ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

IFVE-OMVT--88-53

ИФВЭ 88-53
ОМВТ

К.М.Ефимов, Т.Е.Ефимова, А.Б.Загурский

НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СОЗДАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ УСТАНОВКОЙ

(Аналитический обзор)

Серпухов 1988

УДК 62-50 М-24

Аннотация

Ефимов К.М., Ефимова Т.Е., Загурский А.Б. Некоторые математические аспекты создания системы управления физической установкой: Препринт ИФВЭ 88-53, Серпухов, 1988. - 23 с., библиогр.: 54 назв.

Настоящая работа является результатом исследования проблем создания математического обеспечения АСУ линейного ускорителя. Рассматриваемые задачи возникают перед любым коллективом разработчиков перспективной АСУ физической установки. Намечены возможные пути решения этих задач.

Abstract

Efimov K.M., Efimova T.E., Zagursky A.B. Some Mathematical Aspects of the Control System Creation by Physical Plant: IHEP Preprint 88-53, Serpukhov, 1988. - p.23, refs. 54.

The article presented is a result of investigations connected to the problems of the software creation for the automatic system of linear accelerator control. The problems considered arise before each scientific group engaged in the development of the automatic complex physical plant. The possible ways of solving such problems are discussed.

Настоящая работа явилась результатом исследования проблем создания математического обеспечения АСУ линейного ускорителя (ЛУ). Мы прежде всего попытались очертить основной круг математических вопросов, которые непременно возникнут у коллектива разработчиков АСУ физической установки (ФУ), перед которым стоит задача создать систему, отвечающую современным требованиям.

Естественно, что авторы отразили свою точку зрения на эти математические вопросы, а их выбор определялся специализацией авторов работы.

При создании математического обеспечения АСУ ФУ логично выделить следующие наиболее важные этапы:

- декомпозиция системы;
- создание модельного обеспечения;
- синтез системы управления.

Под декомпозицией системы понимается разбиение ее на подсистемы (агрегаты) [1-3], слабо взаимодействующие между собой. Такое разбиение позволяет независимо анализировать каждую из подсистем и создавать системы управления агрегатами, а впоследствии, при создании АСУ установки в целом, учесть имеющиеся между ними взаимодействия. Не будем более подробно останавливаться на первом этапе, поскольку ЛУ является установкой, которая достаточно естественно разбивается на квазинезависимые подсистемы [4].

Далее мы будем исследовать только вопросы второго и третьего этапов для агрегатов ФУ, которые либо уже не расчленимы, либо их не имеет смысла расчленять на более мелкие.

Пусть состояние системы в момент t описывается вектором

$$(\vec{x}(t),\ \vec{u}(t)),\ \vec{x}(t)\in R^{n_1},\ \vec{u}(t)\in R^{n_2},$$

где $\vec{u}(t)$ - подвектор переменных состояния, с помощью которого можно воздействовать на систему (вектор управления). Пусть поведение системы описывается с помощью следующих уравнений:

$$\vec{x}(t+\Delta t)= F(\vec{x}_{<t},\vec{u}_{<t}) \quad \vec{x}_{<t}=\{\vec{x}(\tau),\tau<t\},\ \vec{u}_{<t}=\{\vec{u}(\tau),\tau<t\}, \quad (0.1)$$

$$\vec{u}_{k+1}= \Phi(\vec{x}_{<t},\vec{u}_{<t}) \quad \vec{u}_k= \vec{u}_k(t) \quad \text{при} \quad t\in[k\Delta t,(k+1)\Delta t]. \quad (0.2)$$

Временной интервал Δt определяется режимом съема данных с установки.

Вообще говоря, вместо (0.1) корректнее рассматривать соответствующее уравнение в некотором, специальным образом построенном, банаховом пространстве. Дело в том, что при исследовании ФУ мы часто не знаем точных значений тех или иных параметров, а имеем лишь некоторые границы их изменяемости, либо оказывается, что некоторые параметры ощутимо меняются за время Δt, т.е. мы исследуем так называемую систему с неполной информацией. В этом случае можно воспользоваться стандартной конструкцией [5] для перехода к соответствующему уравнению в построенном банаховом пространстве. Однако, хотя этот переход и желателен, сложность возникающих при этом задач (которая, кстати, не дает возможности получить на данный момент далеко идущие результаты) и ограниченность рамок данной статьи не позволяют нам более подробно остановиться на этих вопросах. С ними можно ознакомиться, например, в работах [6-11].

Возможны две следующие ситуации:

1. Функция F известна.

2. Функция F неизвестна.

В свою очередь, во второй ситуации могут встретиться две следующие возможности:

2.1. Вид функции известен, но неизвестны определяющие ее параметры.

2.2. Неизвестен вид функции F.

В случае 2.2 нам необходимо восстанавливать вид функции F, в случае 2.1 - уточнять F; однако, даже если F уже известна, она может нуждаться в корректировке; сформированная лишь на основе теоретических исследований физических процессов в системе функция F может отличаться от истинной.

Если восстановление функции осуществляется вне контура регулирования, то решается задача идентификации. Впрочем, корректировка F должна осуществляться и внутри контура регулирования, так как у некоторых параметров ЛУ может наблюдаться дрейф. После того, как задача идентификации решена, можно переходить к задаче синтеза управления.

Может оказаться, что полученное решение не будет работоспособным; в этом случае необходимо будет решать задачу адаптивного управления, т.е. формировать Ф в процессе работы системы при отсутствии достаточных сведений об F.

Если и такое решение будет неудовлетворительным, то, как это ни странно на первый взгляд, имеет смысл попытаться моделировать эксперта. С нашей точки зрения, в наиболее сложных подсистемах ЛУ перспективен именно такой подход; однако для менее сложных агрегатов другие методы могут оказаться более плодотворными. Предсказать заранее, какой из них лучше использовать в каждом конкретном случае, затруднительно. Поэтому одной из задач группы, занимающейся созданием прикладного математического обеспечения АСУ ФУ, является создание комплекса прикладных программ, реализующих предложенные подходы, с тем, чтобы в реальной подсистеме использовать тот пакет программ, который лучше покажет себя в работе.

1. ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ МОДЕЛЬНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Уравнению (0.1) отвечает некоторая динамическая система $S^t(\vec{u}):\vec{x}(t_0) \longrightarrow \vec{x}(t_0+t)$, зависящая от $\vec{u}(t)$. Задача идентификации состоит в нахождении отображения $(S^t(\vec{u}))^*$, которое должно быть близко к истинному $S^t(\vec{u})$. Чтобы оценить степень этой близости, должна быть задана, например, функция потерь ρ, скажем, следующего вида

$$\rho(\vec{x}(t_0+t), \vec{x}^*(t_0+t)) = \sum_j W_j [\vec{x}^j(t_0+t)-\vec{x}^{*j}(t_0+t)]^2.$$

Значения W_j здесь зависят от степени важности каждой из переменных. Если $\vec{u}(t)$ - случайная функция, то $S^t(\vec{u})\vec{x}(t_0)$ - также случайная функция, и можно потребовать, чтобы $M\{\rho(\vec{x}(t_0+t), \vec{x}^*(t_0+t))\}=\min$ для оптимальной оценки $(S^t(\vec{u}))^*$.

Таким образом, для решения задачи идентификации чрезвычайно важными являются следующие этапы:

- выбор класса преобразований, внутри которого ищется оценка $(S^t(\vec{u}))^*$;
- выбор критериев качества аппроксимаций;
- оптимизация относительно выбранных критериев.

В такой постановке задача идентификации является, как правило, некорректной задачей. Напомним, что задача решения операторного уравнения $Af=g$ является корректно поставленной, если решение этого уравнения существует, единственно и устойчиво. Если хоть одно из этих требований не выполняется, то задача называется некорректно поставленной. Покажем, что уже задача идентификации линейного однородного объекта с одним входом и одним выходом является некорректно поставленной в классе непрерывных функций [12-13]. В этом случае необходимо найти импульсную переходную функцию $h(\tau)$ такую, что

$$x(t) = \int_0^\infty h(\tau)\, u(t-\tau)d\tau.$$

Эта функция ищется как решение интегрального уравнения Фредгольма 1 рода $R_{ux}(t)=\int_0^\infty R_{uu}(t-\tau)\ h(\tau)d\tau$, где $R_{uu}(t)$ - автокорреляционная функция входного процесса; $R_{ux}(t)$ - взаимная корреляционная функция входного и выходного процессов. Функция $R_{ux}(t)$ определяется из эксперимента и поэтому известна лишь приблизительно. Задача же решения интегрального уравнения Фредгольма 1 рода в классе непрерывных функций является, как известно, некорректно поставленной.

Методы решения некорректных задач (сводящихся к так называемым условно корректным) разработаны А.Н.Тихоновым и его учениками [12,14,15]. Одной из основных трудностей при решении таких задач, как правило, является выбор параметра регуляризации. В сложных задачах идентификации эта трудность становится принципиальной, так как искомый параметр зависит, вообще говоря, как от истинных коэффициентов регрессии, так и от неизвестной обычно ковариационной матрицы возмущающих воздействий, и его выбор достаточно субъективен. В связи с этим зачастую оказывается оправданным использование некорректных алгоритмов (хорошо, однако, зарекомендовавших себя на практике). К таким алгоритмам следует отнести, например, те, которые строятся на основе *метода группового учета аргументов (МГУА)*, разрабатываемого А.Г. Ивахненко и его учениками [16-18].

Этот метод состоит в выборе нескольких серий частных моделей. Каждая частная модель первой серии имеет несколько входных переменных u_i и лишь одну выходную v_{1k}. Параметры частных моделей подбираются так, чтобы v_{1k} как можно точнее аппроксимировало x (относительно некоторого критерия качества; в классическом МГУА используется обычно МНК). Каждая частная модель второй серии имеет несколько входных переменных v_{1i} и лишь одну выходную v_{2k}. Параметры подбираются из тех же соображений, что и на первом шаге. Новые переменные, таким образом, получаются как комбинации выходных переменных предыдущей серии. Отбор переменных, которые используются в качестве входных, производится согласно некоторому критерию селекции. Известно, что использование полиномиальных моделей, как правило, приводит к плохой обусловленности соответствующей матрицы плана. При исследовании временных характеристик обычно используется так называемая модель распределенного лага:

$$x_t = -\alpha_1 x_{t-1} - \alpha_2 x_{t-2} - \dots - \alpha_n x_{t-n} + \gamma_1 u_{t-1} + \gamma_2 u_{t-2} + \dots + \gamma_n u_{t-n} + \varepsilon_t.$$

Для таких моделей матрица плана также является плохо обусловленной. Однако, и в общем случае мультиколлинеарность переменных на некотором шаге МГУА - явление довольно обычное. Чтобы избавиться от ее эффекта, мы предлагаем осуществлять переход от последнего набора выходных переменных к их главным компонентам. В результате мы также получим наиболее значимые переменные для следующего шага. Эта процедура, несомненно, позволит повысить помехоустойчивость МГУА. Допустимо, кстати, и селекцию проводить на основе анализа главных компонент. Правда, при таком подходе в качестве входных переменных для моделей следующей серии будут использоваться не сами выходные переменные предыдущей серии, а некоторые их линейные комбинации. Окончательно получаем некоторую переменную w, которая и принимается в качестве оценки x.

Следует отметить одно несомненное достоинство идеологии МГУА, которое часто оправдывает имеющиеся изъяны и выделяет соответствующие алгоритмы из других. С ее помощью может быть проверен значительно более широкий класс зависимостей, чем с помощью других известных методов.

Однако МГУА нуждается еще в строгом математическом обосновании и выделении основных принципов, лежащих в его основе. Это необходимо как для научно обоснованного применения собственно конструкций МГУА, так и для оптимального выбора типа частных описаний, критерия качества, критерия селекции. Поэтому в настоящий момент необходима известная осторожность при использовании МГУА для идентификации ФУ.

