

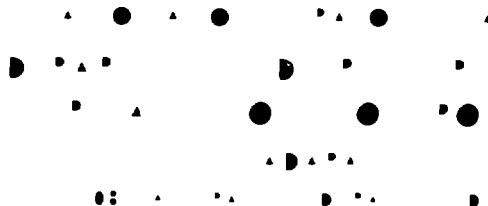
DRFC-CAD

EUR-CEA-FC-1364

L'IGNITION THERMONUCLEAIRE DANS LES TOKAMAKS  
DE LA PROCHAINE GENERATION

J. JOHNER

Avril 1989



DRFC-CAD

EUR-CEA-FC-1364

L'IGNITION THERMONUCLEAIRE DANS LES TOKAMAKS  
DE LA PROCHAINE GENERATION

J. JOHNER

Avril 1989

Soumis pour publication dans "Revue Générale Nucléaire"

L'IGNITION THERMONUCLEAIRE DANS LES TOKAMAKS  
DE LA PROCHAINE GENERATION

J. JOHNER

ASSOCIATION EURATOM-CEA SUR LA FUSION  
*Département de Recherches sur la Fusion Contrôlée*  
*Centre d'Etudes Nucléaires de Cadarache*  
13108 SAINT-PAUL-LEZ-DURANCE CEDEX (FRANCE)

**Résumé:**

L'extrapolation des lois expérimentales décrivant le confinement de l'énergie et les limites de stabilité magnétohydrodynamique dans les grands tokamaks actuels permet de montrer qu'il devrait exister des équilibres d'ignition thermonucléaire stables dans ce type de configuration si le produit  $aB_t^x$  des dimensions par une puissance du champ magnétique est suffisamment grand.

L'application quantitative de ce résultat à plusieurs projets de tokamaks de la prochaine génération indique que de tels équilibres pourraient exister dans ces machines qui pourront par ailleurs disposer d'une puissance de chauffage additionnel suffisante pour que l'ignition y soit effectivement accessible.

## I. INTRODUCTION

Les progrès récents en physique des plasmas chauds confinés dans les configurations de type tokamak permettent d'envisager avec confiance la prochaine étape de recherche et développement en fusion thermonucléaire contrôlée par confinement magnétique : la réalisation d'une machine d'ignition, qui devrait pouvoir être réalisée dans les années 1990. Le moment nous a donc paru convenable pour exposer devant un large public scientifique, non spécialiste de la physique des plasmas, les principes de calcul d'un coeur de réacteur thermonucléaire dans la configuration tokamak et les prévisions qui en découlent aujourd'hui.

Sans entrer dans les détails de la physique de la fusion par confinement magnétique, que le lecteur peut trouver dans la littérature [1], on rappelle pour mémoire que l'on s'intéresse ici à la réaction de fusion



qui a lieu au sein d'un plasma composé d'un mélange de deutérium et de tritium. Dans un tokamak, les constituants du plasma (ions de D et T et électrons) ainsi que les particules alpha provenant des réactions de fusion, sont confinés dans un volume annulaire (tore) de grand rayon R et de petit rayon horizontal a. Ce confinement est obtenu au moyen d'un champ magnétique dont la composante principale est le champ toroïdal  $B_t$ . Dans le plasma circule un courant  $I_p$  qui crée la composante poloïdale du champ magnétique et permet le chauffage ohmique (effet Joule) du plasma.

Les projets de tokamaks de la prochaine génération actuellement à l'étude se répartissent en deux grandes familles : celle des machines à fort champ magnétique et de dimensions modestes (IGNITOR, CIT), et celle des très grandes machines à champ magnétique moyen (NET, ITER, JIT). L'objectif essentiel de toutes ces machines est de réaliser un état stationnaire d'ignition thermonucléaire dans un plasma composé de deutérium et de tritium. Cet état est obtenu quand la puissance cédée au plasma par le ralentissement des particules alpha de 3,56 MeV permet d'équilibrer la puissance perdue par rayonnement et par les mécanismes de conduction et de convection de la chaleur. Dans un tel régime, le plasma est auto-entretenu thermiquement, si bien que l'énergie à fournir de l'extérieur pour entretenir la combustion est nulle. Cette circonstance est très favorable pour une centrale thermonucléaire car le rendement global de celle-ci devient alors voisin du rendement du générateur d'électricité, c'est-à-dire de l'ordre de 40%.

L'état stationnaire d'ignition est caractérisé par une relation entre la densité et la température du plasma. Cette relation fait intervenir le temps de confinement global de l'énergie  $\tau_E$ , qui dépend des paramètres du plasma. Par ailleurs, des contraintes supplémentaires doivent être satisfaites par ces paramètres pour que le plasma soit assuré de stabilité magnétohydrodynamique (MHD). La seule contrainte MHD qui paraisse incontournable dans l'état actuel des expériences porte sur la valeur maximum du paramètre bêta du plasma (quotient de sa pression cinétique sur la pression du champ magnétique). La condition d'existence d'équilibres d'ignition stables dans une machine donnée s'obtient donc en écrivant qu'une partie au moins de l'ensemble des équilibres thermiques vérifiant la condition d'ignition a un bêta inférieur au bêta limite. On verra dans le présent article que cette condition est réalisée si le produit  $aB_t^x$  du petit rayon  $a$  par une puissance du champ magnétique  $B_t$  (l'exposant  $x$  étant de l'ordre de 2 à 3) est suffisamment grand. On peut donc obtenir des équilibres d'ignition stables en réalisant soit des machines de dimensions modestes à fort champ, soit de très grandes machines à champ moyen.

Pour atteindre les conditions d'ignition dans une machine, il faut porter la densité et la température du plasma à des valeurs telles que la puissance délivrée par les particules alpha puisse devenir la source dominante dans l'équilibre thermique. Nous verrons que ces conditions ne peuvent être réalisées qu'en injectant initialement de l'extérieur une puissance additionnelle suffisante dans le plasma. La disponibilité de cette puissance pour un projet donné sera appelée ici condition d'accessibilité de l'ignition.

Les conditions d'existence et d'accessibilité de l'ignition seront discutées quantitativement pour les différentes machines en projet.

On utilisera dans cet article les unités MKSA sauf pour la température qui est traditionnellement exprimée en keV ( $1 \text{ keV} \approx 1,16 \times 10^7 \text{ K}$ ), ce qui revient à prendre  $k = 1,6022 \times 10^{-16} \text{ J/keV}$  pour la valeur de la constante de Boltzmann dans les applications numériques.

## II. SOURCES ET PERTES DANS UN PLASMA THERMONUCLEAIRE

### 1. Cas d'un plasma pur et homogène

#### a/ La source de puissance alpha

On considère d'abord pour simplifier un plasma maxwellien constitué d'un mélange de 50% de deutérium et de 50% de tritium, de densité et de température

uniformes. Le nombre  $N_f$  de réactions de fusion D-T se produisant par unité de temps dans le volume  $V$  est alors:

$$N_f = n_D n_T \overline{\sigma v}(T) V ,$$

où  $n_D = n_T = n/2$  sont les densités du deutérium et du tritium,  $n$  la densité électronique et  $T$  la température du plasma supposée identique pour toutes les espèces de particules. La quantité  $\overline{\sigma v}$  est le taux de réactions thermonucléaires qui s'exprime par une intégrale du produit de la section efficace de réaction par la vitesse des particules sur la fonction de distribution de vitesse du plasma. Des ajustements numériques précis de la fonction  $\overline{\sigma v}(T)$  pour  $0 < T < 100$  keV sont disponibles dans la littérature [2]. Chaque réaction de fusion produit un neutron de 14,03 MeV qui sort de la configuration et une particule alpha d'énergie  $E_\alpha = 3,56$  MeV dont la trajectoire est piégée dans le tokamak si la particule n'est pas créée trop près du bord du plasma. La particule a ainsi le temps de céder par ralentissement collisionnel toute son énergie au plasma. Les pertes de particules alpha dans les grandes machines sont surtout causées par les modifications de trajectoire introduites par les corrugations du champ magnétique toroïdal (elles-mêmes dues au nombre fini de bobines). Ces pertes peuvent être réduites à quelques pour cents et nous considérerons ici dans les applications numériques que la fraction  $F_\alpha$  de l'énergie alpha cédée au plasma est égale à 1. La source de puissance alpha pour le plasma s'écrit donc:

$$P_\alpha = \frac{n^2}{4} \overline{\sigma v}(T) F_\alpha E_\alpha V .$$

#### b/ Le chauffage ohmique

La configuration tokamak nécessite la circulation d'un courant dans le plasma. Ce courant peut être entretenu soit par un champ électrique d'induction, soit par des méthodes dites non inductives : injection dans le plasma d'ondes haute fréquence ou de faisceaux de particules neutres. Ces dernières méthodes ont l'avantage de pouvoir fonctionner en continu et sont donc étudiées dans la perspective de la génération de courant dans un réacteur. Elles sont en revanche caractérisées par un faible rendement de génération de courant qui rend nécessaire l'injection dans le plasma d'une puissance additionnelle importante. Le régime obtenu se trouve alors éloigné des conditions d'ignition. L'entretien inductif du courant se fait au contraire avec une dépense d'énergie d'autant plus faible que la température est élevée car la résistivité du plasma décroît en  $1/T^{3/2}$ , c'est donc cette méthode qui est envisagée dans un premier temps pour les machines d'ignition.

L'équilibre entre la source de puissance alpha augmentée de la puissance ohmique et les pertes porte en toute rigueur le nom d'"ignition ohmique". En pratique, on verra que les équilibres d'ignition ohmique intéressants sont caractérisés par des températures telles que la source ohmique est toujours négligeable devant la puissance alpha.

On supposera ici une résistivité simplifiée de la forme:

$$\eta = \frac{\eta_0}{T^{3/2}} \quad \text{avec} \quad \eta_0 = 3 \times 10^{-8} . \quad (1)$$

On obtient alors pour la puissance ohmique l'expression:

$$P_{\Omega}(T) = \eta_0 \left[ \frac{I_p}{S_p} \right]^2 \frac{1}{T^{3/2}} V ,$$

où  $I_p$  est le courant total circulant dans le plasma et  $S_p$  la surface de la section méridienne du plasma.

#### c/ Les pertes par rayonnement

Dans un plasma D-T pur, le seul rayonnement important est émis par les électrons accélérés dans le champ coulombien des noyaux. Ce rayonnement porte le nom de rayonnement de freinage électronique. Pour un plasma de fusion, l'intensité du rayonnement de freinage est donné avec une bonne précision par l'approximation de Born non-relativiste. On obtient pour la puissance rayonnée par unité de volume l'expression:

$$\frac{dP_B}{dV} = C_B n^2 T^{1/2} ,$$

avec

$$C_B = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^3} \frac{32\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{e^6 k^{1/2}}{m_e^{3/2} c^3 \hbar} \approx 5,355 \times 10^{-37} .$$

Il est intéressant de comparer les intensités de la source alpha et du rayonnement de freinage, on trouve:

$$\frac{P_B}{P_{\alpha}} = \frac{4C_B}{F_{\alpha} E_{\alpha}} \frac{T^{1/2}}{\sigma v(T)} .$$

Ce rapport ne dépend que de la température, il est égal à 1 pour  $T=4,37$  keV mais n'est plus que 11% pour  $T=10$  keV, 5,4% à 15 keV et 3,9% à 20 keV. Il est bon de garder en mémoire que dans un plasma à l'ignition à une température d'une dizaine de keV, la perte par rayonnement de freinage est faible par rapport à la source alpha.

d/ Les pertes par conduction-convection

Le champ magnétique de la configuration tokamak ne confine qu'imparfaitement les particules et l'énergie. Le transport de la matière et de la chaleur observé expérimentalement est très supérieur à ce qu'il serait s'il était dû uniquement aux collisions coulombiennes, lesquelles imposent la limite inférieure des coefficients de transport. L'origine de ce transport anormal est sans doute liée aux fluctuations à petite échelle de la densité, de la température et du champ magnétique causées par différentes instabilités non-destructives du plasma. Aucune théorie ne permet à l'heure actuelle de calculer des coefficients de transport en parfait accord avec l'expérience. Dans ces conditions, on se contentera d'écrire les pertes de chaleur dues au transport sous la forme:

$$P_t = \frac{W_{th}}{\tau_E},$$

où  $W_{th}$  est le contenu énergétique du plasma et  $\tau_E$  est par définition le temps de confinement global de l'énergie. Dans le cas d'un plasma pur homogène, on a simplement  $W_{th} = 3nkTV$ .

Un des principaux objectifs de l'expérimentation sur les tokamaks est de déterminer la dépendance de  $\tau_E$  en fonction des différents paramètres de la décharge dans des conditions de plasma de plus en plus proche des conditions thermonucléaires. Les résultats de ces études seront analysés plus loin.

**2. Deux ingrédients quantitativement importants: les profils et les impuretés**

a/ Les profils

En pratique, la densité et la température d'un plasma de tokamak ne sont pas spatialement uniformes mais présentent un profil radial. La prise en compte de ces profils dans les quantités  $P_\alpha$ ,  $P_\Omega$ ,  $P_B$  et  $P_t$  conduit à remplacer  $n$  et  $T$  par les valeurs moyennes  $\langle n \rangle$  (densité volumique moyenne) et  $[T]$  (température moyennée en densité), et à introduire des "facteurs de forme" dépendant des profils. Si ces effets ne modifient pas fondamentalement la forme algébrique des termes, ils introduisent cependant des corrections numériques dont il est essentiel de tenir compte. Dans le présent article, les sections méridiennes des surfaces à densité et température constantes sont modélisées par une famille d'ellipses homothétiques concentriques dont l'équation s'écrit:



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \rho^2, \quad (2)$$

où  $b$  est le petit rayon vertical de la section méridienne du plasma et  $\rho$  la coordonnée radiale adimensionnelle égale à 1 au bord du plasma. L'élongation  $\kappa=b/a$  de cette ellipse interviendra aussi par la suite ainsi que le rapport d'aspect  $A=R/a$  du tore de grand rayon  $R$ . Les profils de densité et de température sont en général modélisés par des expressions de la forme:

$$n(\rho) = n_0(1-\rho^2)^{\alpha_n}, \quad T(\rho) = T_0(1-\rho^2)^{\alpha_T}, \quad (3)$$

où  $n_0$  et  $T_0$  sont les densité et température sur l'axe magnétique. Les paramètres  $\alpha_n$  et  $\alpha_T$  sont d'autant plus grands que les profils sont plus piqués.

#### b/ Les impuretés

Les plasmas réels contiennent des impuretés. Si l'utilisation du graphite pour les composants de la chambre à vide faisant face au plasma a permis de s'affranchir des impuretés métalliques lourdes (dont le rayonnement de raies est rédhibitoire dans un plasma de fusion), on observe encore dans le plasma des concentrations non négligeables d'impuretés légères (actuellement essentiellement C et O). Ces impuretés créent en tout point une charge effective  $Z_{eff}$  définie par la relation:

$$Z_{eff} = \frac{\sum n_i Z_i^2}{\sum n_i Z_i}, \quad (4)$$

le dénominateur de cette expression n'étant autre que la densité électronique par suite de la quasi-neutralité du plasma. Les  $Z_{eff}$  observés dans les grandes machines sont rarement inférieurs à 2. Par ailleurs, dans un plasma thermonucléaire, la population de particules alpha (noyaux d'hélium de  $Z=2$ ) aura une densité non nulle. L'effet de ces impuretés sur les expressions des puissances étudiées ci-dessus est de deux types:

- Effet de dilution : pour une densité électronique donnée (dont on verra plus loin qu'elle est limitée par la contrainte de bêta), la densité des noyaux D et T réagissant est inférieure en présence d'impuretés à la moitié de la densité électronique, ce qui provoque une baisse de la réactivité du plasma ( $P_\alpha$  est plus faible).
- Effet sur la puissance ohmique et le rayonnement de freinage : les noyaux de charge élevée contribuent à l'augmentation de la résistivité et du

rayonnement de freinage. On montre dans les deux cas que l'effet est proportionnel au  $Z_{\text{eff}}$ .

On supposera dans le présent modèle que les profils de densité des impuretés ont la même forme que le profil de densité électronique, c'est-à-dire que le profil de  $Z_{\text{eff}}$  est plat. On supposera par ailleurs dans toutes les applications numériques (sauf précision explicite) que  $Z_{\text{eff}}=1,8$  et que cette charge effective est due à une égale concentration de carbone et d'oxygène et à une fraction de noyaux d'hélium  $f_{\alpha}=5\%$ .

En tenant compte des effets des profils et des impuretés, les expressions des sources et pertes étudiés ci-dessus deviennent:

$$P_{\alpha}(\langle n \rangle, [T]) = C_{Z\alpha} \frac{\langle n \rangle^2}{4} \overline{\sigma v}^*([T]) F_{\alpha} E_{\alpha} v, \quad (5)$$

$$P_{\Omega}([T]) = Z_{\text{eff}} \eta_0^* \left[ \frac{I_P}{\pi k a^2} \right]^2 \frac{1}{[T]^{3/2}} v, \quad (6)$$

$$P_B(\langle n \rangle, [T]) = Z_{\text{eff}} C_B^* \langle n \rangle^2 [T]^{1/2} v, \quad (7)$$

$$P_t(\langle n \rangle, [T]) = C_{ZW} \frac{3\langle n \rangle k [T] v}{\tau_E}. \quad (8)$$

Les expressions de la fonction  $\overline{\sigma v}^*(\alpha_n, \alpha_T, [T])$ , des constantes  $\eta_0^*(\alpha_n, \alpha_T)$ ,  $C_B^*(\alpha_n, \alpha_T)$  et des coefficients de dilution  $C_{Z\alpha}(Z_{\text{eff}})$  et  $C_{ZW}(Z_{\text{eff}})$  sont données dans l'appendice A.

### 3. Le temps de confinement global de l'énergie $\tau_E$

Un grand nombre de lois d'échelle empiriques du temps de vie dans les tokamaks ont été publiées. La méthode consiste à étudier systématiquement l'effet des différents paramètres de la décharge (dimensions, densité, courant total, champ magnétique, puissance totale injectée de l'extérieur, masse des ions) sur  $\tau_E$  et à représenter cette quantité par une loi la plus simple possible (en générale monomiale). Cette étude peut être faite sur une machine donnée ou par régression statistique sur un grand nombre de tokamaks. Nous retiendrons ici cette dernière méthode qui a l'avantage d'inclure dans les lois d'échelle les dépendances géométriques (R et a).

