ITF

ИТФ-88-47Р

Ю.Ф.Смирнов, А.М.Широков

ТЕОРИЯ ИСТИННО МНОГОЧАСТИЧНОГО РАССЕЯНИЯ В ОСЦИЛЛЯТОРНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Академия наук Украинской ССР
Институт теоретической физики

Препринт
ИТФ-88-47Р

Ю.Ф.Смирнов, А.М.Широков

ТЕОРИЯ ИСТИННО МНОГОЧАСТИЧНОГО РАССЕЯНИЯ В ОСЦИЛЛЯТОРНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Киев - 1988

УДК 539.14

Ю.Ф.Смирнов, А.М.Широков

Теория истинно многочастичного рассеяния в осцилляторном представлении

Проведено обобщение теории рассеяния в осцилляторном представлении на случай истинно многочастичного рассеяния.

Yu.F.Smirnov, A.M.Shirokov

True Few-Body Scattering Theory in the Oscillator Representation

The scattering theory in the oscillator representation is extended to the true few-body scattering.

I. Введение

В данной работе формулируется подход к теории многочастичного рассеяния в осцилляторном представлении (ОП). При этом мы ориентируемся на простейший случай, а именно на такой, когда волновая функция в асимптотической области имеет вид сферической волны в многомерном пространстве. Это соответствует приближению так называемого "истинно" многочастичного рассеяния (ИМР) [I,2], т.е. учёту только таких состояний, когда в системе наблюдается "демократия" и ни одна пара или группа частиц не выделяется в смысле образования связанных состояний или рассеяния на энергетической поверхности.

Построение волновой функции ИМР входит как составная часть в задачу построения полной волновой функции системы многих тел [I]. Но исследование приближения ИМР имеет и самостоятельную физическую ценность, т.к. многие процессы полного развала лёгких ядер хорошо описываются в этом приближении (обзор соответствующих работ см. в [3]).

Для вычисления характеристик ИМР естественно использовать (см. [2,3] и цитированные там работы) метод К-гармоник, связанный с разложением волновой функции системы по гиперсферическому базису. Для решения уравнений метода К-гармоник (в том числе и в области непрерывного спектра) предлагается использовать разложение волновой функции по собственным функциям (3А-3)-мерного (А - число частиц в системе) гармонического осциллятора в гиперсферических координатах ρ, Ω. В результате мы придём к исследованию уравнения Шредингера в гиперсферическом ОП. Это означает, что вместо решения связанных дифференциальных уравнений метода К-гармоник задача сведётся к анализу бесконечной системы линейных алгебраических уравнений. Метод ОП [4-9] оказался весьма эффективным в теории рассеяния и реакций с бинарными каналами [IO-I3]. Наш подход является естественным обобщением этого метода на случай ИМР.

2. Уравнение Шредингера в гиперсферическом осцилляторном представлении

Волновую функцию системы из А частиц, характеризуемую полной энергией E и другими квантовыми числами, которые мы обозначим мультииндексом $\mathcal{J}$, запишем в виде разложения (считаем, что движение центра масс уже отделено):

$$|E\beta\rangle = \sum_{nK\gamma} \langle nK\gamma | E\beta\rangle |nK\gamma\rangle, \tag{2.1}$$

где в качестве базисных функций $|nK\gamma\rangle$ выбраны собственные функции (3A-3)-мерного гармонического осциллятора с частотой $\hbar\omega$ в гиперсферических координатах:

$$|nK\gamma\rangle = \Phi_{nK}(\rho)\, \mathcal{U}_{K\gamma}(\Omega). \tag{2.2}$$

Здесь: К - гипермомент; γ - набор остальных квантовых чисел, характеризующих функции $\mathcal{U}_{K\gamma}(\Omega)$, которые в случае системы бесспиновых частиц представляют собой гиперсферические гармоники $Y_{K\gamma}(\Omega)$ от угловых переменных Ω, а если учитываются спиновые и изоспиновые степени свободы частиц, то $\mathcal{U}_{K\gamma}(\Omega)$ представляют собой антисимметричные комбинации произведений гиперсферических гармоник на спин-изоспиновые функции (γ в этом случае включает в себя также спин-изоспиновые квантовые числа); гиперрадиус $\rho = \sqrt{\sum_{i=1}^{A} (\vec{r}_i - \vec{R})^2}$, $\vec{r}_i$ - координата отдельной частицы, $\vec{R}$ - координата центра масс; n - главное квантовое число, характеризующее радиальную функцию

$$\Phi_{nK} \equiv \Phi_n^{\mathcal{L}}(\rho) = \rho^{-(3A-4)/2}\, \varphi_{nK}(\rho), \tag{2.3}$$

$$\varphi_{nK}(\rho) \equiv \varphi_n^{\mathcal{L}}(\rho) = (-)^n \sqrt{\frac{2\lambda n!}{\Gamma(n+\mathcal{L}+3/2)}}\, (\lambda\rho)^{\mathcal{L}+1} e^{-\frac{\lambda^2\rho^2}{2}}\, L_n^{\mathcal{L}+1/2}(\lambda^2\rho^2), \tag{2.4}$$

$\mathcal{L} = K + (3A-6)/2$; $L_n^{\alpha}(X)$ - присоединённый полином Лагерра;

$\lambda^{-1} = \sqrt{\hbar/(m\omega)}$ играет роль "радиуса осциллятора" и является свободным параметром, значение которого выбирается так, чтобы обеспечить достаточно быструю сходимость вычислительной схемы. Базис (2.2) ортонормирован:

$$\langle nK\gamma | n'K'\gamma'\rangle = \delta_{nn'}\, \delta_{\Gamma\Gamma'}, \tag{2.5}$$

т.е. $\int \varphi^*_{nK}(\rho)\, \varphi_{n'K}(\rho)\, d\rho = \delta_{nn'}$ (символом Г мы обозначаем совокупность квантовых чисел K, γ).

Очевидно, что уравнение Шредингера в гиперсферическом ОП принимает вид:

$$\sum_{n'K'\gamma'} \langle nK\gamma | H - E | n'K'\gamma'\rangle \langle n'K'\gamma' | E\beta\rangle = 0. \tag{2.6}$$

Здесь $H = T + V$. Матрица кинетической энергии T трёхдиагональна:

$$\langle n\kappa\gamma|T|n'\kappa'\gamma'\rangle = \frac{\hbar\omega}{2}\delta_{\Gamma\Gamma'}\Big[-\sqrt{(n+1)(n+\mathcal{L}+3/2)}\,\delta_{n+1,n'} + (2n+\mathcal{L}+3/2)\delta_{nn'} - \sqrt{n(n+\mathcal{L}+1/2)}\,\delta_{n-1,n'}\Big]. \tag{2.7}$$

В отличие от кинетической энергии, матричные элементы потенциальной энергии, которую мы представим в виде суммы потенциалов парного взаимодействия: $V = \sum\limits_{i<j} V(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$, не являются диагональными по индексам Г', Г (за исключением случая А=2 с центральными силами).

