

- Note CEA-N-2612 -

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay  
Institut de Recherche Technologique et de Développement Industriel  
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs  
Département des Etudes Mécaniques et Thermiques  
Service d'Etudes de Mécanique et Thermique des Structures

**MODELISATION DE LA DEFORMATION PROGRESSIVE  
DANS LES ESSAIS BIAxiaux**

par

31 pages.

Christian GUIONNET

- Août 1989 -

# CLASSIFICATION DES RAPPORTS, NOTES ET BIBLIOGRAPHIES CEA

(Classification du système international de documentation nucléaire INIS  
de l'Agence Internationale de l'Énergie Atomique)

A 11	Physique théorique générale et physique mathématique	C 50	Santé, radioprotection et environnement
A 12	Physique atomique et physique moléculaire	C 60	Radiologie et médecine nucléaire
A 13	Physique de l'état solide et physique des fluides	D 10	Isotopes et sources de rayonnements
A 14	Physique des plasmas et réactions thermonucléaires	D 20	Applications des isotopes et des rayonnements
A 15	Astrophysique et cosmologie, rayonnement cosmique	E 11	Thermodynamique et écoulement des fluides
A 16	Conversion directe d'énergie	E 13	Structures mécaniques et équipements
A 17	Physique des basses températures et cryogénie	E 14	Explosions nucléaires
A 20	Physique des hautes énergies	E 15	Manutention des matériaux radioactifs
A 30	Physique neutronique et physique nucléaire	E 16	Accélérateurs
B 11	Analyse chimique et isotopique	E 17	Essais des matériaux
B 12	Chimie minérale, chimie organique et chimie-physique	E 20	Réacteurs à fission (généralités)
B 13	Radiochimie et chimie nucléaire	E 30	Types spécifiques de réacteurs à fission et centrales associées
B 14	Chimie des rayonnements	E 40	Instrumentation
B 16	Combustibles nucléaires	E 50	Gestion des déchets
B 22	Métaux et alliages	F 10	Sociologie et sciences économiques
B 23	Céramiques et ciments	F 20	Droit
B 24	Autres matériaux	F 30	Documentation nucléaire
B 30	Sciences de la terre	F 40	Garanties nucléaires et contrôle de vérification
C 10	Tous les effets et aspects variés de l'irradiation externe en biologie	F 50	Méthodes mathématiques et codes pour ordinateur
C 20	Effets et cinétique des radioisotopes	F 60	Divers
C 40	Sciences de la vie appliquées		

Note CEA-N-2612

*Cote-matière de cette note : E17*

## MOTS CLEFS (extraits du thesaurus INIS)

*en français*

EFFET DE ROCHET  
SIMULATION  
ACIERS INOXYDABLES  
CONTRAINTES  
CHARGES DYNAMIQUES  
HYSTERESIS  
HAUTES TEMPERATURES

*en anglais*

RATCHETING  
SIMULATION  
STAINLESS STEELS  
STRESSES  
DYNAMIC LOADS  
HYSTERESIC  
HIGH TEMPERATURE

**NOTE CEA-N-2612 - Christian GUIONNET**

**MODELISATION DE LA DEFORMATION PROGRESSIVE DANS LES ESSAIS BIAxiaux.**

**Sommaire** : Une nouvelle équation constitutive viscoplastique a été développée afin de permettre la prédiction des expériences de déformation progressive. Ce modèle est basé essentiellement sur une extension de l'équation d'Armstrong Frederick pour la variable cinématique ; le coefficient du terme de restauration dynamique dans cette équation est une fonction simultanée de la déformation inélastique instantanée et de la déformation inélastique accumulée, définie de façon à reproduire le taux de déformation progressive expérimentale. La validité du modèle est vérifiée par comparaison entre les prédictions du calcul et les résultats des expériences pratiquées à 600°C sur des éprouvettes tubulaires en acier inoxydable austénitique (17-12 SPH) soumises à un chargement cyclique de torsion et à une charge axiale constante.

**1989 - Commissariat à l'Energie Atomique - France.**

62 p.  
21 p.

**NOTE CEA-N-2612 - Christian GUIONNET**

**MODELIZATION OF RATCHETING IN BIAxIAL EXPERIMENTS.**

**Summary** - A new unified viscoplastic constitutive equation has been developed in order to interpret ratcheting experiments. The model is based essentially on a generalized Armstrong Frederick equation for the kinematic variable ; the coefficients of the dynamic recovery term in this equation is a function of both instantaneous and accumulated inelastic strain which is allowed to vary in an appropriate manner in order to reproduce the experimental ratcheting rate. The validity of the model is verified by comparing predictions with experimental results for austenitic stainless steel (17-12 SPH) tubular specimens subjected to cyclic torsional loading under constant tensile stress at 600°C.

**1989 - Commissariat à l'Energie Atomique - France.**

62 p.

- Note CEA-N-2612 -

**Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay  
Institut de Recherche Technologique et de Développement Industriel  
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs  
Département des Etudes Mécaniques et Thermiques  
Service d'Etudes de Mécanique et Thermique des Structures**

**MODELISATION DE LA DEFORMATION PROGRESSIVE  
DANS LES ESSAIS BIAXIAUX**

par

**Christian GUIONNET**

## 1 - INTRODUCTION

Beaucoup de structures travaillant à haute température telles que celles rencontrées dans les composants de réacteurs à neutrons rapides, sont soumises à des transitoires thermiques de façon répétée. Elles peuvent de ce fait être sujet à un phénomène de déformation progressive, plus connu sous le nom de "ratchetting". Ce phénomène a été étudié par de nombreux chercheurs : le CEA en particulier a entrepris un vaste programme d'étude sur les aciers inoxydables austénitiques [1-5]. La prévision de la déformation progressive par les modèles de comportement des matériaux était jusqu'à maintenant très difficile. Le modèle viscoplastique de J.L. Chaboche a été ainsi utilisé pour analyser les résultats : les comparaisons entre l'expérience et le calcul ont révélé que le modèle surestimait considérablement la déformation progressive [6]. Un nouveau modèle destiné à surmonter ce handicap a été exposé dans un précédent papier [7] : construit sur une base purement phénoménologique il prédisait raisonnablement bien les résultats expérimentaux sur une plage suffisamment large de contraintes et de déformations. Néanmoins il est apparu nécessaire de remanier profondément ce modèle, car il imposait de garder en mémoire la position de toutes les inversions de chargement rencontrées dans l'espace des déformations plastiques, et cela aurait nécessité un stockage d'informations beaucoup trop important dans la mémoire de l'ordinateur, dans le cas où calcul d'un composant réel. Finalement un autre modèle a été développé sur les mêmes bases phénoménologiques que précédemment et, au prix de certaines approximations, il permet d'obtenir encore un accord raisonnable entre l'expérience et la théorie sans le stockage de données encombrantes. En outre diverses améliorations ont été apportées par rapport au modèle original dans un but de simplification et d'une meilleure représentation des phénomènes expérimentaux, en particulier des termes complémentaires ont été rajoutés à certaines équations pour prendre en compte l'influence des temps de maintien au cours des cycles.

C'est la description de ce dernier modèle et des comparaisons expérience-calcul correspondantes qui fait l'objet du présent rapport.

## 2 - PRINCIPE DE BASE DU NOUVEAU MODELE

Les expériences pratiquées au CEA en vue d'étudier la déformation progressive étaient conduites sur des éprouvettes cylindriques à paroi mince. Dans l'esprit des codes de construction les contraintes thermiques transitoires sont considérées comme des contraintes secondaires par opposition aux charges permanentes qui constituent la contrainte primaire. Dans ces expériences la contrainte primaire est simulée par une charge axiale constante  $P$  et la contrainte secondaire par une torsion cylindrique symétrique d'amplitude constante  $2\theta^\circ$  ; on mesure

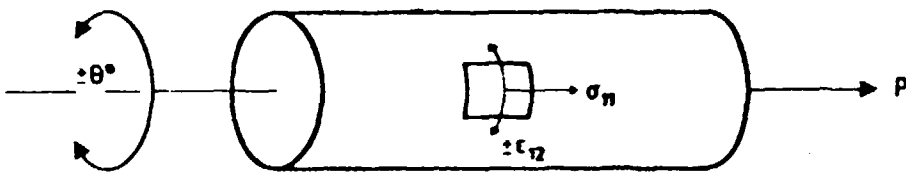


Fig. 1 - Chargement de l'éprouvette

l'allongement de l'éprouvette avec le nombre de cycles. La surestimation de cet allongement par le modèle Chaboche [6] a été attribuée à l'équation d'Armstrong-Frederick [8], qui y est utilisée pour la variable cinématique. Ceci peut être vu aisément sans perte de généralité en raisonnant sur un simple modèle de plasticité cinématique. Supposons celui-ci réduit à l'existence d'un domaine limite d'élasticité de taille constante  $R$ , sur la surface duquel repose le point de chargement, et d'une variable cinématique  $X$ , représentant la position du centre de ce domaine et obéissant à une équation d'Armstrong-Frederick à coefficients constants  $A$  et  $C$  :

$$dX_{i,j} = \frac{2}{3} A d\epsilon_{i,j}^p - C X_{i,j} dp \quad (1)$$

où  $d\epsilon_{i,j}^p$  est la composante de l'incrément du tenseur de déformation plastique

$dp$  est l'incrément de déformation plastique cumulée.

$$dp = \sqrt{\frac{2}{3} d\epsilon_{ij}^p d\epsilon_{ij}^p}$$

Dans le cas particulier du chargement auquel est soumise l'éprouvette dans les essais précédents, l'incrément de déformation axiale résulte de la loi de normalité :

$$d\epsilon_{11}^p = \frac{3}{2} \frac{s_{11} - X_{11}}{R} dp \quad (2)$$

où  $s_{11}$  est la composante axiale du déviateur du tenseur de contrainte

$X_{11}$  est la composante axiale du tenseur de la variable cinématique.

En introduisant la relation (2) dans l'équation (1) on trouve aisément la valeur limite de  $X_{11}$  et on en déduit que le taux de déformation axiale tend vers une valeur limite non nulle :

$$\frac{d\epsilon_{11}^p}{dp} = \frac{3}{2} \frac{s_{11}}{R + \frac{A}{C}}$$

Or, la comparaison expérience théorie révèle que cette limite est toujours beaucoup trop haute et qu'elle devrait même être nulle pour les petites charges axiales et les petites amplitudes de torsion cyclique.

Le principe de base introduit dans le nouveau modèle proposé pour traiter la déformation progressive est d'utiliser une équation d'Armstrong-Frederick à coefficients non constants, en particulier de faire varier  $C$  de façon à reproduire le taux de déformation progressive obtenu expérimentalement. Il n'est plus possible dans ces conditions, en particulier lorsque  $C$  doit tendre vers zéro, d'obtenir une forme satisfaisante pour la boucle d'hystérésis et il est donc aussi nécessaire de prendre pour le coefficient  $A$  une forme non linéaire dépendant au moins de la déformation plastique instantanée.