Pour des décharges à forte puissance additionnelle de chauffage, l'étude la plus récente de ce type est due à Kaye [3] qui propose deux lois d'échelle sur  $\tau_E$  suivant que sont inclus dans l'analyse les résultats provenant des quatre plus grandes machines existantes (TFTR, DIII-D, JT-60, JET) ou ceux provenant de toutes les machines allant de la taille de TFR (R=0,97 m, a=0,19

m,  $\kappa=1$ ) à celle du JET ( $R=2,96$  m,  $a=1,22$  m,  $\kappa=1,6$ ). Ces deux lois seront appelées par la suite loi Kaye-Big et loi Kaye-All. Elles s'écrivent:

$$\tau_{EB} = 8,20 \times 10^{-6} f_L \frac{M_{eff}^{1/2} \kappa^{1/4} I_p^{0,85} \bar{n}^{-0,1} B_t^{0,3} R^{0,5} a^{0,8}}{P_{tot}^{1/2}}, \quad (9)$$

$$\tau_{EA} = 5,21 \times 10^{-6} f_L \frac{M_{eff}^{1/2} \kappa^{1/4} I_p^{0,85} \bar{n}^{-0,1} B_t^{0,3} R^{0,85} a^{0,3}}{P_{tot}^{1/2}}. \quad (10)$$

On constate que les deux lois ne diffèrent que par les exposants des dimensions. Il est difficile de décider a priori laquelle est la mieux adaptée aux extrapolations et nous présenterons les résultats pour les deux. Dans les expressions ci-dessus,  $M_{eff}$  représente la masse atomique effective des ions du plasma en unité de masse atomique. Pour un mélange contenant 50% de deutérium et 50% de tritium, nous prendrons  $M_{eff} = 2,5$ .  $I_p$  est le courant total,  $\bar{n}$  la densité linéique moyenne et  $P_{tot}$  est la puissance totale injectée de l'extérieur dans le plasma par tous les moyens de chauffage et de génération de courant (effet Joule, injection de neutres, ondes hautes fréquences). La dépendance défavorable en  $P_{tot}^{-1/2}$  traduit le phénomène dit de dégradation du temps de vie en présence de puissance additionnelle. Le paramètre  $f_L$  qui est appelé facteur d'amélioration du temps de vie par rapport au mode-L, dépend du régime de fonctionnement du plasma. Il est égal à 1 lorsque le plasma est en mode-L ("Low confinement") Ce régime est le plus ancien et le plus mauvais pour le confinement, il donne des valeurs du temps de vie très inférieures à celle obtenues en chauffage ohmique pur. On a représenté sur les figs. 1 et 2 (extraites de la réf. [3]) une comparaison entre les résultats expérimentaux en mode-L et les lois Kaye-Big et Kaye-All. En mode-H ("High confinement"), le paramètre  $f_L$  est trouvé expérimentalement égal à 2,1 pour la loi Kaye-Big (Fig. 3) et à 2,4 pour la loi Kaye-All (Fig. 4). Le confinement amélioré caractéristique du mode-H est surtout observé dans les machine à divertor<sup>1</sup> et n'apparaît que lorsque la puissance injectée dépasse un certain seuil. Il existe enfin un certain nombre de régimes découverts plus récemment appelés régimes de confinement amélioré où  $f_L$  est compris entre 1 et 2. On peut aussi faire entrer dans le paramètre  $f_L$  les effets favorables non encore quantifiés comme l'amélioration du temps de

<sup>1</sup> La structure magnétique appelée divertor permet d'amener le flux de matière ionisée de la périphérie du plasma confiné à un endroit de la chambre où il est neutralisé et pompé.

vie global attendue en présence du dépôt de puissance central des particules alpha.

#### 4. Le facteur de sécurité au bord du plasma

Dans les deux lois décrites ci-dessus, le courant total  $I_p$  circulant dans le plasma a été choisi comme paramètre. Dans d'autres lois d'échelle, par exemple la loi Néo-Alcator valable en chauffage ohmique pur, c'est le facteur de sécurité cylindrique au bord  $q_{cyl}$  qui avait été choisi. Ce dernier est proche du facteur de sécurité vrai au bord (en général appelé  $q_\psi$ ) qui est le nombre de grands tours effectué par une ligne de champ magnétique lorsqu'elle décrit un petit tour complet. Pour une machine donnée,  $q_\psi$  est d'autant plus petit que  $I_p$  est grand. L'intérêt de la quantité  $q_\psi$  est qu'elle présente une limite inférieure au-dessous de laquelle la stabilité MHD du plasma est compromise. Un fonctionnement sans problème est obtenu pour des valeurs de  $q_\psi \geq 3$ . Cette valeur limite correspond à un courant maximum dans une machine donnée. Dans un tore de rapport d'aspect fini, la relation exacte entre  $q_\psi$ ,  $I_p$ ,  $B_t$ ,  $R$  et  $a$  est complexe. On préfère donc utiliser le facteur de sécurité cylindrique  $q_{cyl}$  qui est le facteur de sécurité que l'on aurait pour le même champ, le même courant, le même petit rayon et la même élongation dans un cylindre périodique de longueur  $2\pi R$ . On a alors la relation très simple suivante:

$$I_p = \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{1+\kappa^2}{2} \frac{B_t a}{A q_{cyl}} \quad (11)$$

Un ajustement simple reliant  $q_\psi$  et  $q_{cyl}$  pour des profils de courant standard et des rapports d'aspect  $A$  compris entre 2,5 et 4 s'écrit:

$$q_\psi = q_{cyl} \frac{1,22 - 0,68/A}{(1 - 1/A^2)^2}$$

Pour faire apparaître plus clairement les dépendances en champ magnétique et en dimension, la quantité  $q_{cyl}$  sera utilisée par la suite de préférence à  $I_p$ .

### III. LA CONDITION D'EXISTENCE D'EQUILIBRES D'IGNITION STABLES

#### 1. Equation de la courbe d'ignition dans le plan ( $\langle n \rangle$ , [T])

L'équation d'équilibre thermique à l'ignition ohmique s'obtient en écrivant qu'à l'état stationnaire, la source de puissance alpha augmentée de la puissance ohmique équilibre les pertes par rayonnement de freinage augmentées des pertes dues au transport. On a donc  $P_\alpha + P_\Omega = P_B + P_t$ , soit:

$$C_{Z\alpha} \frac{\langle n \rangle^2}{4 \sigma v^*} ([T]) F_{\alpha} E_{\alpha} + \frac{P_{\Omega}([T])}{V} = Z_{\text{eff}} C_B^* \langle n \rangle^2 [T]^{1/2} + C_{ZW} \frac{3 \langle n \rangle k [T]}{\tau_E (\langle n \rangle, P_{\alpha} + P_{\Omega})} , \quad (12)$$

où on a remplacé  $P_{\text{tot}}$  par  $P_{\alpha} + P_{\Omega}$  dans le temps de confinement. On suppose implicitement dans cette opération que la puissance alpha, qui est pratiquement la seule source en régime d'ignition ohmique, dégradera le temps de vie de l'énergie dans les mêmes conditions que le fait la puissance extérieure dans les machines actuelles. Cette dégradation reste à confirmer expérimentalement, elle constitue une hypothèse de travail prudente. Les puissances  $P_{\alpha}$  et  $P_{\Omega}$  étant elles-mêmes des fonctions de  $\langle n \rangle$  et  $[T]$  données par les équation (5) et (6), l'expression (12) apparait comme une relation entre  $\langle n \rangle$  et  $[T]$  à l'ignition ohmique. Cette relation n'est autre que l'équation de la courbe d'ignition ohmique dans le plan  $(\langle n \rangle, [T])$ .

Nous donnons en appendice les résultats explicites dans le cas d'une loi monomiale arbitraire pour le temps de vie que nous écrivons<sup>2</sup>:

$$\tau_E = f_L C_{\tau} \frac{M_{\text{eff}}^{\mu} \kappa^{\chi} I_p^{\nu} \bar{n}^{-\nu} B_t^{\beta} R^{\rho} a^{\alpha}}{P_{\text{tot}}^{\omega}} . \quad (13)$$

Le lecteur pourra ainsi facilement étudier le cas d'autres lois monomiales (existantes ou à venir) que les deux sur lesquelles nous nous concentrerons dans le corps du texte. En négligeant la puissance ohmique devant la puissance alpha [ $P_{\Omega}=0$  dans l'équation (12)], on montre facilement que l'équation de la courbe d'ignition peut se mettre sous la forme explicite:

$$\langle n \rangle = F([T]) , \quad (14)$$

où la fonction  $F$  est donnée dans l'appendice B.

## 2. Limite de bêta

Les plasmas essentiellement elliptiques avec des profils de courant ohmiques que nous considérons ici sont victimes d'instabilités MHD qui détruisent la configuration ou qui dégradent sensiblement le confinement si le paramètre bêta dépasse une valeur critique limitant ce qu'il est convenu d'appeller le premier régime de stabilité MHD. Cette limite s'exprime sous la forme  $\langle \beta \rangle < \langle \beta \rangle_T$  où  $\langle \beta \rangle$  est la moyenne volumique du bêta local, soit:

<sup>2</sup> Pas de confusion possible entre l'exposant  $\beta$  et le bêta du plasma, ni entre l'exposant  $\rho$  et la coordonnée radiale introduite dans l'équation (2).

$$\langle \beta \rangle = C_{ZW} \frac{2\langle n \rangle k [T]}{B_t^2 / 2\mu_0},$$

et  $\langle \beta \rangle_T$  est la limite dite de Troyon qui est donnée par la relation:

$$\langle \beta \rangle_T = 10^{-8} g \frac{I_p}{B_t a},$$

où le paramètre  $g$  est trouvé expérimentalement [4] de l'ordre de 3, valeur que nous retiendrons dans les applications numériques.

La limite de bêta de Troyon est donc représentée dans le plan ( $\langle n \rangle, [T]$ ) par l'hyperbole d'équation:

$$\langle n \rangle = \frac{C_\beta}{[T]} \quad \text{avec} \quad C_\beta = \frac{10^{-8}}{4\mu_0 k} \frac{g}{C_{ZW}} \frac{I_p B_t}{a}.$$

Les courbes d'ignition ohmique obtenues par résolution numérique de l'équation (12), les courbes d'ignition pure donnée par la formule analytique (14) et la courbe de bêta limite sont représentées sur la fig. 5 pour les paramètres de NET-II (voir tableau II), la loi Kaye-Big et différentes valeurs de  $f_L$ . On constate que le chauffage ohmique est bien négligeable pour les équilibres d'ignition à haute température.

### 3. Le facteur de mérite pour l'existence d'équilibres d'ignition dans le premier régime de stabilité

L'examen de la fig. 5 indique clairement que des équilibres d'ignition stables n'existent dans une machine donnée que si une partie au moins de la courbe d'ignition se trouve au-dessous de la courbe du bêta limite. La condition limite d'existence s'obtient en écrivant que ces deux courbes sont tangentes. Elle s'écrit sous la forme:

$$m_{ig\beta} \geq S. \quad (15)$$

La quantité  $m_{ig\beta}$  est appelée facteur de mérite de la machine pour l'existence de l'ignition dans le premier régime de stabilité. Elle dépend du rapport d'aspect  $A$ , de l'élongation  $\kappa$ , du facteur de sécurité au bord, de la masse atomique effective  $M_{eff}$ , du paramètre de Troyon  $g$ , du coefficient  $f_L$  d'amélioration du temps de vie par rapport au mode-L, de la fraction  $F_\alpha$  de l'énergie alpha cédée au plasma, du contenu en impuretés et en particules alpha, du rayon  $a$  et du champ magnétique  $B_t$ . L'expression générale de  $m_{ig\beta}$  est donnée dans l'appendice C dans le cas de la loi monomiale arbitraire donnée par l'équation (13). Retenons que:

$$m_{ig\beta} \propto f_L (aB_t^x)^y ,$$

où

$$x = \frac{2 - 4\omega + 2\nu + \iota + \beta}{\iota - 3\omega + \alpha + \rho} \quad \text{et} \quad y = \iota - 3\omega + \alpha + \rho . \quad (16)$$

La quantité S est aussi donnée dans l'appendice C, c'est essentiellement une fonction des profils de densité et de température mais elle a aussi en toute rigueur une dépendance faible en  $F_\alpha$ ,  $Z_{eff}$  et  $C_{Z\alpha}$  par l'intermédiaire de la correction rayonnement de freinage à la source alpha dans la fonction  $\Sigma_B^*$ .

• Dans le cas particulier de la loi Kaye-Big, nous obtenons explicitement:

$$6,84 \times 10^{-10} F_\alpha^{1/2} g^{0,1} \frac{C_{Z\alpha}^{1/2}}{C_{ZW}^{1,1}} \left[ \frac{1+\kappa^2}{2\kappa^{5/19}} \right]^{0,95} \frac{M_{eff}^{1/2}}{q_{cyl}^{0,95} A^{0,95}} f_L [aB_t^{27/13}]^{0,65} \geq S_K ,$$

avec

$$S_K(F_\alpha, Z_{eff}, C_{Z\alpha}, \alpha_n, \alpha_T) = \frac{1}{(\bar{n}/\langle n \rangle)^{0,1}} \min \left[ [T]^{1,1} \frac{\overline{\sigma v}^{*1/2}([T])}{\Sigma_B^*([T])} \right] . \quad (17)$$

Pour  $\tau < 1$ , la fonction  $(1+\kappa^2)/2\kappa^\tau$  est une fonction croissante de  $\kappa$  pour  $\kappa > 1$ , si bien qu'avec cette loi, des sections allongées ( $\kappa$  grand) et des tores trappus (A petit) sont favorables pour l'existence d'équilibres d'ignition dans le premier régime de stabilité. La dépendance en  $q_{cyl}$  montre que cette quantité doit être minimisée en respectant la stabilité, c'est-à-dire que le courant plasma doit avoir sa valeur maximale. Les contributions respectives de la dimension a et du champ magnétique  $B_t$  au facteur de mérite apparaissent aussi clairement dans le groupement  $aB_t^{2,08}$ . Choisisant comme exposé précédemment  $F_\alpha=1$ ,  $Z_{eff}=1,8$ ,  $f_\alpha=5\%$  et un égal mélange d'impuretés carbone et oxygène [ $Z_1=6$ ,  $Z_2=8$ ,  $r_{21}=1$ ], on obtient  $C_{Z\alpha}=0,618$  et  $C_{ZW}=0,926$ . Prenant  $M_{eff}=2,5$  et  $g=3$ , la condition ci-dessus s'écrit maintenant plus simplement:

$$\left[ \frac{1+\kappa^2}{2\kappa^{5/19}} \right]^{0,95} \frac{1}{q_{cyl}^{0,95} A^{0,95}} f_L [aB_t^{27/13}]^{0,65} \geq 9,69 \times 10^{-12} S_K(\alpha_n, \alpha_T) ,$$

où la fonction  $S_K$  ne dépend plus maintenant rigoureusement que de  $\alpha_n$  et  $\alpha_T$ . Cette fonction est tabulée dans le tableau I où on voit clairement l'effet favorable du piquage des profils de densité et de température. On gagne un facteur de 1,7 sur  $S_K$  en passant de profils plats ( $\alpha_n=\alpha_T=0$ ) à des profils piqués ( $\alpha_n=\alpha_T=2$ ), c'est-à-dire un facteur de 2,3 sur la dimension, à champ

magnétique, rapport d'aspect et facteur de sécurité fixés. L'expérience montre qu'un profil de densité piqué ( $\alpha_n \approx 2$ ) peut être obtenu en mode-L alors que la densité est relativement plate en mode-H ( $\alpha_n < 0,5$ ). Dans les deux régimes le profil de température est grossièrement parabolique ( $\alpha_T=1$ ). Pour simplifier la présentation on supposera par la suite (sauf précision explicite) une température et une densité parabolique ( $\alpha_n=\alpha_T=1$ ).

• Dans le cas de la loi Kaye-All, on obtient la condition:

$$4,34 \times 10^{10} F_\alpha^{1/2} g^{0,1} \frac{C_{ZW}^{1,1}}{C_{Z\alpha}^{1,1}} \left[ \frac{1+\kappa^2}{2\kappa^{5/19}} \right]^{0,95} \frac{M_{eff}^{1/2}}{q_{cyl}^{0,95} A^{0,6}} f_L [aB_t^{2,7}]^{1/2} \geq S_K ,$$

où  $S_K$  est toujours donné par l'équation (17). Avec les valeurs numériques retenues ci-dessus, on a plus simplement:

$$\left[ \frac{1+\kappa^2}{2\kappa^{5/19}} \right]^{0,95} \frac{1}{q_{cyl}^{0,95} A^{0,6}} f_L [aB_t^{2,7}]^{1/2} \geq 1,53 \times 10^{-11} S_K (\alpha_n, \alpha_T) .$$

La discussion précédente sur l'effet de l'élongation, du rapport d'aspect et du courant plasma reste valable. La dépendance  $aB_t^{2,7}$  montre cependant une importance accrue du champ magnétique relativement aux dimensions par rapport au cas de la loi Kaye-Big.

On a représenté sur les figs. 6 et 7 le facteur de mérite normalisé  $m_{ig\beta}/S$  en fonction du facteur  $f_L$  pour les projets IGNITOR, CIT, NET-I, ITER, NET-II et JIT dont les paramètres sont donnés dans le tableau II. L'intersection avec la droite d'ordonnée unité donne la valeur critique de  $f_L$  nécessaire pour qu'il existe dans ces machines des équilibres d'ignition à l'intérieur du premier régime de stabilité MHD. Cette valeur sera appelée  $f_{L\beta}$ . On obtient explicitement pour les deux lois ci-dessus:

$$(f_{L\beta})_B = 1,46 \times 10^{-11} S_K \frac{1}{F_\alpha^{1/2} g^{0,1}} \frac{C_{ZW}^{1,1}}{C_{Z\alpha}^{1,1}} \left[ \frac{2\kappa^{5/19}}{1+\kappa^2} \right]^{0,95} \frac{q_{cyl}^{0,95} A^{0,95}}{M_{eff}^{1/2}} \frac{1}{[aB_t^{27/13}]^{0,65}} , \quad (18)$$

$$(f_{L\beta})_A = 2,30 \times 10^{-11} S_K \frac{1}{F_\alpha^{1/2} g^{0,1}} \frac{C_{ZW}^{1,1}}{C_{Z\alpha}^{1,1}} \left[ \frac{2\kappa^{5/19}}{1+\kappa^2} \right]^{0,95} \frac{q_{cyl}^{0,95} A^{0,6}}{M_{eff}^{1/2}} \frac{1}{[aB_t^{2,7}]^{1/2}} . \quad (19)$$

#### 4. La marge d'ignition à la limite de bêta

Une quantité très utilisée dans la littérature pour quantifier la capacité d'une machine à atteindre l'ignition est la marge d'ignition ohmique  $M_{ig}$  définie par la relation:



$$M_{ig} = \frac{P_{\alpha} + P_{\Omega}}{P_{\text{perte}}} \quad \text{avec} \quad P_{\text{perte}} = P_B + \frac{W_{th}}{\tau_E},$$

où l'on remplace  $P_{\text{tot}}$  par  $P_{\alpha} + P_{\Omega}$  dans  $\tau_E$ . De façon générale, cette quantité est une fonction de la densité et de la température pour une machine donnée.  $M_{ig}$  est évidemment égale à un à l'ignition ohmique. Si on se place à la limite de bêta,  $M_{ig}$  devient  $M_{ig\beta}$ , marge d'ignition ohmique à la limite de bêta. Cette dernière quantité est uniquement fonction de la température et passe par un maximum qui caractérise la marge dont on dispose pour réaliser l'ignition à la limite de bêta dans une machine donnée. Ce maximum ne peut malheureusement pas être calculé analytiquement (même dans le cas  $P_{\Omega}=0$ ). Sur la fig. 8, on a représenté  $M_{ig\beta}$  en fonction de  $[T]$  pour NET-II, la loi Kaye-Big et différentes valeurs de  $f_L$ . On a représenté sur les figs. 9 et 10 le maximum de  $M_{ig\beta}$  en fonction de  $f_L$  pour les différents projets et les deux lois d'échelle. On constate comme indiqué précédemment que la loi Kaye-All favorise les machines à fort champ. Pour une machine donnée, la marge d'ignition à la limite de bêta devient supérieure à 1 si  $f_L$  est supérieur à une valeur critique qui n'est autre que la valeur  $f_{L\beta}$  définie précédemment (mais qui contient ici la correction due à l'effet Joule).

