



ANAIS		PROCEEDINGS
	<p>5º SIMPÓSIO BRASILEIRO SOBRE TUBULAÇÕES E VASOS DE PRESSÃO</p> <p>1º SIMPÓSIO LATINOAMERICANO SOBRE TUBERIAS Y RECIPIENTES DE PRESION</p> <p>SALVADOR 25 - 28 DE OUTUBRO 1988</p>	
TRABALHO Nº 11		PP. 163-181

UM MODELO EM ELEMENTOS FINITOS PARA A SIMULAÇÃO DO
 COMPORTAMENTO MECÂNICO DE UMA VARETA COMBUSTÍVEL

AUGUSTO C. N.R. GALEÃO

Laboratório Nacional de Computação Científica/CNPq

CLEMENTE A. S. TANAJURA

Laboratório Nacional de Computação Científica/CNPq

Programa de Engenharia Nuclear - COPPE/UFRJ

SUMÁRIO

Com o objetivo de estudar o comportamento mecânico da vareta combustível de um reator PWR, construiu-se um modelo que enfoca o contato pastilha-revestimento. O modelo assume o regime elástico e inclui os efeitos do gradiente térmico, das pressões interna e externa ao revestimento, do inchamento e da "realocação inicial". O problema do contato é abordado através de uma formulação variacional que utiliza multiplicadores de Lagrange para impor a condição de não-interpenetração. Para a obtenção da solução numérica elaborou-se um algoritmo iterativo e aplicou-se o método dos elementos finitos. Alguns resultados e comentários são apresentados a fim de compor uma avaliação do modelo.

SUMMARY

A model to analyse the mechanical behavior of a PWR fuel rod is presented. We drew our attention to the phenomenon of pellet-pellet and pellet-cladding contact by taking advantage of an elastic model which include the effects of thermal gradients, cladding internal and external pressures, swelling and initial relocation. The problem of contact gives rise to a variational formulation which employs Lagrangian multipliers. An iterative scheme is constructed and the finite element method is applied to obtain the numerical solution. Some results and comments are presented to examine the performance of the model.

1. Introdução

A vareta combustível é um dos componentes mais estudados da engenharia nuclear. Isto se deve, principalmente, à sua importância, do ponto de vista de funcionamento e segurança, e ao grande número de fenômenos termo-mecânicos e químicos que nela se manifestam. Dentre os códigos computacionais que vêm sendo desenvolvidos para auxiliar a compreensão da fenomenologia da vareta estão o FEMAXI-IV [1] e o FRAP-T6 [2].

Neste trabalho estamos interessados em investigar numericamente o comportamento mecânico da vareta combustível de um reator PWR (refrigerado a água leve pressurizada), a qual é composta, basicamente, por um empilhamento de pastilhas de dióxido de urânio contido em um tubo cilíndrico de zircaloy denominado revestimento. Devido à irradiação, aos intensos gradientes térmicos e às elevadas temperaturas e pressões, as pastilhas e o revestimento modificam sua geometria e entram em contato [3]. Este fato agrava em muito o estado de tensões na vareta e pode levá-la ao colapso ao longo de sua vida útil. Dentre os fatores que mais influenciam no contato pastilha-revestimento podemos citar a fratura da pastilha, a "realocação inicial" (movimento de acomodação das pastilhas nas primeiras horas de uso), as deformações térmicas e o inchamento causado pela acumulação de produtos de fissão gasosa no interior da pastilha. Outros fenômenos, como a liberação de gases da pastilha e o "creep", também atuam no contato, não sendo, contudo, relevantes no início da utilização da vareta.

Construímos um modelo que enfoca o problema da interação mecânica pastilha-pastilha e pastilha-revestimento. O modelo assume as hipóteses de axissimetria, regime elástico com deformações infinitesimais, contato sem atrito e inclui o inchamento e a "realocação inicial". Consideram-se ainda as solicitações devido ao gradiente térmico e às pressões interna e externa ao revestimento.

Alguns autores [4] abordam o problema do contato através de um conjunto de funcionais obtidos pela variação de um lagrangiano, cuja solução é dada pelo ponto de sela deste lagrangiano. Outros [5] fazem uma penalização do funcional de energia potencial simulando o contato via elementos fictícios de mola, sensíveis somente à compressão.

Neste trabalho, o problema do contato é tratado através de uma formulação variacional, baseada no Princípio dos Trabalhos Virtuais, a qual utiliza multiplicadores de Lagrange para impor a restrição à

interpenetração. Cabe lembrar que a superfície de contato não é conhecida "a priori". Para superar tal dificuldade desenvolvemos um procedimento numérico iterativo que ativa ou desativa a ação dos multiplicadores caso as restrições advindas do contato sejam violadas ou não. Para obtenção das soluções numéricas foi aplicado o método dos elementos finitos.

Alguns resultados são apresentados a fim de que o modelo e o método numérico utilizado sejam verificados.

2. O Problema do Contato entre Corpos Elásticos

Seja $\Omega^k \subset \mathbb{R}^3$ ($k=1,2$) a região ocupada pelo corpo B^k , sujeito às forças de corpo b^k e de superfície \bar{S}^k . Seja Γ^k a fronteira dessa região e Γ_c^k a parte desse contorno onde eventualmente pode ocorrer contato entre os corpos. Considerando-se o regime elástico e deformações infinitesimais, o problema de contato sem atrito consiste na determinação do campo u^k ($k=1,2$) que verifica:

i) Problema de valor de contorno

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \sigma^k + b^k &= 0 && \text{(eq. de equilíbrio)} \\ \sigma^k &= \mathbb{D}^k \varepsilon^k && \text{(eq. constitutiva)} \\ \varepsilon^k &= \frac{1}{2} [\nabla u^k + (\nabla u^k)^T] && \text{(rel. cinemática)} \\ u^k &= \bar{u}^k \quad \text{em } \Gamma_u^k && \text{(condições de contorno)} \\ \sigma_{n^k}^k &= \bar{S}^k \quad \text{em } \Gamma_f^k && \end{aligned} \right\} \text{ em } \Omega^k \quad (1.a-e)$$

ii) Restrições unilaterais devidas ao contato

$$\left. \begin{aligned} \delta^{12} = (u^1 - u^2) \cdot n^1 - d^{12} &\leq 0 && \text{(cond. de não-interpenetração)} \\ \sigma_{n^k}^k \cdot n^k &\leq 0 && \text{(pressão de contato)} \\ \sigma_{n^k}^k - (\sigma_{n^k}^k \cdot n^k) n^i &= 0 && \text{(não-existência de atrito)} \\ (\sigma_{n^k}^k \cdot n^k) \delta^{12} &= 0 && \text{(relação de complementaridade)} \end{aligned} \right\} \text{ em } \Gamma_c^k \quad (2.a-d)$$

