

FR 900 2981

COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE

CENTRE D'ETUDES NUCLEAIRES DE SACLAY

Service de Documentation
F91191 GIF SUR YVETTE CEDEX

CEA-CONF --10016

L1

DEVELOPPEMENT DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS EN THERMIQUE.
TRAITEMENT DE LA THERMIQUE ET DU RAYONNEMENT DANS LE LOGICIEL TRIO-EF

CASALOTTI N.- MAGNAUD J.P.
CEA Centre d'Etudes Nucleaires de Saclay, 91 - Gif-sur-Yvette (FR).
Dept. d'Etudes Mecaniques et Thermiques

Communication présentée à : S.F.T. Meeting

Paris (FR)
1 Mar 1989

Journée d'Etude S.F.T. - G.U.T.

1er mars 1989

Développement de la méthode des éléments finis en thermique

Traitement de la thermique et du rayonnement dans le logiciel TRIO-EF

N.CASALOTTI & J.P MAGNAUD

C.E.A Saclay

On présente les possibilités du programme TRIO-EF dans le domaine de la thermique. La prise en compte des enceintes radiatives à réflexion diffuse nécessite le calcul des facteurs de forme. On décrit les algorithmes implémentés dans le cas des enceintes convexes d'une part et des enceintes quelconques d'autre part.

CEA IRDI/DEDR/DEMT/SMTS, C.E.N. SACLAY 91191 GIF SUR YVETTE

1- LOGICIEL TRIO-EF

TRIO-EF est un programme général d'analyse des écoulements tridimensionnels de fluides incompressibles basé sur la méthode des éléments finis.

Il permet également de traiter les différents types de transferts de chaleur en 3D ainsi que les couplages fluide-structures.

2- PRINCIPALES CARACTERISTIQUES EN CALCUL THERMIQUE

TRIO-EF permet de traiter des problèmes 3D de diffusion-convection avec terme source, en régime permanent ou transitoire.

Sont prises en compte des non-linéarités telles que:

- la variation des propriétés physiques avec la température
- le changement de phase solide-liquide dans l'hypothèse où les mouvements de convection en phase liquide sont négligés
- au niveau des conditions aux limites: le rayonnement entre surfaces opaques à travers un milieu radiativement transparent, avec les hypothèses d'émission isotrope, réflexion diffuse isotrope et de propriétés radiatives indépendantes de la longueur d'onde.

Le logiciel prend en charge le calcul des facteurs de forme, y compris le traitement des parties cachées pour les enceintes radiatives dont la géométrie est complexe.

Les conditions aux limites sur une frontière sont de type température, flux imposé ou échange par convection ou rayonnement avec un milieu infini. Deux structures peuvent également être couplées par des lois d'échange face à face par convection ou rayonnement.

La température est approximée par des éléments linéaires: triangle et quadrangle en 2D ou 3D coque, prisme et cube en 3D massif. Il y a également la possibilité d'utiliser des éléments à interpolation quadratique en 2D uniquement pour la diffusion et la convection: triangle à 6 noeuds et quadrangle à 9 noeuds.

3- TRAITEMENT DES ENCEINTES RADIATIVES

De façon générale, la discrétisation de l'équation de diffusion-convection conduit à la résolution d'un système dont l'inconnue est la température aux noeuds du maillage.

Les enceintes radiatives sont représentées par un ensemble de surfaces élémentaires. La méthode des radiosités traduit le bilan radiatif dans l'enceinte sous la forme d'une relation matricielle entre les flux nets moyens échangés et les températures moyennes des surfaces. La matrice dépend des facteurs de forme entre surfaces et des émissivités totales hémisphériques des surfaces.

$$\bar{\Phi} = (I - F)(I - (I - \epsilon) F)^{-1} \epsilon \sigma \bar{T}$$

avec :

I : matrice identité

F : matrice des facteurs de forme

ε : matrice diagonale des émissivités totales

σ : constante de Stefan-Boltzman

Cette relation constitue une condition à la limite non linéaire à l'équation de diffusion.