On a représenté  $f_{L\beta}$  en fonction du facteur de piquage de la densité  $\alpha_n$  (pour  $Z_{\text{eff}}=1,8$  et  $\alpha_T=1$ ) pour tous les projets et les deux lois sur les figs. 11 et 12. Les valeurs analytiques données par les équations (18) et (19) sont aussi représentées en pointillés. Les courbes sont confondues à la précision du tracé, montrant encore que l'effet Joule est bien négligeable. On constate à nouveau que le piquage de la densité est favorable. Pour la loi Kaye-Big et un profil de densité complètement plat ( $\alpha_n=0$ ) comme on l'observe en mode-H dans JET, la valeur de  $f_L$  nécessaire est supérieure à 2,1 pour NET-I, CIT et ITER. IGNITOR ET JIT sont marginaux et NET-II a, en mode-H, un tout petit domaine d'ignition à l'intérieur du premier régime de stabilité ( $f_{L\beta}=1,95$ ). Pour la loi Kaye-All et un profil de densité plat,  $f_{L\beta}$  est supérieur à 2,4 pour NET-I, JIT et ITER ; CIT et NET-II sont marginaux. Seul IGNITOR admet dans ces conditions un domaine raisonnable d'équilibres d'ignition stables ( $f_{L\beta}=2,05$ ). Il est enfin important de remarquer qu'aucune machine n'admet d'équilibres d'ignition stables en mode-L ( $f_L=1$ ) même avec des profils de densité très piqués ( $\alpha_n=4$ ), et ce pour les deux lois.

On a représenté  $f_{L\beta}$  en fonction de  $Z_{\text{eff}}$  (avec  $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ,  $f_{\alpha}=5\%$ ) pour tous les projets et les deux lois sur les figs. 13 et 14. La valeur minimum  $Z_{\text{eff}}=1,1$  correspond à un plasma ne contenant comme impureté que 5% de particules alpha. Pour la loi Kaye-Big, aucune machine en dehors de NET-II

n'admet d'équilibres d'ignition stables pour  $Z_{\text{eff}} > 2,4$ . Pour la loi Kaye-All, seul IGNITOR survit à une telle valeur de  $Z_{\text{eff}}$ .

#### IV. L'ACCES A L'IGNITION DANS UN TOKAMAK

##### 1. Représentation POPCON et col de Cordey

Nous nous sommes contentés pour le moment de supposer qu'un équilibre d'ignition ohmique était réalisé, c'est-à-dire que la puissance additionnelle  $P_{\text{add}}$  injectée dans le plasma était nulle, et d'en déduire la condition nécessaire pour que cet équilibre soit à l'intérieur du premier régime de stabilité. Cette condition étant réalisée dans une machine, il faut maintenant étudier comment l'ignition peut être atteinte. Pour ce faire, nous considérons dans le plan  $(\langle n \rangle, [T])$  l'ensemble des équilibres correspondants à une puissance additionnelle donnée non nulle  $P_{\text{add}}$ , c'est-à-dire que nous représentons les solutions numériques de l'équation:

$$P_{\alpha}(\langle n \rangle, [T]) + P_{\Omega}([T]) + P_{\text{add}} = P_{\text{B}}(\langle n \rangle, [T]) + \frac{W_{\text{th}}}{\tau_{\text{E}}(\langle n \rangle, P_{\alpha} + P_{\Omega} + P_{\text{add}})},$$

où les différents termes sont donnés dans les équations (5) à (8). Pour une puissance totale  $P_{\text{tot}}$  arbitraire par rapport à la puissance ohmique, le temps de vie expérimental est bien représenté par une expression mixte de la forme:

$$\tau_{\text{E}} = \left[ 1/\tau_{\text{ENA}}^2 + 1/\tau_{\text{EP}}^2 \right]^{-1/2},$$

où  $\tau_{\text{ENA}}$  est le temps de vie dit "Néo-Alcator" observé en régime ohmique basse température ( $P_{\text{add}}=0$  et  $P_{\alpha}$  négligeable), il s'écrit:

$$\tau_{\text{ENA}} = 7 \times 10^{-22} \bar{n} R^2 a q_{\text{cyl}},$$

et  $\tau_{\text{EP}}$  est le temps de vie observé lorsque la puissance totale est beaucoup plus grande que la puissance ohmique. Ce temps de vie est donné ici par les expressions (9) ou (10). Les courbes obtenues pour le NET-II et le scaling mixte Kaye-Big/Néo-Alcator avec  $f_{\text{L}}=2,1$  sont représentées sur la fig. 15. L'isovaleur  $P_{\text{add}}=0$  possède deux branches : la branche haute température est la courbe d'ignition ohmique déjà étudiée, la branche basse température est la courbe de fonctionnement en ohmique lorsque la puissance alpha est négligeable. Ce diagramme porte le nom de représentation POPCON (Plasma Operation CONtour). Ces courbes constituent aussi une représentation de la fonction  $P_{\text{add}}(\langle n \rangle, [T])$ . On constate sur la fig. 15 que cette fonction possède un col représenté par le point X, c'est le col de Cordey. La puissance correspondante est la puissance additionnelle minimum dont doit être équipée

la machine pour pouvoir accéder à l'ignition. On a également représenté sur la fig. 16 la vue 3-D de la fonction  $P_{\text{add}}(\langle n \rangle, [T])$  montrant clairement la courbe ohmique basse température, le col de Cordey et la courbe d'ignition.

## 2. Application aux différents projets

Il est intéressant de calculer la puissance additionnelle au col de Cordey pour les différents projets car cette valeur conditionne l'accessibilité à l'ignition dans une machine donnée. Si l'on se donne une loi pour le temps de vie, la puissance additionnelle au col de Cordey ( $P_{\text{add}})_c$  dans une machine ne dépend que du facteur d'amélioration  $f_L$  du temps de vie par rapport au mode-L. Pour le NET-II et la loi mixte Kaye-Big/Néo-Alcator, on voit sur la fig. 15 que ( $P_{\text{add}})_c$  est modeste pour  $f_L=2,1$  (16,8 MW). Les figs. 17 et 18 montrent une modification profonde de la forme du col pour  $f_L=1,5$ ; la puissance additionnelle au col devient alors considérable (114 MW). Notons que pour cette dernière valeur de  $f_L$ , la courbe d'ignition se trouve au-delà de la limite de bêta ( $f_{L\beta}=1,56$ ). L'évolution de la puissance additionnelle au col de Cordey en fonction de  $f_L$  pour les différentes projets est illustrée par la fig. 19 pour la loi Kaye-Big/Néo-Alcator et par la fig. 20 pour la loi Kaye-All/Néo-Alcator. On constate dans les deux cas une cassure brutale de la pente des courbes pour une certaine valeur de  $f_L$ . Au-delà de cette valeur, la puissance ( $P_{\text{add}})_c$  varie peu et est de l'ordre de 20 MW pour toutes les machines. En deçà de cette valeur, la puissance au col grimpe très rapidement vers des valeurs prohibitives. On a aussi indiqué sur ces courbes les points correspondant aux valeurs  $f_{L\beta}$  du paramètre  $f_L$  pour lesquelles les équilibres d'ignition stables disparaissent. Pour  $f_L > f_{L\beta}$ , on constate que la puissance additionnelle au col de Cordey reste raisonnable (< 60 MW) pour toutes les machines et les deux lois d'échelle.

Notons enfin que la résistivité du plasma est représentée dans notre modèle par une loi de Spitzer simplifiée (éq. 1). On ne tient donc pas compte ici de l'augmentation éventuelle de la résistivité due aux effets néo-classiques. Pour les machines à fort champ (CIT, IGNITOR) où la puissance ohmique au col de Cordey n'est pas négligeable, la prise en compte de ces effets peu diminuer sensiblement la valeur de la puissance additionnelle correspondante. Par exemple pour IGNITOR avec la loi Kaye-All/Néo-Alcator et  $f_L=2,4$ , la puissance additionnelle au col de Cordey passe de 13,7 MW à 8,20 MW quand on tient compte de la correction néo-classique dans la résistivité.

### 3. Puissance fusion à l'ignition

Avant de conclure, il est instructif de donner l'ordre de grandeur de la puissance fusion totale (puissance alpha + puissance neutrons) générée dans les différents projets lorsqu'ils fonctionnent à l'ignition. Cette puissance est représentée sur les fig. 21 et 22 en fonction de  $f_L$  pour une température d'ignition choisie arbitrairement à 15 keV et les lois Kaye-Big/Néo-Alcator et Kaye-All/Néo-Alcator. On constate que l'amélioration du confinement par rapport au mode-L, nécessaire pour l'existence d'équilibres d'ignition stables, a aussi pour conséquence de rendre les puissances fusion raisonnables (grâce à la diminution de la densité à l'ignition qu'elle permet).

### V. CONCLUSION

On a considéré dans le présent article la condition d'existence d'équilibres d'ignition stables et celle de leur accessibilité dans une machine donnée.

La condition d'existence est la condition qui doit être réalisée pour qu'il existe des équilibres d'ignition pour une densité et une température satisfaisant les contraintes du premier régime de stabilité MHD. Nous avons vu que cette condition était réalisée si la quantité  $f_L (aB_t^x)^y$ , où  $f_L$  est le facteur d'amélioration du temps de vie par rapport au mode-L, est supérieure à une valeur critique ne dépendant que de la forme de la machine ( $A$  et  $\kappa$ ), du facteur de sécurité au bord, du contenu en impuretés et des profils de densité et de température. L'exposant  $x$  est égal à 2,1 pour la loi Kaye-Big et à 2,7 pour la loi Kaye-All. Pour des profils de densité et de température paraboliques et un contenu en impuretés légères caractérisé par un  $Z_{eff}$  de 1,8, on trouve que la condition n'est réalisée dans les 5 tokamaks de la prochaine génération considérés (IGNITOR, CIT, ITER, NET-II, JIT) que si  $f_L$  est compris entre 1,6 (NET-II) et 2 (CIT) pour la loi Kaye-Big ou entre 1,6 (IGNITOR) et 2,2 (JIT) pour la loi Kaye-All. Des facteurs  $f_L$  jusqu'à 2,1 (pour la loi Kaye-Big) ou 2,4 (pour la loi Kaye-All) ayant été obtenus expérimentalement dans plusieurs machines, on peut conclure que des équilibres d'ignition stables ont de bonnes chances d'exister dans ces machines. Notons que pour les anciens paramètres de NET (NET-I), la condition n'est pas réalisée pour des valeurs raisonnables de  $f_L$ .

Il faut cependant souligner la sensibilité des résultats ci-dessus à la modification du profil de densité et du contenu en impuretés. Un profil de densité plat (tel qu'on l'observe souvent en mode-H) rejette les valeurs

nécessaires de  $f_L$  dans la plage 1,9-2,5 pour la loi Kaye-Big ou 2-2,8 pour la loi Kaye-All. L'existence d'équilibres d'ignition stables dans ces machines devient donc douteuse dans ces conditions. Le contenu en impuretés est également un paramètre sensible. Pour un mélange de carbone et d'oxygène donnant un  $Z_{\text{eff}}$  de 3, la valeur critique de  $f_L$  est repoussée dans l'intervalle 2,6-3,4 pour la loi Kaye-Big ou 2,8-3,8 pour la loi Kaye-All. Pour une telle concentration d'impuretés, il n'existe donc pas d'équilibres d'ignition stables dans ces machines.

Notons ici que le piquage de la densité (paramètre  $\alpha_n$ ) et l'amélioration du temps de vie (paramètre  $f_L$ ), que nous avons considérés ci-dessus comme indépendants, peuvent se coupler favorablement. Dans de nombreuses expériences récentes où l'on a pu obtenir des profils de densité piqués (par exemple en injectant des glaçons de combustible dans le coeur du plasma), on a en effet observé simultanément une amélioration du confinement (augmentation de  $f_L$ ). Une explication de ce phénomène pourrait être la stabilisation de certaines micro-instabilités du plasma (appelées modes  $\eta_i$ ) lorsque le rapport  $\eta = d\ln T/d\ln n$  descend en-dessous d'une valeur critique qui est de l'ordre de 1.

Le problème de l'accessibilité de l'ignition, c'est-à-dire la valeur de la puissance additionnelle nécessaire pour passer le col de Cordey, a également été considéré ci-dessus. On a trouvé que cette puissance additionnelle se mettait à croître très fortement lorsque  $f_L$  devenait inférieur à une certaine valeur. Pour des valeurs de  $f_L$  suffisantes pour assurer des équilibres d'ignition stables, la puissance additionnelle au col de Cordey reste cependant raisonnable pour tous les projets et les deux lois d'échelle considérées pour le temps de vie.

En résumé, le problème principal de la démonstration de l'ignition dans les tokamaks de la prochaine génération est celui de l'existence d'équilibres d'ignition stables. Dans le cadre du modèle présenté dans cet article, ces équilibres pourront exister dans ces machines si l'on peut y créer des plasmas relativement propres ( $Z_{\text{eff}} \sim 2$ ) avec des profils de densité assez piqués ( $\alpha_n \sim 1$ ) et un temps de vie de l'énergie de l'ordre de 1,5 à 2 fois le temps de vie observé actuellement en mode-L. Chacune de ces caractéristiques ayant été obtenue et même dépassée dans des tokamaks existants, on peut raisonnablement espérer qu'elles pourront être réalisées dans les machines futures.

#### **Remerciements:**

L'auteur tient à remercier MM. E. Maschke, F. Prévot et J. Tachon pour leur contribution à l'amélioration du texte de cet article.

APPENDICE A

Effet des profils et des impuretés sur les termes source et perte

a/ Effet des profils

Le nombre  $N_f$  de réactions de fusion se produisant dans un plasma pur présentant les profils donnés dans l'équation (3) s'écrit:

$$N_f = \int_V \frac{n^2}{4} \overline{\sigma v}(T) dV = v \int_0^1 \frac{n^2(\rho)}{4} \overline{\sigma v}[T(\rho)] 2\rho d\rho .$$

Utilisant les densités et températures moyennes définies comme suit:

$$\langle n \rangle = \frac{1}{V} \int_V n dV = \frac{n_0}{1+\alpha_n} ,$$

$$[T] = \frac{\int_V n T dV}{\int_V n dV} = T_0 \frac{1+\alpha_n}{1+\alpha_n+\alpha_T} ,$$

on obtient finalement:

$$N_f = \frac{\langle n \rangle^2}{4} \overline{\sigma v}^*(\alpha_n, \alpha_T, [T]) V ,$$

avec

$$\overline{\sigma v}^*(\alpha_n, \alpha_T, [T]) = (1+\alpha_n)^2 \int_0^1 u^{2\alpha_n} \overline{\sigma v} \left[ \frac{1+\alpha_n+\alpha_T}{1+\alpha_n} [T] u^{\alpha_T} \right] du .$$

De la même façon, on montre que la source ohmique et la perte par rayonnement de freinage sont données par les équations (6) et (7) avec:

$$\eta_0^* = \frac{(1+\alpha_n)^{3/2} (1+3\alpha_T/2)}{(1+\alpha_n+\alpha_T)^{3/2}} \eta_0 ,$$

$$C_B^* = \frac{(1+\alpha_n)^{3/2} (1+\alpha_n+\alpha_T)^{1/2}}{1+2\alpha_n+\alpha_T/2} C_B .$$

b/ Effet des impuretés

En utilisant la définition [éq. (4)] de  $Z_{eff}$  et la quasi-neutralité du plasma, on montre facilement que, pour un  $Z_{eff}$  dû à deux impuretés de numéros atomiques  $Z_1$  et  $Z_2$ , avec  $n_2/n_1=r_{2,1}$  et une fraction de particules alpha  $f_\alpha$ , les coefficients introduits dans les termes  $P_\alpha$  et  $P_t$  des équations (5) et (8) s'écrivent:

$$C_{Z\alpha} = \left[ \frac{Z_1(Z_1 - Z_{\text{eff}}) + r_{21}Z_2(Z_2 - Z_{\text{eff}}) - 2f_{\alpha}[Z_1(Z_1 - 2) + r_{21}Z_2(Z_2 - 2)]}{Z_1(Z_1 - 1) + r_{21}Z_2(Z_2 - 1)} \right]^2,$$

$$C_{ZW} = 1 - \frac{(Z_{\text{eff}} - 1)[Z_1 - 1 + r_{21}(Z_2 - 1)] + f_{\alpha}[(Z_1 - 1)(Z_1 - 2) + r_{21}(Z_2 - 1)(Z_2 - 2)]}{2[Z_1(Z_1 - 1) + r_{21}Z_2(Z_2 - 1)]}.$$

#### APPENDICE B

##### Equation générale de la courbe d'ignition dans le plan ( $\langle n \rangle$ , [T])

L'équation (12) peut être résolue sous la forme  $\langle n \rangle = F([T])$ , on obtient explicitement:

$$\langle n \rangle = C_{ig} \left[ \frac{[T] \overline{\sigma v}^*([T])}{\Sigma_B^*([T])} \right]^{1-2\omega+\nu},$$

avec

$$C_{ig} = \left[ \frac{3 \times 2^{2-\omega} \pi^{2\omega} k C_{ZW}}{f_L C_r (F_{\alpha} E_{\alpha} C_{Z\alpha})^{1-\omega} (\bar{n}/\langle n \rangle)^{\nu}} \frac{\kappa^{\omega-\chi} A^{\omega-\rho} a^{3\omega-\rho-\alpha}}{M_{\text{eff}}^{\mu} I_p^{\iota} B_t^{\beta}} \right]^{1-2\omega+\nu},$$

où l'on a introduit la fonction:

$$\Sigma_B^*([T]) = \overline{\sigma v}^*([T]) - \frac{4Z_{\text{eff}} C_B^*}{F_{\alpha} E_{\alpha} C_{Z\alpha}} [T]^{1/2}.$$

Pour les profils donnés par l'équation (3), le rapport  $\bar{n}/\langle n \rangle$  de la densité linéique moyenne à la densité volumique moyenne est donné par la relation:

$$\frac{\bar{n}}{\langle n \rangle} = (1 + \alpha_n)^2 \frac{2\alpha_n \Gamma^2(1 + \alpha_n)}{\Gamma(2 + 2\alpha_n)},$$

où  $\Gamma$  est la fonction Gamma eulérienne.