Одним из достоинств осцилляторного базиса в задаче ИМР является то, что в нём легко осуществляется переход от одного набора координат Якоби к другому - это существенно облегчает расчёт матричных элементов потенциальной энергии [2,12-14]. Система (2.6) представляет собой бесконечный набор линейных алгебраических уравнений на коэффициенты $\langle n\kappa\gamma|E\beta\rangle \equiv \langle n\Gamma|E\beta\rangle$ разложения (2.1). Дело, однако, упрощается тем, что при достаточно больших n матричные элементы потенциальной энергии $\langle n\Gamma|V|n'\Gamma'\rangle$ становятся малыми по сравнению с матричными элементами кинетической энергии $\langle n\Gamma|T|n'\Gamma'\rangle$(последние, как видно из (2.7), линейно растут с ростом n при $n \gg 1$). Поэтому при больших значениях n можно отбросить матричные элементы потенциальной энергии V, сохранив в области $n \gg 1$ матричные элементы кинетической энергии, т.е. можно положить

$$\langle n\Gamma|H|n'\Gamma'\rangle = \langle n\Gamma|T|n'\Gamma'\rangle\ , \text{ если } n > n_\Gamma \text{ или } n' > n_{\Gamma'}\ . \tag{2.8}$$

Конкретные значения величин n_Γ выбираются достаточно большими, такими, чтобы при их увеличении результаты расчётов основных характеристик системы не претерпевали существенных изменений.

В приближении (2.8) система уравнений (2.6) разбивается на две части: конечномерную "внутреннюю" область достаточно малых значений $n \leq n_\Gamma$ и бесконечномерную "внешнюю" или "асимптотическую" область с $n > n_\Gamma$, где учитываются лишь матричные элементы кинетической энергии и пренебрегается взаимодействием между частицами. Во внешней области в силу диагональности кинетической энергии по индексам Г, Г' уравнения на коэффициенты $\langle n\Gamma|E\beta\rangle$, отвечающие разным парциальным волнам Г, разделяются, и их можно решать независимо друг от друга. В этой области коэффициенты

$\langle n\Gamma|E\beta\rangle$ удовлетворяют трёхчленным рекуррентным соотношениям (ТРС):

$$\sqrt{n(n+\mathcal{L}+1/2)}\,\langle n-1,\Gamma|E\beta\rangle-(2n+\mathcal{L}+3/2-q^2)\langle n\Gamma|E\beta\rangle+ \\ +\sqrt{(n+1)(n+\mathcal{L}+3/2)}\,\langle n+1,\Gamma|E\beta\rangle=0. \tag{2.9}$$

Здесь $q = \varkappa/\lambda = \sqrt{2E/(\hbar\omega)}$. Соотношение (2.9) следует рассматривать как разностное уравнение 2-ого порядка, которое имеет, вообще говоря, два линейно независимых решения. Однозначный выбор решения уравнения (2.9) достигается наложением соответствующих асимптотических условий в каждой парциальной волне $\Gamma = K, \gamma$. В хорошо изученном случае обычного потенциального рассеяния (А=2) [4-9] матричные элементы гамильтониана диагональны по индексам Г, Г' (в этом случае К совпадает с сохраняющимся угловым моментом L) и решение в каждой парциальной волне может строиться независимо. Но в более общем случае ИМР ($A \geqslant 3$) матричные элементы гамильтониана Н уже не диагональны по Г, Г'. Поэтому решения в разных парциальных волнах $\Gamma = K, \gamma$ во "внутренней" области оказываются связанными друг с другом. В результате проблема ИМР приобретает характер задачи на связанные каналы. Отметим, что в случае бесструктурных фрагментов задача ИМР лишь формально представляет собой задачу связанных каналов, т.к. всем рассматриваемым "каналам" соответствует один и тот же физический канал, ибо они отвечают одному и тому же физическому процессу. Тем не менее, мы будем говорить о парциальной волне $\Gamma = K, \gamma$ как о канале Г и вводить в рассмотрение различные величины, используемые в теории многоканального рассеяния, например S-матрицу, связывающую решения в различных каналах Г, и т.п. Различные физические каналы также могут быть учтены в рамках нашего подхода.

3. Решения уравнения Шредингера в асимптотической области.

3а. Качественный анализ решений ТРС (2.9)

Во "внешней" области (т.е. при $n > n_r$) коэффициенты $\langle n\Gamma|E\beta\rangle$ разложения (2.I) в каждом канале Г удовлетворяют разностному уравнению 2-ого порядка (2.9). В этой области пренебрегается взаимодействием между частицами и поэтому (2.9) представляет собой свободное уравнение Шредингера в гиперсферическом ОП. Для него могут быть найдены точные решения. Однако прежде, чем получить их в явном виде, обсудим качественный характер ожидаемых решений. Для этого аппроксимируем разностное уравнение (2.9) дифференциальным уравнением второго порядка. С этой целью введём величину $Z = 2\sqrt{n + \mathcal{L}/2 + 3/4}$, которую будем рассматривать как непрерывную переменную, вместо коэффициентов разложения (2.I) используем функцию $\chi(Z) = Z^{1/2}\langle n\Gamma|E\beta\rangle$. Оставляя в (2.9) члены до второго порядка по $1/Z$ включительно, приходим к дифференциальному уравнению

$$\chi'' - \frac{\mathcal{L}(\mathcal{L}+1)}{Z^2} + q^2\chi = 0, \tag{3.I}$$

которое достаточно точно аппроксимирует ТРС (2.9) в области $Z \gg 1$.