## 3 - DEVELOPPEMENT DU MODELE

Les expériences ayant été essentiellement pratiquées sur de l'acier inoxydable austénitique de type 316, qui est sujet au fluage et à la relaxation, il est apparu essentiel d'adopter un modèle viscoplastique, d'autant plus que certaines expériences comportaient un temps de maintien au maximum de chargement. Le modèle est donc de type "unifié" avec une loi de fluage analogue à celle rencontrée dans le modèle de J.L. Chaboche [9]. Sa forme est ici un peu plus générale que dans la première version du modèle [7]

$$\dot{\epsilon}_{1j}^p = \frac{3}{2} \left\langle \frac{J(\sigma-x) - R}{K(1+c_r \alpha_2)} \right\rangle^n \frac{s_{1j} - X_{1j}}{J(\sigma-x)} \quad (3)$$

avec la notation  $\langle u \rangle = uH(u)$  où  $H(u) = 0$  si  $u < 0$ , et  $H(u) = 1$  si  $u > 0$ .

$$J(\sigma-x) = \left[ \frac{3}{2} (s_{1j} - X_{1j})(s_{1j} - X_{1j}) \right]^{1/2}$$

$s_{1j}$  est une composante du déviateur du tenseur des contraintes  
 $X_{1j}$  est la composante du tenseur de la variable cinématique  
 $R$  est la variable scalaire isotrope  
 $\alpha_2$  une fonction dépendant de la déformation cumulée et de l'amplitude de la déformation cyclique  
 $N$ ,  $K$  et  $c_r$  des paramètres.

La variable cinématique est définie par l'équation (1) dans les conditions exposées précédemment. Le durcissement cyclique est pris en compte essentiellement par la variable cinématique par l'intermédiaire de la fonction  $\alpha_2$ , une partie de ce durcissement peut aussi être attribuée à la variable isotrope grâce à l'expression :

$$R = (1-c_r)R_0 + c_r \alpha_2 R_0 \quad (4)$$

où  $R_0$  est le rayon initial de la surface d'élasticité  
 $c_r$  un paramètre.



Par extension de ce qui a été fait dans la première version du modèle [7], les fonctions A et C dépendent de deux variables définies dans l'espace des déformations plastiques

$$p_1 = \int_{I_k}^M dp \qquad p_{1n} = \int_{I_{k-1}}^{I_k} dp$$

où M est le point représentatif du chargement instantané  
 $I_k$  et  $I_{k-1}$  sont les positions représentatives des deux dernières inversions de chargement  
 $p_1$  est la distance curviligne du point de chargement à la dernière inversion  
 $p_{1n}$  est la distance curviligne entre les deux dernières inversions.

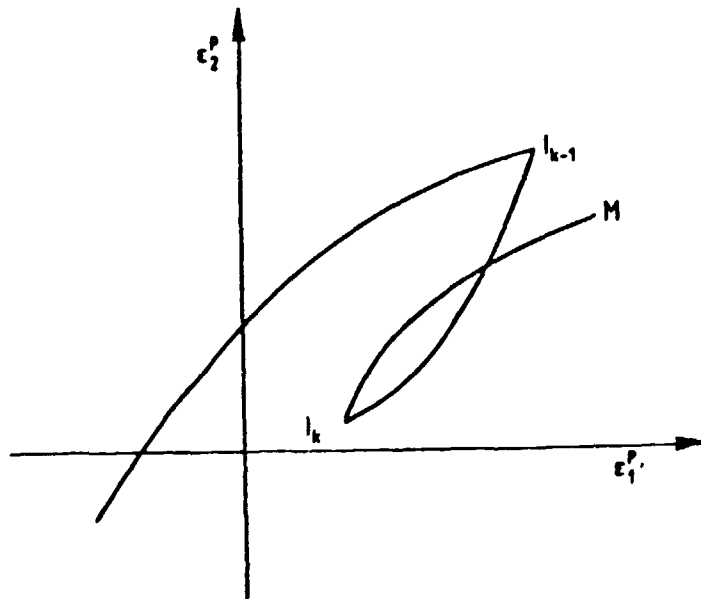


Fig. 2 - Trajet de chargement dans l'espace des déformations plastiques

La position de l'inversion de chargement  $I_{k-1}$  est alors définie comme la position du point de chargement M à laquelle la distance euclidienne de ce point au point représentatif de la dernière inversion  $I_k$  est maximale :

$$\varepsilon_1 = \left( \frac{2}{3} (\varepsilon_n^p - \varepsilon_{I_k}^p) : (\varepsilon_n^p - \varepsilon_{I_k}^p) \right)^{1/2}$$

Les expressions pour les fonctions A et C ont été choisies de façon à rendre compte de l'influence du durcissement cyclique, et aussi de façon qu'il soit possible d'obtenir des solutions analytiques en géométrie uniaxiale pour faciliter les ajustements.

### 3.1 - Forme de l'équation cinématique pour le matériau stabilisé

Afin de faciliter la compréhension, l'équation pour la variable cinématique sera d'abord présentée pour le cas où le durcissement cyclique est stabilisé et la déformation progressive stoppée ( $C = 0$ ). Au cours du développement du modèle plusieurs formes ont été examinées successivement pour la fonction A :

$$dX_{i,j} = m \varepsilon_1^{n-1} \left( \frac{2}{3} a \alpha_2^3 \right) d\varepsilon_{i,j}^p \quad (a)$$

$$dX_{i,j} = m(p_1)^{n-1} \left( \frac{2}{3} a \alpha_2^3 - c_1 X^{11} \frac{dX^{11}}{|dX^{11}|} \right) d\varepsilon_{i,j}^p \quad (b)$$

$$dX_{i,j} = m(p_1)^{n-1} \left( \frac{2}{3} a \alpha_2^3 - c_1 X^{11} \frac{dX^{11}}{(dX)^{11}} \right) d\varepsilon_{i,j}^p \quad (c)$$

$$dX_{i,j} = m(p_1)^{n-1} \left( \frac{2}{3} a \alpha_2^3 - c_1 (X_{i,j}, n_{i,j}) d\varepsilon_{i,j}^p \right) \quad (d)$$

Dans ces équations  $a$ ,  $c_1$  et  $m$  sont des paramètres (avec la condition  $m < 1$ ),  $\alpha_2^3$  est une constante: c'est la valeur que prend la fonction  $\alpha_2$  pour l'état stabilisé cycliquement

$$X^{11} = \sqrt{\frac{3}{2} X_{i,j} X_{i,j}}$$

$dX^{11}$  l'incrément de  $X^{11}$

$$(dX)^{11} = \sqrt{\frac{3}{2} dX_{i,j} dX_{i,j}}$$

$n_{1j} = \frac{2}{3} \frac{d\varepsilon_{1j}^p}{dp}$  est la composante de la direction de l'écoulement plastique.

Le terme  $p_1^{m-1} (\varepsilon_1^{n-1})$  qui introduit une singularité à l'origine du trajet est nécessité par le fait que la fonction  $\alpha_2$  a pendant le chargement monotone une expression simple :  $\alpha_2 = p_1^m (\varepsilon_1^n)$ , avec la condition  $m + n < 1$ , comme il sera montré par la suite (en fait, on a la condition  $m+n < 1$ ). Si ce terme n'existait pas la pente à l'origine dans le diagramme  $(X, \varepsilon^p)$  serait nulle pour le chargement monotone ; grâce à lui également la pente est infinie après chaque inversion de chargement. Par contre, ce terme peut conduire à un "overshooting" lors d'un déchargement intermédiaire suivi d'un rechargement comme il est montré sur la figure 3 :

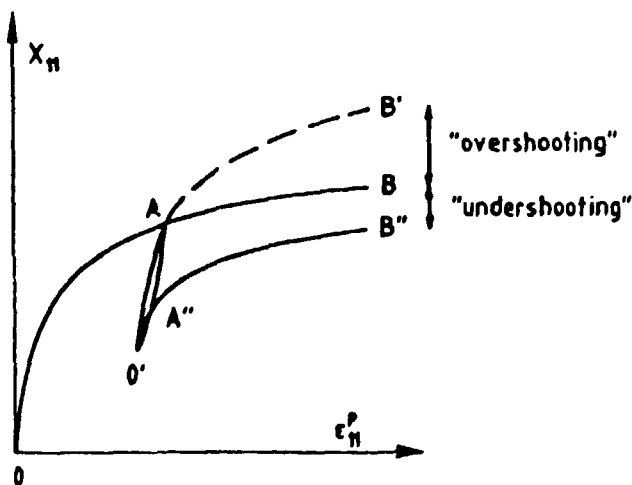


Fig. 3 - Rechargement après déchargement intermédiaire

après inversion au point  $O'$  le point représentatif du chargement peut suivre le trajet  $OAB'$  au lieu du trajet plus réaliste  $OAB$ . Dans la première version du modèle qui utilisait l'équation (a), cette difficulté avait été surmontée par une règle de raccordement basée sur un système de sphères index associées à chaque inversion de chargement dont la position du centre et le rayon devaient être gardés en mémoire. Dans les versions suivantes, il a été admis d'accepter un faible "overshooting" en prenant une

valeur  $m > 0,8$ . En fait, avec cette valeur de  $m$  l'"overshooting" est négligeable par un effet de compensation, résultant du fait déjà signalé par Dafalias [10], que l'équation d'Armstrong-Frederick (sans cette singularité) entraîne trop d'"undershooting", c'est-à-dire que le trajet représentatif du chargement à partir du point A suit un trajet trop bas, tel que OA"B", ce qui est en contradiction avec l'expérience. L'équation (b) utilisée ultérieurement [11,17] donnait des résultats aussi bon que l'équation (a), tant en ce qui concerne la forme des boucles d'hystérésis que la déformation progressive, néanmoins cette équation a été abandonnée car elle conduisait à des instabilités numériques dans certains cas de chargement non proportionnels, en relation avec la discontinuité de pente de la variable cinématique lors du changement de signe de  $dX^{11}$  [11]. Les équations (c) et (d) évitent les difficultés numériques rencontrées avec l'équation (b).

L'équation (c) est l'extension directe de l'équation (b), puisque dans ce cas le changement de signe du second terme est fait de façon continue. L'équation (d) est une adaptation de l'équation suggérée par H. Burlet et G. Caillebaud [12] pour contrôler la déformation progressive. Les équations (c) et (d) donnent des prédictions strictement équivalentes pour ce qui concerne les prédictions des essais uniaxiaux et de la déformation progressive dans les essais biaxiaux. Finalement les résultats présentés dans cet exposé ont été obtenus en utilisant la relation (d).