L'opérateur de rayonnement portant sur l'inconnue aux noeuds est déterminé en linéarisant l'équation précédente et en utilisant la relation entre température aux noeuds et température moyenne.

Si $T(i)$ désigne la température aux noeuds à l'itération i , le processus itératif s'écrit:

$$\bar{T}(i) = K T(i)$$

$$\bar{\Phi}(i+1) = R(\epsilon, F, \bar{T}(i)) K T(i+1)$$

avec :

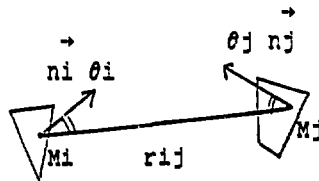
$$R(\epsilon, F, \bar{T}) = (I - F)(I - (I - \epsilon) F)^{-1} \epsilon \sigma \bar{T}$$

L'opérateur de rayonnement est alors intégré à l'opérateur de conduction.

4- CALCUL NUMERIQUE DES FACTEURS DE FORME.

4-1 Définition du facteur de forme

Le facteur de forme relatif à deux surfaces i et j est défini comme la fraction de l'énergie totale rayonnée par la surface i qui atteint la surface j . D'après les propriétés radiatives des surfaces le facteur de forme se réduit à:



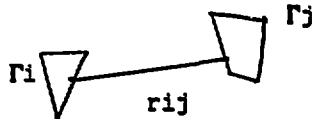
$$F_{ij} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi (r_{ij})^2} v_{ij} ds_i ds_j$$

où n_i, n_j, S_i, S_j représentent les normales locales et les aires des surfaces, et θ_i et θ_j les angles entre les normales locales et la direction locale $M_i M_j$.

Le terme v_{ij} tient compte de la présence éventuelle d'un obstacle dans la direction $M_i M_j$ définie par les points courants M_i sur i et M_j sur j : $v_{ij} = 1$ en l'absence d'obstacle, $v_{ij} = 0$ sinon.

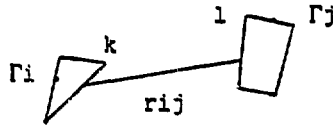
4-2 Cas des topologies convexes

La méthode de Sparrow ([1],[2]) consiste à transformer les intégrales de surface en intégrales de contour en utilisant la formule de Stokes. Si ζ_i et ζ_j désignent les contours associés, l_i et l_j les abscisses curvilignes:



$$F_{ij} = \frac{1}{2\pi S_i} \int_{\Gamma_i} \int_{\Gamma_j} \text{Log } r_{ij} \vec{dl}_i \cdot \vec{dl}_j$$

Si les surfaces sont planes et polygonales, alors cette expression se décompose en une somme de termes relatifs aux couples de segments k et l appartenant aux contours ζ_i et ζ_j :



$$F_{ij} = \frac{1}{2\pi S_i} \sum_{k=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{N_j} G_{ij}^{kl}$$

Chaque terme G_{ij}^{kl} est une intégrale double sur deux segments:

$$G_{ij}^{kl} = \int_{\Gamma_i} \int_{\Gamma_j} \text{Log } r_{ij} \frac{u^k \cdot u^l}{|du_i| |dv_j|}$$

et dans ce cas, l'une des intégrales peut être évaluée analytiquement.

En réduisant ainsi successivement l'ordre d'intégration, on aboutit à une méthode très précise qui fournit des valeurs 'quasi-exactes' des facteurs de forme pour un nombre de points d'intégration par coté égal à 3.

4-3 Traitement des parties cachées

La difficulté provient de ce qu'il faut effectuer, pour deux surfaces quelconques de l'environnement, un tri sur toutes les autres surfaces afin de déterminer si elles se 'voient' totalement, partiellement ou pas du tout. De cette façon, le nombre d'opérations à réaliser croit comme le cube du nombre d'éléments discrétisant l'environnement, ce qui est préjudiciable à la performance de la méthode pour un nombre d'éléments élevé. C'est la raison essentielle qui a motivé le choix d'un algorithme efficace sur le plan du tri des éléments.

