

## Харьковский

ордена Ленина и ордена Октябрьской Революции  
физико-технический институт АН УССР

# ЗАВИСИМОСТЬ ПОЛЕЙ СМЕЩЕНИЯ ОТ ГЕОМЕТРИИ ЯДРА КЛАСТЕРА НАРУШЕНИЙ

*Препринт*

ЗАВИСИМОСТЬ ПОЛЕЙ СМЕЩЕНИЯ ОТ ГЕОМЕТРИИ ЯДРА КЛАСТЕРА НАРУШЕНИЙ:

Препринт ХФТИ 88-45/А.Н.Григорьев, А.Г.Забела, Л.И.Николайчук,  
Е.М.Прохоренко, Н.А.Хижняк. - Харьков: ХФТИ АН УССР. 1988. - 6 с.

Исследованы поля смещений в легированных кристаллах кубической и гексагональной структур, содержащих протяженные дефекты. Численные результаты приведены в зависимости от геометрии ядра кластера нарушений. Все расчеты выполнялись на базе аналитических представлений полей смещения в интегральной форме с применением уравнений теории упругости.

Результаты работы актуальны для радиационной физики, поскольку позволяют прогнозировать и рассчитывать как характер и геометрию искажений вокруг кластера нарушенной области, так и определять параметры кластера по известной структуре искажений. Зависимости получены для следующих монокристаллов:  $Mg, ZnO, CdS, W, Au$ .

Рис. 3, список лит. - 6 назв.

Одним из способов нарушения геометрии каналов в монокристаллах является легирование их ионами других элементов, приводящее к созданию как точечных, так и протяженных дефектов.

Эти дефекты могут контролироваться условиями легирования, а их особенности исследоваться ядерно-физическими методами, например, методом обратного рассеивания.

Для теоретического описания геометрии каналов и размеров нарушенных областей предлагается использовать метод интегральных уравнений для упругих волн в анизотропной среде. Аналогичные интегральные уравнения широко используются в электродинамике [1], и можно полагать, что разработанные там методы их решения окажутся полезными и при решении граничных задач теории упругости. В изотропных кристаллах метод интегральных уравнений находит разнообразные применения (описание радиационных нарушений, дислокаций и т.д.) [2].

В бесконечной упругой анизотропной среде, характеризуемой тензором модулей упругости  $\lambda_{ikem}$ , упругие волны описываются волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} - \lambda_{ikem} \frac{\partial^2 U_m}{\partial x_k \partial x_e} = 0. \quad (1)$$

Предположим, что в этой среде расположена неоднородность объема  $V$ , и что ее свойства характеризуются тензором модулей упругости  $\lambda'_{ikem}$ . При изучении рассеяния волн на этой неоднородности необходимо решать следующую краевую задачу.

Известная падающая волна  $U_i^{(0)}$ , рассеиваясь на неоднородности, порождает волны внутри неоднородности  $U_i^{(i)}$  (внутреннее поле) и вне  $U_i^{(o)}$  (рассеянное поле). Функции  $U_i$  как внутри, так и вне неоднородности строятся из собственных функций уравнения (1) для внутренней и внешней областей. На поверхности неоднородности должны выполняться граничные условия, например, условия уравнения.

$$\sigma_{ik} n_k + \rho g_i = P_i, \quad (2)$$

где  $g_i$  - плотность внешних объемных сил;  $P_i$  - компонента внешней поверхностной силы, действующей на единицу поверхности неоднородности;  $n_k$  - внешняя нормаль к этой поверхности;  $\sigma_{ik} = \lambda_{ikem} \left( \frac{\partial U_e}{\partial x_m} + \frac{\partial U_m}{\partial x_e} \right)$  I

- компонента тензора упругих напряжений. Тогда из множества возможных решений уравнения в частных производных (I) граничное условие (2) позволяет выбрать единственное решение, описывающее рассматриваемую краевую задачу.