Nas expressões anteriores σ^k , ε^k e \mathbb{D}^k representam, respectivamente, os tensores de tensão, deformação infinitesimal e constitutivo, d^{12} é uma função que descreve a distância inicial entre B^1 e B^2 e n^k é a normal unitária exterior ao contorno Γ^k para o qual assume-

se que $\Gamma_u^k \cap \Gamma_f^k \cap \Gamma_c^k = \emptyset$ e $\Gamma_u^k \cup \Gamma_f^k \cup \Gamma_c^k = \Gamma^k$.

3. Formulação Variacional

Definiremos agora o conjunto das funções cinematicamente admissíveis

$$\mathbb{K} \equiv \{u^k(x^k); x^k \in \Omega^k; u^k \in H^1(\Omega^k); u^k = \bar{u}^k \text{ em } \Gamma_u^k; \varepsilon^{12} \leq 0 \text{ em } \Gamma_c^k, k=1,2\} \quad (5)$$

o espaço das variações admissíveis

$$V \equiv \{v^k(x^k); x^k \in \Omega^k; v^k \in H^1(\Omega^k); v^k = 0 \text{ em } \Gamma_u^k; k=1,2\} \quad (6)$$

e um espaço de funções quadrado integráveis

$$V_\rho \equiv \{\rho(x), x \in \Gamma_c; \rho(x) \geq 0; \rho \in L_2(\Gamma_c)\} \quad (7)$$

Definiremos ainda o funcional estendido

$$\bar{\pi}(u^k, \rho) = \bar{\pi}_u + \bar{\pi}_\rho$$

onde $\bar{\pi}_u$ é o funcional da energia potencial total para os corpos B^1 e B^2 dado por

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_u = & \frac{1}{2} \int_{\Omega^k} D^k \varepsilon^k(u^k) \cdot \varepsilon^k(u^k) d\Omega - \int_{\Omega^k} b^k \cdot u^k d\Omega - \\ & - \int_{\Gamma_c^k} \bar{s}^k \cdot u^k d\Gamma \quad , \quad k=1,2 \end{aligned} \quad (8)$$

e

$$\bar{\pi}_\rho = \int_{\Gamma_c} \rho [(u^1 - u^2) \cdot n^1 - d^{12}] d\Gamma \quad (9)$$

onde ρ é o multiplicador de Lagrange associado à restrição cinemática (2).

A solução do problema de valor de contorno exposto na seção anterior é dada pelo par $(u^*, \lambda) \in \mathbb{K} \times V_\rho$, ponto de sela do funcional $\bar{\pi}$

tendido $\bar{\pi}$ e solução do problema

$$\inf_{u^k \in K} \left\{ \sup_{\rho \in V_\rho} \pi(u^k, \rho) \right\} . \quad (10)$$

O ponto de sela é caracterizado pelas relações

$$\bar{\pi}(u^{*k}, \rho) \leq \pi(u^{*k}, \lambda) \leq \bar{\pi}(u^k, \lambda)$$

e é obtido buscando-se as condições

$$\left. \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial u^k} \right|_{(u^{*k}, \lambda)} = 0 \quad \text{e} \quad \left. \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial \rho} \right|_{(u^{*k}, \lambda)} \leq 0 \quad , \quad \forall u^k \in K, \forall \rho \in V_\rho \quad (11)$$

as quais geram, respectivamente, as seguintes expressões

$$\sum_{k=1}^2 \left[\int_{\Omega^k} \mathbb{D}^k \varepsilon^k(u^{*k}) \cdot \varepsilon^k(v^k) d\Omega - \int_{\Omega^k} b^k \cdot v^k d\Omega - \int_{\Gamma_f^k} \bar{s}^k \cdot v^k d\Gamma \right] + \int_{\Gamma_c} \lambda (v^1 - v^2) \cdot n^1 d\Gamma = 0 \quad , \quad \forall v^k \in V \quad (12.a)$$

e

$$\int_{\Gamma_c} (\rho - \lambda) [(u^{*1} - u^{*2}) \cdot n^1 - d^{12}] d\Gamma \leq 0 \quad , \quad \forall \rho \in V_\rho \quad , \quad (12.b)$$

Pode facilmente verificar que λ faz o papel do módulo da reação normal na superfície de contato. Como esta é sempre de compressão ou nula, a condição $\lambda \geq 0$ surge de forma natural para que o equilíbrio seja satisfeito.

Devido ao fato da superfície Γ_c não ser conhecida "a priori", necessitamos adotar esquemas iterativos que nos conduzam à solução.

Assim sendo, consideremos uma situação particular onde a superfície de contato é conhecida. Neste caso, a resolução do problema se restringe à minimização de funcional estendido $\bar{\pi}$, impondo-se que

$$\left. \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial u^k} \right|_{(u^{*k}, \lambda)} = 0 \quad \text{e} \quad \left. \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial \rho} \right|_{(u^{*k}, \lambda)} = 0 \quad , \quad \forall u^k \in K_u, \forall \rho \in V_\rho \quad (13)$$

onde

$$K_u \equiv \{u^k(x^k), x^k \in \Omega^k; u^k \in H^1(\Omega^k); u^k = \bar{u}^k \text{ em } \Gamma_u^k; \\ \delta^{12} = 0 \text{ em } \Gamma_c, k=1,2\}$$

As condições anteriores fornecem as seguintes equações:

$$\sum_{k=1}^2 \left(\int_{\Omega^k} D^k \varepsilon^k(u^{*k}) \cdot \varepsilon^k(v^k) d\Omega - \int_{\Omega^k} b^k \cdot v^k d\Omega - \int_{\Gamma_f^k} \bar{S}^k \cdot v^k d\Gamma \right) + \\ + \int_{\Gamma_c} \lambda(v^1 - v^2) \cdot n^1 d\Gamma = 0, \quad \forall v^k \in V \quad (14.a)$$

e

$$\int_{\Gamma_c} \rho[(u^{*1} - u^{*2}) \cdot n^1 d^{12}] d\Gamma = 0, \quad \forall \rho \in V_\rho \quad (14.b)$$

No entanto, como assumimos que Γ_c é conhecida a condição (14.a) pode não se verificar caso Γ_c não seja a superfície de contato. Quando $\lambda < 0$, temos que em Γ_c estão atuando forças de tração responsáveis pela satisfação do equilíbrio com a restrição $\delta^{12} = 0$ em Γ_c . Devemos, portanto, alterar a superfície de contato até atingir a configuração na qual nenhuma restrição é violada.