#### APPENDICE C

##### Expression générale de la condition d'existence d'équilibres d'ignition dans le premier régime de stabilité

En écrivant qu'une partie de la courbe d'ignition se situe en-dessous de la courbe limite de bêta, on arrive à la condition (15) avec explicitement:

$$m_{ig\beta} = C_{ig\beta} f_L F_\alpha^{1-\omega} g^{1-2\omega+\nu} \frac{C_{Z\alpha}^{1-\omega}}{C_{ZW}^{2-2\omega+\nu}} \frac{1}{\kappa^{\omega-\chi}} \left[ \frac{1+\kappa}{2} \right]^{1-2\omega+\nu+\epsilon} \times$$

$$\times \frac{M_{eff}^\mu}{q_{cyl}^{1-2\omega+\nu+\epsilon} A^{1-\omega+\nu+\epsilon-\rho}} (aB_t^X)^Y,$$

où x et y sont donnés dans l'équation (16),

$$C_{ig\beta} = \frac{C_\tau E_\alpha^{1-\omega}}{3 \times 2^{11-19\omega+9\nu-\epsilon} \times 5^{8(1-2\omega+\nu)} \pi^{4\omega-\nu-\epsilon-1} \mu_0^{2-4\omega+2\nu+\epsilon} k^{2-2\omega+\nu}},$$

et

$$S(F_\alpha, Z_{eff}, C_{Z\alpha}, \alpha_n, \alpha_T) = \frac{1}{(\bar{n}/\langle n \rangle)^\nu} \min \left[ [T]^{2-2\omega+\nu} \frac{\overline{\sigma v}^{\ast\omega}([T])}{\Sigma_B^{\ast}([T])} \right].$$

#### REFERENCES

- [1] *La Fusion Thermonucléaire Contrôlée par Confinement Magnétique*, Collection du Commissariat à l'Energie Atomique, MASSON, 1987.
- [2] PERES, A., J. Appl. Phys. **50** (1979) 5569.
- [3] KAYE, S.M., *Survey of Energy Confinement Scaling Expressions*, ITER Specialists' Meeting on Confinement, Garching, FRG (May 24-27, 1988).
- [4] STRAIT, E.J., LAO, L.L., TAYLOR, T.S., CHU, M.S., LEE, J.K., et al., *Stability of High Beta Discharges in the DIII-D Tokamak*, 12th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, France, 12-19 Octobre 1988, Papier IAEA-CN-50/A-II-1.
- [5] THE IGNITOR PROGRAM GROUP, présenté par B. COPPI, *Characteristics and Expected Performance of the IGNITOR-U Experiment*, 12th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, France, 12-19 Octobre 1988, Papier IAEA-CN-50/G-II-2.
- [6] PARKER, R., BATEMAN, G., COLESTOCK, P., FURTH, H., GOLDSTON, R., et al., *CIT Physics and Engineering Basis*, 12th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, France, 12-19 Octobre 1988, Papier IAEA-CN-50/G-II-1.
- [7] THE NET TEAM, présenté par R. TOSCHI, *The NET Project: An Overview*, 12th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, France, 12-19 Octobre 1988, Papier IAEA-CN-50/G-I-1.



- [8] TOMABECHI, K., *ITER: Concept Definition*, 12th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, France, 12-19 Octobre 1988, Papier IAEA-CN-50/F-I-4.
- [9] REBUT, P.H., *Implications of Fusion Results for a Reactor: A Proposed Next-Step Device - JIT*, 12th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Nice, France, 12-19 Octobre 1988, Papier IAEA/Post-deadline.

**TABLEAUX**

TABLEAU I. Valeurs numériques de  $10^{-12} \times S_K(\alpha_n, \alpha_T)$  ( $F_\alpha=1$ ,  $Z_{\text{eff}}=1,8$ ,  $Z_1=6$ ,  $Z_2=8$ ,  $r_{21}=1$ ,  $f_\alpha=5\%$ ).

$\alpha_n \backslash \alpha_T$	0	0,5	1	1,5	2
0	1,42	1,38	1,30	1,22	1,14
0,5	1,31	1,22	1,14	1,08	1,02
1	1,19	1,10	1,04	0,983	0,935
1,5	1,09	1,02	0,959	0,912	0,872
2	1,01	0,945	0,896	0,855	0,820

TABLEAU II. Paramètres des différents projets considérés [(\*) calculé].

Machine Réf.	IGNITOR [5]	CIT [6]	NET-I [7]	ITER [8]	NET-II [7]	JIT [9]
a(m)	0,433	0,65	1,7	2,25	2,2	3
$\kappa$	1,80(*)	2	2,2	2	2,2	2
R(m)	1,165	2,1	5,4	5,8	6,2	7,5
$B_t$ (T)	13,2	10	4,8	5	5,7	4,5
$I_p$ (MA)	10	11	15	25	27	30
b(m)	0,78	1,30(*)	3,74(*)	4,50(*)	4,84(*)	6,00(*)
A(*)	2,69	3,23	3,18	2,58	2,82	2,50
$V(m^3)$ (*)	7,77	35,0	678	1160	1300	2660
$q_{\text{cyl}}$ (*)	2,25	2,29	2,50	2,18	2,41	2,25
$q_\psi$ (*)	2,94	2,82	3,10	2,89	3,08	3,02
$\langle \beta \rangle_T$ (%)(*)	5,25	5,08	5,51	6,67	6,46	6,67

## LEGENDES DES FIGURES

- Fig. 1. Comparaison de la loi Kaye-Big ( $f_L=1$ ) avec les résultats expérimentaux en mode-L (4 machines, 1268 décharges analysées).
- Fig. 2. Comparaison de la loi Kaye-All ( $f_L=1$ ) avec les résultats expérimentaux en mode-L (12 machines, 1872 décharges analysées).
- Fig. 3. Comparaison de la loi Kaye-Big avec les résultats expérimentaux en mode-H (JFT2M, DIII-D, JET) donnant  $f_L=2,1$ .
- Fig. 4. Comparaison de la loi Kaye-All avec les résultats expérimentaux en mode-H (JFT2M, DIII-D, JET) donnant  $f_L=2,4$ .
- Fig. 5. Courbes d'ignition ohmique (trait plein) et pure (pointillés) dans le plan ( $\langle n \rangle, [T]$ ) pour différentes valeurs de  $f_L$  et courbe de bêta limite. Loi Kaye-Big, NET-II,  $f_L = 1,5, 1,56, 1,7, 1,8$  ( $Z_{\text{eff}}=1,8, \alpha_n=1, \alpha_T=1, g=3$ ).
- Fig. 6. Facteur de mérite normalisé  $m_{ig\beta}/S$  pour l'existence d'équilibres d'ignition stables en fonction de  $f_L$  pour la loi Kaye-Big et les différents projets.
- Fig. 7. Facteur de mérite normalisé  $m_{ig\beta}/S$  pour l'existence d'équilibres d'ignition stables en fonction de  $f_L$  pour la loi Kaye-All et les différents projets.
- Fig. 8. Marge d'ignition ohmique à la limite de bêta en fonction de la température. NET-II, loi Kaye-Big,  $f_L = 1, 1,56, 2,1$  ( $Z_{\text{eff}}=1,8, \alpha_n=1, \alpha_T=1, g=3$ ).
- Fig. 9. Maximum de la marge d'ignition ohmique à la limite de bêta en fonction de  $f_L$  pour la loi Kaye-Big et les différents projets ( $Z_{\text{eff}}=1,8, \alpha_n=1, \alpha_T=1, g=3$ ).
- Fig. 10. Maximum de la marge d'ignition ohmique à la limite de bêta en fonction de  $f_L$  pour la loi Kaye-All et les différents projets ( $Z_{\text{eff}}=1,8, \alpha_n=1, \alpha_T=1, g=3$ ).
- Fig. 11. Valeur critique de  $f_L$  pour l'existence d'équilibres d'ignition stables en fonction du paramètre de piquage de la densité pour la loi Kaye-Big ( $Z_{\text{eff}}=1,8, \alpha_T=1, g=3$ ).
- Fig. 12. Valeur critique de  $f_L$  pour l'existence d'équilibres d'ignition stables en fonction du paramètre de piquage de la densité pour la loi Kaye-All ( $Z_{\text{eff}}=1,8, \alpha_T=1, g=3$ ).

Fig. 13. Valeur critique de  $f_L$  pour l'existence d'équilibres d'ignition stables en fonction de  $Z_{\text{eff}}$  pour la loi Kaye-Big ( $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ,  $f_\alpha=5\%$ ,  $g=3$ ).

Fig. 14. Valeur critique de  $f_L$  pour l'existence d'équilibres d'ignition stables en fonction de  $Z_{\text{eff}}$  pour la loi Kaye-All ( $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ,  $f_\alpha=5\%$ ,  $g=3$ ).

Fig. 15. Courbes d'égale puissance additionnelle, col de Cordey et courbe de bêta limite pour NET-II, loi Kaye-Big/Néo-Alcator avec  $f_L=2,1$  et  $P_{\text{add}}=0, 10, 16,8$  et  $30$  MW ( $Z_{\text{eff}}=1,8$ ,  $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ,  $g=3$ ).

Fig. 16. Représentation de la fonction  $P_{\text{add}}(\langle n \rangle, [T])$  pour NET-II, la loi Kaye-Big/Néo-Alcator avec  $f_L=2,1$  ( $Z_{\text{eff}}=1,8$ ,  $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ).

Fig. 17. Courbes d'égale puissance additionnelle, col de Cordey et courbe de bêta limite pour NET-II, loi Kaye-Big/Néo-Alcator avec  $f_L=1,5$  et  $P_{\text{add}}=0, 50, 114$  et  $120$  MW ( $Z_{\text{eff}}=1,8$ ,  $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ,  $g=3$ ).

Fig. 18. Représentation de la fonction  $P_{\text{add}}(\langle n \rangle, [T])$  pour NET-II, la loi Kaye-Big/Néo-Alcator avec  $f_L=1,5$  ( $Z_{\text{eff}}=1,8$ ,  $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ).

Fig. 19. Puissance additionnelle au col de Cordey en fonction de  $f_L$  pour la loi Kaye-Big/Néo-Alcator et les différents projets ( $Z_{\text{eff}}=1,8$ ,  $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ).

Fig. 20. Puissance additionnelle au col de Cordey en fonction de  $f_L$  pour la loi Kaye-All/Néo-Alcator et les différents projets ( $Z_{\text{eff}}=1,8$ ,  $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ).

Fig. 21. Puissance fusion à l'ignition à 15 keV en fonction de  $f_L$  pour les différents projets et la loi Kaye-Big/Néo-Alcator ( $Z_{\text{eff}}=1,8$ ,  $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ).

Fig. 22. Puissance fusion à l'ignition à 15 keV en fonction de  $f_L$  pour les différents projets et la Loi Kaye-All/Néo-Alcator ( $Z_{\text{eff}}=1,8$ ,  $\alpha_n=1$ ,  $\alpha_T=1$ ).