### 3.2 - Présentation simplifiée de l'équation cinématique dans le cas général

Pour faciliter encore l'exposition, l'équation pour la variable cinématique sera présentée comme suit, dans le cas général

$$dX_{1,j} = m p_1^{p-1} \left\{ \left[ \frac{2}{3} a \alpha_2 - c_1 (X_{1,j}, n_{1,j}) \right] d\epsilon_{1,j}^p - \alpha_4 X_{dp} \right\} \quad (5)$$

où  $c$  est un nouveau paramètre

$\alpha_4$  est comme  $\alpha_2$ , une fonction de l'amplitude de la déformation cumulée.

La fonction  $\alpha_2$  rend compte du durcissement cyclique, non seulement par l'intermédiaire de la variable cinématique mais aussi éventuellement par l'intermédiaire de la variable isotrope (relation (4)). La formulation de la fonction  $\alpha_2$  a également été modifiée par rapport à celle utilisée dans les précédentes versions [7,11], car dans celle-ci la déformation cyclique dépendait en fait du nombre de cycles et non de la déformation cumulée contrairement à l'expérience. Dans la suite on désignera par chargement monotone, un chargement pour lequel  $p_1 \geq p_{1n}$  et par chargement cyclique tout chargement pour lequel  $p_1 < p_{1n}$ . Dans ces conditions les équations pour  $\alpha_2$  sont :

$$d \alpha_2 = n p_1^{n-1} dp \quad \text{pour } p_1 \geq p_{1n} \quad (6)$$

$$d \alpha_2 = C_2 (q p_{1n}^n - \alpha_2) dp \quad \text{pour } p_1 < p_{1n} \quad (7)$$

où  $n$  est un paramètre tel que  $m+n < 1$   
 $C_2$  et  $q$  sont deux autres paramètres.

Ainsi pour le chargement monotone initial,  $\alpha_2 = p_1^n$  et pour le chargement d'amplitude constante  $p_{1n}$  suivant celui-ci :

$$\alpha_2 = q p_{1n}^n (1 - e^{-C_2 (p - p_{1n})})$$

où  $p = \int dp$  est la déformation cumulée. La valeur de la fonction  $\alpha_2$  à saturation est  $\alpha_2^s = q p_{1n}^n$  dépendant ainsi de l'amplitude de la déformation cyclique. Si l'amplitude de cette déformation est variée de  $p_{1n}$  à  $p'_{1n}$  la fonction  $\alpha_2^s$  tend vers une nouvelle valeur  $\alpha_2^s = q (p'_{1n})^n$ , mais si  $p'_{1n} < p_{1n}$  la fonction  $\alpha_2$  perd progressivement mémoire de la déformation initiale.

On écrit d'une façon analogue les équations pour la fonction  $\alpha_1$  qui rend compte du taux de déformation progressive. La formulation de  $\alpha_1$  a aussi été modifiée par rapport aux précédentes, celle présentée ici semble la mieux adaptée au cas de l'acier austénitique 17-12 SPH qui a servi de support au test de la méthode :

$$d\alpha_1 = n p_1^{n-1} dp \quad \text{pour } p_1 \geq p_{1n} \quad (8)$$

$$d\alpha_1 = -\beta \alpha_1 \frac{dp}{p} \quad \text{pour } p_1 < p_{1n} \quad (9)$$

Pour le chargement monotone initial  $\alpha_1 = p_1^n$  et pour le chargement cyclique qui le suit, la fonction  $\alpha_1$  décroît selon la loi  $\alpha_1 \neq p_{1n}^n \left(\frac{p_{1n}}{p}\right)^\beta$ . La fonction  $\alpha_1$ , comme la fonction  $\alpha_2$ , dépend de l'amplitude de la déformation cyclique ce qui est conforme à l'expérience.

### 3.3 - Amélioration de l'équation cinématique précédente

La formulation précédente a subi deux modifications destinées respectivement à mieux représenter la courbe monotone, et à faciliter les ajustements. L'équation (5) prend alors la forme :

$$dX_{1j} = m p_1^{m-1} \left\{ \left[ \frac{2}{3} (a\alpha_2 + a_1(\varepsilon_{1j}, n_{1j})) - (c_1 - c\alpha_1) X_{1j}, n_{1j} \right] d\varepsilon_{1j} - c\alpha_1 X_{1j} dp \right\} \quad (10)$$

Le terme  $a_1(\varepsilon_{1j}, n_{1j})$  où  $a_1$  est un paramètre supplémentaire permet d'obtenir en géométrie uniaxiale une meilleure représentation de la courbe de chargement monotone avec une asymptote quasi-linéaire à pente non nulle pour les contraintes élevées. Enfin, dans cette géométrie la fonction  $\alpha_1$  est éliminée, de sorte qu'il est possible d'obtenir des solutions analytiques non seulement pour les boucles d'hystérésis stabilisées mais aussi pour la courbe monotone. Ces expressions analytiques sont données en Appendix I.

### 3.4 - Extension du modèle à la prise en compte des temps de maintien

La formulation définie jusqu'ici a été essentiellement appliquée aux expériences biaxiales rapportées en référence [7], comme il sera montré par la suite. L'introduction d'un temps de maintien aux extrémités du cycle, comme cela a été pratiqué dans certaines expériences du même type [6], augmente considérable-

ment la déformation progressive. Cet effet peut être prédit si on complète l'équation (10) par le terme de restauration statique  $-g(\alpha_1)^{r-1} \dot{\alpha}_1 dt$ , comme cela est fait dans la plupart des modèles unifiés (voir par exemple J.L. Chaboche [9]). D'autre part, la présence d'un temps de maintien au chargement maximum du cycle contribue en général à abaisser la courbe cyclique, voir par exemple pour l'acier 17-12 SPH à 600°C les références [9,13]). Pour tenir compte de ce fait l'équation de la fonction  $\alpha_2$  a été modifiée comme suit, en s'inspirant d'une formulation équivalente de D.C. McDowell [14] :

$$d\alpha_2 = c_2 (q p_{1n}^n - \alpha_2) dp - g_1 (\alpha_2)^{r_1} dt$$

où  $g_1$  et  $r_1$  sont deux paramètres supplémentaires.

La formulation complète du modèle actuel est rappelée en Appendix II. La solution numérique a été obtenue en utilisant la structure du code BIAXVP de l'ONERA qui traite l'élément de volume isolé selon le modèle de J.L. Chaboche [19].

#### 4 - COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE

##### 4.1 - Données expérimentales

Dans le cadre du programme d'étude de la déformation progressive de nombreux essais de traction torsion ont été poursuivis sur l'acier inoxydable austénitique 17-12 SPH, qui est utilisé dans la construction des réacteurs à neutrons rapides. Les détails pratiques concernant ces expériences ont été publiés ailleurs [1-5]. La figure 4 représente l'éprouvette tubulaire qui a servi aux essais (rayon moyen 1,5 mm, épaisseur  $t = 1,30$  mm, longueur utile 240 mm). L'éprouvette est soumise à une charge axiale constante et une torsion cyclique symétrique : la contrainte axiale est  $\sigma_{11}$  Mpa et l'amplitude de la déformation de torsion  $2\epsilon_{12}$ . La figure 5 illustre le mode de chargement imposé à l'éprouvette. L'acier 17-12 utilisé était issu d'une tôle hypere trempé à l'eau à 1100°C (tôle SQ) obtenue auprès du Centre de Recherche des Renardières à l'EdF. La composition chi-

mique en % était la suivante : 0,03 C, 0,001 S, 0,0021 P, 0,44 Si, 1,84 Mn, 12,30 Ni, 17,54 Cr, 2,47 Mo, 0,075 N et 0,175 Cu. La limite élastique à 0,2 % était  $S_y = 143$  MPa. Les essais retenus pour la comparaison expérience théorie sont reportés tableau I. Tous ces essais ont été pratiqués à 600°C.

La plupart des paramètres ont été ajustés sur des essais cycliques uniaxiaux en traction compression, pratiqués sur la même tôle à la même température. Il s'agissait soit de résultats d'essais avec des chargements symétriques obtenus à l'EdF [15], soit d'essais pratiqués au CEA tant en chargement symétrique qu'en chargement répété [16].

#### 4.2 - Ajustement des paramètres

Dans le cas le plus général il y a dix huit paramètres. Parmi ceux-ci sept sont utilisés pour décrire le comportement du matériau dépendant du temps ( $N, K, c_r, g, r, g_1$  et  $r_1$ ). L'effort ayant porté essentiellement sur la déformation progressive, on a adopté dans une première phase les constantes viscoplastiques déterminées par ailleurs [17]. Pour les autres constantes ( $R_0, c_r, m, n, a, a_1, c, c_1, c_2, q$  et  $\beta$ ) on procède comme suit : on part du fait qu'en une dimension  $\sigma_M = R + \frac{3}{2} X_M + K(\dot{\epsilon}_M^p)^{1/n}$  et on estime la contrainte visqueuse  $\sigma_v = K(\dot{\epsilon}_M^p)^{1/n}$  par un premier calcul avec le modèle en utilisant des constantes estimées par expérience.  $m$  est posé a priori égal à 0,8, on se fixe une valeur  $R_0$  en accord avec la partie élastique de la courbe monotone, et pour initier les ajustements, on suppose  $c_r = 0$ , on essaye alors de prédire au mieux la courbe cyclique et la forme des boucles stabilisées, ici pour les intervalles de déformation ( $\pm 0,35$  %) et ( $\pm 0,60$  %), en jouant sur les quantités ( $aq$ ),  $n$  et  $c_1$ ; on utilise pour cela la solution analytique explicitée en Appendix I pour les boucles stabilisées. On affine ensuite les paramètres en reprenant les ajustements avec une contrainte visqueuse réévaluée à partir de résultats de calculs faits avec le modèle. On reprend à nouveau les ajustements si nécessaire en jouant sur  $R_0$  et  $c_r$ . Les paramètres  $a$  et  $a_1$  sont alors ajustés à partir de la courbe monotone. Le paramètre  $c_2$  est déterminé à partir de l'évolution des pics de contraintes en fonction du nombre des cycles. Enfin, les paramètres  $c$  et  $\beta$  sont déterminés



de façon à obtenir la meilleure prédiction de la déformation progressive pour l'ensemble des essais biaxiaux (sans temps de maintien) dont on dispose, ce qui par suite de la forme des équations ne modifie pas les ajustements précédents. Les paramètres ainsi obtenus sont reportés dans le tableau II et serviront aux comparaisons entre l'expérience et le calcul qui vont suivre.