Partindo de uma superfície Γ_c previamente escolhida foi construído um algoritmo iterativo que utiliza as expressões (14.a-b) e verifica em cada passo l , para todo $x^k \in \Gamma_c^k$, as restrições aos deslocamentos e ao multiplicador de forma que:

$$\text{i) se } \delta^{12}(x^k)^{(l)} = 0 \text{ e } \begin{cases} \lambda(x^k)^{(l)} \geq 0 \implies u^{k(l)} \text{ é a solução buscada;} \\ \text{ou} \\ \lambda(x^k)^{(l)} < 0 \implies \lambda(x^k)^{(l+1)} = 0 \end{cases} \\ \Gamma_c \equiv \Gamma_c^{(l)}$$

$$\text{ii) se } \lambda(x^k)^{(l)} = 0 \text{ e } \begin{cases} \delta^{12}(x^k)^{(l)} \leq 0 \implies u^{k(l)} \text{ é a solução buscada;} \\ \text{ou} \\ \delta^{12}(x^k)^{(l)} > 0 \implies \delta^{12}(x^k)^{(l+1)} = 0 \end{cases} \\ \Gamma_c \equiv \Gamma_c^{(l)}$$

O esquema acima exposto está também representado na figura 1, a qual contém os valores que λ e β^{12} podem assumir durante o processo iterativo, a região factível e o procedimento adotado quando alguma violação ocorrer.

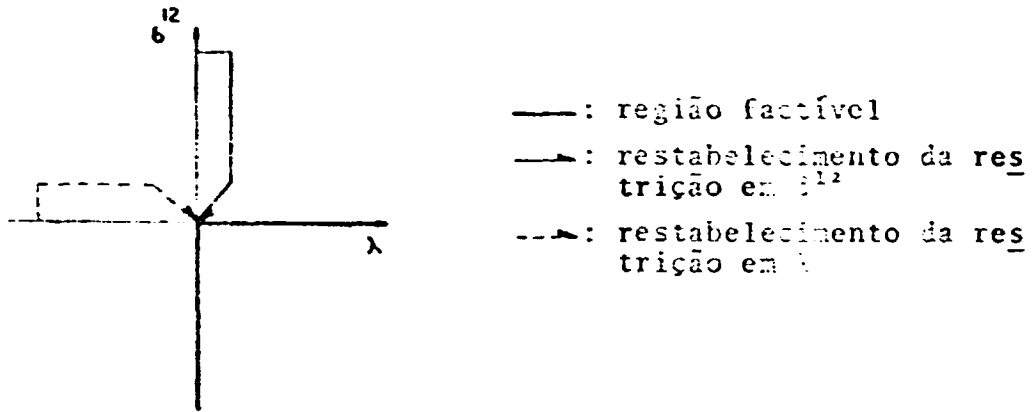


Fig. 1. Esquema de resolução

4. Soluções Aproximadas

O método dos elementos finitos foi utilizado para a discretização das equações (14.a-b). Definiremos as aproximações dos campos de deslocamentos e de multiplicadores, respectivamente, por

$$u^{kh}(x^k) = \sum_{i=1}^{p_k} U_i^k \phi_i^k(x^k) \quad , \quad x^k \in \Omega^{kh} \quad (15.a-b)$$

$$\lambda^h(x) = \sum_{\ell=1}^m \Lambda_\ell \beta_\ell(x) \quad , \quad x \in \Gamma_c^h$$

onde p_k é o número de graus de liberdade advindos da discretização de Ω^k ; U_i^k é o valor nodal do campo de deslocamentos; m é o número de pares de nós em contato oriundos da discretização de Γ_c^{1h} e Γ_c^{2h} ; Λ_ℓ é o valor nodal do campo de multiplicadores.

Aplicando o método de Galerkin e utilizando as expressões (15.a-b), as equações (14.a-b) dão origem ao seguinte sistema de equações:

$$\sum_{i=1}^{p_k} \left(\int_{\Omega^{kh}} U_i^k D^k \varepsilon^k(\phi_i^k) \cdot \varepsilon^k(\phi_j^k) d\Omega - \int_{\Omega^{kh}} b^k \cdot \phi_j^k d\Omega - \int_{\Gamma_f^{kh}} \bar{S}^k \cdot \phi_j^k d\Gamma \right) -$$

$$- \begin{cases} (-1)^k \sum_{\ell=1}^m \int_{\Gamma_c^{kh}} B_\ell^k A_\ell \phi_j^k \cdot n^1 d\Gamma, & \text{se o índice } j \text{ cor} \\ & \text{responde a um grau de} \\ & \text{liberdade associado a } = 0, \\ & \text{um nó sobre } \Gamma_c^{kh} \\ & j=1, \dots, p_k \\ & k=1, 2 \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

$$\int_{\Gamma_c^{kh}} \left(\sum_{i=1}^{p_1} U_i^1 \phi_i^1 - \sum_{i=1}^{p_2} U_i^2 \phi_i^2 \right) \cdot n^1 \cdot d^{1,2} \Big|_{\Lambda_\ell} d\Gamma = 0, \quad \ell=1, \dots, m \quad (16.a-b)$$

Para a interpolação dos deslocamentos, tomaremos $\{\phi_i^k\}$, $i=1, \dots, p_k$, $k=1, 2$, sendo um conjunto de funções globalmente contínuas em Ω^{kh} . Entretanto, para a interpolação dos multiplicadores de Lagrange utilizaremos deltas de Dirac, o que equivale a garantir a condição de não-interpenetração apenas nos pontos nodais de Γ_c^{kh} .