Наша цель - свести решение данной задачи к решению эквивалентного ей интегрального уравнения вида

$$U_i(\vec{r}, t) = U_i^{(0)}(\vec{r}, t) + \hat{A} \int G_{i\kappa}(\vec{r}, \vec{r}') U_\kappa(\vec{r}'; t) d\vec{r}' \quad (3)$$

где  $U_i(\vec{r}, t) = U_i^{(0)} + U_i^{(e)}$  при  $\vec{r} \in V$ ,  $U_i^v(\vec{r}, t) = U_i^{(i)}$  при  $\vec{r} \in V$ ,  $\hat{A}$  - оператор,  $G_{i\kappa}(\vec{r}, \vec{r}')$  - функция Грина уравнения (I) для безграничной среды. Это интегральное уравнение для точек внутри неоднородности  $\vec{r} \in V$  определяет внутреннее поле смещений  $U_i^{(i)}$  через поле смещений в падающей невозмущенной волне, а при  $\vec{r} \in V$  соотношение (3) определяет полное поле (поле падающей  $U_i^{(0)}$  и отраженной волны  $U_i^{(e)}$  через известное внутреннее поле).

В результате для статического случая получаем уравнение, определяющее поле смещений атомов монокристалла через размер и геометрию сердцевин нарушения [1]

$$U_i(\vec{r}) = U_i^{(0)}(\vec{r}) - (\lambda'_{i\kappa em} - \lambda_{i\kappa em}) \frac{\partial^2}{\partial x_\kappa \partial x_e} \int_V G_{mj}^{st}(\vec{r} - \vec{r}') U_j^{(i)}(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (4)$$

где  $V$  - объем сердцевин нарушения в пространстве;  $U_j^{(i)}(\vec{r})$  - поле смещений в нарушенной неоднородности;  $U_i^{(0)}(\vec{r})$  - первоначальное поле смещений;  $G_{mj}^{st}(\vec{r} - \vec{r}')$  - тензор Грина для статического случая [3];  $\lambda'_{i\kappa em}$  - тензор модулей упругости внутри неоднородности. В случае появления внутри кристалла неоднородности объемом  $V$  с изотропной структурой (зона плавления) происходит изменение структуры самого кристалла вокруг данной неоднородности (рис. 1).

Размеры и формы этой зоны определяются размером и формой сердцевин кластера (изотропный эллипсоид с полуосями  $a = b, c$ ) и упругими свойствами самого монокристалла.

Изменение структуры кристалла распространяется на вполне конкретные расстояния, за пределами которых можно вновь говорить о ненарушенной структуре. Таким образом, если смещение вблизи неоднородности искать в следующем виде:

$$\Delta U_i(\vec{r}) = U_i^{(0)}(\vec{r}) - U_i(\vec{r}) = (\lambda'_{i\kappa em} - \lambda_{i\kappa em}) \frac{\partial^2}{\partial x_\kappa \partial x_e} \int_V G_{mj}^{st}(\vec{r} - \vec{r}') U_j^{(i)}(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (5)$$

и  $\Delta U_i(\vec{r})$  приравнять 0, то из уравнения (5) можно найти размеры нарушенной области.

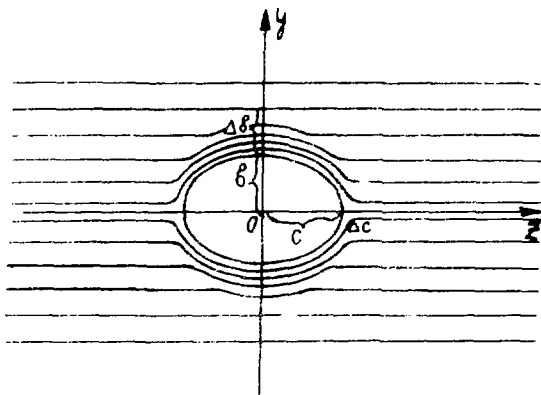


Рис. 1. Геометрия каналов и смещения в кристалле, содержащем протяженный дефект

Ниже исследуются параметры нарушенной зоны  $\Delta b$  и  $\Delta c$  для монокристаллов, наиболее часто используемых в физических экспериментах.