Puisqu'il est nécessaire d'évaluer les facteurs de forme pour l'ensemble des surfaces qui constituent l'environnement, le problème de visibilité peut être approché de la façon suivante. Considérons une surface i , et un point courant M_i sur cette surface. Cette surface possède, du point M_i , une vue de l'environnement à travers l'hémisphère des directions qui entoure sa normale locale en M_i . Le problème revient à associer à chacune de ces directions l'unique surface qui est visible de M_i et d'effectuer le calcul des facteurs de forme élémentaires correspondants.

La mise en oeuvre numérique de cette méthode nécessite:

- la subdivision des éléments, ce qui définit sur chaque élément un ensemble discret de points de vue et de sous-éléments correspondants

- l'approximation de l'hémisphère des directions localement à chaque point de vue.

Une simplification importante est apportée à l'algorithme si on considère une surface cubique centrée en ce point de vue. Chaque face de ce cube est discrétisée en cellules carrées régulières, chaque cellule définissant ainsi une direction et un angle solide élémentaire. Le nombre de cellules par face est appelé résolution.

L'algorithme fait partie de la classe des algorithmes du type 'z-buffer'. Il consiste à balayer les surfaces et pour l'ensemble des points de vue associés, projeter chaque autre surface (triangle ou quadrangle) sur le cube de projection tout en calculant la profondeur 'z' de chaque cellule, c'est à dire la distance de la surface au point de vue selon la direction de la cellule. La projection de tout l'environnement résoud simultanément les problèmes de visibilité dans chaque cellule grâce au calcul des profondeurs et de calcul numérique des facteurs de forme.

Le facteur de forme des surfaces i et j est déterminé comme la moyenne pondérée des facteurs de forme relatifs aux différents points de vue k associés à la surface i:

$$F_{ij} = \sum_k \frac{(ds_i)}{S_i} \frac{F_{k, di-j}}{di-j}$$

$$S_i = \sum_k (ds_i)$$

(ds_i) représente l'aire du sous-élément associé au k-ième point de vue

Pour le facteur de forme relatif à un point de vue cette expression peut être approchée par:

$$F_{di-j} = \int_{S_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi (rij)^2} v_{ij} ds_j$$

dans la mesure où l'aire du sous-élément associé est faible.

Pour évaluer numériquement cette expression, il suffit d'effectuer la somme des angles solides élémentaires des cellules ω_c à travers lesquelles l'élément j est visible, cette somme étant pondérée par les produits scalaires de la normale au point de vue et des orientations des cellules.

$$F_{di-j} = \sum_c \cos\theta_c \omega_c$$

$$\omega_c = \frac{\cos\theta_c sc}{\pi(rc)^2} \quad \text{angle solide de la cellule } c$$

avec sc : aire de la cellule
 rc : distance cellule/centre du cube
 θ_c : angle direction /normale locale cellule

Remarques:

La vérification des bilans énergétiques:

$$\sum_j F_{ij} = i \quad \text{pour une enceinte fermée}$$

ne dépend que de la résolution adoptée. Elle est garantie (en général à moins de 0.01) à partir d'une résolution de l'ordre de 20x20.

Les relations de réciprocité:

$$S_i F_{ij} = S_j F_{ji}$$

sont liées à la précision globale du calcul, qui dépend des deux paramètres de discrétisation : résolution et facteur de subdivision.

Une résolution élevée est adaptée à des éléments 'petits', tandis que la subdivision des éléments n'est nécessaire que pour les éléments de taille importante.

L'algorithme se charge automatiquement de la subdivision des éléments de taille élevée, en fonction d'un niveau moyen de subdivision 'théorique' affecté à la surface moyenne des éléments.

Les angles solides élémentaires sont caractéristiques des cellules et sont évalués une seule fois.

De nombreuses opérations réalisées sur le cube de projection (détermination des cellules sur lesquelles se projette chaque élément) sont effectuées sur des entiers, ce qui est très avantageux sur le plan du temps de calcul.

Comparaison avec la méthode d'intégration du contour

Une comparaison réalisée sur un ensemble d'éléments triangulaires met en évidence la convergence de l'algorithme général avec la résolution et le facteur de subdivision.

5 - ILLUSTRATIONS

Des calculs 3D couplés conduction-rayonnement en régime permanent sont présentés.