Desta forma, a restrição cinemática e a contribuição dos multiplicadores podem ser manipuladas através de um "elemento de restrição" cuja matriz e o vetor independente têm a seguinte forma em um referencial onde a normal n^k está na direção de um dos eixos:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_j^1 \\ U_j^2 \\ \Lambda_j \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \{d_j^{1,2}\} \end{pmatrix} \quad (17)$$

onde $d_j^{1,2}$ é a distância inicial entre os nós em Γ_c^{kh} associados a U_j^k , $k=1, 2$.

O sistema de equações (16.a-b) pode ser representado através do seguinte sistema matricial:

$$\begin{pmatrix} [K] & [K_\lambda] \\ [K_\lambda]^T & [0] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \{U\} \\ \{\Lambda\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{F\} \\ \{d\} \end{pmatrix} \quad (18)$$

onde

$$[K] = \begin{bmatrix} [K^1] & [0] \\ [0] & [K^2] \end{bmatrix} ; \quad \{U\} = \begin{bmatrix} \{U^1\} \\ \{U^2\} \end{bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{bmatrix} \{F^1\} \\ \{F^2\} \end{bmatrix} ; \quad \{d\} = \{d_i^{1,2}\} , \quad i=1, \dots, m$$

$$[K^k] = \int_{\Omega^{kh}} D^k \varepsilon^k(\phi_i^k) \cdot \varepsilon^k(\phi_j^k) d\Omega , \quad i=1, \dots, p_k \\ j=1, \dots, p_k , \quad k=1, 2$$

$$\{F^k\} = \int_{\Omega^{kh}} b^k \cdot \phi_j^k d\Omega + \int_{\Gamma_f^{kh}} \bar{S}^k \cdot \phi_j^k d\Gamma , \quad j=1, \dots, p_k , \quad k=1, 2$$

e $[K_\lambda]$ é a matriz de ordem $(p_1+p_2) \times m$ formada pelos "elementos de restrição".

5. O Algoritmo Iterativo

Inicialmente, é necessário que sejam definidas as superfícies candidatas ao contato. A partida do algoritmo é dada pelo cálculo de uma configuração na qual, através da prescrição de deslocamentos, faz-se o fechamento completo das folgas entre os corpos. Nesta etapa, o contato se dá sem pressão. Impomos, em seguida, os carregamentos mecânicos e calculamos os novos valores dos deslocamentos e dos multiplicadores. Verificamos então o sinal dos multiplicadores e, no caso de algum ser negativo, anulamos sua contribuição naquele par de nós a ele associado alterando o sistema de equações. Recalculamos agora a nova configuração e testamos mais uma vez o sinal dos multiplicadores. Verificamos ainda se a restrição cinemática $\delta_l^{1,2} h \leq 0$ foi violada nos pares de nós que tiveram seus multiplicadores desativados nas iterações anteriores. Em caso afirmativo, restabelecemos o multiplicador no sistema. Este esquema assim evolui até que nenhuma violação aconteça.

O algoritmo acima pode ser descrito através dos seguintes passos:

1) Calcula-se a configuração inicial de contato sem pressão, a qual denotaremos por $\begin{Bmatrix} \{U\}^0 \\ \{\Lambda\}^0 \end{Bmatrix}$.

2) Adiciona-se o carregamento mecânico.

3) Calcula-se o incremento de deslocamentos e de multiplicadores através do sistema:

$$\begin{bmatrix} [K] & [K_\lambda] \\ [K_\lambda]^T & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\Delta U\}^{(\ell)} \\ \{\Delta \Lambda\}^{(\ell)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F\} \\ \{d^{12}\} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [K] & [K_\lambda] \\ [K_\lambda]^T & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{U\}^0 \\ \{\Lambda\}^0 \end{bmatrix}$$

onde (ℓ) indica o número do passo.

4) Calcula-se o campo total:

$$\begin{bmatrix} \{U\}^{(\ell)} \\ \{\Lambda\}^{(\ell)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{U\}^0 + \{\Delta U\}^{(\ell)} \\ \{\Lambda\}^0 + \{\Delta \Lambda\}^{(\ell)} \end{bmatrix}$$

5) Verifica-se o sinal do multiplicador adotando uma tolerância T_n próxima a zero:

i) se $\Lambda_j^{(\ell)} \geq T_n$, $j=1, m$ segue para (6);

ii) se $\Lambda_j^{(\ell)} < T_n$, $j=1, m \implies \Lambda_j^{(\ell+1)} = 0$ e segue para (6).

6) Verifica-se a restrição à interpenetração nos deslocamentos dos nós que foram libertados nas iterações anteriores. Adotando-se uma tolerância T_u próxima a zero, testa-se:

i) se $\delta_j^{12h(\ell)} \leq T_u$, segue-se para (7);

ii) se $\delta_j^{12h(\ell)} > T_u \implies$ reativa-se a contribuição do multiplicador Λ_j de modo que $\delta_j^{12h(\ell+1)} = 0$ e segue-se para (7).

7) i) se 5.(ii) e/ou 6.(ii) foram verificados $\ell = \ell + 1$ e retorna-se para (5);

ii) se 5.(i) e 6.(i) foram verificados, interrompe-se o processo pois a solução foi obtida.

6. O Modelo para a Vareta

O modelo construído enfoca o fenômeno do contato pastilha-pas

tilha e pastilha-revestimento. Assumem-se as hipóteses de regime elástico com deformações infinitesimais, axissimetria, isotropia, variação das propriedades dos materiais com a temperatura, segundo as correlações da MATPRO-09 [6], e contato sem atrito. Consideram-se os efeitos macroscópicos do inchamento, da "realocação inicial" e, ainda, que as condições de temperatura, pressão e fluxo de neutrons são conhecidas e constantes ao longo da vareta.

Tendo em vista o contexto de hipóteses do modelo, analisaremos apenas o domínio de duas meias pastilhas e o revestimento ao seu redor (ver figura 2). Devido à simetria dos carregamentos, observamos que para obter a solução basta discretizar metade do domínio envolvido, ou seja, uma meia pastilha e o revestimento ao seu redor (mantendo, obviamente, as restrições advindas da interação pastilha-pastilha).

Para traduzir a interação entre uma pastilha e o revestimento utilizaremos adiante a formulação apresentada na seção anterior.