#### 4.3 - Comparaison expérience - calcul

L'ajustement de la courbe cyclique est présentée figure 6. L'accord est bon sauf pour les fortes amplitudes de déformation cyclique mais celles-ci ne sont pas rencontrées dans les structures réelles, de sorte qu'une reprise des ajustements n'a pas été jugé nécessaire. L'ajustement des premier et sixième cycles, et du cycle stabilisé respectivement pour les demi-amplitudes  $\pm 0,35 \%$  et  $\pm 0,60 \%$  est montré figure 7 ; l'évolution des pics de contrainte correspondants est reportée figures 8a et 8b ; l'accord est très satisfaisant.

En ce qui concerne la prédiction de la déformation progressive dans le cas des essais sans temps de maintien ( $< 10$  sec), il est apparu intéressant de la comparer à celle obtenue avec le modèle de J.L. Chaboche, en utilisant les paramètres les plus récents disponibles [17]. Ces derniers paramètres ont été déterminés pour l'acier 17-12 SPH, mais en utilisant des essais pratiqués sur du métal issu de plusieurs tôles. La comparaison expérience théorie pour les cinq essais concernés du tableau I est reportée figures 9 et 10 pour les vingt premiers cycles. Ces essais couvrent un large domaine de chargement puisque la contrainte axiale varie de 25 à 75 MPa et que la déformation cyclique de torsion s'étend de  $\pm 0,15 \%$  à  $\pm 0,60 \%$ . L'accord entre les résultats calculés par le modèle proposé est globalement satisfaisant, surtout si on le compare aux prédictions obtenues avec le modèle de J.L. Chaboche : en effet, avec ce dernier modèle on obtient un allongement axial beaucoup trop grand qui tend vers une asymptote linéaire de pente beaucoup trop forte. Il convient de noter que, si l'influence de l'amplitude de déformation de torsion est bien reproduite, par contre l'effet de l'intensité de la contrainte pour une déformation de torsion donnée ( $\pm 0,15 \%$ ) est insuffisamment pris en compte ; ce dernier effet était en fait mieux reproduit par les versions du

modèle basé sur l'équation cinématique (a) et (b) [7,11]. L'évolution de la contrainte de cisaillement est donnée figure 12a pour l'essai 511 ; en fait, deux courbes apparaissent sur cette figure, la courbe la plus basse concerne la contrainte après relaxation après 10 secondes, elle sera commentée au paragraphe suivant.

#### 4.4 - Cas des expériences avec temps de maintien

Le nombre d'essais disponibles sur la tôle SQ avec des temps de maintien étant très limité, la comparaison entre résultats calculés et expérimentaux ne sera présentée ici que pour montrer les possibilités du modèle. La procédure d'ajustement des paramètres  $g$  et  $r$  du terme de restauration statique a été développée en référence [18]. Partant de valeurs de  $g$  et de  $r$  déterminés par D. Nouailhas pour ce type d'acier à la même température [9], il avait été possible de trouver une valeur de  $g$  qui donne la meilleure prédiction à la fois pour la déformation progressive et pour la relaxation des contraintes dans le cas de l'essai 514 avec un temps de maintien de 10 000 secondes. Cependant, la relaxation calculée avec ces paramètres dans le cas de l'essai 511 (avec même contrainte axiale et même amplitude de déformation cyclique, mais seulement 10 secondes de temps de maintien) était trop élevée, et d'autre part la relaxation calculée pour l'essai 514 était indépendante du nombre de cycles. Pour améliorer la prédiction on avait adopté une valeur très petite pour  $K$  (10 MPa au lieu de 110 MPa) et une valeur de  $c_x$  non nulle ( $c_x = 3,87$ ) afin que la contrainte visqueuse puisse croître avec le durcissement cyclique. Pour les calculs présentés ici on a adopté ces valeurs de  $r$ ,  $K$  et  $c_x$ , seul  $g$  a été légèrement modifié. Egalement pour contrôler le durcissement cyclique on a joué sur les paramètres  $g_1$  et  $r_1$  ;  $r_1$  a été pris arbitrairement à la valeur 4 et on a déterminé  $g_1$  de façon à retrouver l'évolution de la contrainte de cisaillement avec le nombre de cycles pour l'essai 514. Tous les essais y compris ceux avec temps de maintien de 10 sec ont été calculés avec ces paramètres même si dans ce dernier cas, ils n'ont aucune influence excepté sur la faible relaxation après un temps de maintien de 10 secondes. Les déformations progressives calculées avec les

paramètres présentés dans le tableau II sont reportées pour l'essai 514 ( $T_m = 10\ 000$  secondes) et pour l'essai 513 ( $T_m = 1000$  sec) l'accord avec l'expérience est très raisonnable. Les contraintes de cisaillement sont reportées figure 12 en fonction du nombre de cycles pour les essais 511, 513 et 514, qui ont la même charge axiale et la même amplitude de déformation cyclique, mais des temps de maintien de 10, 1000 et 10 000 secondes respectivement : l'accord est globalement satisfaisant sauf en début de chargement où le calcul surestime toujours la contrainte, même avant l'application du premier temps de maintien : l'écart est même particulièrement notable dans le cas de l'essai 514 mais ceci semble devoir être attribué à la dispersion du matériau. D'un autre côté la quantité de contrainte relaxée est quelque peu sous-estimée pour les forts temps de maintien.

Un réajustement de l'ensemble des paramètres devrait permettre sans doute d'améliorer ces prédictions, mais l'absence d'essais avec temps de maintien en nombre suffisant sur cette tôle n'a pas permis de l'entreprendre.

## 5 - CONCLUSION

Suite aux difficultés rencontrées par les modèles usuels de comportement des matériaux dans la prédiction des phénomènes de déformation progressive, en particulier dans les essais biaxés, un nouveau modèle a été développé sur une base essentiellement phénoménologique : celui-ci rend raisonnablement compte des essais pratiqués systématiquement au CEA sur l'acier inoxydable austénitique 17-12 SPH, acier qui est largement utilisé dans les structures du réacteur à neutrons rapides Superphénix. Ceci est d'autant plus satisfaisant que ces essais recouvrent le domaine de contraintes et de déformations cycliques rencontrées dans les structures de ce type. L'extension de la méthode à la prévision de l'accroissement de la déformation progressive avec les temps de maintien, qui est très importante, semble très prometteuse bien que le nombre d'essais concernés soit très limité. L'évolution des contraintes maximales et l'intensité des contraintes relaxées sont, d'un autre côté, globalement prédites, mais un nombre plus élevés d'essais avec temps de

maintien justifiant un réajustement global des paramètres permettrait de mieux juger de la validité de cette extension de la méthode.

REFERENCES

- [1] R.L. Roche, D. Moulin, J. Lebey, "Practical Analysis of Ratcheting", Nucl. Eng. and Design, 71, 51-66 (1982).
- [2] G. Clément, P. Cousseran, J. Lebey, D. Moulin, R. Roche, A. Tremblais, "Règles de dimensionnement des structures mécaniques des réacteurs - Dommage dû aux chargements variables - Déformation progressive - Analyse pratique de l'effet de Rochet", Rapport CEA R-5178 (1982).
- [3] G. Clément, J. Lebey, R.L. Roche, "Design Rule for Thermal Ratcheting", 5th Int. Conf. Press. Vess. Tech., 251-264 (1984).
- [4] G. Clément, P. Cousseran, J. Lebey, A. Tremblais, "Essais de déformation progressive de l'acier inoxydable 316L à la température de 650°C", Note CEA-N-2409 (1984).
- [5] G. Clément, J. Lebey, A. Tremblais, "Essais de déformation progressive de l'acier inoxydable 316L-SPH", Note CEA N-2555, avril 1988.
- [6] G. Clément, C. Guionnet, "Analyse of Biaxial Experiments on 316 Steels at Elevated Temperature in: Trans. of the 8th SMIRT Paper L1/9" (1985).
- [7] C. Guionnet, "Modelization of Ratcheting in Biaxial Experiments", Preprints of the Sixth International Seminar on Inelastic Analysis and Life Prediction in High-Temperature Environment - Paris, August 24-25, 1987.
- [8] B.P. Armstrong and C.O. Frederick, "A Mathematical Representation of Multiaxial Baushinger Effect", CEGB Report, RD.B.N.731 (December 1966).
- [9] D. Nouailhas, "A Viscoplastic Modelling Applied to Stainless Steel Behavior", 2nd Int. Conf. on Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Application, Tucson, Arizona (1987).

- [10] Y.F. Dafalias, "Modelling Cyclic Plasticity: Simplicity Versus Sophistication", Mechanics of Engineering Materials, John Wiley and Sons (1984).
- [11] C. Guionnet, "Constitutive Modelling in the Range of Inelastic Deformation: Non Proportional Multiaxial Tests (1st Part)", CEA, Rapport DEMA/88-173, mai 1988.
- [12] H. Burret and G. Cailletaud, "Modelling of Cyclic Plasticity in Finite Elements Codes". Proceedings of the Second International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications, janvier 1987, Tucson, Arizona, USA.
- [13] P. Delobelle, "Sur les lois de comportement viscoplastique à variables internes", Revue Phys. Appl. 23 (1988), 1-61.
- [14] J.C. Moosbrugger and D.L. McDowell, "Consideration of Rate-Dependence and Anisotropy within the Framework of Bounding Surface Inelasticity", ASME/SES Summer Annual Meeting, Berkley, CA June 20-22, 1988.
- [15] J.J. Engel, G. Rousselier, "Comportement en contrainte uniaxiale sous chargement cyclique de l'acier inoxydable austénitique 17-12 Mo à très bas carbone et azote contrôlé", EdF, Direction des Etudes et Recherches. Rapport HT/PVD 599 MAT/T 43, 1985.
- [16] M. Mottot, P. Bernard et A. Lelièvre, "Etude expérimentale du facteur de symétrisation  $K_p$  en cyclage à déformation répétée à 550 et 600°C d'un acier Z2 CND 17-12 à azote contrôlé nuance ICL 167 SPH-tôle SQ", CEA-DTech. N.T. SRMA/85-1370, janvier 1985.
- [17] J.L. Chaboche, D. Nouailhas, "Some Examples of the Cyclic Properties of a Unified Viscoplastic Model", International Seminar on the Inelastic behaviour of Solids: Models and Utilization, Besançon, 1988, Paper II-119.

- [18] C. Guionnet, "Constitutive Modeling in the Range of Inelastic Deformation", 2nd Part - Modeling of Ratcheting Tests: CEA, Rapport DEMA/88-249, août 1989.
- [19] J.L. Chaboche et G. Cailletaud, "Influence of Material behaviour on Stress Distribution in Cyclic Plasticity", International Conference on Advance in Numerical Methods in Engineering, Swansea (Grande Bretagne), 7-11 janvier 1985.