Решения одномерного уравнения Шредингера (3.I) с центробежным потенциалом, отвечающим "моменту" $\mathcal{L}$ (напомним, что при чётном числе частиц A "момент" $\mathcal{L}$ - целый, а при нечётном A "момент" $\mathcal{L}$ - полуцелый), выражаются через линейную комбинацию функций Бесселя $J_{\mathcal{L}+1/2}(qZ)$ и Неймана $N_{\mathcal{L}+1/2}(qZ)$. В результате устанавливаем, что коэффициенты разложения (2.I) имеют следующее асимптотическое поведение в области $n \gg 1$:

$$\langle n\Gamma|E\beta\rangle \xrightarrow[n\to\infty]{} \alpha J_{\mathcal{L}+1/2}(qZ) + \beta N_{\mathcal{L}+1/2}(qZ) \xrightarrow[n\to\infty]{}$$
$$\xrightarrow[n\to\infty]{} \sqrt{\frac{2}{\pi q}}\, Z^{-1/2}\left[\alpha \sin(qZ - \pi\mathcal{L}/2) - \beta\cos(qZ - \pi\mathcal{L}/2)\right], \tag{3.2}$$

где α и β - константы, не зависящие от n. Численные значения констант α и β определяются поведением функции $\langle n\Gamma|E\beta\rangle$ при малых n, где уже нельзя использовать асимптотическое уравнение (2.9) и следует учитывать потенциальную энергию взаимодействия частиц (см. ниже §4).

Квазиклассические соображения работы [7], основанные на том, что при больших значениях n осцилляторные базисные функции ведут себя как δ-функции в классической точке поворота $\rho_{\text{пов.}} = Z/\lambda$, приводят нас к тому, что

$$\langle n\Gamma|E\beta\rangle \sim \Psi^{\mathcal{L}}_{E\beta}(Z/\lambda), \tag{3.3}$$

где $\Psi^{\mathcal{L}}_{E\beta}(\rho)$ - волновая функция системы в координатном представлении. Отсюда следует, что в координатном пространстве набору величин $\langle n\Gamma|E\beta\rangle$ с асимптотикой (3.2) соответствуют радиальные волновые функции с асимптотикой вида

$$\Psi^{\mathcal{L}}_{E\beta}(\rho) = \sum_n \langle n\Gamma|E\beta\rangle R^{\mathcal{L}}_n(\rho) \xrightarrow[\rho\to\infty]{} G\sqrt{\varkappa\rho}\left[\alpha J_{\mathcal{L}+1/2}(\varkappa\rho) + \beta N_{\mathcal{L}+1/2}(\varkappa\rho)\right] \xrightarrow[\rho\to\infty]{}$$

$$\underset{\rho\to\infty}{\longrightarrow} G\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\alpha\sin(\varkappa\rho-\pi\mathcal{L}/2)-\beta\cos(\varkappa\rho-\pi\mathcal{L}/2)\right], \tag{3.2a}$$

где G - нормировочная константа, волновой вектор $\varkappa = q\lambda$. Таким образом, величина $\varphi = \operatorname{arctg}(\beta/\alpha)$ имеет смысл фазы ИМР в данной парциальной волне Г. Если один из коэффициентов α или β является мнимым, то (3.2a) соответствует сходящимся или расходящимся сферическим волнам в парциальной волне Г. Из (3.2)-(3.2a) видно, что если мы хотим получить решение ТРС (2.9), приводящее к асимптотике $J_{\mathcal{L}+1/2}(\varkappa\rho)$ для координатной волновой функции, то нужно требовать, чтобы $\langle n\Gamma|E\beta\rangle \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} J_{\mathcal{L}+1/2}(qz)$, а решение с координатной асимптотикой $N_{\mathcal{L}+1/2}(\varkappa\rho)$ получается, если ТРС (2.9) дополнить асимптотическим условием $\langle n\Gamma|E\beta\rangle \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} N_{\mathcal{L}+1/2}(qz)$. К получению явного вида решений ТРС (2.9) с такой асимптотикой (а также типа сходящихся и расходящихся сферических волн $H^{(1,2)}_{\mathcal{L}+1/2}(qz)$, где $H^{(1,2)}_{\nu}(z)$ - функции Ханкеля) мы и перейдём.

3б. Фундаментальные системы решений свободного уравнения Шредингера в гиперсферическом осцилляторном представлении.

Рассмотрим величины $S_n^{\mathcal{L}}(q)$, $C_n^{\mathcal{L}}(q)$ и $C_n^{\mathcal{L}(\pm)}(q)$, определяемые выражениями:

$$S_n^{\mathcal{L}}(q) = \sqrt{\frac{2\,n!}{\lambda\Gamma(n+\mathcal{L}+3/2)}}\; q^{\mathcal{L}+1} e^{-q^2/2} L_n^{\mathcal{L}+1/2}(q^2), \tag{3.4}$$

$$C_n^{\mathcal{L}}(q) = -\frac{2q}{\pi S_0^{\mathcal{L}}(q)}\int_0^{\infty}\frac{S_0^{\mathcal{L}}(q')S_n^{\mathcal{L}}(q')}{q^2-q'^2}\,dq', \tag{3.5}$$

$$C_n^{\mathcal{L}(+)}(q) = -\frac{2q}{\pi S_0^{\mathcal{L}}(q)}\int_0^{\infty}\frac{S_0^{\mathcal{L}}(q')S_n^{\mathcal{L}}(q')}{q^2-q'^2+i\varepsilon}\,dq', \tag{3.6}$$

$$C_n^{\mathcal{L}(-)}(q) = -\frac{2q}{\pi S_0^{\mathcal{L}}(q)}\int_0^{\infty}\frac{S_0^{\mathcal{L}}(q')S_n^{\mathcal{L}}(q')}{q^2-q'^2-i\varepsilon}\,dq'. \tag{3.7}$$

В выражениях (3.6)-(3.7) добавка типа $\pm i\varepsilon$ указывает направление обхода полюсов, а интеграл в (3.5) следует вычислять в смысле главного значения. Покажем, что $S_n^{\mathcal{L}}(q)$, $C_n^{\mathcal{L}}(q)$ и $C_n^{\mathcal{L}(\pm)}(q)$ являются решениями разностного уравнения (2.9).

Тот факт, что $S_n^{\mathcal{L}}(q)$ удовлетворяет (2.9), непосредственно следует из рекуррентного соотношения для полиномов Лагерра. Используя это, прямой подстановкой (3.5)-(3.7) в (2.9) убеждаемся в том, что $C_n^{\alpha}(q)$, $C_n^{\alpha(+)}(q)$ и $C_n^{\alpha(-)}(q)$ также удовлетворяют (2.9) при $n > 0$, а точнее, неоднородному разностному уравнению 2-ого порядка

$$\sqrt{n(n+\alpha+1/2)}\, A_{n-1}^{\alpha}(q) - (2n+\alpha+3/2-q^2) A_n^{\alpha}(q) + \\ + \sqrt{(n+1)(n+\alpha+3/2)}\, A_{n+1}^{\alpha}(q) = -\frac{2q}{\lambda\pi S_0^{\alpha}(q)}\,\delta_{n0}, \tag{3.8}$$

где $A_n^{\alpha}(q)$ равно $C_n^{\alpha}(q)$, $C_n^{\alpha(+)}(q)$ или $C_n^{\alpha(-)}(q)$.