Definindo o índice 1 para a pastilha e o 2 para o revestimento, os tensores de deformação total para estes corpos podem ser escritos como

$$\begin{aligned}\epsilon^{T1} &= \epsilon^{e1} + \epsilon^{th1} + \epsilon^{s1} + \epsilon^{r1} \\ \epsilon^{T2} &= \epsilon^{e2} + \epsilon^{th2}\end{aligned}\tag{19.a-b}$$

onde ϵ^k é o tensor de deformação elástica do corpo k ($k=1,2$) e os índices th , s e r denotam, respectivamente as contribuições devido à temperatura, ao inchamento e à "realocação inicial".

Para representar a deformação devido ao inchamento usaremos a correlação proposta por Assmann e Manzel [7]

$$\epsilon^{s1} = \frac{1}{3} (0.10 \text{ BU}) \mathbf{1},\tag{20}$$

na qual o inchamento é encarado como uma deformação volumétrica. Na expressão anterior BU é o burn-up em MW.d/Kg U e $\mathbf{1}$ é a matriz identidade.

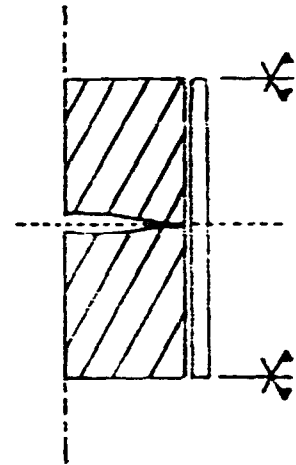


Fig. 2. Região analisada

A "realocação", por ser um processo que ocorre nas primeiras horas de uso da vareta e não cria tensões, será considerada implicitamente através da modificação da geometria de fabricação da pastilha. Isto é feito de forma que a folga pastilha-revestimento se reduza à metade do valor original [8].

A deformação térmica é calculada de forma convencional a partir do perfil de temperatura.

Substituindo as expressões (19.a-b) e (20) em (14.a) e adotando o mesmo procedimento de discretização da seção 4 chega-se a um sistema de equações cuja única diferença em relação ao sistema (18) é o termo independente.

Agora, as componentes $\{F^1\}$ e $\{F^2\}$ passam a ser:

$$\{F^1\} = \int_{\Gamma_f^{1h}} \bar{S}^1 \cdot \phi_j^1 d\Gamma + \int_{\Omega^{1h}} \mathbb{D}^1 (\epsilon^{th1} + \epsilon^{S1}) \cdot \epsilon^1(\phi_j^1) d\Omega, \quad j=1, \dots, p_1$$

$$\{F^2\} = \int_{\Gamma_f^{2h}} \bar{S}^2 \cdot \phi_j^2 d\Gamma + \int_{\Omega^{2h}} \mathbb{D}^2 \epsilon^{th2} \cdot \epsilon^2(\phi_j^2) d\Omega, \quad j=1, \dots, p_2$$

Para a construção das interpolantes globais $\{\phi_j^k\}$, $j=1, \dots, p_k$, $k=1,2$ utilizou-se o elemento plano isoparamétrico de oito nós com interpolantes locais quadráticas.

7. Resultados

Com as equações que constituem o modelo elaborou-se um programa computacional em Fortran-IV que calcula os campos de deslocamentos e tensões em função do perfil de temperatura, das pressões interna e externa ao revestimento, do "burn-up" e da geometria dos corpos em questão.

Caso 1. Apresentaremos inicialmente um caso-teste que visa investigar o multiplicador de Lagrange do ponto de vista numérico. Para isto, tomaremos dois cilindros concêntricos A e B, onde o cilindro A de raio 4.975mm está envolvido pelo cilindro B de raio interno 5.0mm e espessura 2.0mm. Os cilindros possuem o mesmo comprimento (5.0mm). Sendo E, ν e α , respectivamente, o módulo de Young, o coeficiente de Poisson e o coeficiente de expansão térmica, os materiais dos cilindros possuem as seguintes propriedades: $E_A=0.6823 \times 10^5$ MPa; $E_B=0.9695 \times 10^5$ MPa; $\nu_A=0.316$; $\nu_B=0.27$; $\alpha_A=0.9693 \times 10^{-5}$ m/m°C; $\alpha_B=0.5667 \times 10^{-5}$ m/m°C.

O cilindro A é aquecido à temperatura uniforme de 1000°C de modo que sua superfície lateral entra em contato com toda a superfície interna de B, impondo na interface uma pressão uniforme. As faces inferior e superior dos cilindros foram fixadas estabelecendo-se o estado plano de deformação. Para resolução deste problema utilizou-se uma malha plana com 16 elementos em A e 16 em B, a qual gerou 9 pares de nós candidatos ao contato e, portanto, 9 multiplicadores de Lagrange.

A solução foi obtida após 2 iterações. O campo de tensões calculado no cilindro A foi constante sendo $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = -0.1947 \times 10^3 \text{ MPa}$, enquanto no cilindro B as distribuições radiais de σ_{rr} e $\sigma_{\theta\theta}$ podem ser vistas nas figuras 3.a-b. Cada uma destas figuras apresenta duas curvas, das quais uma é a solução numérica (linha cheia) e outra a analítica (linha tracejada).