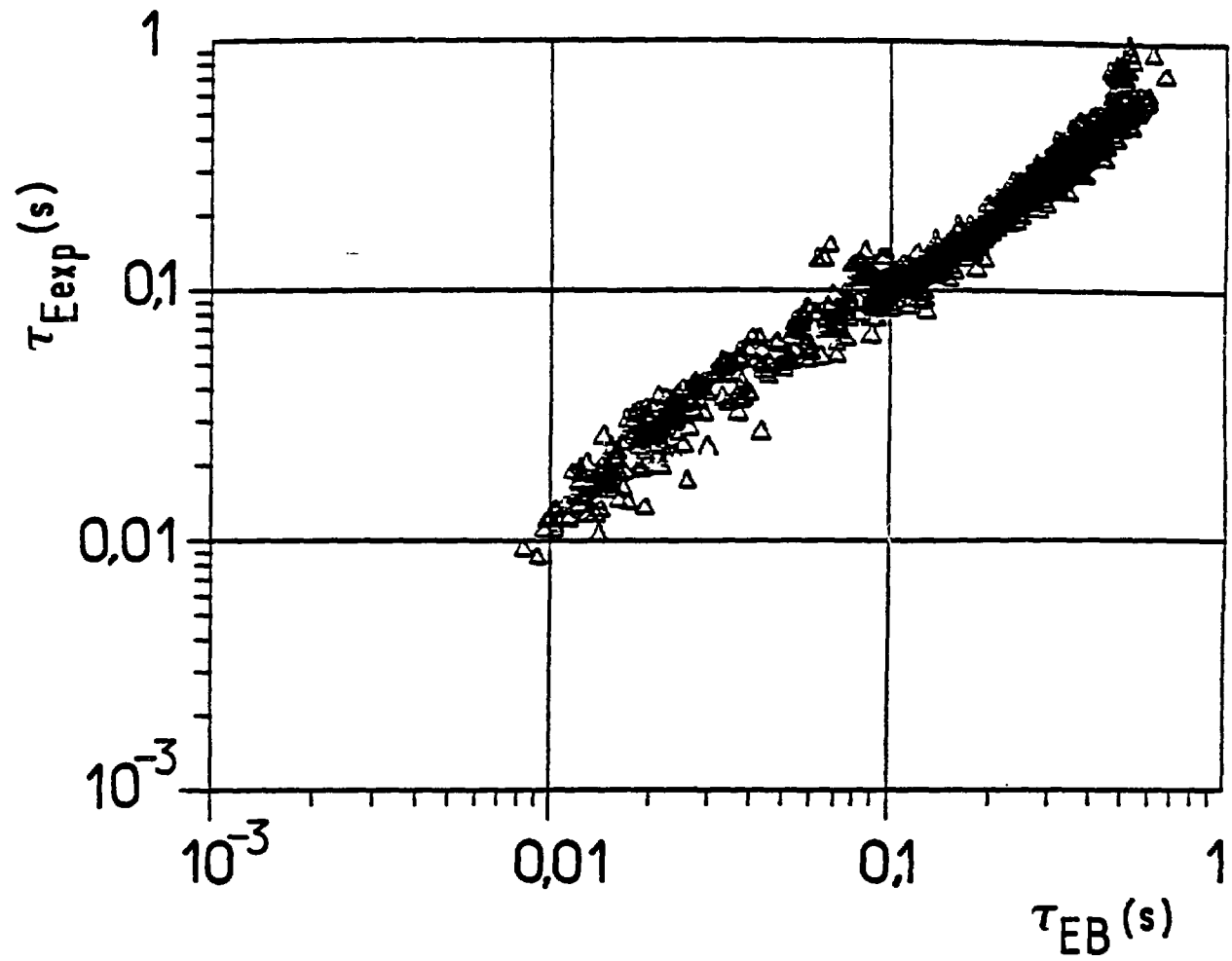


FIGURE 1

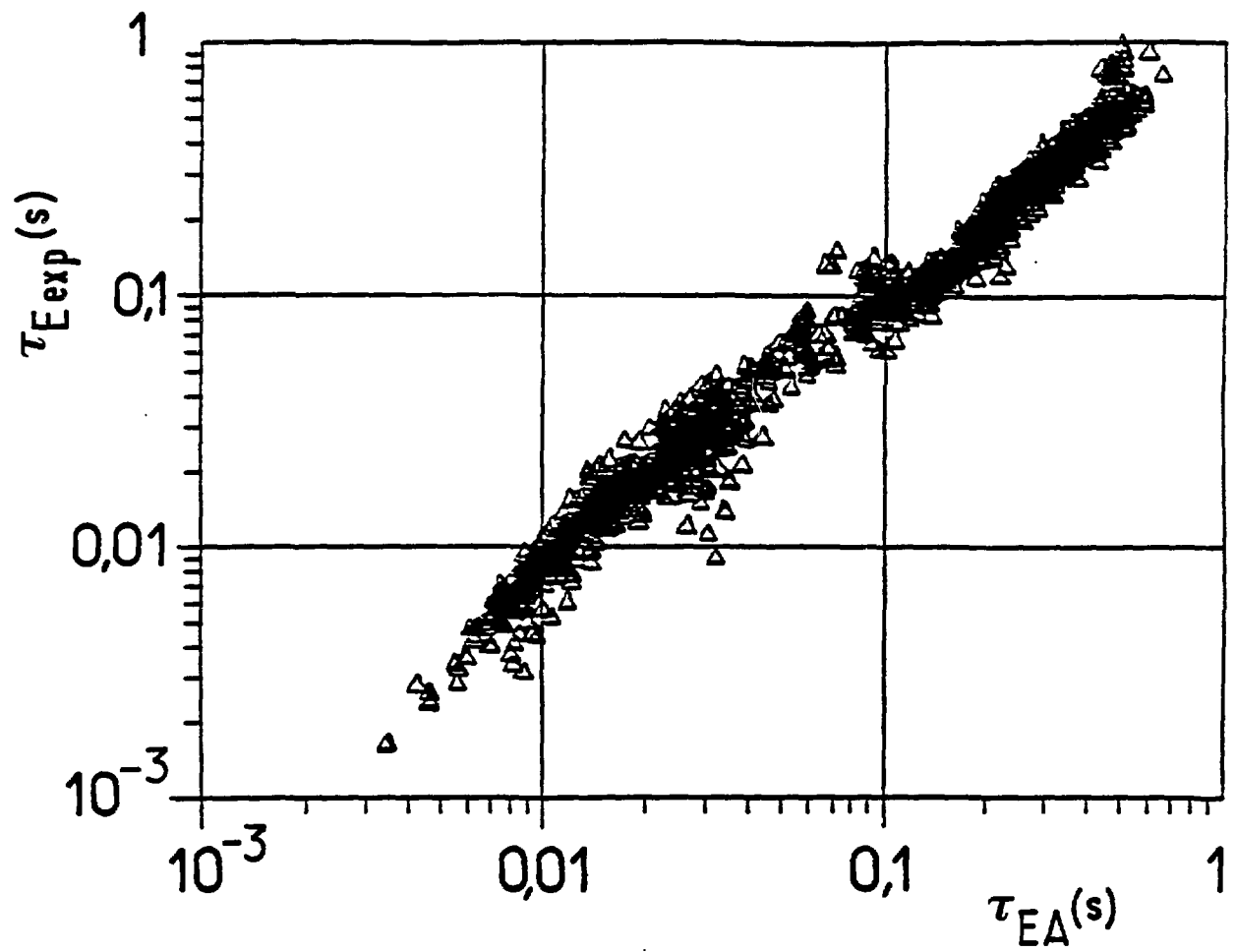


FIGURE 2

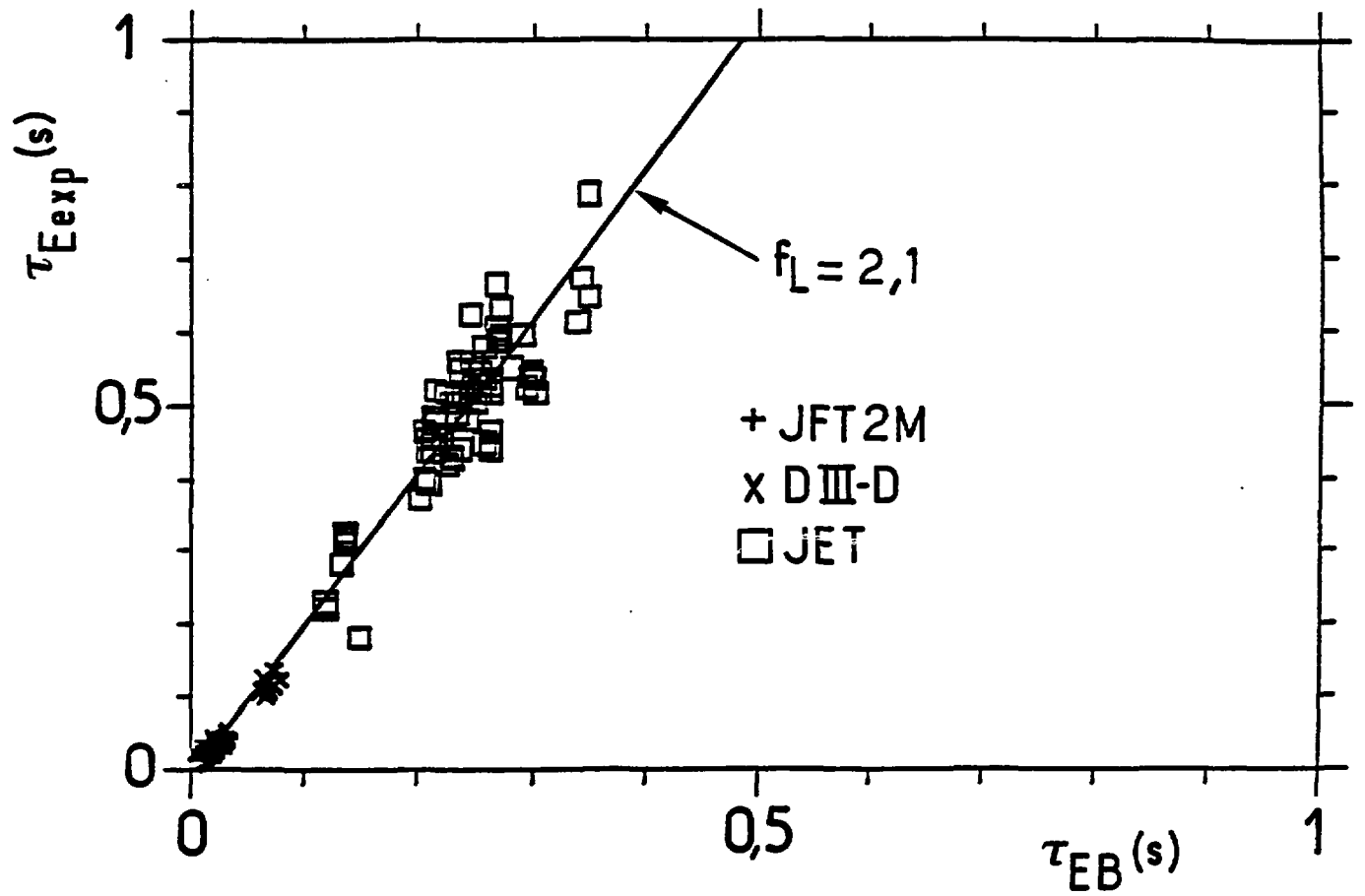


FIGURE 3

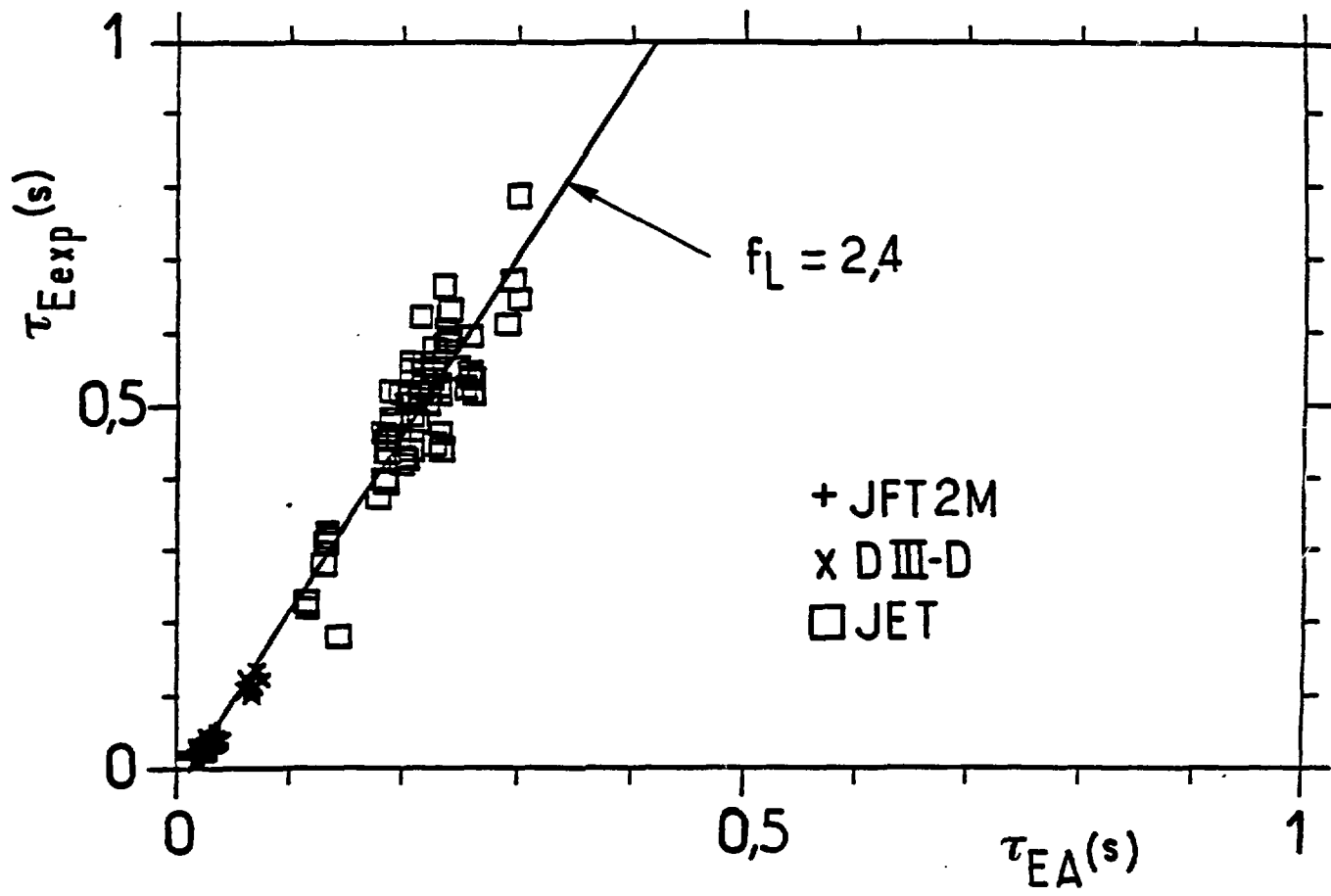


FIGURE 4



1

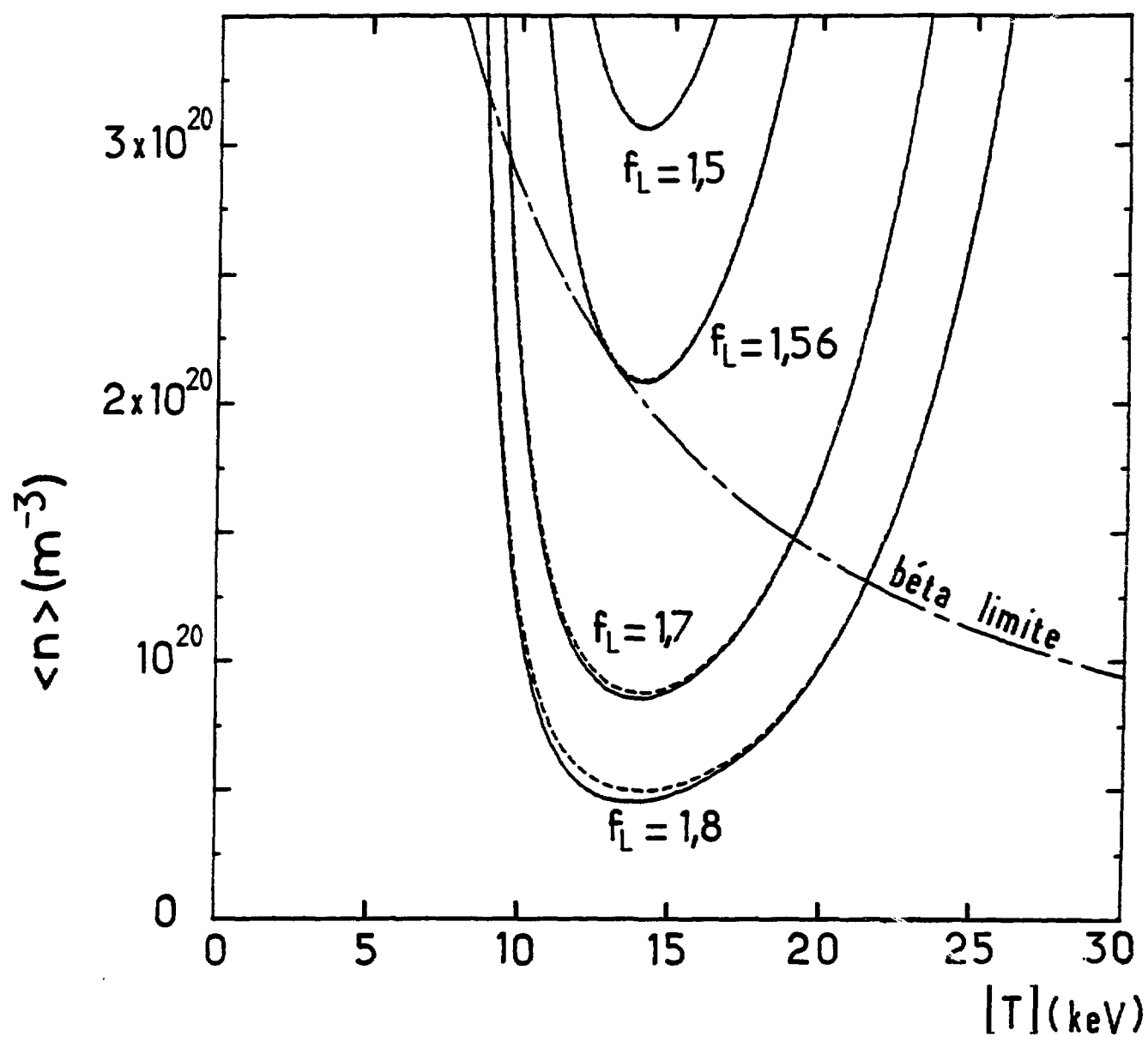


FIGURE 5

30  
keV)