L'enceinte envisagée est de forme cubique, isolée à l'extérieur. Elle rayonne à l'intérieur avec une émissivité totale uniforme de 1. Les faces supérieure et inférieure sont à température imposée et possèdent une résistance de contact infinie avec la surface latérale conductrice.

Cette enceinte renferme des structures conductrices d'émissivité totale 1. Dans le premier cas, il s'agit d'un cube creux concentrique rayonnant sur sa surface externe. Dans le second cas, les structures internes sont des plaques rayonnant de façon bilatérale.

Le calcul des facteurs de forme est réalisé avec une résolution de 50x50 sans subdivision des éléments.

REFERENCES

- [1] J.P. MAGNAUD ,D. GRAND, M.VILLAND, J.L. CHEISSOUX, A. HOFFMANN
Recent Developments in the Numerical Prediction of Thermal
Hydraulics. Int. Top. Meet. on Adv. in React. Phys. Math. and
Comp, Paris (France) april 27-30 1987

- [2] N.COULON
Computation of 3D Form Factors in Complex Environments.
ANS. Top. Meet. on Adv. in Nucl. Eng. Comp. andRad. Shielding,
april 9-13 1989

- [3] I.E. SUTHERLAND, R.F. SPROULL, R.A. SCHUMACKER
A characterization of ten hidden-surface algorithms.
Computing Surveys 6(1) March 1974

- [4] J.R.WALLACE, M.F.COHEN, D.P.GREENBERG
A two pass solution to the rendering equation: a synthesis of
ray tracing and radiosity methods.
Computer Graphics Vol 21 July 1987

- [5] E.M SPARROW
A new and simpler formulation for radiative angle factors.
J.of.heat transfer (1963)

- [6] A.B SHAPIRO
Computer Implementation Accuracy and Timing of radiation view
factor algorithms. Trans. ASME Vol 107. August 1985

Figure 1. Projection cube.

