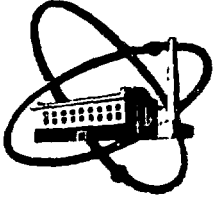


УДК 621.372.01

ФЭИ-1984.

ФЭИ-1984



ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. П. ПОЛИВАНСКИЙ

**Решение двумерных уравнений
переноса нейтронов в $4P_0$ -приближении
метода сферических гармоник**

Обнинск — 1989

УДК 519.6

В. П. Поливанский.

Решение двумерных уравнений переноса нейтронов в $4P_0$ -приближении метода сферических гармоник.
ФЭИ-1984. Обнинск: 1989. — 12 с.

Излагается метод решения двумерных уравнений переноса нейтронов с помощью $4P_0$ -приближения. До этого такой подход эффективно использовался при решении одномерных задач. Это первая попытка применения его к решению двумерных задач. Рассматривается решение переноса в RZ и XU -геометриях. Приводится алгоритм решения и результаты тестовых нейтронно-физических расчетов. Показано существенное улучшение качества расчета по сравнению с диффузионным приближением.

ВВЕДЕНИЕ

До настоящего времени автор занимался разработкой алгоритмов и программ для проведения нейтронно-физических расчетов в рамках двойных полиномиальных разложений метода сферических гармоник. Эти, т.н. $2P_n$ -приближения, применительно к решению уравнения переноса обладают всеми достоинствами метода сферических гармоник: общность подхода для различных геометрий, простота построения численных схем, их счетная устойчивость и т.д. В то же время применение $2P_n$ -приближений позволяет обойти трудности в постановке условий на внешних границах, на границах с вакуумными полостями и т.п. Для областей с внутренними полостями $2P_n$ -приближения успешно конкурировали с P_n -приближениями высоких порядков, выгодно отличаясь от них простотой реализации и счетной устойчивостью численных схем. Практика расчетов показала, что уже $2P_1$ -приближение при решении как стационарных, так и временных задач переноса дает стабильно надежный результат, который с повышением приближения улучшается незначительно.

Естественно, хотелось бы иметь алгоритмы такого типа и для решения многомерных задач. Однако, применение $2P_n$ -приближений уже к двумерным областям встречает целый ряд трудностей как технологического, так и технологического (ограниченность памяти ЭВМ) порядка. В настоящее время создана двумерная программа стационарного расчета лишь в $2P_0$ -приближении [1]. Она, хоть и имеет практическое применение, не может являться самоцелью, так как $2P_0$ -приближение по качеству и трудоемкости соответствует P_1 -приближению метода сферических гармоник, на основе которого уже создан целый ряд расчетных программ. Эта работа - первая попытка применения к решению двумерных задач $4P_0$ -приближения (сферический аналог $2P_1$ -приближения) с целью более качественного расчета для сред, в которых кинетическими эффектами нельзя пренебречь.

1. ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ АЛГОРИТМА.

Для понимания дальнейшего изложения кратко охарактеризуем особенности предлагаемого подхода к решению двумерных задач переноса. В отличие от традиционных методов решения задач переноса в этой работе кинетическое уравнение представлено в двух формах [1]. Первая форма записи обусловлена тем, что угол θ , один из определяющих направление полета частицы, отсчитывается от оси OZ . В дальнейшем задача в такой форме называется " Z - задачей". Задача же в другой форме записи, которая возникает при отсчете угла θ от оси Ox , называется " R - задачей".

В дальнейшем оба эти уравнения обычным образом заменяются соответствующими системами сферических гармоник, аппроксимирующими исходные уравнения. Эти системы, в свою очередь, являются исходными для получения систем $4P_0$ -уравнений. Смысл такого перехода заключается в том, чтобы иметь возможность использовать точные (с точностью до номера приближения) граничные условия, что не позволяет обычный метод сферических гармоник, а с другой стороны, сохранить коэффициенты разложения для сечений взаимодействия в привычном виде, т.е. сохранить возможность для использования в расчетах существующих комплексов подготовки макросечений.