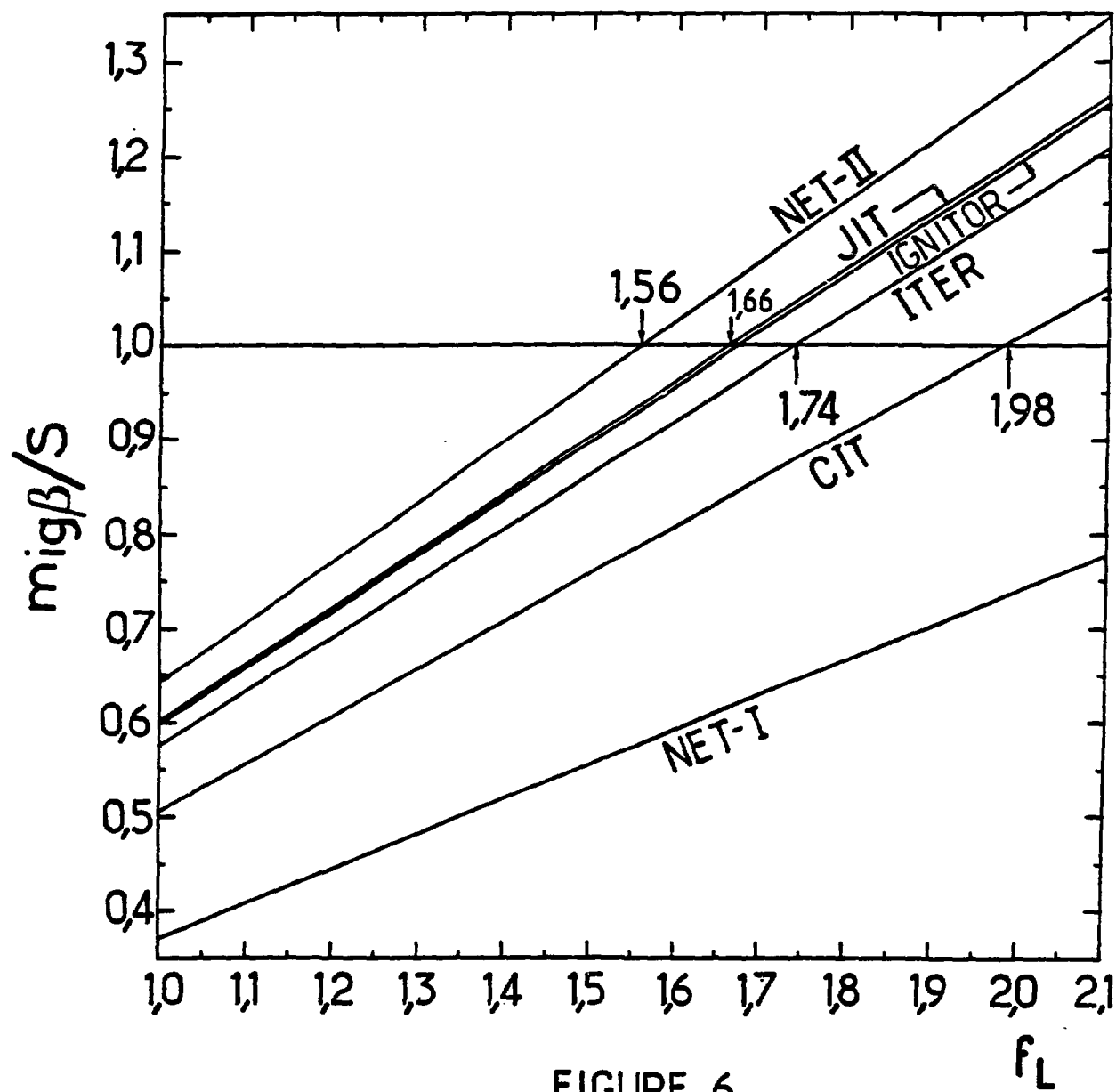


FIGURE 6

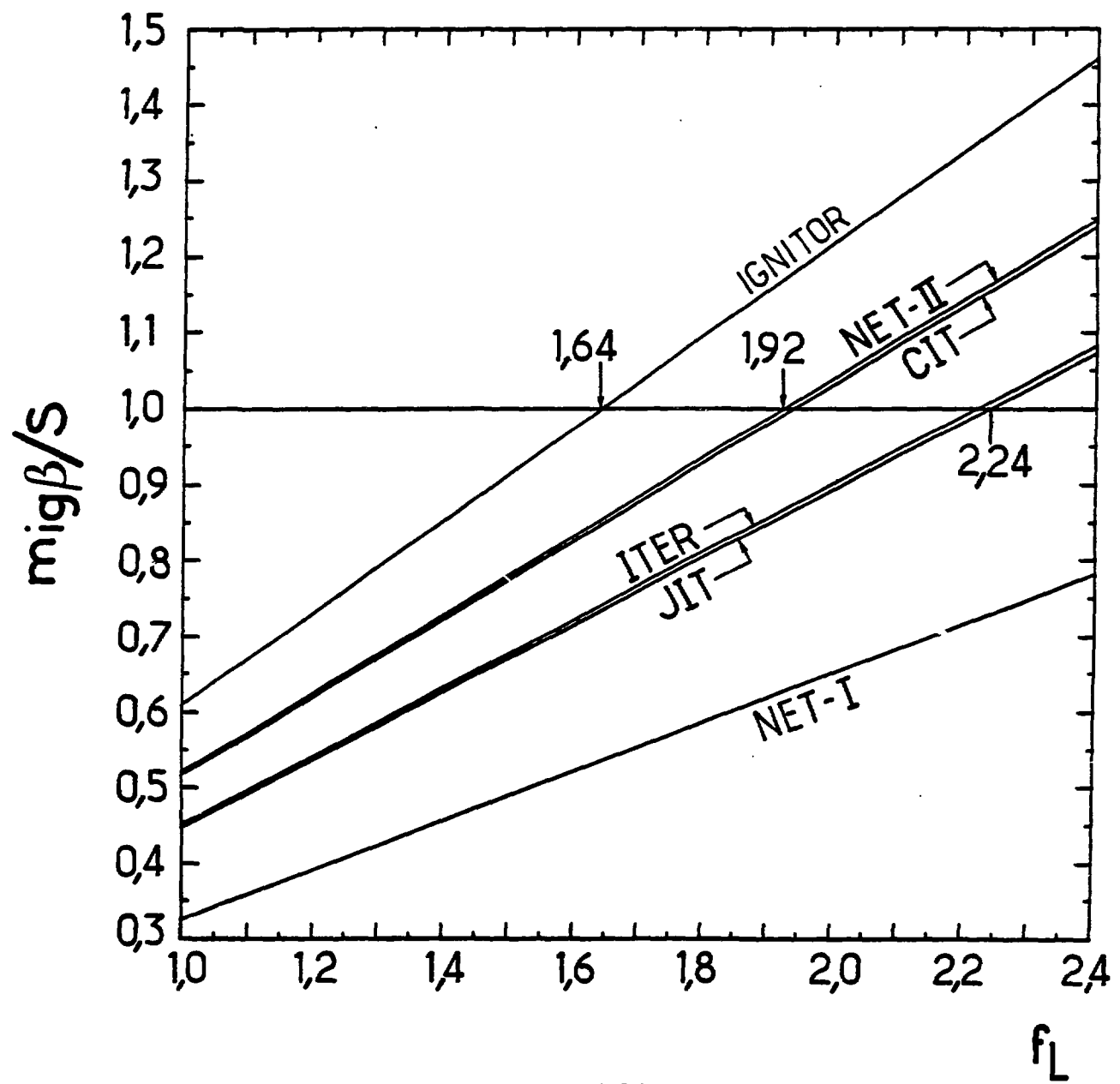


FIGURE 7

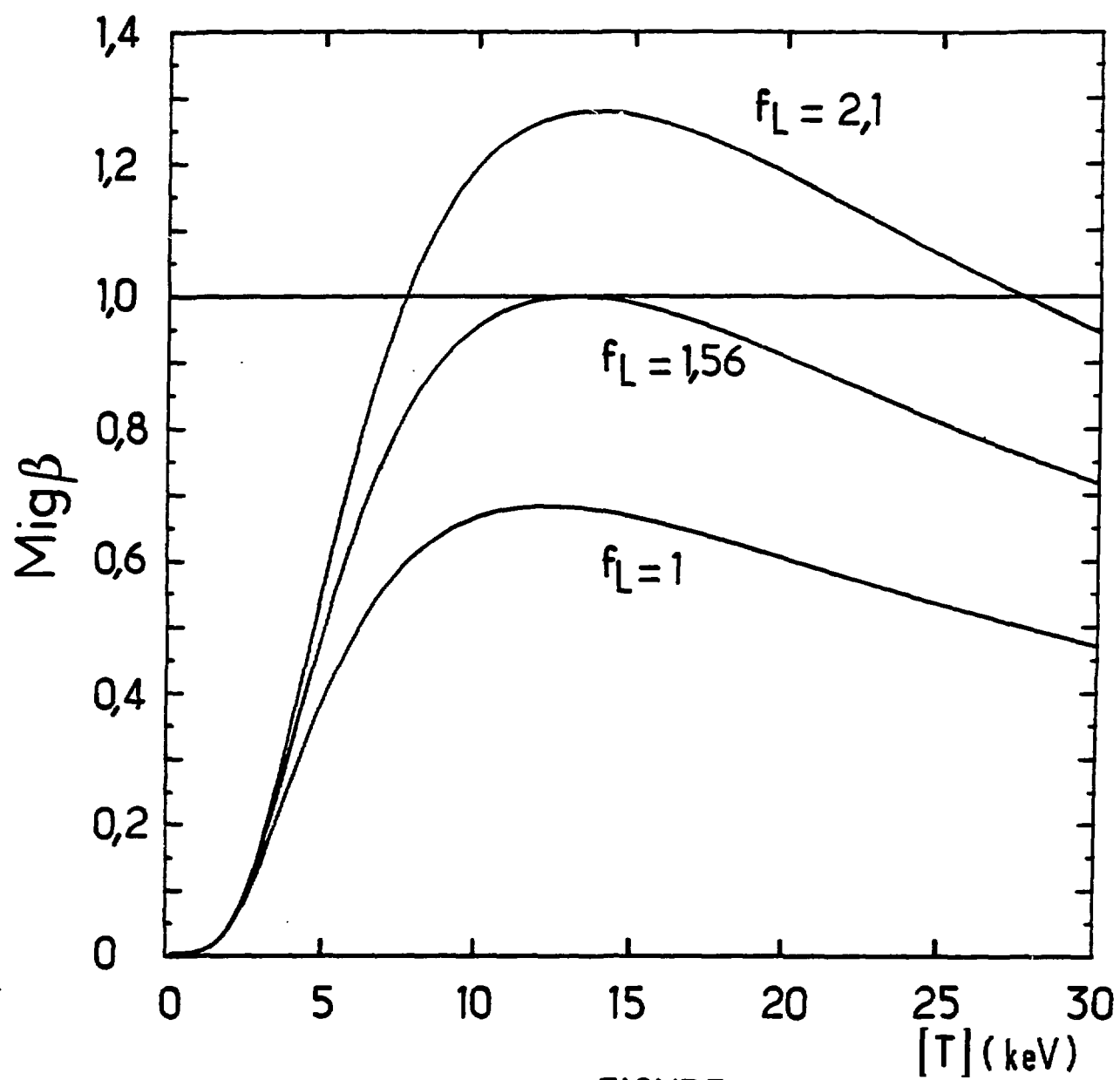
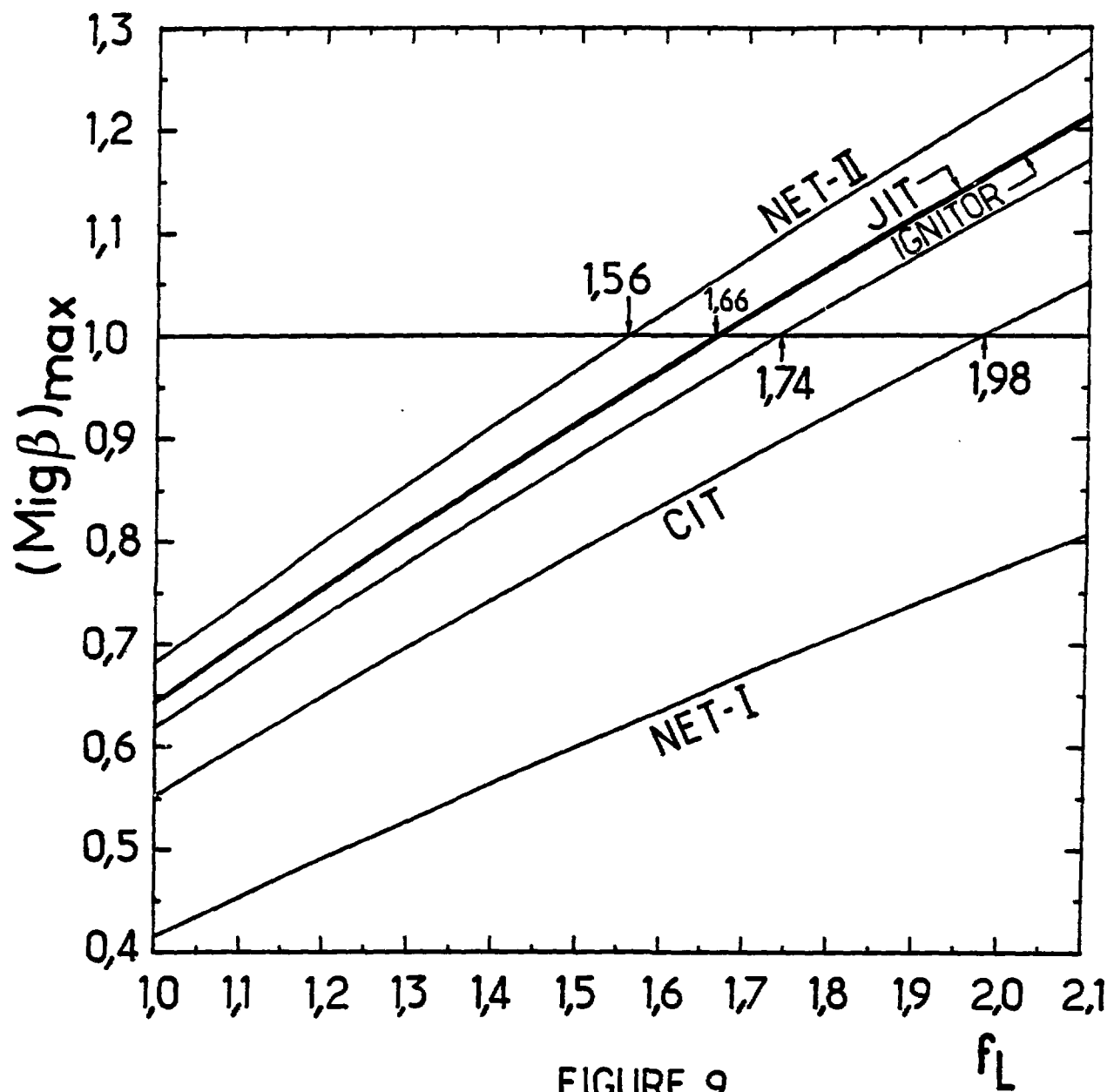