Для работы с некорректными алгоритмами имеет смысл выделить основные принципы, на которых базируются такие известные алгоритмы [19,20]. Тогда для получения необходимой процедуры следует лишь выбрать ряд постулатов, а алгоритмы можно будет получать с помощью стандартных математических конструкций.

При решении задачи идентификации важна априорная информация об объекте исследования. Эта информация должна представляться разработчиками установки и специалистами, эксплуатирующими ее. Преобразование этой информации в строгую математическую форму производится совместными усилиями математиков и специалистов соответствующей области техники.

Каким образом может быть задана такая априорная информация? Имеются, например, следующие возможности:

- экспериментальные или теоретические зависимости типа

$F(x_1,\dots,x_i,x_{i+1},\dots,x_{n_1},u_1,\dots,u_j,\dots,u_{n_2})=0$ при

$x_k = c_k = \text{const}$, $k \neq i$; $u_m = d_m = \text{const}$, $m \neq j$, т.е.

$F(c_1,\dots,c_{i-1},x_i,c_{i+1},\dots,c_{n_1},d_1,\dots,d_{j-1},u_j,d_j,d_{j+1},\dots,d_{n_2})=0$

(для случая ЛУ много информации именно такого типа имеется по ионной пушке, ВЧ-системе питания, НЧУ); зависимости могут представляться в аналитической, графической либо табличной форме;

- информация о параметрах системы (каким образом и с какой точностью снимаются измерения, допустимые пределы изменяемости, регулируются или нет,...);

- вероятностные характеристики некоторых величин (моменты распределения, характеристические коэффициенты, корреляционные зависимости,...);

- некоторые сведения о функциональных зависимостях (если нет сведений о зависимостях в целом, то могут быть представлены участки монотонности этих зависимостей, наличие и количество экстремумов, наличие и участки линейного поведения зависимостей, характер нелинейностей на некоторых участках,...);

- желаемый вид огибающей функции какой-либо переменной во временной области;

- априорные сведения о помехах (наличие и величина шумов в соединениях, влияние внешних условий, диапазоны дрейфа параметров,...).

Предположим, что представленная априорная информация не является противоречивой. Наличие этой информации помогает нам точнее выбрать класс Ф, которому принадлежит искомая функция F, локализовать в Ф зоны поиска и, следовательно, помогает найти подходящий для данной задачи способ идентификации.

Кроме уже упоминавшегося МГУА, в той или иной форме решают задачи такого типа следующие наиболее известные методы идентификации:

- метод идентификации линейных систем с помощью спектрального анализа корреляционных функций [21,22,25];
- дисперсионные методы идентификации [23-25];
- пошаговые регресионные методы идентификации [26-28].

Как уже отмечалось, некоторые функциональные параметры системы могут быть подвержены дрейфу. В этом случае целесообразно ввести блок подстройки параметров в контур управления. Подстройка может осуществляться на основе использования последовательных регрессионных методов. В этом случае с помощью поступающих новых данных можно производить корректировку регрессионных коэффициентов. Подобную корректировку можно осуществлять, если появились более точные, чем имевшиеся ранее, наблюдения, или какое-нибудь наблюдение представляется сомнительным, и его влияние на регрессионные коэффициенты желательно исключить [26-28].

Считается, что в настоящее время ни одно сколько-нибудь серьезное практическое применение статистических методов не должно обходиться без проверки робастности этих методов [29-31]. Однако говорить о робастности в случае использования некорректных алгоритмов в настоящий момент не представляется возможным. Поэтому с целью повышения помехоустойчивости идентификации особенно полезно и важно проводить фильтрацию экспериментальных данных для отделения полезного сигнала от шума. В свою очередь, задача фильтрации является частным видом задачи о разложении аддитивной суперпозиции сигналов на отдельные компоненты при неполной априорной информации.

Одним из важнейших этапов при решении задачи идентификации является измерение и сбор информации об исследуемом процессе. Предполагается, что есть полная автоматизация съема входных и выходных величин. Чрезвычайно важно правильно организовать эксперимент. Неверно или некачественно спланированный (а зачастую и пассивный, т.е. в условиях нормального функционирования объекта), он может привести к плохим или даже явно абсурдным выводам и дискредитировать в результате всю предыдущую и последующую работу. Часто это бывает связано с наличием скрытых (т.н. латентных) переменных, хотя есть много других причин, требующих организации именно активного (спланированного) эксперимента. Наглядный пример плохого проведенного эксперимента приводится Тьюки и Мостеллером [32][1/].

Заметим также, что в ряде случаев [33,34] существует оптимальное число измерений, которые имеет смысл использовать, и привлечение лишних измерений нецелесообразно, так как это лишь ухудшит точность проводимых оценок.

Все это лишний раз подтверждает, что важность задачи планирования эксперимента вряд ли можно приуменьшить, и она занимает одно из центральных мест во всей программе работ по созданию математического обеспечения.

Выше мы отмечали еще один этап идентификации: оптимизация выбранных критериев. Это почти всегда далеко не тривиальная задача. Она тесно связана с проблемой интегрирования динамических систем. Однако известно, что даже для гамильтоновой системы общего положения нельзя найти полного набора интегралов в инволюции, и, таким образом, система не является вполне интегрируемой. Для общих же динамических систем ситуация не проще. Поэтому в большинстве случаев мы вынуждены использовать численные методы исследования динамических систем. Правда, следует обратить вни-

---

1/Изучая группу детей, исследователи выявили связь между их весом и способностями к овладению французским языком: чем больше их вес, тем выше способности. Оказалось, что в группе были дети разного возраста, что и дало такой неожиданный эффект. Второй эксперимент с детьми одинакового возраста опять дал корреляцию: способности тем выше, чем меньше вес ребенка. Этот эффект определялся уже тем, что в детском возрасте способности девочек обычно выше, чем мальчиков, а вес девочек в среднем меньше. Бессмысленно, конечно, пытаться поднять способности ребенка, основываясь на данных таких экспериментов.