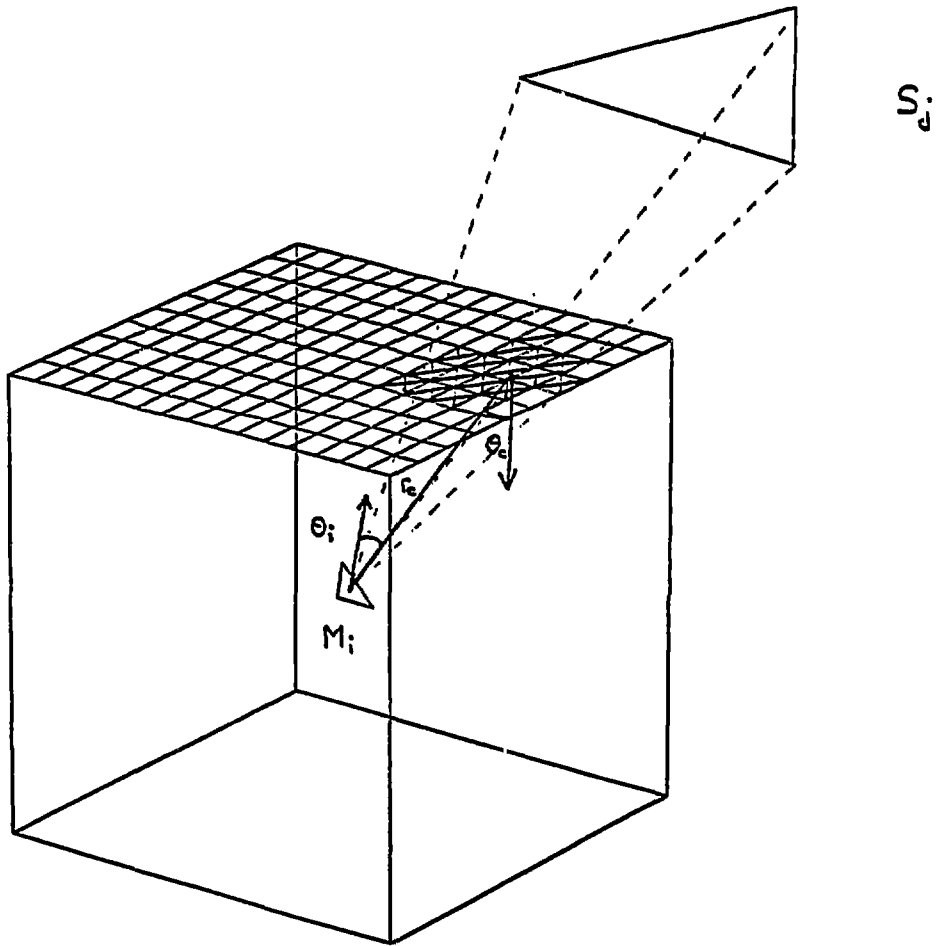


Figure 2. Geometry used for the comparison with the contour integration method.

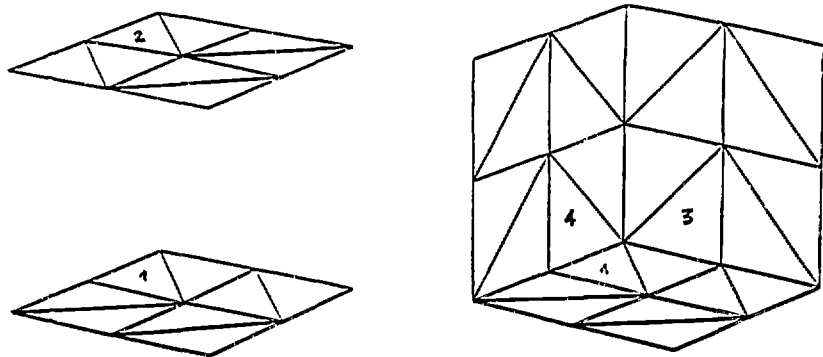


Table 1. Comparison with the contour integration method.

F_{12}				
exact value:	subdivision factor	20X20	resolution 30X30	50X50
0.0359	1	0.0434	0.0367	0.0377
	4	0.0391	0.0351	0.0360

F_{13}				
exact value:	subdivision factor	20X20	resolution 30X30	50X50
0.0553	1	0.0498	0.0539	0.0548
	4	0.0566	0.0566	0.0566

F_{14}				
exact value:	subdivision factor	20X20	resolution 30X30	50X50
0.211	1	0.196	0.190	0.192
	4	0.206	0.202	0.204

Figure 3. Temperature field in a radiative enclosure.

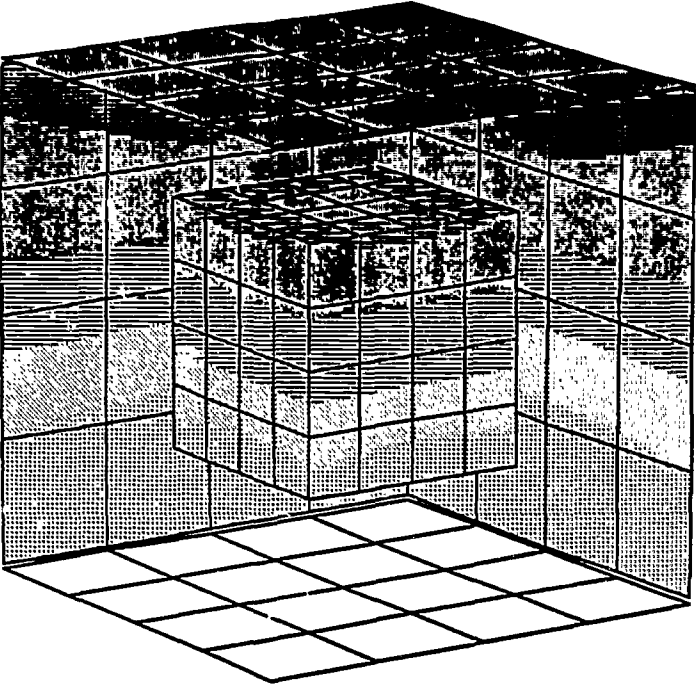


Figure 4. Temperature field in a radiative enclosure.