FIGURE 8



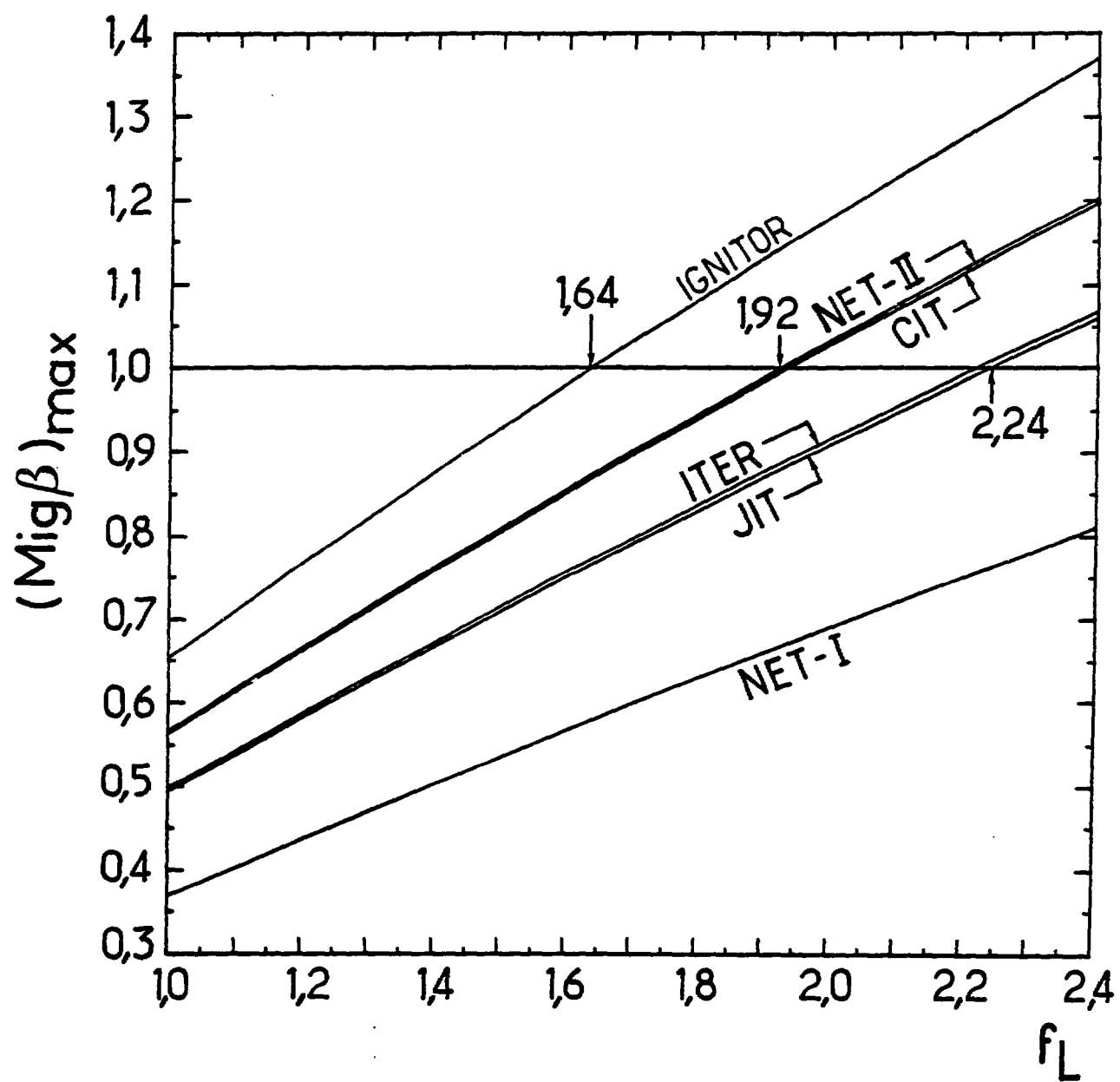


FIGURE 10

.1

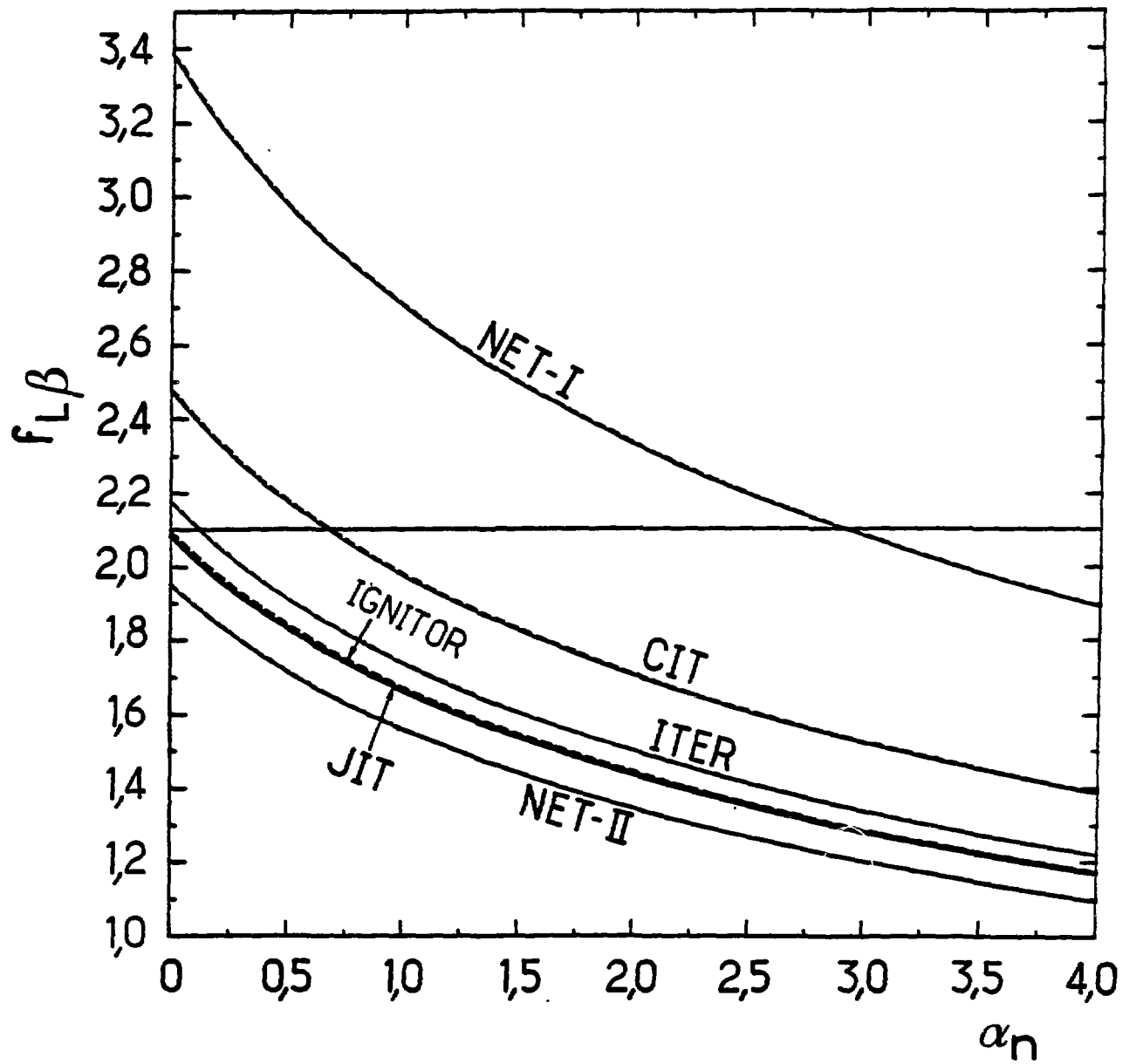


FIGURE 11

2,4  
L

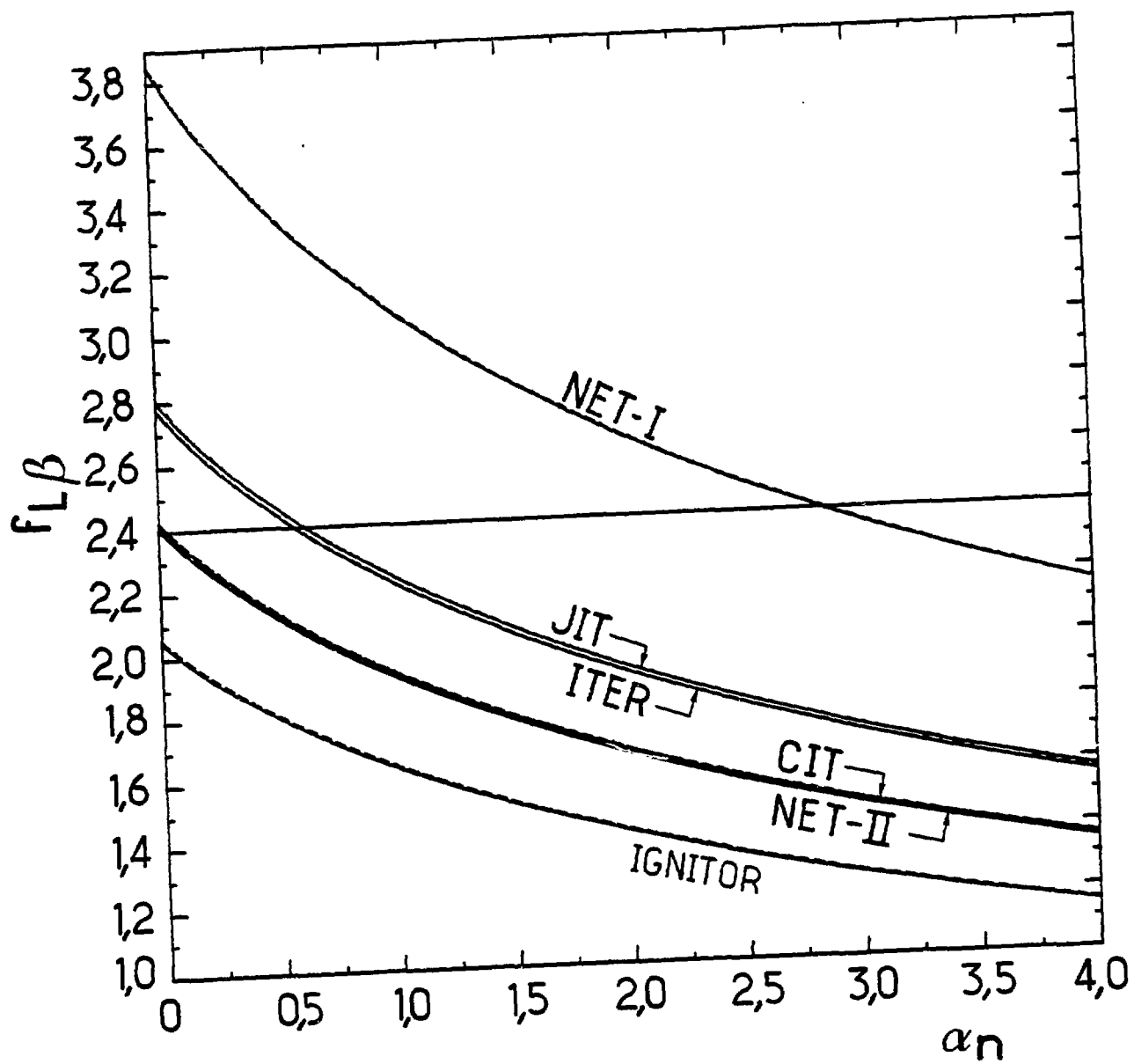


FIGURE 12

,0



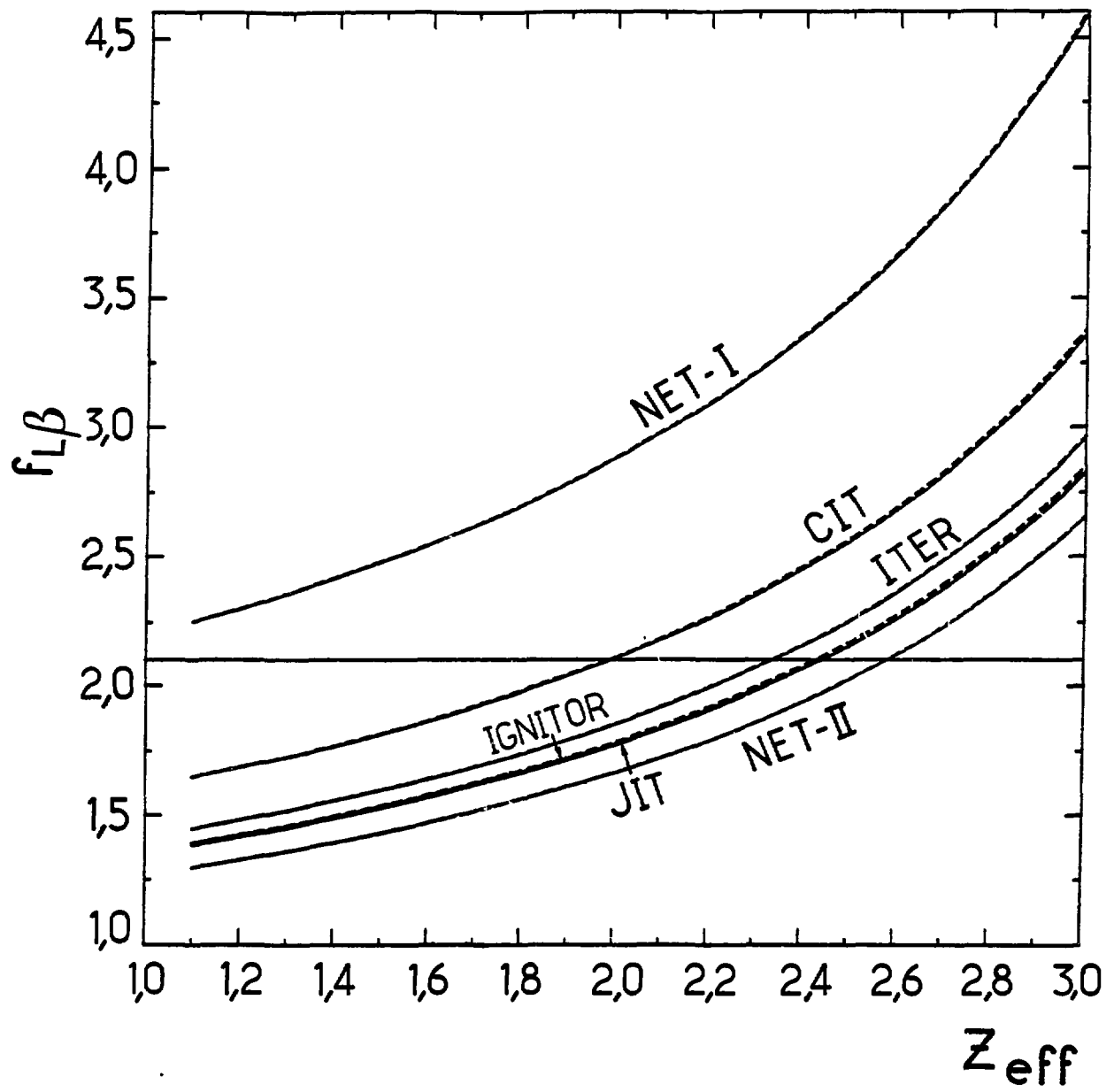


FIGURE 13

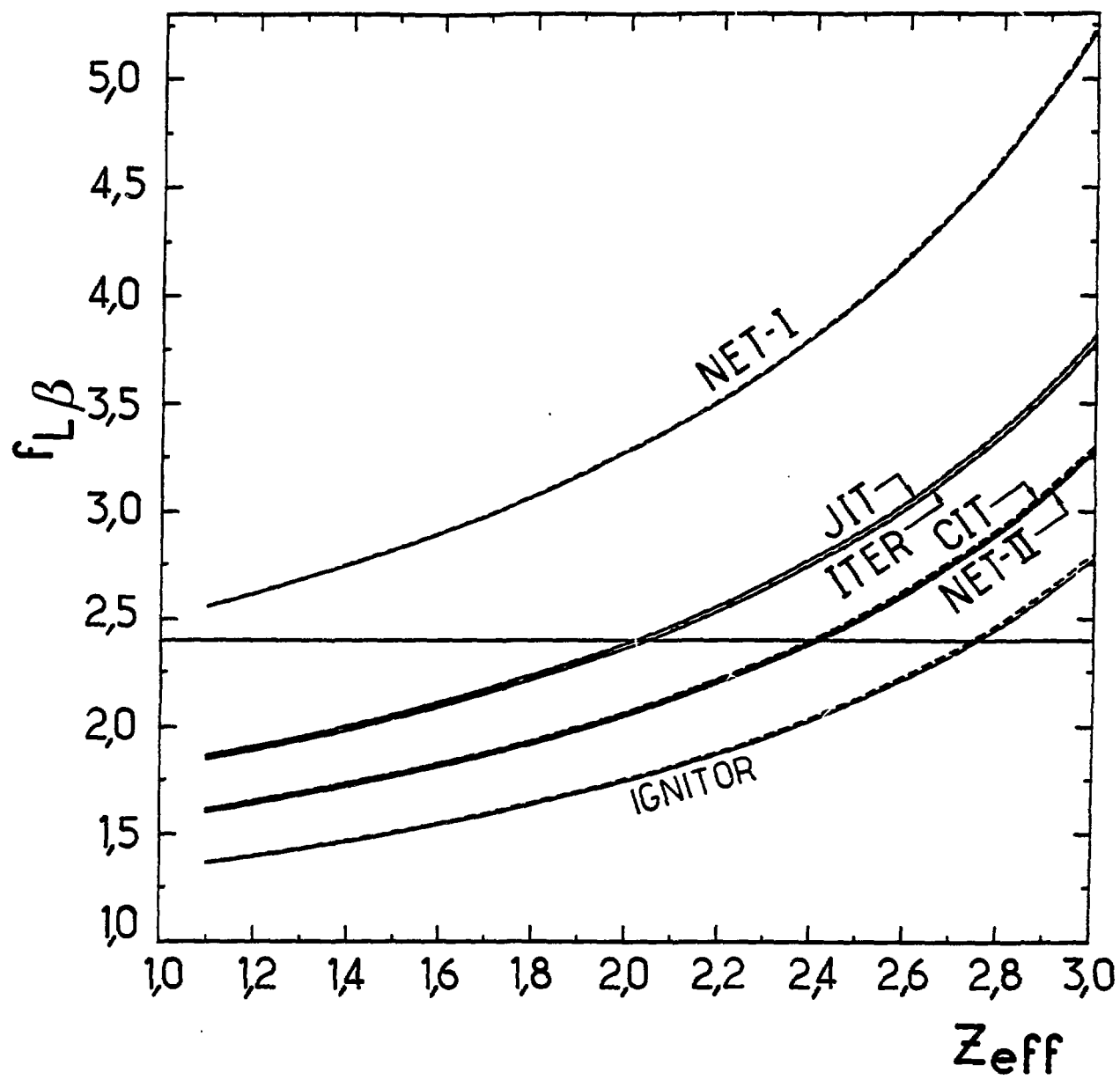


FIGURE 14

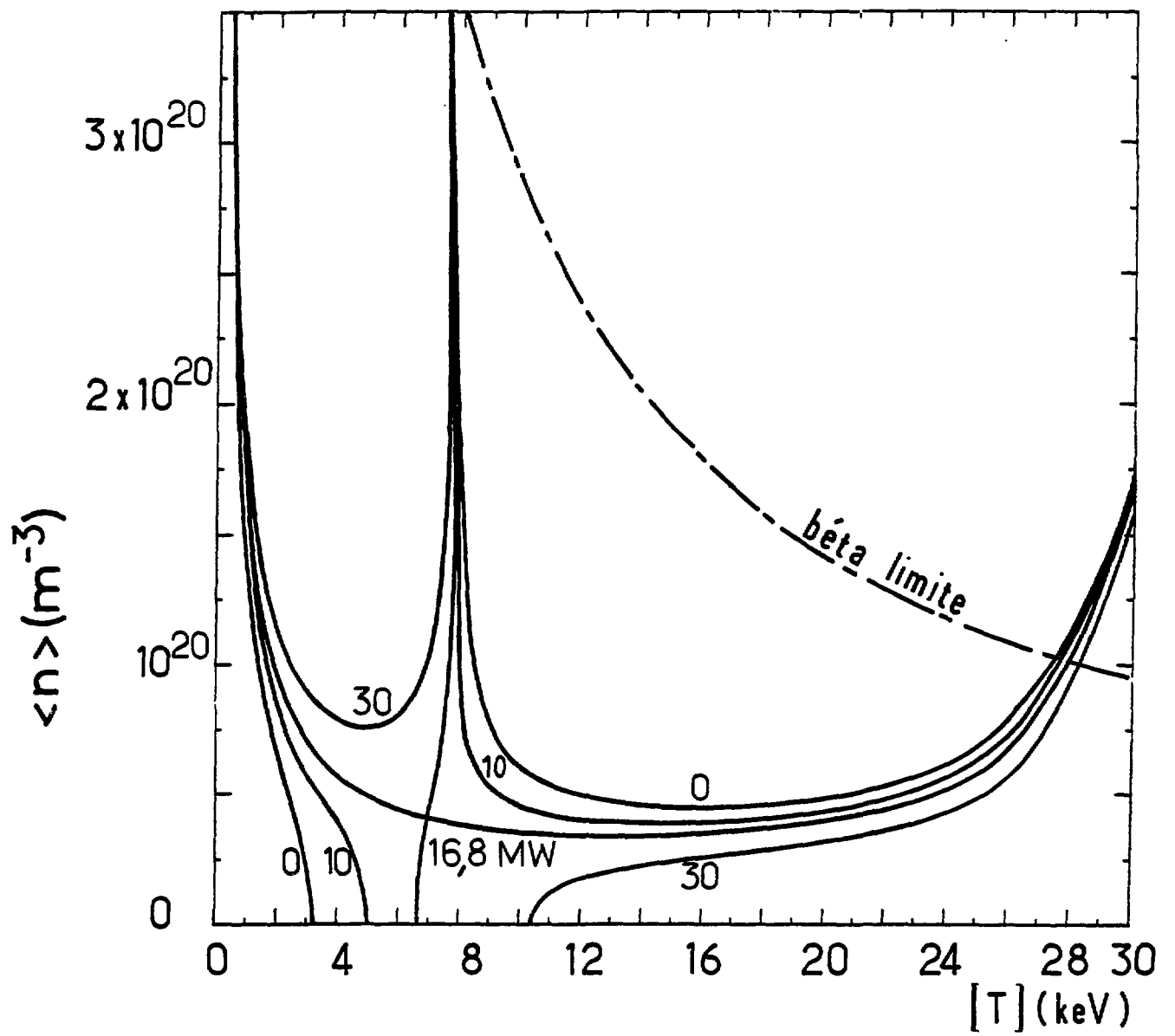


FIGURE 15