*Manuscrit reçu le 3 août 1989*

TABLEAU I

## PLAN DES EXPERIENCES

N° Essai	$\sigma_{11}$ MPa	$\epsilon_{12}$ %	Temps de maintien TM secondes
507	25	$\pm 0,15$ %	10
510	25	$\pm 0,60$ %	10
506	50	$\pm 0,15$ %	10
511	50	$\pm 0,35$ %	10
513	50	$\pm 0,35$ %	1 000
514	50	$\pm 0,35$ %	10 000
509	75	$\pm 0,15$ %	10



TABLEAU II

## PARAMETRES UTILISES POUR LES SIMULATIONS

$E = 138\ 000\ \text{MPa}$	$N = 20$	$m = 0,8$
$\nu = 0,3$	$K = 10\ \text{MPa}$	$n = 0,075$
$R_0 = 80\ \text{MPa}$	$c_k = 3,87$	$q = 3,43$
$c_r = 0$	$g = 1,5 \cdot 10^{-10}$	$c_2 = 4,0$
$a = 15\ 000\ \text{MPa}$	$r = 4$	$c = 40$
$a_1 = 200\ 000\ \text{MPa}$	$g_1 = 1,5 \cdot 10^{-6}$	$\beta = 0,40$
$c_1 = 180$	$r_1 = 4$	

APPENDIX I

## SOLUTIONS ANALYTIQUES EN GEOMETRIE UNIAXIALE

## 1 - Cas du chargement monotone initial

On suppose  $d\varepsilon_{11}^p > 0$  l'équation (10) devient simplement :

$$dX_{11} = m(\varepsilon_{11}^p)^{n-1} \{ a(\varepsilon_{11}^p)^n + a_1 \varepsilon_{11}^p - c_1 X_{11} \} d\varepsilon_{11}^p$$

et a pour solution avec les conditions initiales  $(\varepsilon_{11}^p = 0, X_{11} = 0)$

$$X_{11} = \frac{2}{3} e^{-c_1 (\varepsilon_{11}^p)^n} \left[ a \int_0^{(\varepsilon_{11}^p)^n} u^{n/2} e^{c_1 u} du + a_1 \int_0^{(\varepsilon_{11}^p)^n} u^{1/2} e^{c_1 u} du \right] \quad (11)$$

## 2 - Cas de la branche croissante d'une boucle stabilisée

Dans ce cas  $d\varepsilon_{11}^p > 0$  et l'équation (10) devient :

$$dX_{11} = m(\varepsilon_{11}^p - \varepsilon_0^p)^{n-1} \left\{ \frac{2}{3} (a q p_{1n}^n + a_1 \varepsilon_{11}^p) - c_1 X_{11} \right\} d\varepsilon_{11}^p$$

Avec les conditions à l'origine de la branche :  $\varepsilon_{11}^p = \varepsilon_0^p, X_{11} = X_{11}^0$   
la solution a pour expression :

$$\begin{aligned} X_{11} = & \frac{2}{3c_1} (a q p_{1n}^n + a_1 \varepsilon_0^p) \left( 1 - e^{-c_1 (\varepsilon_{11}^p - \varepsilon_0^p)^n} \right) \\ & + a_1 e^{-c_1 (\varepsilon_{11}^p - \varepsilon_0^p)^n} \int_0^{(\varepsilon_{11}^p - \varepsilon_0^p)^n} u^{1/2} e^{c_1 u} du \\ & + X_0 e^{-c_1 (\varepsilon_{11}^p - \varepsilon_0^p)^n} \end{aligned} \quad (12)$$

APPENDIX II

FORMULATION COMPLETE DU MODELE

$$\dot{\varepsilon}^P = \frac{3}{2} \left\langle \frac{J(\sigma-X) - R}{K(1 + c_x \alpha_2)} \right\rangle^n \frac{s - X}{J(\sigma-X)}$$

$$u \leq 0 \quad \langle u \rangle = 0 \quad ; \quad u > 0 \quad \langle u \rangle = u$$

$$J(\sigma-X) = \left( \frac{3}{2} (s-X) : (s-X) \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R = R_0(1 - c_0) + R_0 c_0 \alpha_2$$

$$\text{Max} \left\{ \varepsilon_1 = \left( \frac{2}{3} (\varepsilon_n^P - \varepsilon_{I_{k-1}}^P) : (\varepsilon_n^P - \varepsilon_{I_{k-1}}^P) \right) \right\} \Rightarrow I_k = M \quad (I_0 = 0)$$

$$p_1 = \int_{I_k}^M dt \quad p_{1n} = \int_{I_{k-1}}^{I_k} dp \quad dp = \left( \frac{2}{3} d\varepsilon^P : d\varepsilon^P \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$dX = m p_1^{n-1} \left\{ \left[ \frac{2}{3} (a\alpha_2 + a_1 (\varepsilon^P : n) - (c_1 - c\alpha_4)(X:n)) \right] d\varepsilon^P - c\alpha_4 X dp \right\} - g(X^{I_1})^{r-1} X dt$$

$$n \frac{2}{3} \frac{d\varepsilon^P}{dp} \quad X^{I_1} = \left( \frac{3}{2} X : X \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$d\alpha_2 = n p_1^{n-1} dp$$

$$d\alpha_4 = n p_1^{n-1} dp \quad \text{si} \quad p_1 \geq p_{1n}$$

$$d\alpha_2 = c_2 (q p_{1n}^n - \alpha_2) dp - g_1 \alpha_2^{r-1} dt$$

$$d\alpha_4 = -\beta \frac{dp}{p} \quad \text{si} \quad p < p_{1n}$$

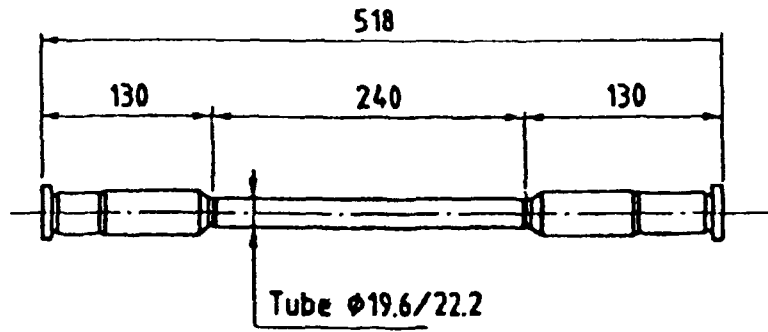


Fig. 4 - Eprouvette d'essai

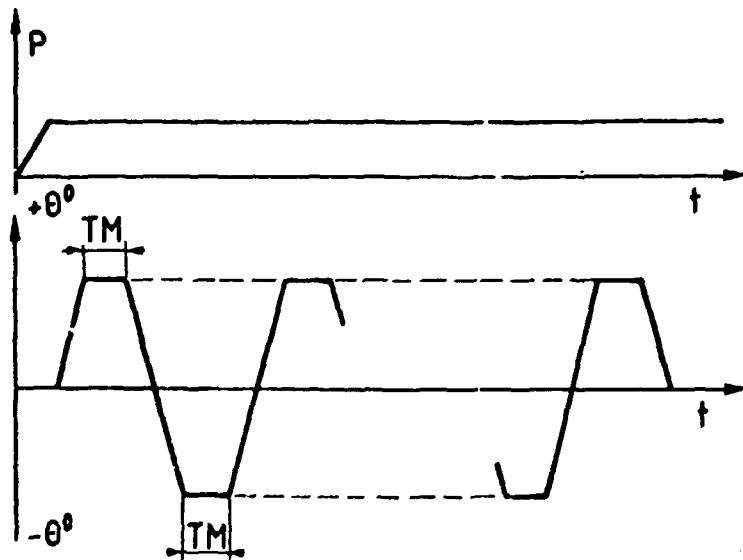


Fig. 5 - Mode de chargement des éprouvettes

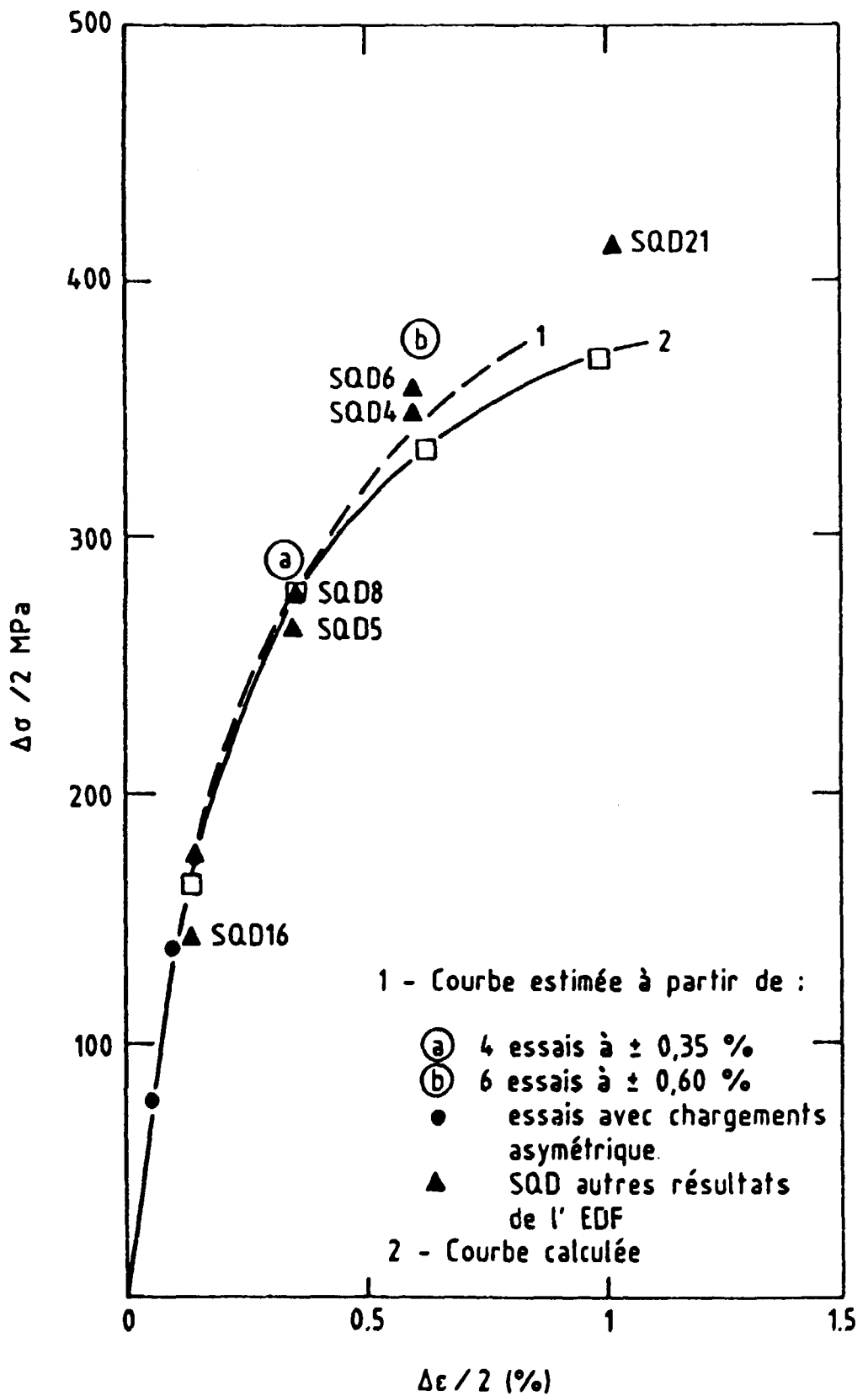


Fig. 6 - Courbe cyclique expérimentale et calculée pour l'acier 17-12 SPH à 600°C