Отметим, что $C_n^{\alpha}(q)$ можно выразить через функции Лагерра 2-ого рода $Q_n^{\alpha}(z)$ [15,16]:

$$C_n^{\alpha}(q) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2n!}{\lambda\Gamma(n+\alpha+3/2)}}\, q^{\alpha+1} e^{-q^2/2} Q_n^{\alpha+1/2}(q^2). \tag{3.9}$$

Соотношение (3.9) следует из (3.4)-(3.5) и интегрального представления для $Q_n^{\alpha}(z)$ [15,16]:

$$Q_n^{\alpha}(z) = \frac{1}{z^{\alpha} e^{-z}} \int_0^{\infty} \frac{t^{\alpha} e^{-t} L_n^{\alpha}(t)}{t-z}\, dt. \tag{3.10}$$

С помощью формулы Сохоцкого

$$\frac{1}{x \pm i\varepsilon} = \mp i\pi\delta(x) + \mathcal{P}\frac{1}{x} \tag{3.11}$$

получаем связь решений (3.4)-(3.7) друг с другом:

$$C_n^{\alpha(\pm)}(q) = C_n^{\alpha}(q) \pm i S_n^{\alpha}(q). \tag{3.12}$$

Любая пара решений (3.4)-(3.7) уравнения (2.9) является линейно независимой и образует фундаментальную систему решений. Чтобы убедиться в этом, следует вычислить, так называемый, определитель Казоратти [17], играющий в теории разностных уравнений роль вронскиана, и показать, что он не обращается тождественно в нуль при любых значениях n. Определитель Казоратти двух решений u_n и v_n разностного уравнения 2-ого порядка

$$\mathcal{K}_n(u,v) = u_{n+1} v_n - u_n v_{n+1}. \tag{3.13}$$

Для вычисления $\mathcal{K}_n(C^{\alpha}, S^{\alpha})$ следует воспользоваться суммой Кристоффеля-Дарбу для полиномов Лагерра [18]:

$$\frac{(n+1)!}{\Gamma(n+\alpha+1)(x-y)}\left[L_n^{\alpha}(x) L_{n+1}^{\alpha}(y) - L_{n+1}^{\alpha}(x) L_n^{\alpha}(y)\right] = \sum_{m=0}^{n} \frac{m!}{\Gamma(m+\alpha+1)} L_m^{\alpha}(x) L_m^{\alpha}(y) \tag{3.14}$$

и свойством ортогональности $S_n^{\alpha}(q)$:

$$\int_0^\infty S_n^{\mathcal{L}}(q)\, S_{n'}^{\mathcal{L}}(q)\, dq = \lambda^{-1}\delta_{nn'}. \qquad (3.15)$$

В итоге получаем

$$\mathcal{K}_n(C^{\mathcal{L}}, S^{\mathcal{L}}) = -\frac{2q}{\pi\lambda\sqrt{(n+1)(n+\mathcal{L}+3/2)}}\,. \qquad (3.16)$$

Используя (3.12), теперь несложно вычислить

$$\mathcal{K}_n(C^{\mathcal{L}(\pm)}, S^{\mathcal{L}}) = \mp i\,\mathcal{K}_n(C^{\mathcal{L}(\pm)}, C^{\mathcal{L}}) = \frac{i}{2}\mathcal{K}_n(C^{\mathcal{L}(+)}, C^{\mathcal{L}(-)}) = \mathcal{K}_n(C^{\mathcal{L}}, S^{\mathcal{L}}). \qquad (3.17)$$

Исследуем вопрос о том, каким асимптотикам в координатном пространстве соответствуют решения (3.4)-(3.7).

Решение $S_n^{\mathcal{L}}(q)$

Разностное уравнение (2.9), которому удовлетворяет $S_n^{\mathcal{L}}(q)$, является свободным уравнением Шредингера в ОП для парциальной волны с гипермоментом К.

В координатном представлении свободное радиальное уравнение Шредингера имеет вид

$$\left[-\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{\mathcal{L}(\mathcal{L}+1)}{\rho^2} - \varkappa^2\right]\chi^{cl}_{\kappa\gamma}(\rho) = 0. \qquad (3.18)$$

Регулярным решением уравнения (нормированным на δ -функцию по $\varkappa$) является $\chi^{cl}_{\kappa\gamma}(\rho) = \sqrt{\varkappa\rho}\; J_{\mathcal{L}+1/2}(\varkappa\rho)$. Осцилляторные функции в импульсном представлении $S_n^{\mathcal{L}}(q)$ являются коэффициентами разложения функции $\chi^{cl}_{\kappa\gamma}(\rho)$ по радиальным осцилляторным функциям (2.4), т.е.

$$\sum_{n=0}^{\infty} S_n^{\mathcal{L}}(q)\, f_n^{\mathcal{L}}(\rho) = \chi^{cl}_{\kappa\gamma}(\rho) = \sqrt{\varkappa\rho}\, J_{\mathcal{L}+1/2}(\varkappa\rho) \xrightarrow[\rho\to\infty]{} \sqrt{\tfrac{2}{\pi}}\sin\left(\varkappa\rho - \frac{\pi\mathcal{L}}{2}\right). \qquad (3.19)$$

Для доказательства (3..) достаточно вычислить интеграл

$$S_n^{\mathcal{L}}(q) = \int_0^\infty \sqrt{\varkappa\rho}\, J_{\mathcal{L}+1/2}(\varkappa\rho)\, f_n^{\mathcal{L}}(\rho)\, d\rho \qquad (3.20)$$

и убедиться, что полученное выражение совпадает с (3.4).