мание на следующее. В последнее время складывается метод исследования динамических систем, который логично назвать численно-аналитическим, когда численные и аналитические методы тесно переплетены между собой. Дело в том, что, с одной стороны, появляются возможности доказательства математических теорем с помощью ЭВМ, а с другой - правильная интерпретация численных расчетов зачастую настолько сложна, что необходимо использовать достаточно тонкие математические рассуждения и современные результаты для прояснения ситуации (например, поведение траекторий вблизи границ областей устойчивости, в окрестности гомоклинических и гетероклинических точек, на стохастическом аттракторе и вблизи него,...). Таким образом, исследование любой нетривиальной и неинтегрируемой динамической системы становится уже серьезной задачей. С аналогичными проблемами мы сталкиваемся и при синтезе управления.

2. ПРОБЛЕМЫ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ И АНАЛИЗА УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Как уже отмечалось в разд.1, уравнению (0.1) отвечает некоторая динамическая система $S^t(\vec{u})$: $\vec{x}(t_0)\to \vec{x}(t_0+t)$, уравнению (0.2) отвечает эндоморфизм $T_{\vec{x}}$: $\vec{u}(t_0)\to \vec{u}(t_0+\Delta t)$.

Обычно перед автоматической системой управления ставятся следующие задачи [5,35,36]:

- задача стабилизации - поддержание значений одной или нескольких переменных на одном и том же постоянном уровне;
- задача слежения - изменение управления в зависимости от неизвестного заранее переменного, задающего воздействия;
- задача поисковой оптимизации - изменение управления с целью приведения некоторой функции от выходных переменных к своему экстремальному значению.

Все эти задачи при соответствующем видоизменении сводятся к одной более общей задаче. Она состоит в том, чтобы у динамической системы имелось асимптотически устойчивое в целом множество точек, принадлежащее фиксированной заранее области фазового пространства; или по-другому: чтобы у S^t имелся аттрактор в фиксированной области, поглощающим множеством которого является вся область определения $\vec{x}$. Напомним [37,38], что *аттрактором*[1/] Λ называется компактное инвариантное множество, такое, что у него имеется окрестность V (называемая поглощающей), для которой

$S^tV \subset V$ при всех $t>0$, при этом все ω-предельные точки

$S^t\vec{y}$, $\vec{y} \in V$ должны принадлежать Λ.

Необходимым условием существования аттрактора, размерность которого меньше n_1, является диссипативность динамической системы S^t, т.е. необходимо убывание фазового объема в среднем вдоль траекторий S^t.

Отрадно, что свойство динамической системы иметь аттрактор в данном открытом множестве является C_0-грубым [37]. Это позволяет нам надеяться, что малые возмущения и ошибки идентификации не окажут заметного влияния на качество управления.

Несомненно, что опыт и знания, накопленные в геометрической теории динамических систем, должны оказаться весьма плодотворными в задачах такого типа и, видимо, должны помочь сформулировать требования, которые необходимо предъявлять к Т. Таким образом, дальнейшая исследовательская работа в этом направлении, несомненно, актуальна.

Помимо сформулированных выше требований к динамической системе часто требуют также, чтобы траектории не просто стягивались к аттрактору, но чтобы и само это приближение было оптимальным по отношению к некоторому критерию. Наиболее известными методами синтеза управлений такого типа является принцип максимума Понтрягина и метод динамического программирования Беллмана. В начале 60-х годов В.Ф.Кротов разработал новый метод решения вариационных задач такого типа [39], названный впоследствии *принципом оптимальности Кротова*. При этом ищется не только пара

1/ В настоящее время в литературе нет единого понятия аттрактора. Мы используем здесь то, которое отвечает целям данной работы.

($\vec{x}^*(t)$, $\vec{u}^*(t)$), являющаяся решением задачи, но и непрерывная скалярная функция $K(\vec{x},t)$, получившая название функции Кротова, такая, что некоторые функционалы (зависящие в том числе и от критерия оптимальности) $R(K(\vec{x},t),\vec{x},\vec{u},t)$ и $F(\vec{x}_0,\vec{x}_{end},K(\vec{x},t))$ принимают экстремальные значения при $\vec{x}=\vec{x}^*$ и $\vec{u}=\vec{u}^*$ на допустимом множестве значений и управлений.

При этом, выбирая некоторый конкретный класс возможных функций K, мы можем получить как уравнения, вытекающие из принципа максимума Понтрягина, так и уравнения, получающиеся из принципа оптимальности Беллмана. Мы опять пришли к проблеме интегрирования динамических систем, о которой говорилось в разд.1.

Следует особо сказать о *классе разрывных динамических систем.* Проблемы использования таких систем в задачах автоматического управления исследовались в работах [5,36,40]. Развитая теория получила название теории систем с переменной структурой. При синтезе управления традиционными методами разрывность в управлении может появиться лишь апостериори, в то время как при использовании методов теории систем с переменной структурой разрывность управления предполагается априори, в результате чего появляется возможность добиться независимости движения системы от ее параметров. При этом ищется некоторое специфически вырожденное движение - скользящий режим, поддерживаемый за счет высокочастотного переключения связей в системе /скачкообразного изменения управляющей функции/ в зависимости от ее фазового состояния. "Интерес к системам с разрывными управлениями основывается на весьма эффективном их применении для решения самых разнородных по физической природе и функциональному назначению технических задач."[36,40,41]. Таким образом, необходимо проводить целенаправленные исследования разрывных динамических систем с целью использования их при синтезе управления.

Как уже отмечалось во введении, может случиться, что управляемая система, построенная на основе предложенных выше принципов, не будет иметь ожидаемых свойств. В этом случае можно попытаться синтезировать управление с помощью так называемой *эталонной модели*. Целью управления тогда является сведение к нулю рассогласования между векторами состояния модели и объекта. Считается, что управление эталонной моделью, которое сводит ее траектории к нужному аттрактору, известно (или построено нами на предварительной стадии разработки управляющей системы). Покажем, как можно сводить к нулю рассогласование в одном частном случае.