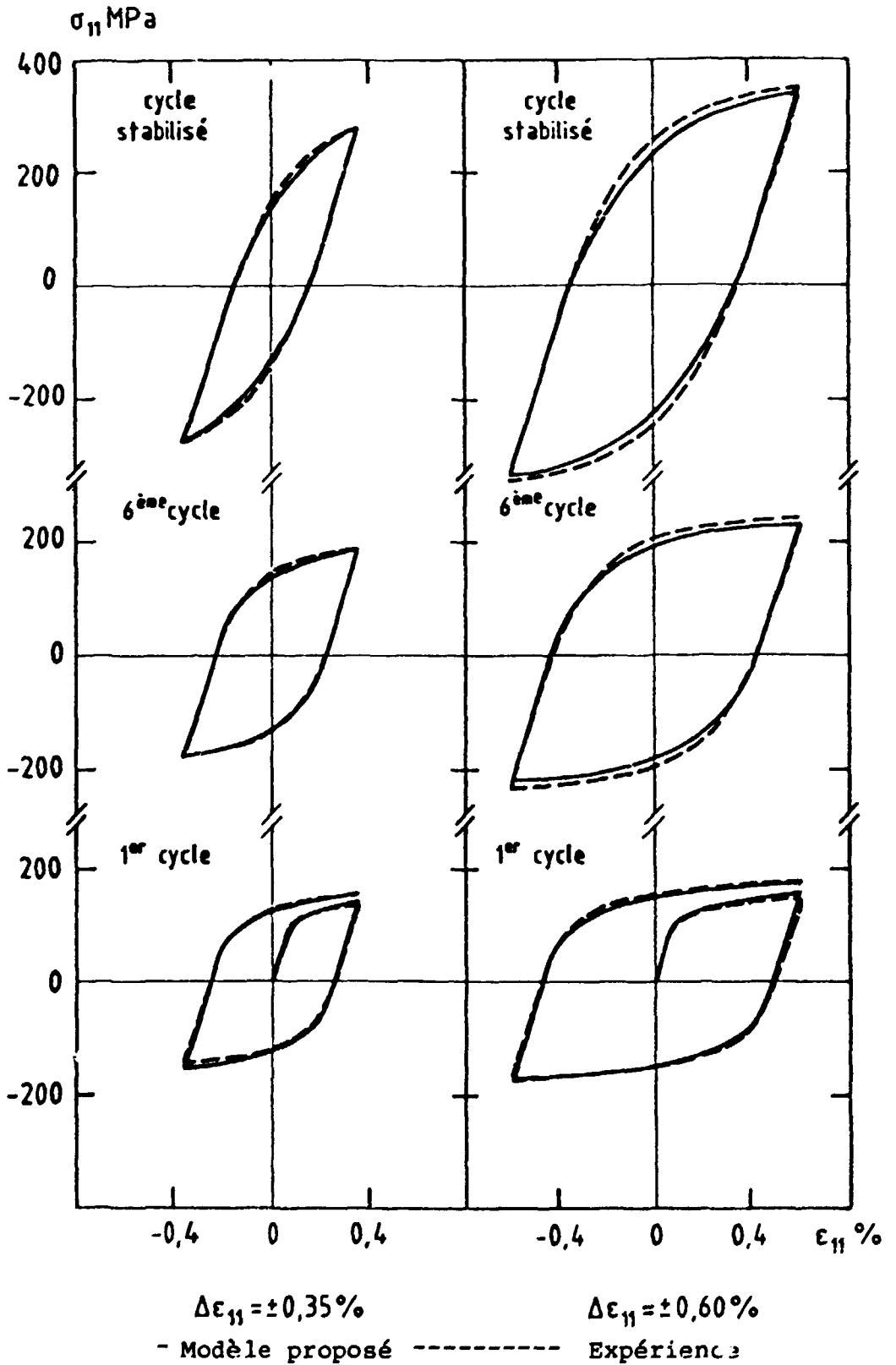
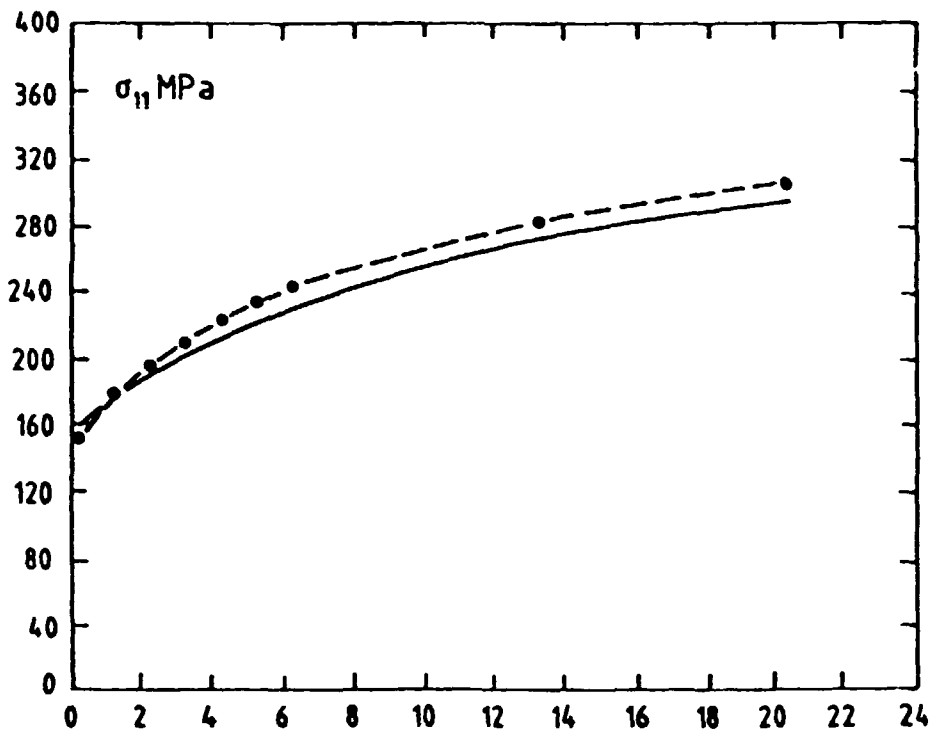
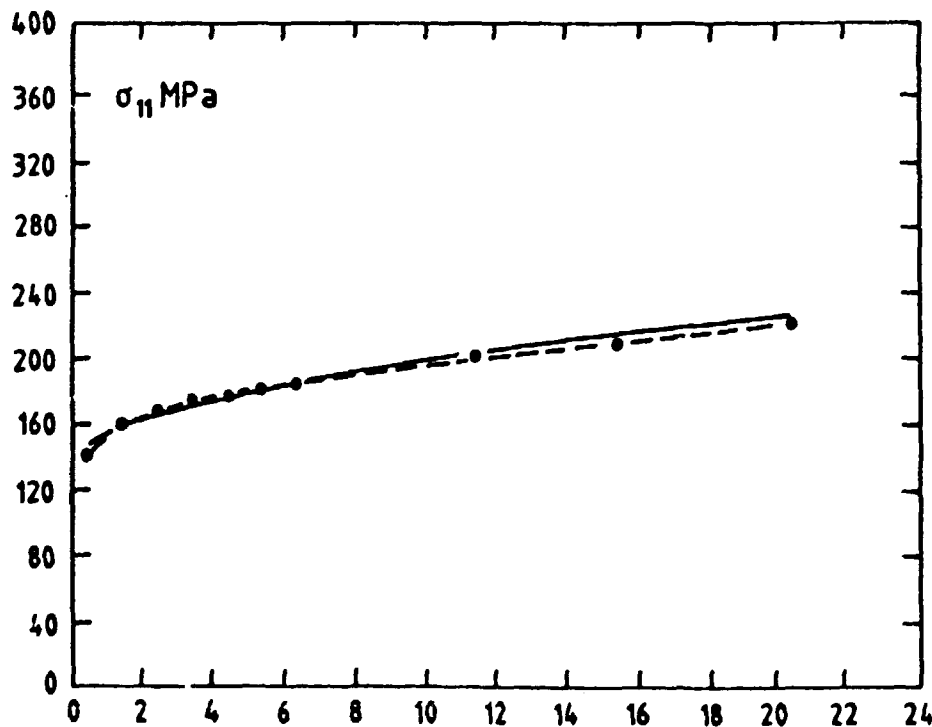


Fig. 7 - Boucles d'hystérésis expérimentales et calculées pour l'acier 17-12 SPH à 600 °C