Решения $C_n^{\mathcal{L}}(q)$, $C_n^{\mathcal{L}(\pm)}(q)$

$C_n^{\mathcal{L}}(q)$ и $C_n^{\mathcal{L}(\pm)}(q)$ удовлетворяют неоднородному разностному уравнению 2-ого порядка (3.8). В координатном пространстве этому уравнению отвечает неоднородное уравнение Шредингера

$$\left[-\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{\mathcal{L}(\mathcal{L}+1)}{\rho^2} - \varkappa^2\right]\chi_{\kappa\gamma}(\rho) = \frac{2\varkappa}{\pi S_0^{\mathcal{L}}(q)}\, f_0^{\mathcal{L}}(\rho)\,. \qquad (3.21)$$

Для решения уравнения (3.21) используем аппарат функций Грина. Т.к. $\chi^{cl}_{\kappa\gamma}(\rho)$ составляют полный набор решений свободного уравнения Шредингера (3.18) и нормированы на δ-функцию от $\varkappa$, то функцию Грина можно записать в виде

$$G_E^{(\pm)}(\rho,\rho') = -\int_0^\infty \frac{t\sqrt{\rho\rho'}\,J_{\ell+1/2}(t\rho)J_{\ell+1/2}(t\rho')}{\varkappa^2 - t^2 \pm i\varepsilon}\,dt. \tag{3.22}$$

Вычисляя этот интеграл, получим

$$G_E^{(+)}(\rho,\rho') = \frac{i\pi}{2}\sqrt{\rho\rho'}\,J_{\ell+1/2}(\varkappa\rho_<)\,H^{(1)}_{\ell+1/2}(\varkappa\rho_>), \tag{3.23}$$

$$G_E^{(-)}(\rho,\rho') = -\frac{i\pi}{2}\sqrt{\rho\rho'}\,J_{\ell+1/2}(\varkappa\rho_<)\,H^{(2)}_{\ell+1/2}(\varkappa\rho_>), \tag{3.24}$$

где под $\rho_>$ ($\rho_<$) подразумевается большая (меньшая) из величин ρ, ρ'.

Рассмотрим частные решения уравнения (3.21):

$$\chi^{(\pm)}_{\kappa\gamma}(\rho) = \frac{2\varkappa}{\pi S_0^{\ell}(q)}\int_0^\infty G_E^{(\pm)}(\rho,\rho')\,\varphi_0^{\ell}(\rho')\,d\rho'. \tag{3.25}$$

С помощью (3.20) и (3.23)-(3.24) легко вычислить асимптотики:

$$\chi^{(+)}_{\kappa\gamma}(\rho) \xrightarrow[\rho\to\infty]{} i\sqrt{\varkappa\rho}\,H^{(1)}_{\ell+1/2}(\varkappa\rho) \xrightarrow[\rho\to\infty]{} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,e^{i(\varkappa\rho-\pi\ell/2)}, \tag{3.26}$$

$$\chi^{(-)}_{\kappa\gamma}(\rho) \xrightarrow[\rho\to\infty]{} -i\sqrt{\varkappa\rho}\,H^{(2)}_{\ell+1/2}(\varkappa\rho) \xrightarrow[\rho\to\infty]{} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,e^{-i(\varkappa\rho-\pi\ell/2)}. \tag{3.27}$$

Найдём коэффициенты $B_n^{(\pm)}(q)$ разложения

$$\chi^{(\pm)}_{\kappa\gamma}(\rho) = \sum_n B_n^{(\pm)}(q)\,\varphi_n^{\ell}(\rho), \tag{3.28}$$

для чего следует вычислить интеграл:

$$B_n^{(\pm)}(q) = \int_0^\infty \chi^{(\pm)}_{\kappa\gamma}(\rho)\,\varphi_n^{\ell}(\rho)\,d\rho. \tag{3.29}$$

Подставляя (3.25) в (3.29) и учитывая (3.22) и (3.20), получим для $B_n^{(\pm)}(q)$ выражения, в точности совпадающие с (3.6)-(3.7).

Таким образом, физический смысл $C_n^{\ell(\pm)}(q)$ заключается в том, что ряды $\sum_n C_n^{\ell(\pm)}(q)\,\varphi_n^{\ell}(\rho)$ сходятся к функциям, которые при $\rho\to\infty$ имеют асимптотику типа сходящихся или расходящихся волн:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n^{\ell(\pm)}(q)\,\varphi_n(\rho) \xrightarrow[\rho\to\infty]{} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,e^{\pm i(\varkappa\rho-\pi\ell/2)}. \tag{3.30}$$

Аналогично, с помощью функции Грина

$$G_E^{V.P.}(\rho,\rho') = \frac{1}{2}\left(G_E^{(+)}(\rho,\rho') + G_E^{(-)}(\rho,\rho')\right)$$

можно показать, что

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n^{\prime}(q)\, f_n^{\alpha}(\rho) \xrightarrow[\rho\to\infty]{} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos(\varkappa\rho - \pi\alpha/2). \tag{3.31}$$

Связанные состояния

До сих пор мы исследовали решения во "внешней" области для состояний с положительной энергией. В случае связанных состояний энергия $E<0$, и мы приходим к исследованию во "внешней" области уравнения (2.9), в котором следует положить $q^2<0$, т.е. следует считать q чисто мнимым.

Рассмотрим, к чему приведёт аналитическое продолжение в комплексную плоскость решений (3.4)-(3.7) уравнения (2.9). Для решения (3.4) аналитическое продолжение выполняется без труда, причём при $\rho\to\infty$ асимптотическое поведение ряда $\sum_{n=0}^{\infty} C_n^{\alpha}(i|q|)\, f_n^{\alpha}(\rho)$ определяется суммой экспоненциально растущего и экспоненциально убывающего членов. Что касается решений (3.5)-(3.7), то совершенно ясно, что при чисто мнимом q между ними пропадает какое-либо различие. Смысл добавки $\pm i\varepsilon$ в выражениях (3.6)-(3.7) теперь, очевидно, сводится к тому, что она определяет выбор знака в формуле $q=\pm i\sqrt{2|E|/(\hbar\omega)}$. В результате мы приходим к выводу, что каждое из решений (3.5)-(3.7) при чисто мнимом q обладает тем свойством, что ряды $\sum_{n=0}^{\infty} C_n^{\alpha}(i|q|)\, f_n^{\alpha}(\rho)$ при $\rho\to\infty$ не содержат экспоненциально растущих членов. Таким образом, именно эти решения и следует "сшивать" с решениями во "внутренней" области для связанных состояний системы. Приведём явную формулу для их вычисления:

$$C_n^{\alpha}(i|q|) = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{2n!}{\lambda\Gamma(n+\alpha+3/2)}}\, |q|^{-\alpha} e^{-|q|^2/2}\int_0^{\infty}\frac{t^{2\alpha+2}e^{-t^2}L_n^{\alpha+1/2}(t^2)\,dt}{|q|^2+t^2} \tag{3.32}$$

3в. О нахождении численных значений $S_n^{\alpha}(q)$, $C_n^{\alpha}(q)$ и $C_n^{\alpha(\pm)}(q)$