Пусть уравнение какого-то узла некоторой подсистемы имеет вид

$$\vec{x}_k = A_{k-1}\vec{x}_{k-1} + B_{k-1}\vec{x}_{k-2} + C_{k-1}\vec{u}_{k-1} + D_{k-1}\vec{u}_{k-2}\ , \quad k=1,2,\dots,$$

$\vec{x}_k \in R^{n_1}$, $\vec{u}_k \in R^{n_2}$; A_{k-1}, B_{k-1} - матрицы $(n_1 * n_1)$;

C_{k-1}, D_{k-1} - матрицы $(n_1 * n_2)$.

В этом случае

$$\vec{x}_{k+2} = A_{k+1}A_k\vec{x}_k + B_{k+1}\vec{x}_k + A_{k+1}B_k\vec{x}_{k-1} + A_{k+1}C_k\vec{u}_k + D_{k+1}\vec{u}_k +$$

$$+ A_{k+1}D_k\vec{u}_{k-1} + C_{k+1}\vec{u}_{k+1}\ .$$

Аналогично, модельные уравнения имеют вид

$$\vec{x}^{\,M}_{k+2} = A^M_{k+1}A^M_k\ \vec{x}^{\,M}_k + B^M_{k+1}\vec{x}^{\,M}_k + A^M_{k+1}B^M_k\ \vec{x}^{\,M}_{k-1} + A^M_{k+1}C^M_k\ \vec{u}^{\,M}_k + D^M_{k+1}\ \vec{u}^{\,M}_k +$$

$$+ A^M_{k+1}D^M_k\ \vec{u}^{\,M}_{k-1} + C^M_{k+1}\vec{u}^{\,M}_{k+1}\ ,$$

$\vec{x}^{\,M}_k \in R^{n_1}$, $\vec{u}^{\,M}_k \in R^{n_2}$; A^M_{k-1}, B^M_{k-1} - известные матрицы $(n_1 * n_1)$;

C^M_{k-1}, D^M_{k-1} - известные матрицы $(n_1 * n_2)$.

Обозначив $\vec{e}(k) = \vec{x}^{\,M}_k - \vec{x}_k$, $\Delta\vec{u}(k) = \vec{u}^{\,M}_k - \vec{u}_k$, напишем:

$$\vec{e}(k+1) = A^M_{k+1}A^M_k\ \vec{e}(k) + B^M_{k+1}\vec{e}(k) + A^M_{k+1}B^M_k\ \vec{e}(k-1) + A^M_{k+1}C^M_k\ \Delta\vec{u}(k) +$$

$$+ D^M_{k+1}\Delta\vec{u}(k) + A^M_{k+1}D^M_k\Delta\vec{u}(k-1) + C^M_{k+1}\Delta\vec{u}(k+1) + \vec{\xi}\ ,$$

где $\vec{\xi}$ определяется качеством выбранной модели.

Если существуют такие константы L_1, L_2, a, b, c, d, что

$\|\vec{x}_k\|_1 < L_1$, $\|\vec{u}_k\|_2 < L_2$ для всех k и $\|A_k\| < a$,

$\|B_k\| < b$, $\|C_k\| < c$, $\|D_k\| < d$

(для модельных матриц предполагаем такие же неравенства),
где $\| \ \|_1$, $\| \ \|_2$ - некоторые нормы в R^{n_1}, R^{n_2} соответственно и
и $\| \ \|$ - соответствующие матричные нормы; кроме того, если

$$\|A_k^M - A_k\| < \frac{\varepsilon}{2a*L_1+b*L_1+c*L_2+d*L_2}, \quad \|C_k^M - C_k\| < \frac{\varepsilon}{(a+1)*L_2},$$

$$\|B_k^M - B_k\| < \frac{\varepsilon}{L_1*(a+1)}, \quad \|D_k^M - D_k\| < \frac{\varepsilon}{L_2*(a+1)}, \text{ то } \|\vec{\xi}\|_1 < 4\varepsilon.$$

Следовательно, если $C_{k+1}^M \Delta\vec{u}(k+1) = (A_{k+1}^M A_k^M + B_{k+1}^M)\,\vec{e}(k) +$

$$+A_{k+1}^M B_k^M\,\vec{e}(k-1) + (A_{k+1}^M C_k^M + D_{k+1}^M)\Delta\vec{u}(k) + A_{k+1}^M D_k^M\,\Delta\vec{u}(k-1), \qquad (2.1)$$

то $\vec{e}(k+2) < 4\varepsilon$.

Таким образом, имея значения модельной функции управления $\vec{u}_{k-1}^M$, $\vec{u}_k^M$, $\vec{u}_{k+1}^M$, можно получить корректировку для $\vec{u}_{k+1}$ в зависимости от рассогласований $\vec{e}(k)$, $\vec{e}(k-1)$, $\Delta\vec{u}(k)$, $\Delta\vec{u}(k-1)$ согласно (2.1).

В соответствии с определениями, данными во введении, управление системами с помощью эталонных моделей естественно назвать полуадаптивным, хотя в литературе такого термина нет и принято считать такое управление адаптивным.

Существует много различных методов адаптации. С ними можно ознакомиться по работам [42-49], и некоторые из этих методов могут оказаться приемлемыми для решения задач, которым посвящена данная работа. Мы предлагаем здесь один многообещающий и мобильный с нашей точки зрения подход к моделированию эксперта ЛУ. Этот подход является итогом проработки проблемы и сочетает в себе два совершенно различных адаптивных метода, не стыковавшихся ранее в рамках одного подхода.

Пусть мы имеем n_1 каналов управления какой-то подсистемой ЛУ. В зависимости от состояния системы нам надо принять решение, каким каналом управления воспользоваться. Следовательно, мы имеем задачу распознавания. Для принятия необходимого решения предлагаем пользоваться обучающейся системой, т.е. такой, которая строится как на накопленном ранее опыте, так и на опыте эксперта, поступающем в процессе функционирования системы.

Для того чтобы двигаться дальше, необходимо напомнить некоторые определения [49-51].