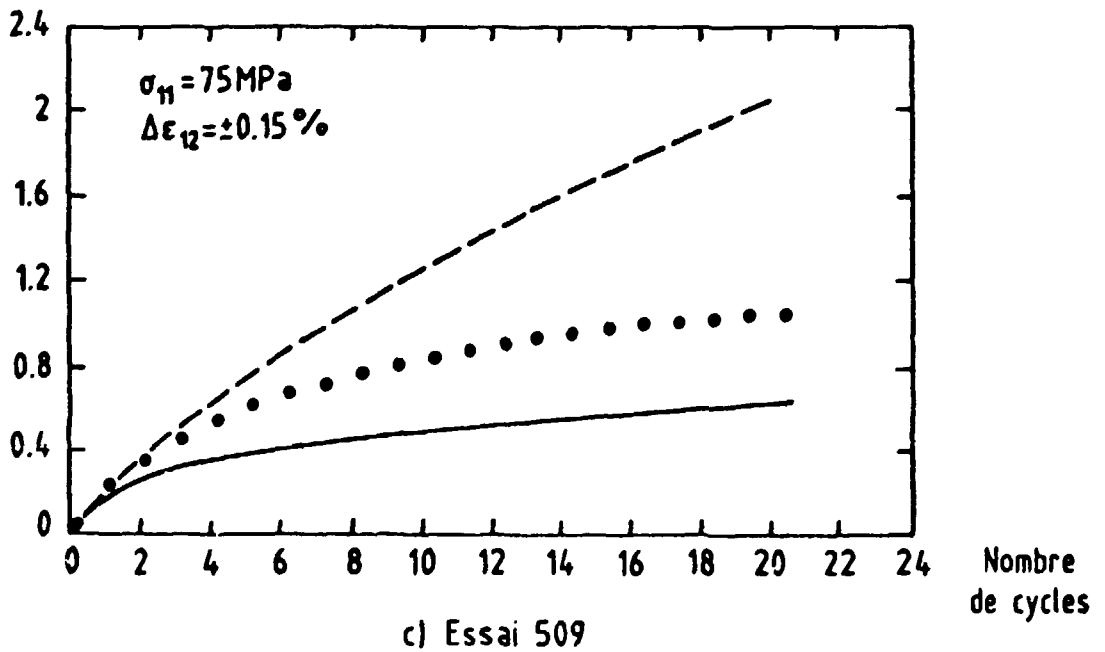
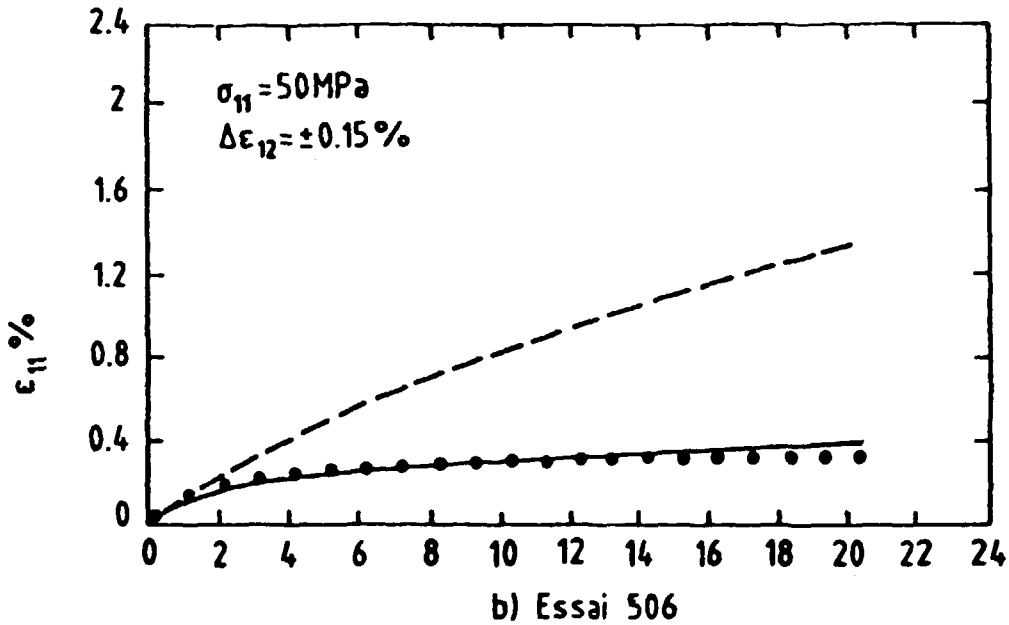
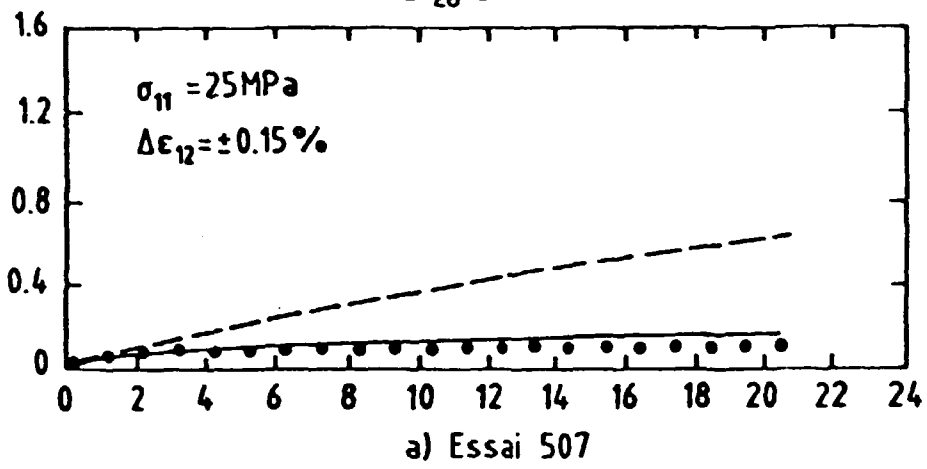
b)  $\Delta\epsilon / 2 = \pm 0,60\%$



a)  $\Delta\epsilon / 2 = \pm 0,35\%$

— Modèle proposé    ••• Expérience

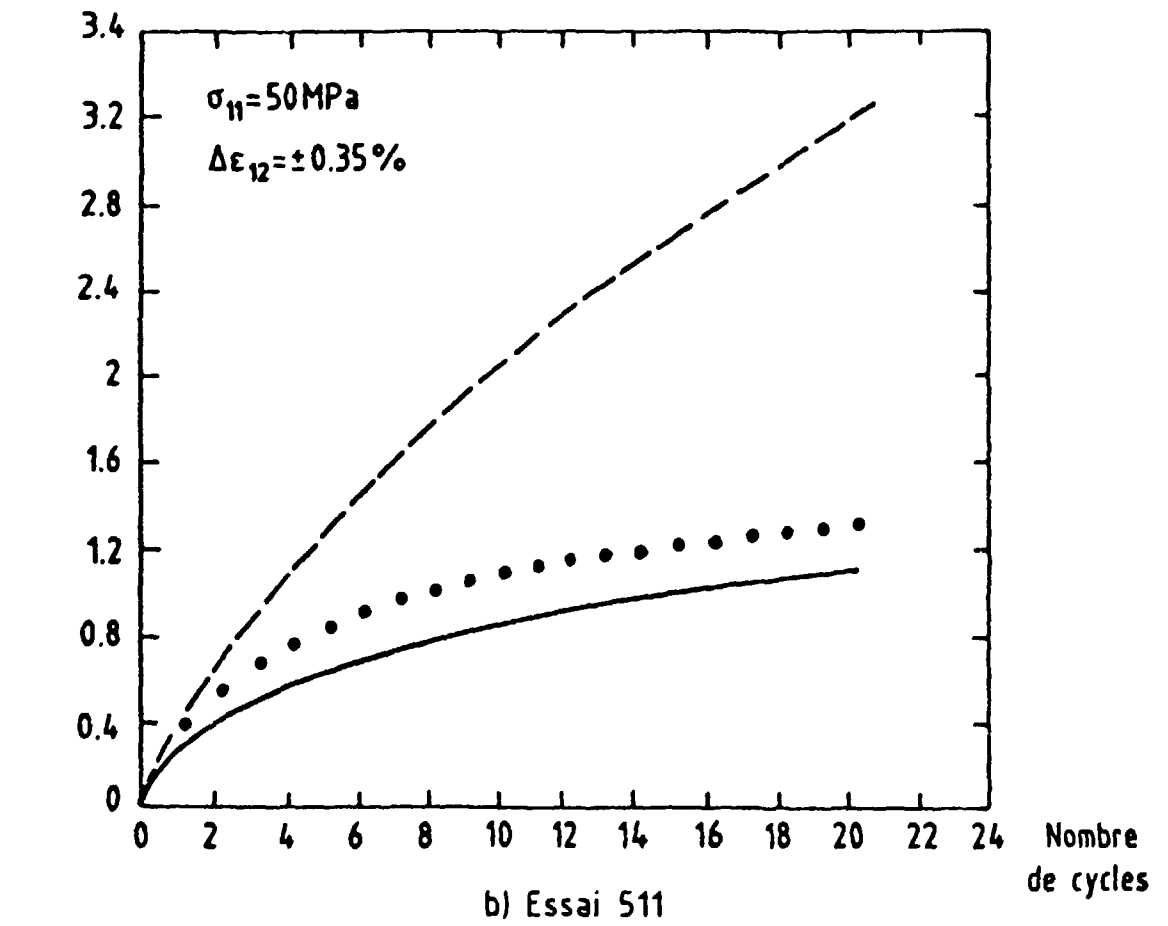
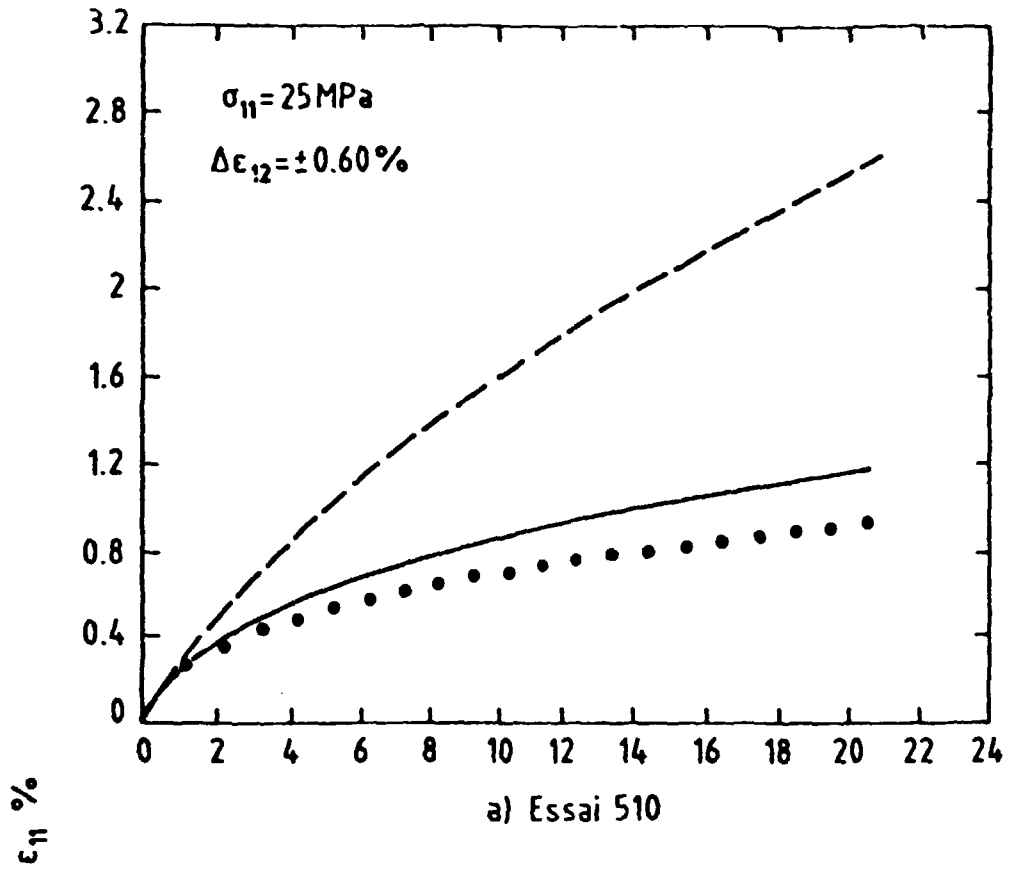
Fig. 8 - Evolution des pics de contrainte avec le nombre de cycles dans les essais de traction compression