Заметим, что при использовании $4P_0$ - приближения функция переноса нейтронов аппроксимируется постоянной на каждой из четвертей единичной сферы направлений ($|\vec{\Omega}| = 1$). Это позволяет корректно поставить дополнительные условия для " Z - задачи" на нижней и верхней границе рассматриваемой прямоугольной области, а для " R - задачи" - на левой и правой. Из-за указанной особенности логично соответствующие системы $4P_0$ -уравнений решать численно вдоль координатных линий: $z = const$ для " Z - задачи" и $x = const$ для " R - задачи", т.е. их решение можно свести к набору решений одномерных задач с учетом взаимной связи между решениями " R и Z - задач".

2. ФОРМУЛИРОВКА "R и Z -задач" ЦЕГЕНОСА.

Рассмотрим задачу о пространственном распределении поля односкоростных нейтронов в цилиндрической области. Если цилиндр обладает круговой симметрией, то задача сводится к решению стационарного кинетического уравнения переноса для двумерной RZ -области вида [2]:

$$\sqrt{1-\mu^2} \left(\cos \mathcal{L} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \sin \mathcal{L} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \mu \frac{\partial \psi}{\partial z} + b \psi(r, z, \mu, \mathcal{L}) = f(r, z, \mu, \mathcal{L}), \quad (1)$$

$$f = \frac{Q_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha' \int_0^1 d\mu' g(r, z, \mu') \psi(r, z, \mu', \alpha') + \frac{W_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha' \int_0^1 d\mu' \psi(r, z, \mu', \alpha') \quad (2)$$

Здесь $\mu = \cos \theta$, а углы θ и \mathcal{L} , определяющие направление полета нейтрона \vec{v} , отсчитываются, как показано на рис. 1.

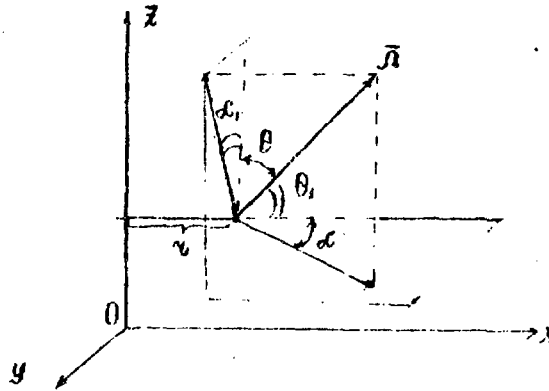


Рис. 1. Схема отсчета углов.

На нижней и верхней границе области в которой ищется решение, ставятся дополнительные условия:

$$\begin{aligned} \psi(r, 0, \mu, \mathcal{L}) &= \gamma_0 \psi(r, 0, -\mu, \mathcal{L}); & \mu > 0, & 0 \leq \mathcal{L} \leq 2\pi; \\ \psi(r, H, \mu, \mathcal{L}) &= 0; & \mu < 0, & 0 \leq \mathcal{L} \leq 2\pi \end{aligned} \quad (3)$$

Так формулируется "Z -задача" для двумерного цилиндра.

Если в качестве угловых координат выбрать $\mu = \cos \theta$ и \mathcal{L} , то уравнение переноса примет вид:

$$\mu \frac{\partial \psi}{\partial z} + \sqrt{1-\mu^2} \cos \mathcal{L} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\sin \mathcal{L}}{r} \left[\cos \mathcal{L} \frac{\partial \psi}{\partial \mu} - (1-\mu^2) \sin \mathcal{L} \frac{\partial \psi}{\partial \mu} \right] + b \psi = f. \quad (4)$$

При этом на левой и правой границе области справедливы условия:

$$\begin{cases} \Psi(R_0, z, \mu, \mathcal{L}_1) = \mathcal{Y}_1 \Psi(k_0, z, -\mu, \mathcal{L}_1); & \mu > 0; & 0 \leq \mathcal{L}_1 \leq 2\sqrt{R}; \\ \Psi(R, z, \mu, \mathcal{L}_1) = 0; & & \mu < 0; & 0 \leq \mathcal{L}_1 \leq 2\sqrt{R}. \end{cases} \quad (5)$$

Задача (4, 5) в дальнейшем называется "R-задача". Заметим, что условия на границе рассматриваются простейшие и поэтому коэффициенты \mathcal{Y} могут принимать значение $\mathcal{Y} = 0$, если соответствующая плоскость есть граница с вакуумом, или $\mathcal{Y} = 1$, если эта плоскость симметрии.