Пусть мы имеем два класса образов M_1, M_2, принадлежащих фазовому пространству $X \subset R^n$. Комитетом системы неравенств

$$\begin{cases} (\vec{c},\vec{x})+a > 0 , & \vec{x} \in M_1 \\ (\vec{c},\vec{x})+a < 0 , & \vec{x} \in M_2 \end{cases}$$

называется конечное множество $K = \{ \vec{c}^{\,1},\dots,\vec{c}^{\,q}, a^1,\dots,a^q \}$, $\vec{c}^{\,i} \in R^{n_1}$, $a \in R^1$ при всех i такое, что любому неравенству системы удовлетворяет большинство элементов из К. Решающее правило, с помощью которого классифицируется любой новый объект $\vec{x} \in R^{n_1}$: если большинство чисел $(\vec{x},\vec{c}^{\,i}) > 0$, $i=1,\dots,q$, то $\vec{x} \in M_1$, в противном случае $\vec{x} \in M_2$.

Известно [49], что если множества M_1 и M_2 не пересекаются и, более того, находятся друг от друга на положительном расстоянии, но не являются линейно отделимыми (т.е. не существует гиперплоскости, разделяющей эти множества), то существуют такие конечные наборы векторов $\langle \vec{c}^{\,1},\dots,\vec{c}^{\,q} \rangle$ и чисел $\langle a^1,\dots,a^q \rangle$, что для любого $\vec{x} \in M_1$ имеем $\sum_{j=1}^{q} \mathrm{sgn}[(\vec{c}^{\,j},\vec{x})+a^j] > 0$, тогда как для всякого $\vec{x} \in M_2$ имеем $\sum_{j=1}^{q} \mathrm{sgn}[(\vec{c}^{\,j},\vec{x})+a^j] < 0$. (2.2)

Пусть мы знаем, что существует комитет из q членов, с помощью которого можно разделять множества M_1 и M_2 (по правилу 2.2). Тогда алгоритм рекуррентного построения комитета членов имеет вид

$$\vec{c}_{i+1}^{\,(j)} = \vec{c}_i^{\,(j)} - \theta(\vec{x}_i,\vec{\tau}_i) * \frac{(\vec{c}_i^{\,(j)},\vec{x}_i)+a_i^{(j)}}{1 + |\vec{x}_i|^2} * \vec{x}_i , \quad i=1,2,\dots,$$

$$a_{i+1}^{(j)} = a_i^{(j)} - \theta(\vec{x}_i,\vec{\tau}_i) * \gamma_i^{(j)} * \frac{(\vec{c}_i^{(j)},\vec{x}_i)+a_i^{(j)}}{1+|\vec{x}_i|^2}, \quad j=1,2,\dots,q,$$

где $\theta(\vec{x},\vec{\tau}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \psi(\vec{\tau},\vec{x})\leq 0 \\ 0, & \text{если } \psi(\vec{\tau},\vec{x})>0 \end{cases}, \quad \vec{\tau}^{(j)} = \begin{bmatrix} \vec{c}^{(j)} \\ a^{(j)} \end{bmatrix}, \quad \vec{\tau} = (\vec{\tau}^{(1)},\dots,\vec{\tau}^{(q)}),$

$$\psi(\vec{\tau},\vec{x}) = \sum_{j=1}^{q} \operatorname{sgn}[(\chi(\vec{x})\vec{x},\vec{c}^{(j)})+\chi(\vec{x})a^{(j)}]; \quad \chi(\vec{x}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \vec{x}\in M_1 \\ -1, & \text{если } \vec{x}\in M_2 \end{cases}.$$

Условия (2.2) в таких обозначениях записываются в виде

$\psi(\vec{\tau}_*,\vec{x}) > 0, \quad \vec{x}\in M_1 \cup M_2$; $\vec{\tau}_*$ - искомый вектор.

$$\gamma_i^{(j)} = \gamma * q^{(j)}(\vec{\tau}_i,\vec{x}_i) * r^{(j)}(\lambda_i) \quad ;$$

$$q^{(j)}(\vec{\tau}_i,\vec{x}_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } \chi(\vec{x}_i)[(\vec{c}_i^{(j)},\vec{x}_i) + a_i^{(j)}] < 0 \\ 0, & \text{если } \chi(\vec{x}_i)[(\vec{c}_i^{(j)},\vec{x}_i) + a_i^{(j)}] > 0 \end{cases};$$

$r^{(j)}(\lambda_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } \lambda_i = j \\ 0, & \text{если } \lambda_i \neq j \end{cases}$, λ_i - последовательность независимых случайных величин, удовлетворяющих при любом i условиям : $P\{\lambda_i=j\}=q^{-1}$, $j=1,2,\dots,q$. При $q > 1$ такой алгоритм за конечное число шагов сходится к $\vec{\tau}_*$.

Решать нашу задачу с помощью такой процедуры обучения можно, если мы знаем качественное расположение областей $M_1,M_2,\dots,M_{n_1}$, соответствующих различным каналам управления, т.е. нам необходимо иметь список "опорных" векторов, качественно определяющих области $M_1,\dots,M_{n_1}$, и ошибочная классификация которых (априори известно) приводит к явно нежелательным последствиям. После этого можно строить *дерево классификации* и оценивать порядок соответствующих комитетов неравенств.