#### КРИСТАЛЛЫ КУБИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Для данного случая тензор модулей упругости в собственной кристаллографической системе координат [4]

$$\lambda_{ikem} = \alpha \delta_{ik} \delta_{em} + \beta (\delta_{ie} \delta_{km} + \delta_{im} \delta_{ke}) + M \sum_{p=r}^3 \delta_{ip} \delta_{kp} \delta_{em} \delta_{mp}. \quad (6)$$

Макроскопические модули упругости для кубического поликристалла в случае изотропного распределения кристаллов по ориентациям выражаются следующим образом [4]:

$$\lambda'_{ikem} = \left[ \alpha + \frac{2}{375} \frac{M^2 (3\alpha + 8\beta)}{\beta (\alpha + 2\beta)} \right] \delta_{ik} \delta_{em} + \left[ \beta - \frac{1}{125} \frac{M^2 (3\alpha + 8\beta)}{\beta (\alpha + 2\beta)} \right] \times (\delta_{ie} \delta_{mk} + \delta_{im} \delta_{ke}). \quad (7)$$

Функция Грина кубического монокристалла при исследовании уравнения (5) допускает использование основных свойств объемного потенциала эллипсоида [5] для точек вне объема  $V$  и сводит уравнение (5) к алгебраическим уравнениям относительно переменных  $x^2 + y^2$  и  $z^2$ .

Решением уравнения (5) в предположении, что полуоси эллипсоидальной неоднородности находятся в соотношении  $c \gg a = b$ , а ось  $x=y=0$  для оси  $\langle 001 \rangle$  и для оси  $\langle 010 \rangle - x=z=0$ , удалось построить следующие зависимости смещений и размеров нарушенных областей от соотношений  $b/c$  для  $W, Au$  [4]

Из рис. 2 видно, что в  $W$  только при  $b/c = 1; 0,95; 0,75$  ядро кластера сохраняет свои первоначальные размеры. Для остальных

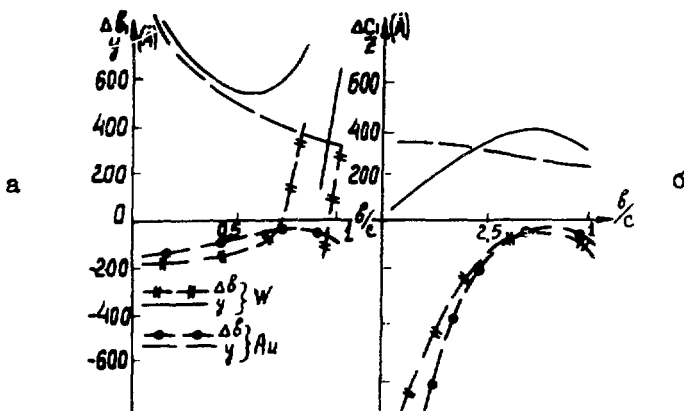


Рис.2. Зависимость смещений и размеров нарушенных областей от параметра ядра  $\delta/c$  для кристаллов кубической структуры: а - по оси  $\langle 010 \rangle$ ; б - по оси  $\langle 001 \rangle$

случаев  $W$  создает такие усилия, которые приводят к уменьшению размеров центрального тела и в итоге могут его полностью ликвидировать. Последнее справедливо и для всей исследованной области для  $Au$ .

#### КРИСТАЛЛЫ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

В данном случае тензор модулей упругости, отнесенный к кристаллографической системе координат, имеет вид [4]:

$$\lambda_{ikem} = \alpha \delta_{ik} \delta_{em} + \beta (\delta_{ie} \delta_{mk} + \delta_{im} \delta_{ke}) + \gamma \delta_{iz} \delta_{kz} \delta_{ez} \delta_{ma} + \\ + x (\delta_{iz} \delta_{kz} \delta_{em} + \delta_{ik} \delta_{ez} \delta_{mz}) + \rho (\delta_{im} \delta_{kz} \delta_{ez} + \delta_{iz} \delta_{mz} \delta_{ke}) + \\ + \varphi (\delta_{ie} \delta_{kz} \delta_{mz} + \delta_{iz} \delta_{em} \delta_{kz}). \quad (8)$$

Тензор модулей упругости при изотропном распределении гексагональных кристаллитов следующий [4]:

$$\lambda'_{ikem} = \left[ \alpha - \frac{4}{675} \frac{6\alpha + 16\beta}{\beta(\alpha + 2\beta)} \cdot \left( \gamma^2 + 3(x^2 + \rho^2) + 2(x\gamma + \gamma\rho) + 8x\rho \right) - \right. \\ \left. - \frac{2}{675} \frac{\alpha + \beta}{\beta(\alpha + 2\beta)} (\gamma + 3x + 4\rho)^2 \right] \delta_{ik} \delta_{em} + \left[ \beta - \frac{1}{1350} \frac{6\alpha + 16\beta}{\beta(\alpha + 2\beta)} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( \frac{13}{5} \gamma^2 + 9x^2 + 44\rho^2 + 6x\gamma + 16\gamma\rho + 24x\rho \right) + \frac{1}{225} \frac{\alpha + \beta}{\beta(\alpha + 2\beta)} \cdot \right. \\ \left. \cdot (\gamma + 3x + 4\rho)^2 \right] \cdot (\delta_{ie} \delta_{km} + \delta_{im} \delta_{ke}). \quad (9)$$