Вводя в рассмотрение сферические функции [3] ортонормированные на единичной сфере, получим для "Z и R-задач" стандартным образом соответствующие системы сферических гармоник. В дальнейшем в каждой из систем сохраняем по четыре уравнения, подходящих для дальнейших преобразований. Эти системы имеют вид:

для "Z-задачи"

$$\begin{cases} \frac{1}{13} \frac{\partial \psi_0^c}{\partial z} - \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\partial \psi_1^c}{\partial r} + \frac{1}{r} \psi_1^c \right) + \mathcal{G}_1 \psi_0^c = f_0^c \\ \frac{1}{13} \frac{\partial \psi_0^c}{\partial z} - \sqrt{\frac{2}{5}} \left(\frac{\partial \psi_2^c}{\partial r} + \frac{1}{r} \psi_2^c \right) + \mathcal{G}_2 \psi_0^c = f_0^c \\ \frac{1}{15} \frac{\partial \psi_2^c}{\partial z} - \frac{1}{16} \frac{\partial \psi_0^c}{\partial z} + \mathcal{G}_1 \psi_1^c = f_1^c \\ \frac{1}{15} \frac{\partial \psi_1^c}{\partial z} - \frac{1}{16} \frac{\partial \psi_1^c}{\partial z} + \mathcal{G}_2 \psi_2^c = f_2^c \end{cases} \quad (6)$$

а для "R-задачи"

$$\begin{cases} \frac{1}{13} \left(\frac{\partial \psi_1^c}{\partial r} + \frac{1}{r} \psi_1^c \right) - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\partial \psi_0^c}{\partial z} + \mathcal{G}_1 \psi_0^c = f_0^c \\ \frac{1}{13} \frac{\partial \psi_0^c}{\partial z} - \sqrt{\frac{2}{5}} \frac{\partial \psi_2^c}{\partial z} + \mathcal{G}_1 \psi_0^c = f_0^c \\ \frac{1}{15} \left(\frac{\partial \psi_1^c}{\partial r} + \frac{1}{r} \psi_1^c \right) - \frac{1}{16} \frac{\partial \psi_2^c}{\partial z} + \mathcal{G}_1 \psi_1^c = f_1^c \\ \frac{1}{15} \frac{\partial \psi_1^c}{\partial r} - \frac{1}{16} \frac{\partial \psi_0^c}{\partial z} + \mathcal{G}_2 \psi_2^c = f_2^c \end{cases} \quad (7)$$

3. 4P₀ - ПРИБЛИЖЕНИЕ

Перейдем к выводу системы 4P₀-уравнений. Заметим, что в этом приближении функция $\Psi(z, z, \mu, \alpha)$ аппроксимируется кусочно-постоянной функцией вида (см. рис. 2):

$$\Psi(z, z, \mu, \alpha) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{cases} U; \mu > 0, & -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ W; \mu > 0, & \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{3}{2}\pi \\ \omega; \mu < 0, & \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{3}{2}\pi \\ V; \mu < 0, & -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (8)$$

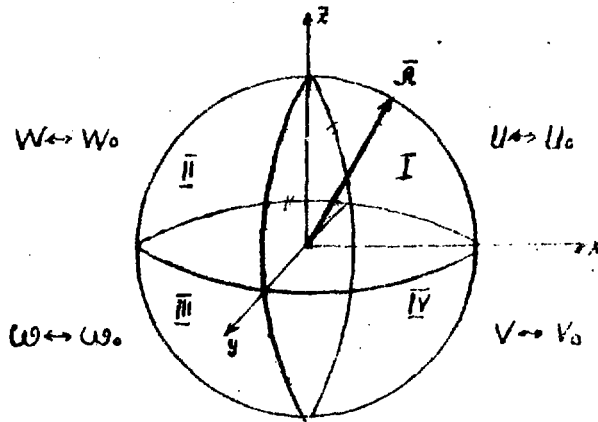


Рис. 2. Аппроксимация угловой зависимости.