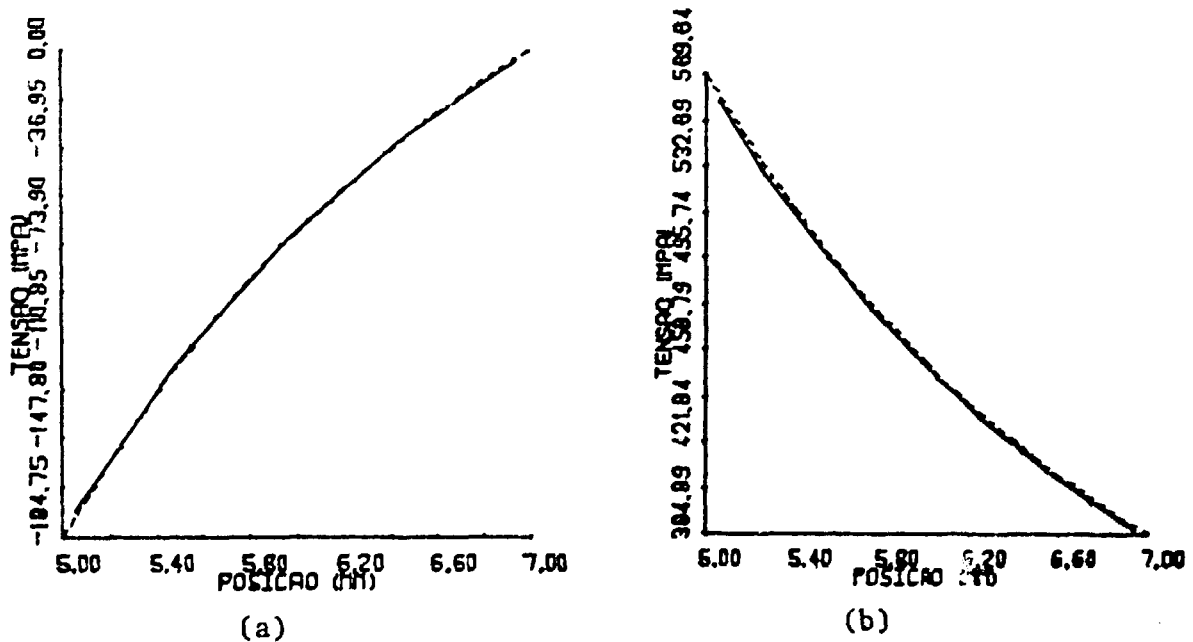


Fig. 3. (a) $\sigma_{rr} \times r$; (b) $\sigma_{\theta\theta} \times r$

Os valores dos multiplicadores obtidos (em 10^4 N) foram $\Lambda_1 = \Lambda_9 = 0.1203$; $\Lambda_2 = \Lambda_4 = \Lambda_6 = \Lambda_8 = 0.4812$; $\Lambda_3 = \Lambda_5 = \Lambda_7 = 0.2406$; $\sum_{i=1}^9 \Lambda_i = 2.8875$, os quais estão numerados em ordem decrescente em relação a altura da região de contato (e.g., Λ_1 está em $Z=5.0\text{mm}$ e Λ_9 em $Z=0.0\text{mm}$). Pode-se verificar que o equilíbrio global está sendo satisfeito através da seguinte relação:

$$\sum_{i=1}^9 \Lambda_i = - \int_{\Gamma_C} \sigma_{rr}^k d\Gamma = 2.8875 \times 10^4 \text{ N}, \quad k=1,2$$

Tem-se ainda que, localmente, os multiplicadores representam as cargas nodais equivalentes de um carregamento uniforme de pressão, pois

$$\Lambda_i^e = - \int_{r_c}^{\sigma_{rr}^k} \sigma_{rr}^k \cdot \phi_i^e \cdot n^1 d\Gamma, \quad i=1,3; e=1,4; k=1,2$$

onde 3 é o número de nós na face do elemento em contato e 4 é o número de elementos em contato do corpo k.

Caso 2. Simularemos agora o comportamento da vareta 11, cujas características estão mostradas na tabela 1. As condições de trabalho são: pressões interna de 0.1MPa e externa de 3.4MPa; temperatura do refrigerante, 240°C; coeficientes de transferência de calor 55.0 Kw/m°C (refrigerante-revestimento) e 7.0 Kw/m°C (folga); potência linear (Q_0), 42.5 Kw/m; profundidade da moesa da pastilha no centro, 0.3mm. O perfil de temperatura imposto está apresentado na figura 4. Supõe-se que a vareta 11 esteja no início de sua vida e que, portanto, não tenha sofrido os efeitos do inchamento.

Tabela 1. Características das Varetas

	Vareta 11	Vareta A
raio ext.revest. (mm)	6.095	5.375
espessura revest. (mm)	0.390	0.725
raio past. (mm)	5.655	4.560
altura past. (mm)	15.000	12.000
folga radial (mm)	0.050	0.090
ombro (mm)	1.000	1.000
enriquecimento (%)	10.5	5
porosidade (%)	95	95

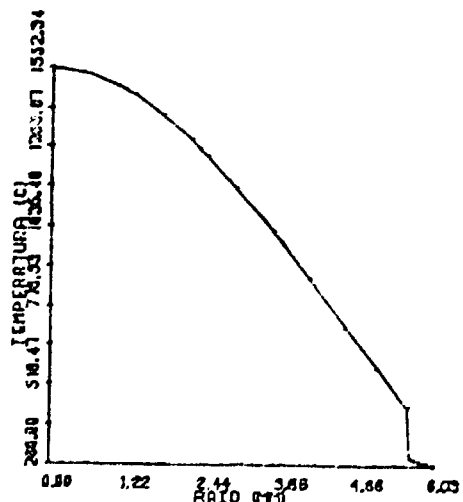


Fig. 4. Perfil radial de temperatura

Empregou-se a malha da figura 5.a, com 20 elementos na pastilha, 8 no revestimento e 116 nós, gerando um sistema com 244 equações. A solução, obtida após 5 iterações, forneceu a deformada da figura 5.b, na qual foi utilizado um fator de escala 10 na direção

radial. Toda a superfície lateral da pastilha entrou em contato com o revestimento, sendo que, na altura da interface entre as pastilhas ($Z=7.5\text{mm}$) a interação foi mais intensa, dando origem à crista. O valor da componente radial do deslocamento na parede externa do revestimento em função da altura está na figura 6, a qual permite calcular a crista de $22\mu\text{m}$ através da diferença entre os deslocamentos máximo e mínimo.

Impondo agora à vareta 11 diversas potências lineares, os valores das cristas calculados podem ser observados na figura 7, a qual permite verificar que o contato pastilha-revestimento só ocorreu a partir de uma potência em torno de 19Kw/m . Estes resultados podem ser comparados aos do código FEMAXI-III e aos obtidos experimentalmente [8] (ver figura 8).