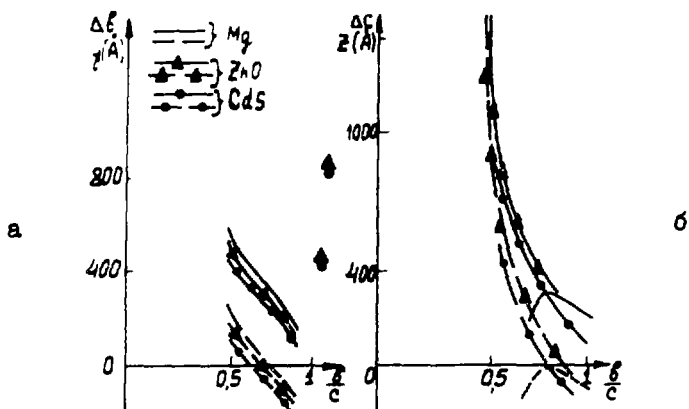


Рис.3. Зависимость смещений и размеров нарушенных областей от параметра ядра  $b/c$  для кристаллов гексагональной структуры: а - по оси  $\langle 010 \rangle$ ; б - по оси  $\langle 001 \rangle$

Графики рис. 3 свидетельствуют, что в монокристаллах гексагональной структуры обеспечены условия образования кластеров различной формы.

Как в случае дефектов в кубической, так и в гексагональной решетках [4] наблюдается интересная особенность - величины  $\Delta b$  и  $\Delta c$  определяются лишь в некотором интервале параметров  $b/c$ . Вне этих параметров действительные решения уравнения (5) отсутствуют.

Таким образом, эллипсоидальные аморфные сердцевинки кластеров порождают равновесные зоны нарушений строго определенной геометрии, зависящие как от размеров сердцевинки, так и от других свойств ненарушенного монокристалла.

В расчетах предполагалось, что сердцевина зоны нарушений задана, и определялась нарушенная зона. Можно решать и обратную задачу - при данных масштабах нарушенной зоны - искать геометрию сердцевинки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хижняк Н.А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев: Наукова думка, 1986.
2. Эшлби Дж. Континуальная теория дислокаций. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
3. Лифшиц И.М., Розенцвейг Л.Н. Построение тензора Грина для основного уравнения теории упругости в случае неограниченной упруго-анизотропной среды // ЖЭТФ, 1947. Вып. 17. Т. 9. С. 783-791.

4. Лифшиц И.М., Розенштейн Л.Н. К теории упругих свойств поликристаллов//ЕФТФ. 1946. Вып. 16. Т. 10. С. 987-980.
5. Муратов Р.З. Потенциалы эллипсоида. М.: Атомиздат, 1976.
6. Григорьев А.Н., Николайчук Л.И., Хижняк Н.А. Изучение ориентационной зависимости обратного рассеяния ионов  ${}^4\text{He}$  на монокристалле  $\text{CdS}$ //УФЖ. 1982. Вып. 27. Т. 10. С. 1485-1488.



Александр Николаевич Григорьев, Александр Григорьевич Забела,  
Людмила Ивановна Николайчук, Евгений Михайлович Прохоренко,  
Николай Антонович Хижняк

ЗАВИСИМОСТЬ ПОЛЕЙ СМЕЩЕНИЯ ОТ ГЕОМЕТРИИ ЯДРА КЛАСТЕРА НАРУШЕНИЙ

Редактор, корректор Т.И.Ситянская

---

Подписано в печать 28.07.88. БЦ 18656. Формат 60x84/16. Бум. писч. М1.  
Оффсетн. печ. Усл.п.л. 0,7. Уч.-изд.л. 0,4. Тираж 230. Заказ № 807.  
Цена 8 коп. Индекс 3624.

---

Отпечатано в Харьковском ордена Ленина  
и ордена Октябрьской Революции физико-техническом институте АН УССР  
ЗІОІОВ, Харьков, ул. Академическая, 1

Д л я з а м е т о к