Наиболее эффективным методом вычисления численных значений решений (3.4)-(3.7) при произвольных n представляется непосредственное использование рекуррентных соотношений (2.9) (для $S_n^{\alpha}(q)$) и (3.8) (для решений (3.5)-(3.7)). При этом для определения начальных значений следует воспользоваться соотношениями:

$$L_{-1}^{\alpha}(x) = 0, \quad L_0^{\alpha}(x) = 1. \tag{3.33}$$

В результате $S_{-1}^{\alpha}(q)=C_{-1}^{\alpha}(q)=C_{-1}^{\alpha(\pm)}(q)=0$. Значение $S_0^{\alpha}(q)$ получим непосредственно из (3.4) при помощи (3.33), а для вычисления $G_0^{\alpha}(q)$ и $G_0^{\alpha(\pm)}(q)$ следует вычислить интеграл, определяемый выражениями (3.5)-(3.7) с учётом (3.33). Отметим, что интеграл (3.5) (при $n=0$) можно выразить при нечётном А через интегральную экспоненту, а при чётном А - через функцию ошибок. (См. по этому поводу работу [8]).

Аналогичным образом можно вычислять и решение (3.32) для связанных состояний.

4. Построение полной волновой функции ИМР.

4а. Условия "сшивания" решений во "внутренней" и "внешней" областях

Мы построили фундаментальную систему решений во "внешней" области, т.е. при $n > n_r$. Теперь нам следует рассмотреть вопрос о связи этих решений с решениями во "внутренней" области. С этой целью ниже дано обобщение на случай ИМР результатов работ [4,19], касающихся сшивки решений во "внутренней" и "внешней" областях в многоканальном случае.

Уравнение Шредингера в гиперсферическом ОП сводится к системе линейных алгебраических уравнений (2.6). Рассмотрим те из уравнений этой системы, в которых индекс $n \leq n_r$. С учётом (2.7) и (2.8) их можно записать в виде

$$\sum_{\Gamma', n' \leq n_r} \langle n\Gamma | H - E | n'\Gamma' \rangle \langle n'\Gamma' | E\beta \rangle = \\ = - \langle n_r \Gamma | T | n_r + 1, \Gamma \rangle \langle n_r + 1, \Gamma | E\beta \rangle \delta_{n n_r} . \tag{4.1}$$

Будем считать, что система однородных уравнений (4.1) решена, т.е. найдены собственные значения E_λ и собственные векторы $\langle n\Gamma|\lambda\rangle$ обрезанной матрицы гамильтониана H $(n \leq n_r)$. Тогда коэффициенты $\langle n\Gamma|E\beta\rangle$ для "внутренней" области несложно выразить через набор коэффициентов $\langle n_r+1, \Gamma | E\beta\rangle$:

$$\langle n\Gamma|E\beta\rangle = \sum_{\Gamma'} \langle n\Gamma | \mathcal{P} | n_{r'}+1, \Gamma'\rangle \langle n_{r'}+1, \Gamma' | E\beta\rangle , \tag{4.2}$$

где

$$\langle n\Gamma | \mathcal{P} | n_{r'}+1, \Gamma'\rangle = \langle n\Gamma | \mathcal{G} | n_{r'} \Gamma'\rangle \langle n_{r'} \Gamma' | T | n_{r'}+1, \Gamma'\rangle , \tag{4.3}$$

$$\langle n\Gamma | \mathcal{G} | n_{r'} \Gamma'\rangle = \sum_{\lambda} \frac{\langle n\Gamma|\lambda\rangle \langle \lambda | n_{r'} \Gamma'\rangle}{E - E_\lambda} . \tag{4.4}$$

Соотношения (4.2)-(4.4) позволяют вычислить волновую функцию во "внутренней" области (при $n \leq n_\Gamma$), если известно решение во "внешней" области. С другой стороны, коэффициент $\langle n_\Gamma \Gamma | E\beta \rangle$ соотношением (2.9) связан со всеми коэффициентами $\langle n \Gamma | E\beta \rangle$ во "внешней" области и аналогичным образом выражается через фундаментальную систему решений уравнения (2.9). Поэтому, полагая в (4.2) $n = n_\Gamma$, получим систему уравнений для определения решений во "внешней" области. Ниже мы подробнее исследуем процедуру построения волновой функции отдельно для дискретного и непрерывного спектров.

4б. Дискретный спектр

Для состояний дискретного спектра волновая функция должна экспоненциально затухать при $\rho \to \infty$. Поэтому в каждом канале во "внешней" области коэффициенты $\langle n \Gamma | E\beta \rangle$ разложения (2.I) пропорциональны $C_n^{\alpha}(i|q|)$ (см. (3.32)). Обозначая через $(-S_{\Gamma\Gamma}/\sqrt{\varkappa})$ коэффициент пропорциональности в канале Г, получим при $n \geq n_\Gamma$:

$$\langle n \Gamma | E\beta \rangle = -\frac{1}{\sqrt{\varkappa}} S_{\Gamma\Gamma} C_n^{\alpha}(i|q|). \tag{4.5}$$

Подставляем (4.5) в (4.2), где полагаем $n = n_\Gamma$ и для простоты считаем, что величина $\varkappa = |q|\lambda$ во всех каналах одинакова:

$$S_{\Gamma\Gamma} C_{n_\Gamma}^{\alpha}(i|q|) = \sum_{\Gamma'} \langle n_\Gamma \Gamma | P | n_{\Gamma'}+1, \Gamma' \rangle S_{\Gamma'\Gamma'} C_{n_{\Gamma'}+1}^{\alpha}(i|q|). \tag{4.6}$$

Соотношения (4.6) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений на коэффициенты $S_{\Gamma\Gamma}$. Условие разрешимости этой системы имеет вид

$$\det A = 0, \tag{4.7}$$

где элементы матрицы А задаются выражениями:

$$[A]_{\Gamma\Gamma'} = \langle n_\Gamma \Gamma | P | n_{\Gamma'}+1, \Gamma' \rangle C_{n_{\Gamma'}+1}^{\alpha}(i|q|) - \delta_{\Gamma\Gamma'} C_{n_\Gamma}^{\alpha}(i|q|). \tag{4.8}$$

Условие (4.7) следует рассматривать как уравнение для определения уровней энергии системы (от энергии зависят не только величины $C_n^{\alpha}(i|q|)$, но и матрица $\langle n_\Gamma \Gamma | P | n_{\Gamma'}+1, \Gamma' \rangle$ – см. (4.3)-(4.4)). Полученный таким образом набор уровней дискретного спектра уточняет значения E_λ, полученные в результате диагонализации обрезанной матрицы гамильтониана.