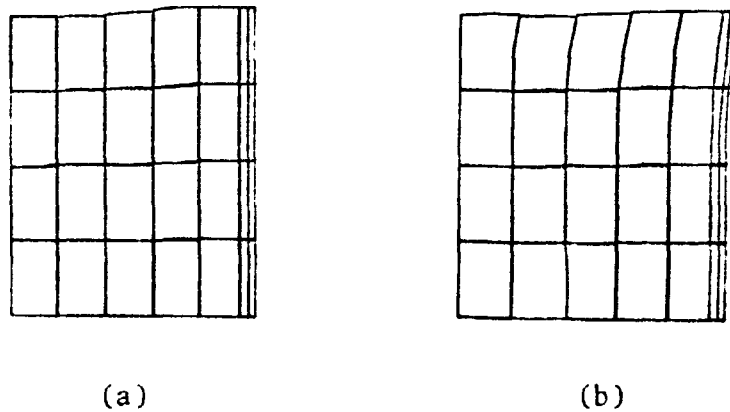


Fig. 5. (a) malha; (b) deformada

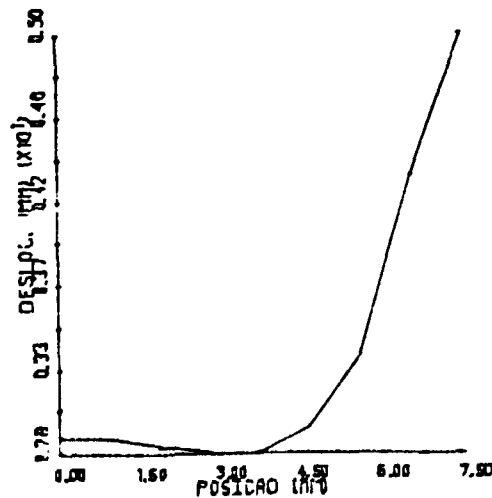


Fig. 6. $u_r \times Z$

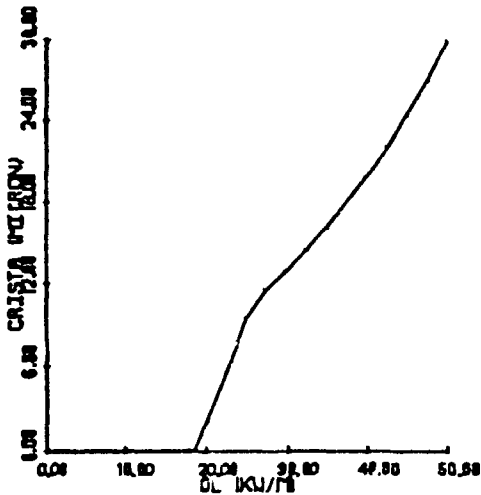


Fig. 7. Altura da crista \times pot. linear

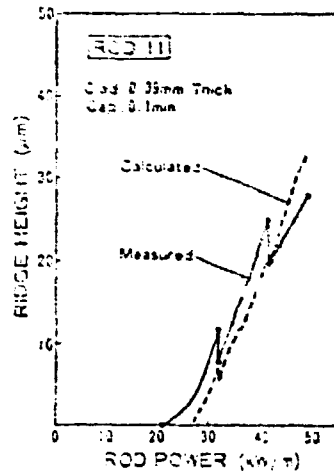


Fig. 8. Altura da crista \times pot. linear (FEMAXI-III e experimental)

Exemplo 3. Tomaremos neste exemplo a vareta A, utilizada nos reatores iguais a ANGRA-II. Suas características estão mostradas na tabela 1 e as condições de trabalho a que está submetida são: pressões interna de 2.25MPa e externa de 15.8MPa; potência linear 42.5 Kw/m. As demais condições são as mesmas da vareta 11, exceto quanto ao tempo de uso da vareta. Consideraremos agora que a vareta A esteja no final de sua vida, com um "burn-up" de 40 Mwd/KgU. Neste caso, os efeitos do inchamento são muito intensos e não podem ser desprezados.

Utilizando a malha da figura 9 com 48 elementos na meia pastilha, 48 no revestimento e 346 nós, gerou-se um sistema com 714 equações. Após 2 iterações, obtivemos a solução na qual o contato se estabeleceu em toda a superfície lateral pastilha-revestimento. Como era esperado, a região que mais se deformou se localiza na altura do contato entre as pastilhas. A figura 10 apresenta o valor da componente radial do deslocamento na parede externa do revestimento em função da altura, permitindo calcular a crista de 31 μ m. As figuras 11.(a-d) apresentam a distribuição das componentes do tensor tensão no revestimento através de curvas de nível. Estas curvas foram traçadas com os valores da tensão nos pontos nodais interpolados linearmente. Podemos verificar claramente que é na região da crista, acima da cota Z=4mm, onde se concentram as maiores tensões.