Дерево классификации задает на своем первом уровне разбиение всего набора множеств $M_1,\dots,M_{n_1}$ на два набора таким образом, чтобы эти наборы было удобней разделять гиперповерхностями. Надо стремиться к тому, чтобы число множеств в наборах отличалось не более, чем на единицу. Затем строим второй уровень разбиения, исходя из тех же соображений, т.е. оба набора делятся в свою очередь на два, и так далее до тех пор, пока каждый из наборов не будет содержать по одному из множеств $M_1,\dots,M_{n_1}$. После этого строим комитеты неравенств согласно описанному выше алгоритму для каждой ветви этого дерева. Как уже было отмечено выше, порядок каждого комитета должен быть оценен из априорных соображений, хотя, с нашей точки зрения, в большинстве случаев достаточно, чтобы любой комитет состоял из трех неравенств, о чем еще будет сказано ниже. Чтобы построенная процедура сходилась, необходимо, чтобы в качестве обучающей информации использовалась лишь та, которая надежно оценивается экспертом. Этим мы искусственно вносим расстояния между $M_1,\dots,M_{n_1}$. Логично предположить, что множество, которое эксперт надежно относит к одному классу, является выпуклым. В этом случае из теоремы Хана-Банаха следует, что любые два таких множества линейно разделимы, и поэтому мы можем строить комитеты даже из одного неравенства (разделяющие гиперплоскости); мы же делаем больше - строим комитеты из трех неравенств, что, следовательно, вполне достаточно для наших целей. Таким образом, в процессе работы эксперта по управлению ускорителем система будет обучаться. Если вначале решения эксперта иногда будут отличаться от рекомендаций управляющей системы, то со временем советы системы будут приниматься все чаще и чаще.

Научив систему правильно выбирать канал управления на каждом шаге, необходимо научить ее также задавать уровень воздействия по этому каналу. Пусть $\varphi_i(\vec{x},\vec{u})$, $\vec{x}\in M_i$ - уровень воздействия по i-му каналу, если состояние системы на предыдущем шаге было $\vec{x}$, а управляющее воздействие $\vec{u}$. Нам необходимо построить функцию φ_i^*, которая аппроксимировала бы φ_i. Это типичная задача по выбору наилучшей регрессии из фиксированного класса регрессионных зависимостей. Здесь можно, конечно, попытаться использовать идеологию МГУА, о которой уже говорилось выше. Однако, по-видимому

мому, лучше будет применять процедуры пошаговой регрессии. В этом случае мы заранее отбираем все наиболее приемлемые функции входных переменных и используем их в качестве базового множества предикторов. Метод пошаговой регрессии состоит в том, что на каждом шаге производится либо включение в модель (для улучшения предсказания), либо исключение из модели (для упрощения вида регрессионной функции) какого-либо одного регрессора; т.е. получение новой регрессионной зависимости происходит, по-существу, без особых дополнительных затрат в отличие от используемых обычно процедур, когда для нового множества регрессоров процедура вычисления регрессионных коэффициентов производится фактически заново. Таким способом можно подобрать наиболее подходящий вид регрессионной функции. В данном случае можно использовать готовые пакеты программ [52-54], которые необходимо адаптировать на используемой вычислительной технике. Почему выше мы предлагали пользоваться МГУА, а здесь - процедурами пошаговой регрессии? Дело в том, что ранее построенные зависимости предполагалось еще использовать при синтезе управления, и поэтому мы стремились к просмотру как можно более широкого класса функций с целью выявления всех наиболее тонких особенностей. Ради этого приходилось мириться с недостатками МГУА. Здесь же, с одной стороны, мы используем субъективные данные (эксперт), а с другой - построение искомой зависимости завершает работу. Поэтому вряд ли уже имеет смысл пользоваться идеологией МГУА. Однако процедуры пошаговой регрессии, так же как и алгоритмы МГУА, имеют свои недостатки, которые необходимо учитывать в работе и которые не просто обойти. Неосторожное или непродуманное применение этих методов может привести к непредсказуемым последствиям. К сожалению, рамки данной работы не позволяют более подробно обсудить эти вопросы, несмотря на их особую важность в построении математического обеспечения АСУ ЛУ.

В дальнейшем, в процессе обучения управляющей системы нахождению нужного канала регулирования, можно параллельно уточнять коэффициенты регрессионной зависимости, не меняя уже при этом вида функции.

Как отмечалось выше, управление реальными системами практически всегда осуществляется в условиях некоторой неопределенности, обусловленной самыми разными причинами, например:

- недостаточной информацией о возмущениях;
- погрешностями при выполнении управляющей программы (недостаточная обусловленность ряда рассматриваемых систем, использование численных методов при решении большинства дифференциальных уравнений);
- ошибками в канале измерений и управляющем устройстве (сервомеханизме);
- неизбежной рассинхронизацией при съеме данных и т.д.

Например, среди возмущающих параметров ВЧ-системы питания ЛУ и системы ИП-100 следует выделить следующие:

- старение активных элементов (лампы, транзисторы);
- колебания внешних условий (t°, влажность, давление, ...);
- изменение (дрейф) напряжения накала ламп;
- шумы в соединениях (U шумовые);
- другие параметры.

Управляющая система должна сохранять заданные свойства при непредвиденных заранее изменениях характеристик.

Предварительный вывод о качестве построенной АСУ ЛУ можно сделать лишь после апробации ее на реально действующей установке как в условиях реальной работы, так и в условиях искусственно созданных ситуаций. Но для окончательного вывода этого не достаточно. Для того, чтобы уменьшить вероятность возникновения каких-бы то ни было критических ситуаций и минимизировать возможные потери от них, работа управляющей системы обязательно должна обыгрываться в имитационном эксперименте. Таким образом, создание математической модели, имитирующей работу исследуемой физической установки, является одним из наиболее важных направлений в работе коллектива, занимающегося созданием матобеспечения АСУ ЛУ (даже если мы строим адаптивную систему управления или синтезируем управление на основе моделирования эксперта).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем.-М.:Наука, 1968.

2. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента.-М.:Наука, 1987.

3. Воронов А.А. Введение в динамику сложных управляемых систем.-М.:Наука, 1985.

4. Линейные ускорители ионов./ Под ред.Мурина Б.П.-М.:Атомиздат, 1978.

5. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости.-М.:Наука, 1967.

6. Барбашин Е.А., Алимов Ю.И. Динамические системы с неоднозначными характеристиками.// ДАН СССР, 1961. Т.140. №1.

7. Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве.-М.:Наука, 1970.

8. Крейн С.Г., Хазан М.И. Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. Итоги науки и техники. Мат.анализ. -М.: ВИНИТИ, 1983. Т.21. С.130-264.