--- Modèle J.L. Chaboche    ——— Modèle proposé    ●●● Expérience

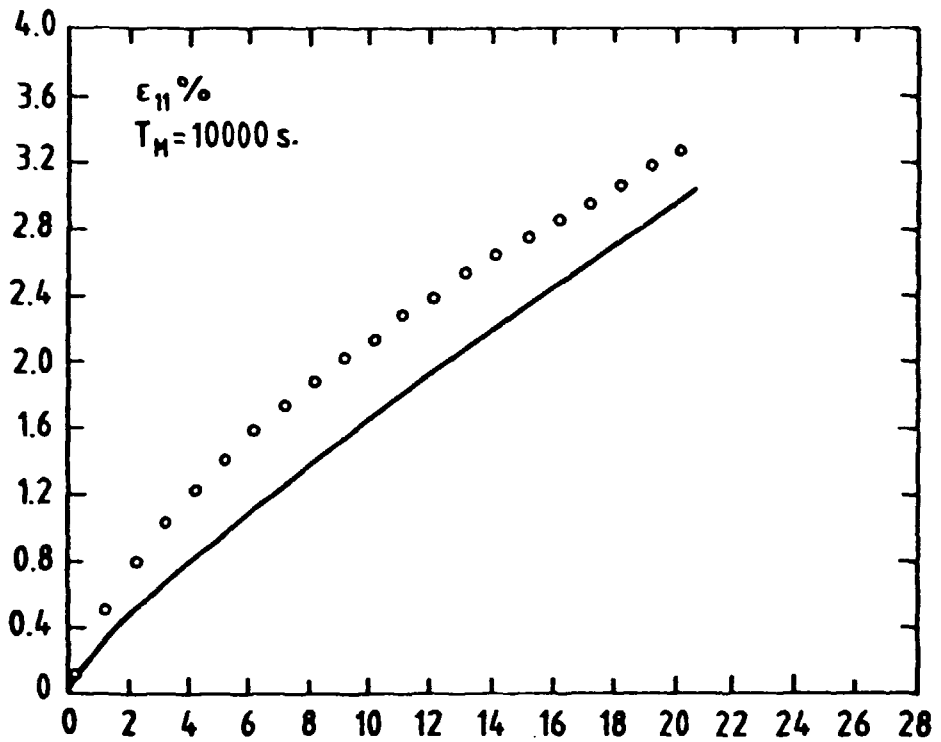
Fig. 9 - Prédiction de la déformation progressive pour l'acier 17-12 SPH à 600°C



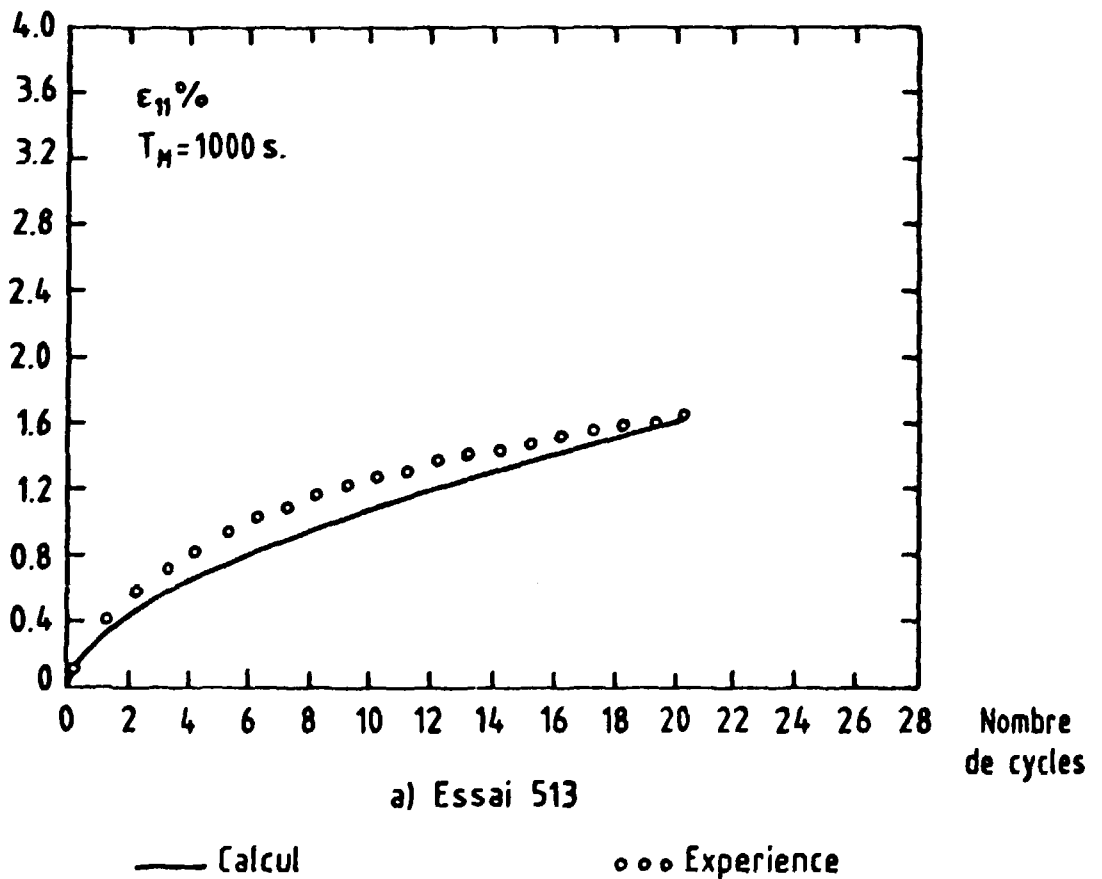


--- Modèle J.L. Chaboche    ——— Modèle proposé    ●●● Expérience

Fig. 10 - Prédiction de la déformation progressive pour l'acier 17-12 SPH à 600°C



b) Essai 514



a) Essai 513

Fig. 11 - Prédiction de la déformation progressive avec temps de maintien pour l'acier 17-12 SPH à 600°C

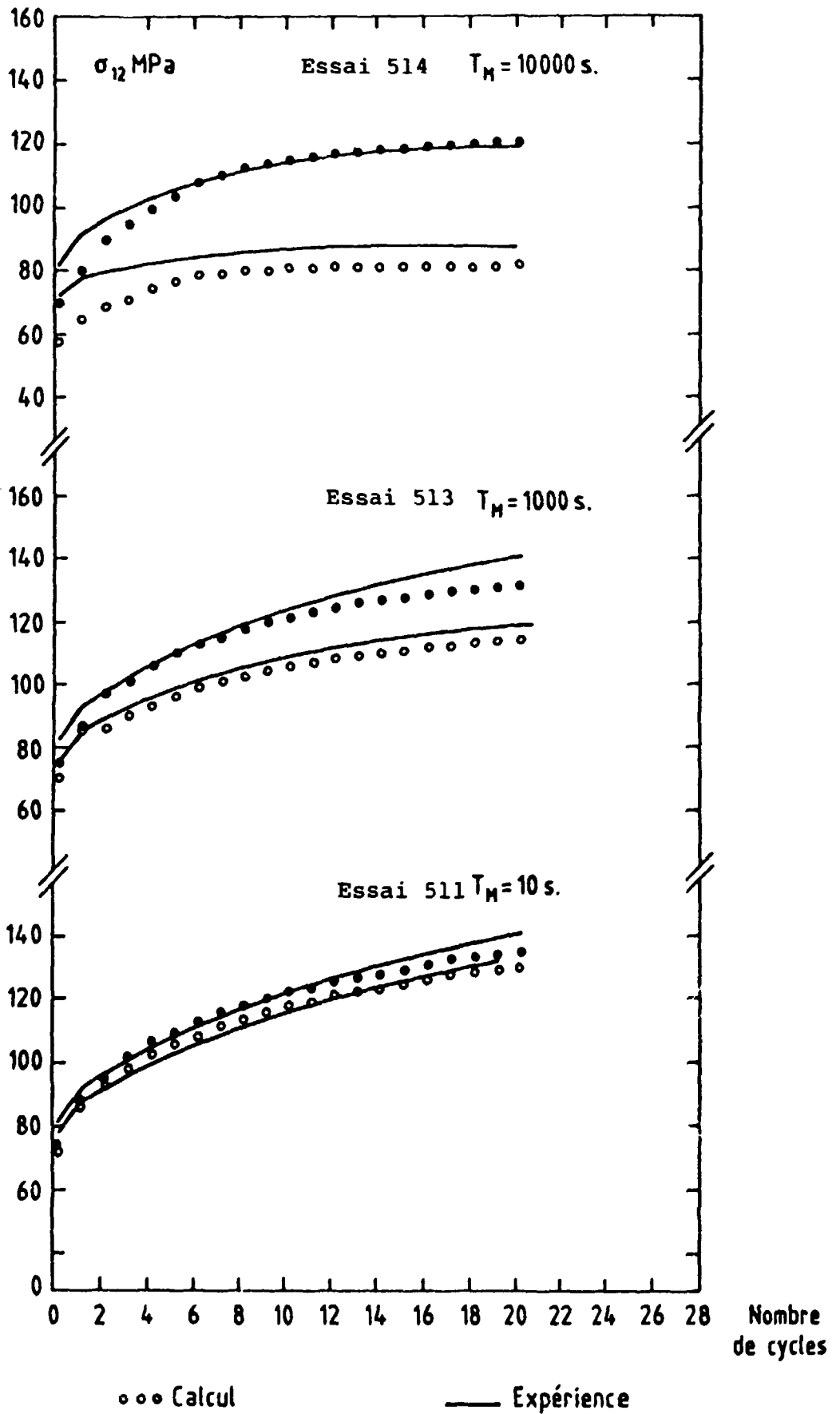


Fig. 12 - Prédiction de la contrainte de cisaillement en fonction du temps de maintien pour l'acier 17-12 SPH à 600°C

ISSN 0429 - 3460

*La diffusion des rapports et bibliographies du Commissariat à l'Energie Atomique est assurée par le Service de Documentation, CEN-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cédex, (France)*

*Reports and bibliographies of the Commissariat à l'Energie Atomique are available from the Service de Documentation, CEN-Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cédex, (France)*

*Edité par*  
*le Service de Documentation*  
*Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay*  
*91191 GIF-sur-YVETTE Cédex (France)*