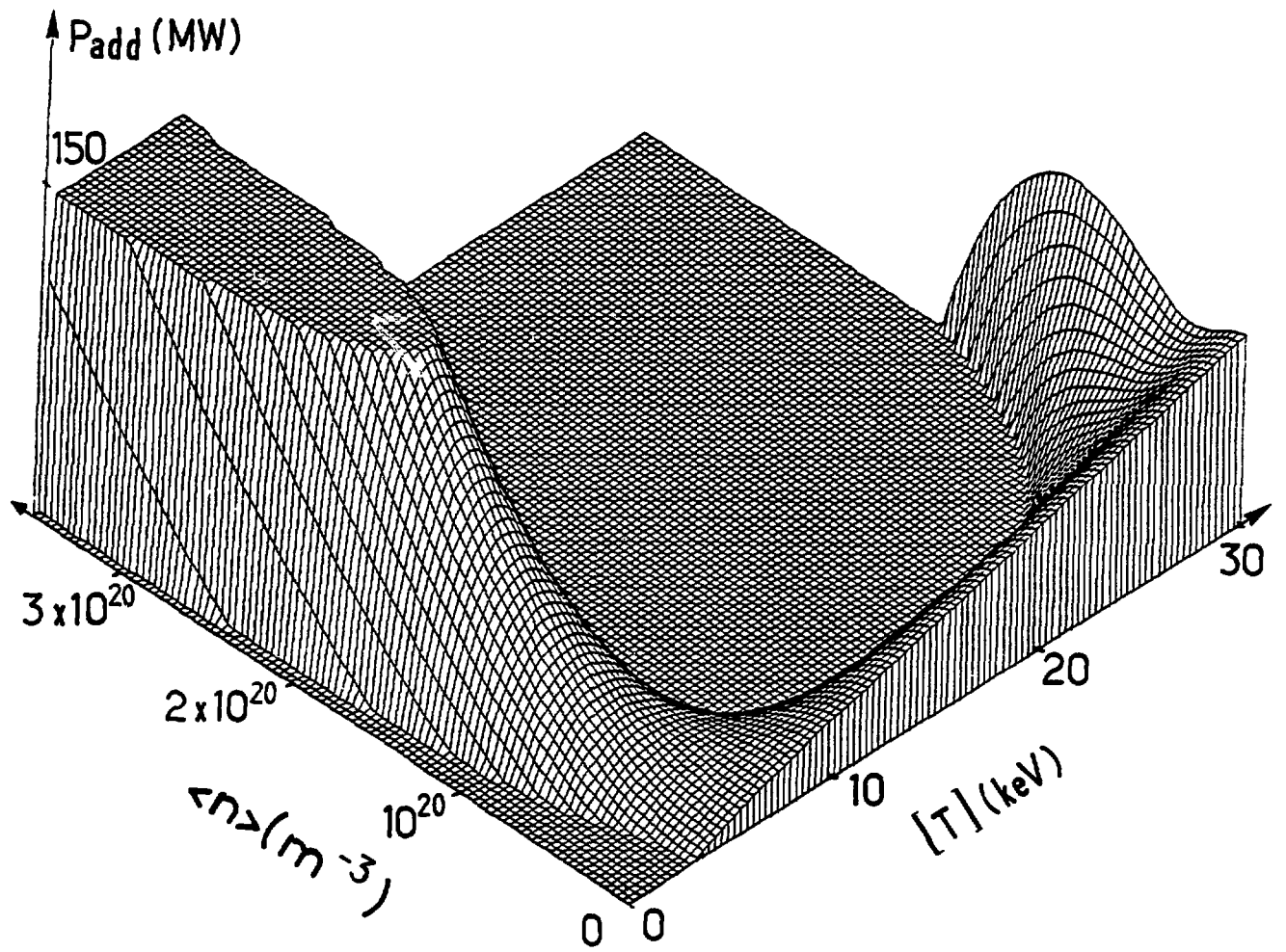


FIGURE 16

30

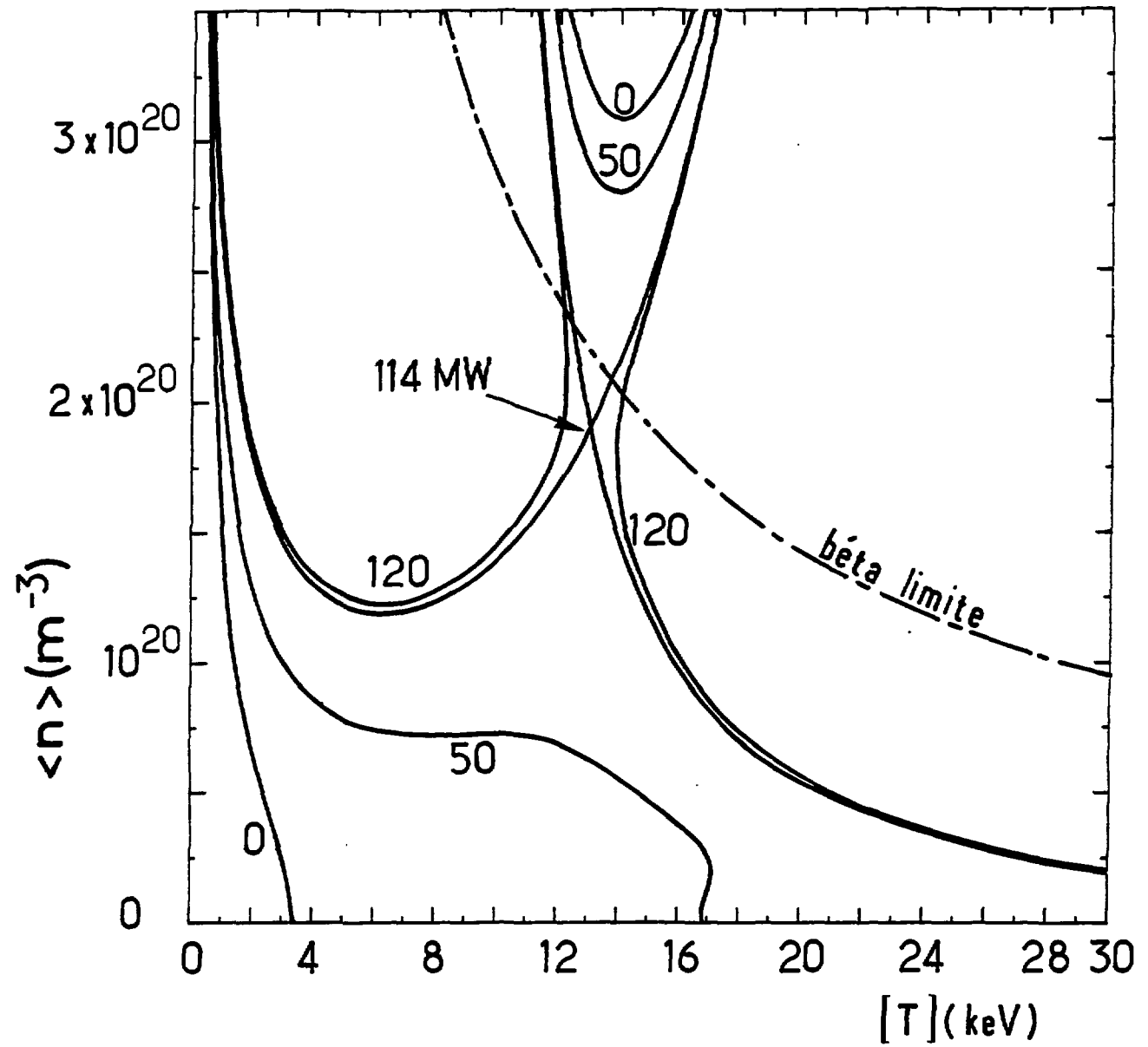


FIGURE 17

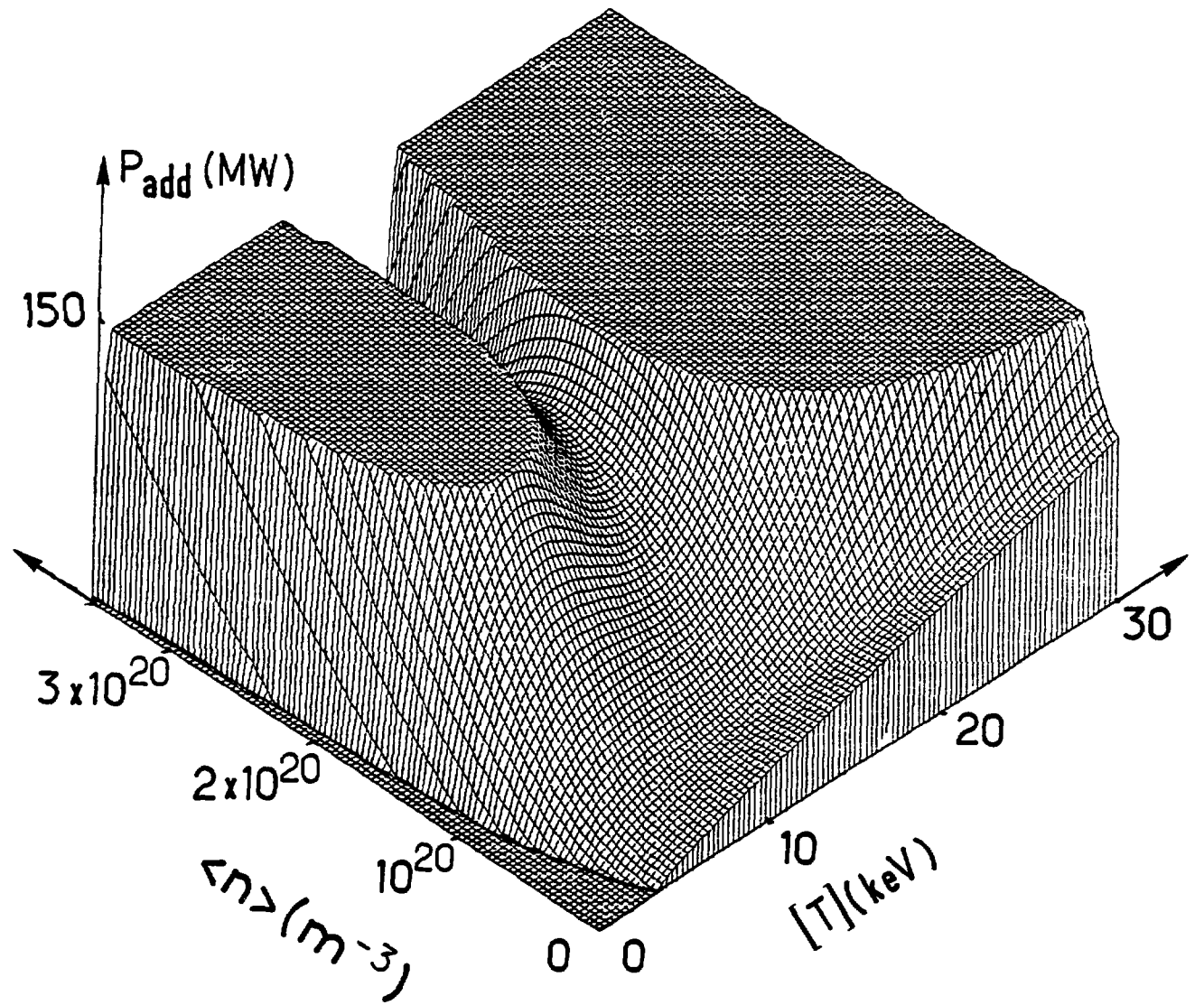


FIGURE 18

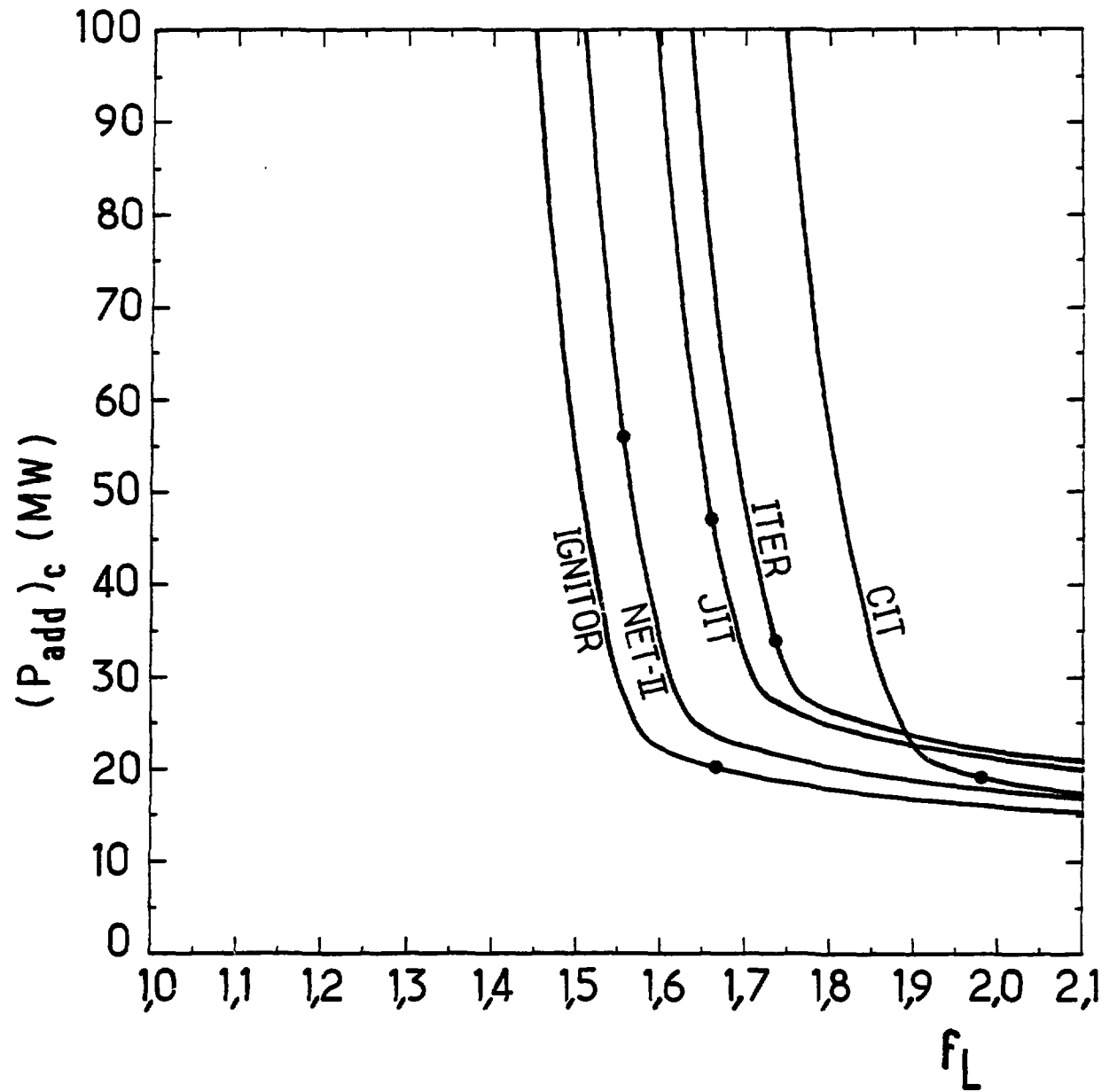


FIGURE 19

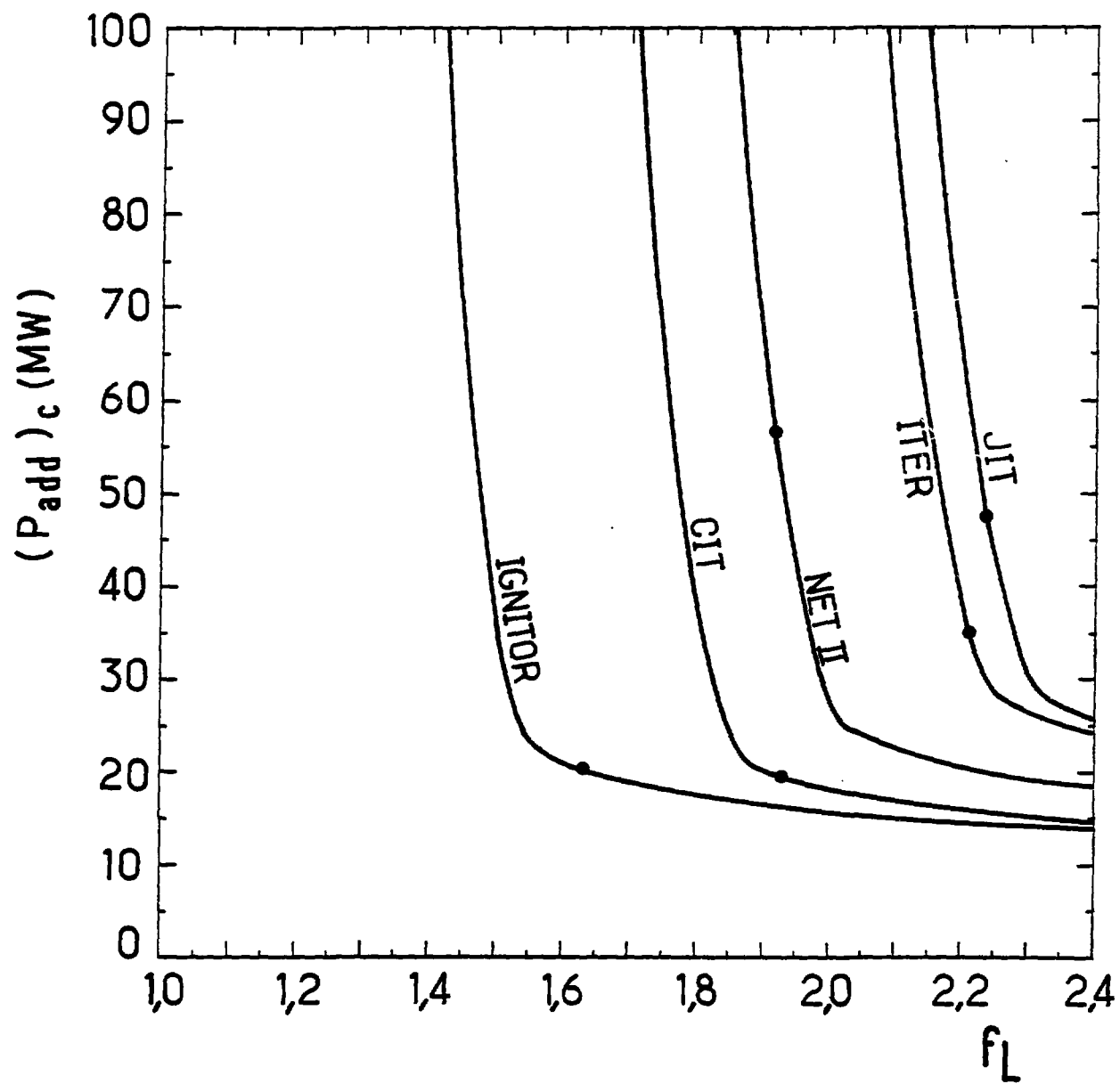


FIGURE 20



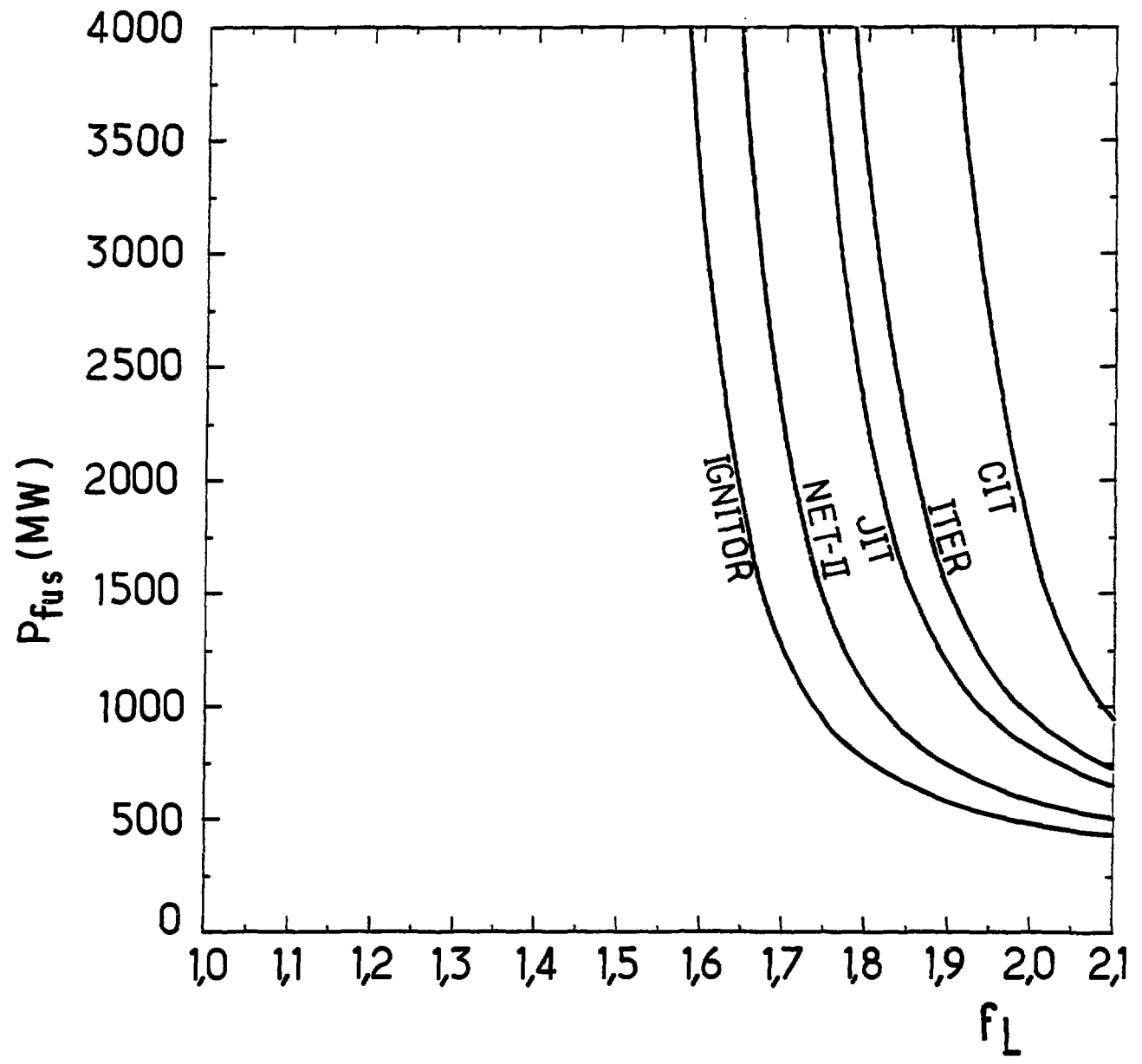


FIGURE 21

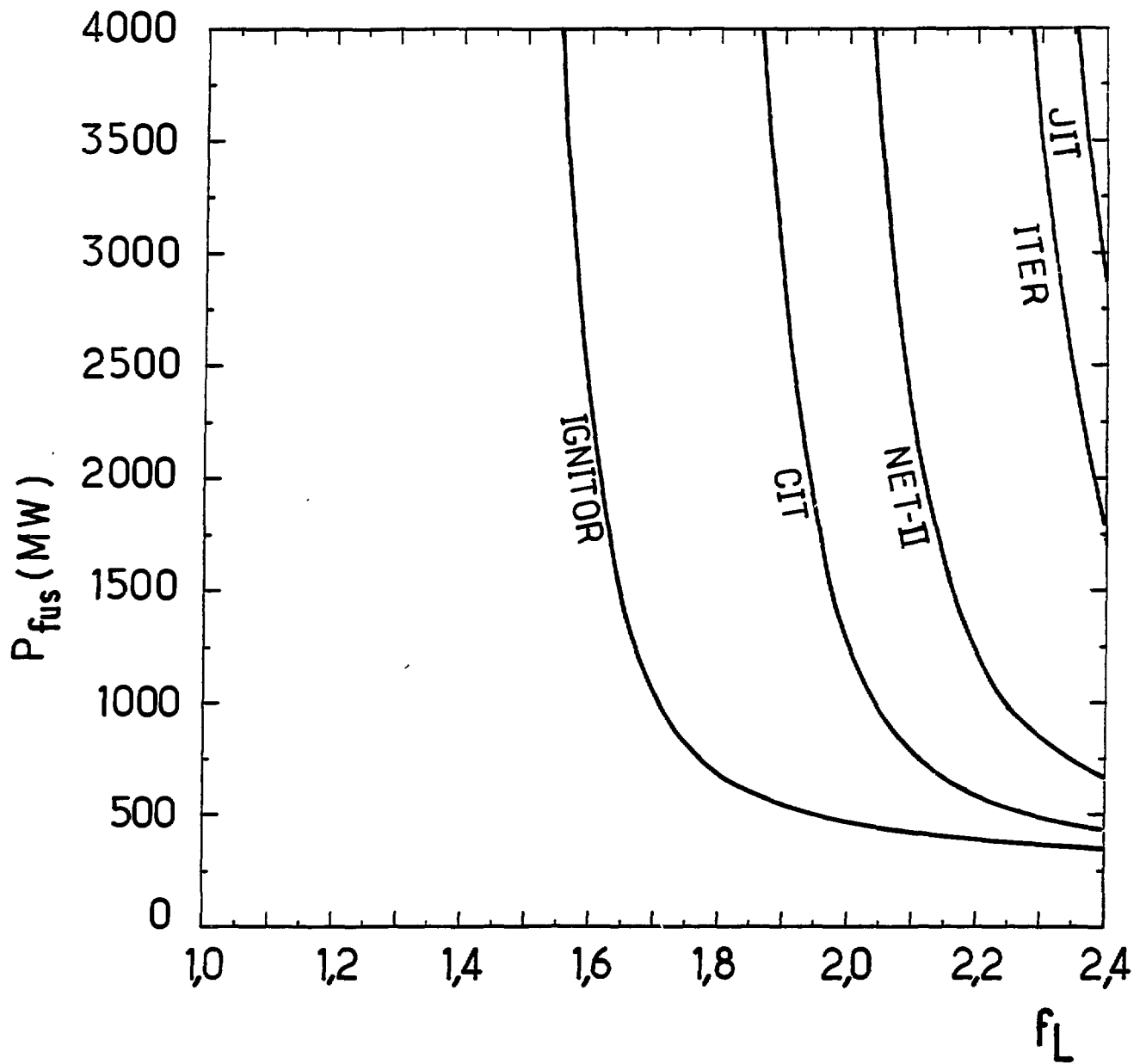


FIGURE 22