Для каждого уровня дискретного спектра из системы уравнений (4.6) находим коэффициенты $S_{\Gamma\Gamma}$, после чего с помощью (4.5) и (4.2) получаем волновую функцию. Т.к. набор коэффициентов $S_{\Gamma\Gamma}$ можно определить только с точностью до общего множителя, то волновую функцию следует отнормировать.

4в. Непрерывный спектр

В непрерывном спектре решение во "внешней" области будем строить в виде суперпозиции расходящихся и сходящихся волн (т.е. решений (3.6) и (3.7) соответственно). Пусть сходящаяся волна имеется только в канале Г', а расходящиеся волны - во всех каналах. Тогда при $n \geqslant n_r$:

$$\langle n\Gamma | E\beta \rangle = \frac{1}{\sqrt{\varkappa}} \left(\delta_{\Gamma\Gamma'} C_n^{\mathcal{L}(-)}(q) - C_n^{\mathcal{L}(+)}(q) \left[S \right]_{\Gamma\Gamma'} \right), \tag{4.9}$$

где $[S]_{\Gamma\Gamma'}$ по своему смыслу аналогичны матричным элементам S -матрицы. Подобно тому,как было получено в (4.6),получаем уравнение для определения S-матрицы:

$$A^s S = B^s , \tag{4.10}$$

где матрицы A^s и B^s имеют следующие элементы:

$$[A^s]_{\Gamma'\Gamma} = \langle n_r \Gamma' | P | n_r+1, \Gamma \rangle C_{n_r+1}^{\mathcal{L}(+)}(q) - \delta_{\Gamma\Gamma'} C_{n_r}^{\mathcal{L}(+)}(q), \tag{4.11}$$

$$[B^s]_{\Gamma'\Gamma} = \langle n_r \Gamma' | P | n_r+1, \Gamma \rangle C_{n_r+1}^{\mathcal{L}(-)}(q) - \delta_{\Gamma\Gamma'} C_{n_r}^{\mathcal{L}(-)}(q). \tag{4.12}$$

Таким образом,

$$S = (A^s)^{-1} B^s . \tag{4.13}$$

Здесь, как и в (4.6), полагалась, что импульсы $\varkappa$ во всех каналах одинаковы. Вычислив S -матрицу, с помощью решений (3.6)-(3.7) строим волновую функцию с требуемой асимптотикой сначала во "внешней", а затем, используя (4.2), и во "внутренней" областях. При этом следует помнить, что решения (3.6)-(3.7) соответствуют нормировке на δ-функцию от импульса $\varkappa = q\lambda$.

С точки зрения численных расчётов вместо непосредственного вычисления S -матрицы по формуле (4.13), в которую входят комплексные матрицы (4.11) и (4.12), эффективнее предварительно вычислить так называемую К-матрицу. К-матрица действительна, и она соответствует использованию вместо (4.9) выражения

$$\langle n\Gamma | E\beta \rangle = \frac{1}{\sqrt{\varkappa}} \left(\delta_{\Gamma\Gamma'} C_n^{\mathcal{L}}(q) - S_n^{\mathcal{L}}(q) \left[K \right]_{\Gamma\Gamma'} \right). \tag{4.14}$$

Вводя матрицы

$$[A^K]_{\Gamma'\Gamma} = \langle n_\Gamma, \Gamma' | P | n_\Gamma + 1, \Gamma \rangle S^{\mathcal{L}}_{n_\Gamma+1}(q) - \delta_{\Gamma'\Gamma} S^{\mathcal{L}}_{n_\Gamma}(q), \tag{4.15}$$

$$[B^K]_{\Gamma'\Gamma} = \langle n_\Gamma, \Gamma' | P | n_\Gamma + 1, \Gamma \rangle C^{\mathcal{L}}_{n_\Gamma+1}(q) - \delta_{\Gamma\Gamma'} C^{\mathcal{L}}_{n_\Gamma}(q), \tag{4.16}$$

получаем

$$K = (A^K)^{-1} B^K. \tag{4.17}$$

Теперь для вычисления S-матрицы используем

$$S = (\hat{1} + iK)(iK - \hat{1})^{-1}, \tag{4.18}$$

где под $\hat{1}$ подразумевается единичная матрица. В (4.18) можно выделить действительную и мнимую части:

$$Re S = \hat{1} - 2(1 + K^2)^{-1}, \tag{4.18а}$$

$$Im S = -2K(1 + K^2)^{-1}. \tag{4.18б}$$

Отметим, что из (4.13) следует, что полюса S-матрицы в комплексной плоскости могут быть найдены путём решения уравнения

$$det A^S = 0, \tag{4.19}$$

где A^S определяется выражением (4.11). При этом уравнение (4.7), определяющее энергию связанных состояний системы, очевидно, является частным случаем (4.19) для полюсов S-матрицы, расположенных на мнимой оси.

В рамках предлагаемого подхода может быть построена волновая функция в приближении ИМР, в которой учтено большое количество компонент с различными значениями гипермомента К. Однако из-за высокого центробежного барьера $\mathcal{L}(\mathcal{L}+1)/\rho^2 = (K + \frac{3A-6}{2})(K + \frac{3A-4}{2})/\rho^2$ учёт каналов с большими значениями К во "внешней" области, видимо, будет не существенным. Поэтому можно в качестве простейшего "минимального" приближения учесть во "внешней" области только один канал с $K = K_{min}$ (см., например, по этому поводу [20], где исследуется фоторазвал ^{12}C на три α-частицы). Минимальное приближение соответствует учёту связи открытого канала с $K = K_{min}$ с искусственно закрытыми каналами с $K > K_{min}$, если во "внутренней" области в разложение волновой функции включаются компоненты с $K > K_{min}$. В этом случае упростится вычисление многих величин. В частности, для коэффициентов $\langle n\Gamma | E\rho \rangle$ разложения (2.1) во "внешней" области можно использовать выражение

$$\langle n\Gamma | E\beta\rangle = \left[\cos\delta\ S_n^{\mathcal{L}_0}(q) + \sin\delta\ C_n^{\mathcal{L}_0}(q)\right]\delta_{K\,K_{min}}, \tag{4.20}$$

где δ -фаза ИМР, $\mathcal{L}_0 = K_{min} + \frac{3A-6}{2}$. Условия "сшивания" тогда приводят к следующему соотношению для определения фазы δ :

$$tg\,\delta = -\frac{S_\nu^{\mathcal{L}_0}(q) - S_{\nu+1}^{\mathcal{L}_0}(q)\,\mathcal{P}_0}{C_\nu^{\mathcal{L}_0}(q) - C_{\nu+1}^{\mathcal{L}_0}(q)\,\mathcal{P}_0}, \tag{4.21}$$

где $\nu = n_{\Gamma_0}$, $\mathcal{P}_0 = \langle \nu\Gamma_0 | P | \nu+1, \Gamma_0\rangle$, $\Gamma_0 = K_{min}, \gamma$.