9. Митропольский Ю.А., Лыкова О.Б. Интегральные многообразия в нелинейной механике.-М.:Наука, 1973.

10. Лыкова О.Б. О принципе сведения для уравнений с неограниченными операторными коэффициентами.// Укр. мат. ж. 1975. Т.17. №2.

11. Massera J.L., Shaffer J.J. Linear differential equations and functional analysis.// Ann. of Math. 1958. V.57. №3; 1959. V.69. №1; 1959. V.69. №3. Math. Annalen, 1960. V.139.

12. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач.-М.:Наука, 1986.

13. Вапник В.Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным.-М.:Наука, 1979.

14. Морозов В.А. Регулярные методы решения некорректно поставленных задач.-М.: МГУ, 1974.

15. Морозов В.А. Линейные и нелинейные некорректные задачи. Итоги науки и техники. Математический анализ.-М.: ВИНИТИ, 1973. Т.11.

16. Ивахненко А.Г. Метод группового учета аргументов - конкурент метода стохастической аппроксимации.// Автоматика. 1968. №3. С.58-72.

17. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. Принятие решений на основе самоорганизации.-М.:Сов.радио, 1976.

18. Ивахненко А.Г., Мюллер И.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей.-Киев:Техника, 1985.

19. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации.// Проблемы кибернетики, вып.3.-М.:Наука, 1978.

20. Журавлев Ю.И. Экстремальные задачи, возникающие при обосновании эвристических процедур.// Проблемы прикладной математики и механики.-М.:Наука, 1971.

21. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа.-М.:Мир, 1983.

22. Гроп Д. Методы идентификации систем.-М.:Мир, 1979.

23. Райбман Н.С. Идентификация объектов управления (обзор).// Автоматика и телемеханика. 1979. №6. С.80-93.

24. Райбман Н.С. Дисперсионные методы идентификации. -М.:Наука, 1981.

25. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. -М.:Мир, 1975.

26. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ.-М.:Мир, 1980.

27. Efroimson M.A. Multiply regression analysis in Mathematical Methods for Digital Computers./ Eds.A.Ralston, N.S.Wilf.-N.Y.:Wiley, 1960.

28. Draper N.R., Smith H. Applied regression analysis.-N.Y.:Wiley, 1966.

29. Хьюбер П. Робастность в статистике.-М.:Мир, 1984.

30. Ершов А.А. Стабильные методы оценки параметров (обзор).// Автоматика и телемеханика. 1978. №8.

31. Стогов Г.В., Макшанов А.В., Мусаев А.А. Устойчивые методы обработки результатов измерений.// Зарубежная радиоэлектроника. 1982. №8. С.3-46.

32. Мостеллер Ф., Тьюки Дж. Анализ данных и регрессия. -М.:Финансы и статистика, 1982. Т.1,2.

33. Бахшиян Б.Ц., Назаров Р.Р., Эльясберг П.Е. Определение и коррекция движения.-М.:Наука, 1980.

34. Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений.-М.:Наука, 1976.

35. Теория автоматического управления./ Под ред. акад. Воронова А.А.-М.:Высшая школа, 1986.

36. Теория систем с переменной структурой./ Под ред.Емельянова С.В.-М.:Наука, 1970.

37. Палис Ж., Ди Мелу В. Геометрическая теория динамических систем. Введение.-М.:Мир, 1986.

38. Боуэн Р. Методы символической динамики. Сборник статей. -М.:Мир, 1979.

39. Кротов В.Ф. // Автоматика и телемеханика. 1962. Т.23. №12. С.1571-1583; 1963. Т.24. №5. С.581-598.

40. Уткин В.И. Системы с переменной структурой: состояние, проблемы, перспективы.// Автоматика и телемеханика. 1983. №9.

41. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления.-М.:Наука, 1981.

42. Цыпкин Я.З. Основы теории обучающихся систем. -М.:Наука, 1970.

43. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах.-М.:Наука, 1968.

44. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Адаптивные алгоритмы оценивания (сходимость, оптимальность, стабильность).// Автоматика и телемеханика. 1979. №3. С.71-85.

45. Деревицкий Д.П., Фрадков А.Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления.-М.:Наука, 1981.

46. Landau I.D. A unified presentation of model reference adaptive controllers and stochastic self tuning regulators (concepts, algorithms, applications).-In: IFAC software for computer control.

47. Wittenmark B. Stochastic adaptive control methods (survey).// Int.J.Control. 1975. V.21. N•5. P.705-730.

48. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами.-М.:Наука, 1981.

49. Фомин В.Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация.-М.:Наука, 1984.

50. Мазуров В.Д., Тягунов Л.И. Метод комитетов для распознавания нескольких образов и двойственность несовместных систем неравенств. Сб."Математические методы в некоторых задачах оптимального планирования".-Свердловск, 1971.

51. Мазуров В.Д. Об одном итерационном методе планирования, использующем распознавание образов для учета плохо формализуемых факторов.// Известия АН СССР (Техническая кибернетика), 1973. N•3.

52. Пакет программ по прикладному статистическому анализу (ППСА).-М.: ЦЭМИ АН СССР, 1983.- С.187.

53. Alvey N., Galway N., Lange P. An introduction to GENSTAT.- London, N.Y.: Academic Press, 1982.-P.152.

54. IMSL Library Information Fortran subroutines.- USA, IMSL Inc., 1981.-P.25.

Рукопись поступила 26 января 1988 года.

К.М.Ефимов и др.

Некоторые математические аспекты создания системы управления физической установкой. (Аналитический обзор).

Редактор В.В.Герштейн. Технический редактор Л.П.Тимкина.

Подписано к печати 23.03.88. Т-10534. Формат 60х90/16.
Офсетная печать. Печ.л. 1,43. Уч.-изд.л. 1,34. Тираж 250.
Заказ 291. Индекс 3622. Цена 20 коп.

Институт физики высоких энергий, 142284, Серпухов Московской обл.

20 коп.

Индекс 3622

ПРЕПРИНТ 88-53, ИФВЭ, 1988