 7 р.75 к.  |
| Д11-85-791     | Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.                                       | 4 р.00 к.  |
| Д13-85-793     | Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.  | 4 р.80 к.  |
| Д4-85-851      | Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.  | 3 р.75 к.  |
| Д3,4,17-86-747 | Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.   | 4 р.50 к.  |
|                | Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/  | 13 р.50 к. |
| Д1,2-86-668    | Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/   | 7 р.35 к.  |

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

**Индекс**

**Тематика**

1. Экспериментальная физика высоких энергий
2. Теоретическая физика высоких энергий
3. Экспериментальная нейтронная физика
4. Теоретическая физика низких энергий
5. Математика
6. Ядерная спектроскопия и радиохимия
7. Физика тяжелых ионов
8. Криогеника
9. Ускорители
10. Автоматизация обработки экспериментальных данных
11. Вычислительная математика и техника
12. Химия
13. Техника физического эксперимента
14. Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15. Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16. Дозиметрия и физика защиты
17. Теория конденсированного состояния
18. Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19. Биофизика

Амирханов И.В. и др.

P11-87-377

Конфигурация стока для высокоэнергичных  
заряженных частиц в магнитном поле диполя

Исследуется граница выхода частиц из дипольной магнитной ловушки в зависимости от величины параметра адиабатичности  $\chi$ . С помощью траекторного счета найдены обобщенные аналитические выражения для описания формы стока частиц при  $\chi \leq 1$ . Показано, что общепринятый адиабатический конус потерь является частным случаем при  $\chi \rightarrow 0$ .

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С. Виноградовой

Amirkhanov I.V. et al.

P11-87-377

Configuration of Particle Drain for the  
High Energy Charged Particles in the  
Magnetic Dipole Field

The boundary of particle leakage from the magnetic dipole trap depending on the value of adiabatic parameter  $\chi$  is investigated. By trajectory computation a generalized analytical expression is determined for the shape of particle drain by  $\chi \leq 1$ . It is shown that generally accepted adiabatic loss cone is a particular case of  $\chi \rightarrow 0$ .

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987

Редактор Т.Я.Жабицкая. Макет Н.А.Киселевой.  
Набор Л.В.Пахомовой, Е.М.Граменицкой.

Подписано в печать 30.06.87.

Формат 60x90/16. Осетная печать. Уч.-изд.листов 0,68.  
Тираж 475. Заказ 39293.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна Московской области.