Заключение

Выше получены все необходимые выражения для построения волновой функции системы нескольких частиц в дискретном или в непрерывном спектре в приближении ИМР. Существенное достоинство предлагаемого подхода заключается в том, что наиболее трудоёмкую часть - построение и диагонализацию обрезанной матрицы гамильтониана - необходимо провести только один раз, после чего волновая функция может быть вычислена при любой заданной энергии. В рамках изложенной схемы в работе [21] исследованы 0^+ состояния ядра ^{12}C в α-частичной модели (расчёты проводились в "минимальном" приближении, матричные элементы гамильтониана вычислялись методами работ [22-23]).

Авторы благодарны Н.А.Свешникову, С.К.Суслову и Г.Ф.Филиппову за стимулирующие дискуссии.

Литература

1. Меркурьев С.П., Фаддеев Л.Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. - М.: Наука, 1985, 400 с.
2. Джибути Р.И., Крупенникова Н.Б. Метод гиперсферических функций в квантовой механике нескольких тел. - Тбилиси, Мецниереба, 1984, 180 с.
3. Джибути Р.И. Полный развал лёгких ядер элементарными частицами. - ЭЧАЯ, 1983, т. 14, вып. 4, с. 741-772.
4. Yamani H.A., Fishman L. J-matrix method: Extensions to arbitrary angular momentum and to Coulomb scattering. - J.Math. Phys., 1975, v. 16, No 2, p. 410-420.
5. Broad J.T. Gauss quadrature generated by diagonalization of H in finite L^2 basis. - Phys.Rev. A, 1978, v. 18, No 3, p. 1012-1027.

6. Филиппов Г.Ф., Охрименко И.П. О возможности использования осцилляторного базиса для решения задач непрерывного спектра. - ЯФ, 1980, т. 32, вып. 4(10), с. 932-939.
7. Филиппов Г.Ф. Об учёте правильной асимптотики в разложениях по осцилляторному базису. - ЯФ, 1981, т. 33, вып. 4, с. 928-931.
8. Smirnov Yu.F., Nechaev Yu.I. The elements of scattering theory in the harmonic oscillator representation. - Kinam, 1982, v. 4, p. 445-458.
9. Revai J., Sotona M., Žofka J. Note on the use of harmonic-oscillator wavefunctions in scattering calculations. - J. Phys. G: Nucl.Phys., 1985, v. 11, No. 4, p. 745-749.
10. Филиппов Г.Ф., Василевский В.С., Нестеров А.В. О структуре монопольных резонансов лёгких атомных ядер. - ЯФ, 1984, т. 40, вып. 6(12), с. 1418-1429.
11. Okhrimenko I.P. Allowance for the Coulomb interaction in the framework of an algebraic version of the resonating group method. - Nucl.Phys. A, 1984, v. 426, No. 1, p. 121-142.
12. Филиппов Г.Ф., Василевский В.С., Чоповский Л.Л. Обобщённые когерентные состояния в задачах ядерной физики. - ЭЧАЯ, 1984, т. 15, вып. 6, с. 1338-1385.
13. Филиппов Г.Ф., Василевский В.С., Чоповский Л.Л. Решение задач микроскопической теории ядра на основе техники обобщённых когерентных состояний. - ЭЧАЯ, 1985, т. 16, вып. 2, с. 349-406.
14. Смирнов Ю.Ф., Шитикова К.В., Метод К-гармоник и модель оболочек. - ЭЧАЯ, 1977, т. 8, вып. 4, с. 847-910.
15. Уваров В.Б. Теория второго решения дифференциального уравнения для классических ортогональных полиномов. - ДАН СССР, 1959, т. 125, № 2, с. 281-284.
16. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Специальные функции математической физики. - М.: Наука, 1984, 344 с.
17. Миролюбов А.А., Солдатов М.А. Линейные однородные разностные уравнения. - М.: Наука, 1981, 208 с.
18. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. - М.: Наука, 1974, т. 2, 296 с.
19. Broad J.T., Reinhardt W.P. J-matrix method multichannel scattering and photoionization. - J.Phys. B: Atom. Molec.

Phys., 1976, v. 9, No. 9, p. 1491-1502.

20. Джибути Р.И., Крупенникова Н.Б., Томчинский В.Ю. Теория фоторазвала ядра ^{12}C на три α-частицы в гиперсферическом базисе. - ЯФ, 1978, т. 28, вып. 1(7), с. 30-38.
21. Михелашвили Т.Я., Смирнов Ю.Ф., Широков А.М. Учёт влияния непрерывного спектра на монопольные возбуждения ядра ^{12}C как системы трёх α-частиц. Препринт ин-та физики АН ГССР ЯФ-4, Тбилиси, 1986, 26 с.
22. Джибути Р.И., Михелашвили Т.Я., Шитикова К.В. Изучение монопольных возбуждённых состояний ядра ^{12}C в 3 α-частичной модели. - Изв. АН СССР, сер. физ., 1986, т. 50, № 10, с. 1967-1973.
23. Джибути Р.И., Михелашвили Т.Я., Шитикова К.В. Изучение монопольных возбуждённых состояний ядра ^{12}C в 3 α-частичной модели. - ЯФ, 1987, т. 45, вып. 2, с. 345-349.

Рукопись поступила 1 апреля 1988 года

Юрий Федорович Смирнов
Андрей Михайлович Широков

Теория истинно многочастичного рассеяния в осцилляторном представлении

Утверждено к печати ученым советом
Института теоретической физики АН УССР

Редактор А.И.Королева Техн.редактор Е.А.Бунькова
БФ 10431 Зак. 548 Формат 60x84/16. Уч.-изд.л. 1,16
Подписано к печати 25.05.1988 года. Тираж 200. Цена 7 коп.
Полиграфический участок Института теоретической физики АН УССР

Препринты Института теоретической физики АН УССР рассылаются научным организациям и отдельным ученым на основе взаимного обмена.

Наш адрес: 252130, Киев-130
ИТФ АН УССР
Информационный отдел

The preprints of the Institute for Theoretical Physics are distributed to scientific institutions and individual scientists on the mutual exchange basis.

Our address:
Information Department
Institute for Theoretical Physics
252130, Kiev-130, USSR