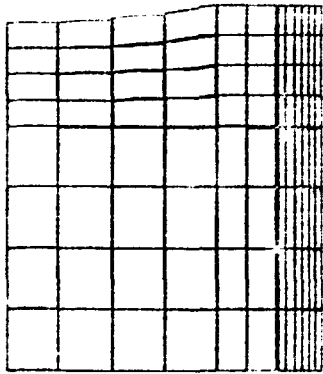


Fig. 9. Malha da vareta A

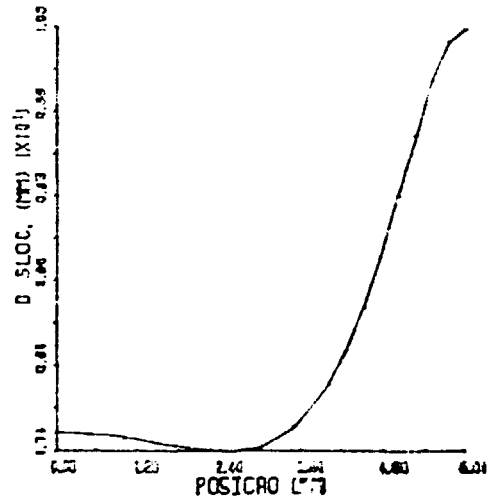


Fig. 10. $u_r \times 2$

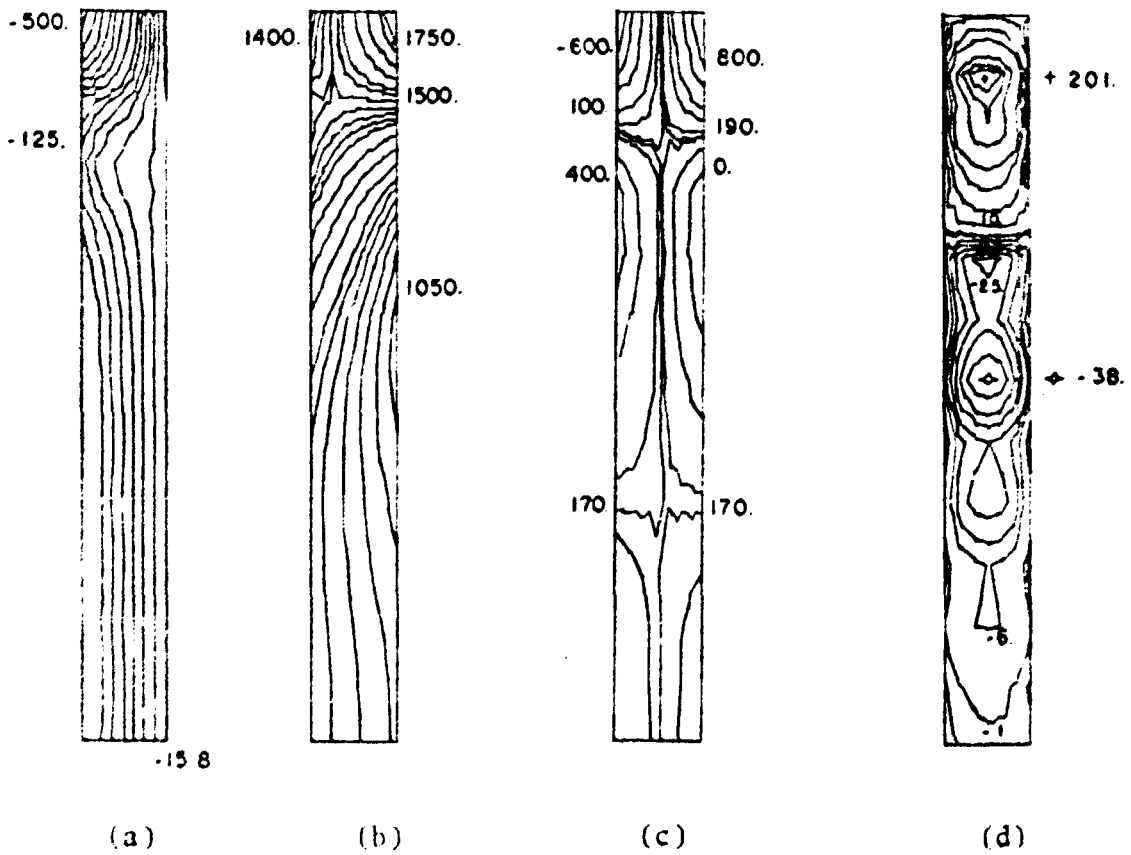


Fig. 11. (a) σ_{rr} ; (b) $\sigma_{\theta\theta}$; (c) σ_{zz} ; (d) σ_{rz} (MPa)

Exemplo 4. Assumindo um "burn-up" de 20 Mwd/KgU e as demais condições idênticas ao do caso anterior, o valor da crista calculado foi de 24 m, ou seja, 55% menor que o da figura 10. A distribuição de tensão obtida foi análoga a da figura 11, atingindo entretanto valores mais suaves. A tensão σ_{rr} chegou a -350 MPa enquanto $\sigma_{\theta\theta}$ foi a 1050 MPa.

8. Conclusões

Como pode ser visto, o modelo é capaz de registrar a crista de bambu, definindo assim as regiões mais suscetíveis ao colapso. Observamos que a potência linear (temperatura) e o "burn-up" (inchaço) desempenham importante papel nos processos de contato e de formação e crescimento das cristas. O intenso gradiente de temperatura estabelecido na vareta gera níveis de tensão muito elevados, fazendo com que o regime elástico seja ultrapassado. Recomenda-se, portanto, que os regimes elasto-plástico e, posteriormente, o visco-elasto-plástico sejam adotados para obtenção de uma simulação mais precisa. Cabe entretanto ressaltar que o modelo elástico fica, para fins de projeto, do lado da segurança e pode ser usado em uma análise qualitativa do comportamento da vareta. O modelo não tem limitações quanto ao número de pastilhas na região a ser simulada, pois leva em conta o contato pastilha-pastilha. Contudo, um grande número de pastilhas só deve ser utilizado quando se deseja impor diferentes condições termo-mecânicas ao longo do comprimento da vareta.

A técnica de multiplicadores de Lagrange, o algoritmo empregado e o método dos elementos finitos foram eficientes para a resolução do problema de contato, tendo sido a solução obtida com um máximo de 5 e um mínimo de 2 iterações.

REFERÊNCIAS

- [1] NAKAJIMA, T., "FEMAXI-IV: A Computer Code for the Analysis of Fuel Rod Behavior under Transient Conditions", Nuclear Engineering and Design, vol. 88, pp. 69-84, 1985.
- [2] SIEFKEN, L.J.; BERNA, G.A.; SHAH, V.N., "FRAP-T6: A Computer Code for the Transient Analysis of Oxide Fuel Rods", Nuclear Engineering and Design, vol. 88, pp. 341-355, 1985.
- [3] TANAJURA, G.A.S., "O Problema do Contato Pastilha-Revestimento em uma Vareta Combustível e sua Simulação Via Elementos Finitos", Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, RJ, 1988.

- [4] BARBOSA, H.J.C., "Algoritmos Numéricos para Problemas de Contato em Elasticidade", Tese D.Sc., COPPE/UFRJ, RJ, 1986.
- [5] OSMON, D., "Computation of the Dynamic Response of Structures with Unilateral Constraints (Contact)-Comparison with Experimental Results", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 34, pp. 847-859, 1982.
- [6] MACDONALD, P.E.; THOMPSON, L.B., "MATPRO-09, A Handbook of Materials Properties for Use in the Analysis of Light Water Reactor Fuel Rod Behavior", USNRC, TREE-NUREG-1005, 1976.
- [7] ASSMANN, H.; MANZEL, R., "The Matrix Swelling Rate of UO_2 ", Journal of Nuclear Materials, vol. 68, pp. 360-364, 1977.
- [8] ITO, K.; ICHIKAWA, M.; OKUBO, T.; IWANO, Y., "FEMAXI-III: A Computer Code for Fuel Rod Performance Analysis", Nuclear Engineering and Design, vol. 76, pp. 3-11, 1983.