Исходя из представления (8) и определения функций Ψ_n° [3], можно получить приближенные соотношения

$$\begin{aligned} \Psi_0^{\circ} &= \frac{1}{2}(U+W+\omega+V) = \frac{1}{2}(\alpha+\xi); & \alpha &= U+W; \\ \Psi_1^{\circ} &= \frac{\sqrt{3}}{4}(U+W-\omega-V) = \frac{\sqrt{3}}{4}(\alpha-\xi); & \beta &= U-W; \\ \Psi_2^{\circ} &= -\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}(U-W+V-\omega) = -\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}(\beta+\zeta); & \xi &= V+\omega; \\ \Psi_3^{\circ} &= -\frac{\sqrt{3}}{8}(U-W-V+\omega) = -\frac{\sqrt{3}}{16}\zeta(\beta-\zeta); & \zeta &= V-\omega. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя соотношения (9) в систему (6), получим систему 4Ро-уравнений для "Z-задачи"

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha - \xi) + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial z} (\beta + \eta) + \frac{1}{2} (\beta + \eta) \right] + \theta_0 (\alpha + \xi) = 2 f_0^0 \\ \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha + \xi) + \frac{4}{3\sqrt{3}} \left[\frac{\partial}{\partial z} (\beta - \eta) + \frac{1}{2} (\beta - \eta) \right] + \theta_1 (\alpha - \xi) = \frac{4}{\sqrt{3}} f_1^0 \\ \frac{4}{1\sqrt{3}} \frac{\partial}{\partial z} (\beta - \eta) + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha + \xi) + \theta_1 (\beta + \eta) = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} f_1^1 \\ \frac{3\sqrt{3}}{20} \frac{\partial}{\partial z} (\beta + \eta) + \frac{3\sqrt{3}}{20} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha - \xi) + \theta_2 (\beta - \eta) = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}} f_2^1 \end{cases} \quad (10)$$

Из условий (3) и представления для функции ψ (8) следует, что

$$\begin{cases} \alpha(z, 0) = \gamma_0 \xi(z, 0) \\ \beta(z, 0) = \gamma_0 \eta(z, 0) \end{cases}; \quad \begin{cases} \xi(z, H) = 0 \\ \eta(z, H) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Систему (10) запишем в матричном виде

$$\begin{cases} \hat{A}_0 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{x} - \bar{y}) + \hat{\Sigma}_0 (\bar{x} + \bar{y}) = \bar{F} - \hat{B}_0 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{x} + \bar{y}) - \frac{1}{2} \hat{D}_0 (\bar{x} + \bar{y}) \\ \hat{A}_1 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{x} + \bar{y}) + \hat{\Sigma}_1 (\bar{x} - \bar{y}) = \bar{G} - \hat{B}_1 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{x} - \bar{y}) - \frac{1}{2} \hat{D}_1 (\bar{x} - \bar{y}), \end{cases} \quad (12)$$

где введены обозначения

$$\hat{A}_0 = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 4/3\sqrt{3} \end{pmatrix}; \quad \hat{\Sigma}_0 = \begin{pmatrix} \theta_0 & 0 \\ 0 & \theta_1 \end{pmatrix}; \quad \hat{B}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 2/3 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{D}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{x} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}; \\ \hat{A}_1 = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 \\ 0 & 3\sqrt{3}/20 \end{pmatrix}; \quad \hat{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{pmatrix}; \quad \hat{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 4/3\sqrt{3} \\ 3\sqrt{3}/20 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{D}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 4/3\sqrt{3} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}.$$

Условия (11) при этом примут вид

$$\bar{x}(z, 0) = \gamma_0 \bar{y}(z, 0); \quad \bar{y}(z, H) = \bar{0} \quad (13)$$

На этом формулировка "Z-задачи" в 4Ро-приближении закончена.

Аналогично предыдущему функции $\psi(z, r, \rho, \alpha)$ представим в виде

$$\Psi(r, z, \mu, \mathcal{L}) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{L}}} \begin{cases} U_0; \mu > 0, & -\mathcal{L}/2 \leq \mathcal{L}_1 \leq \mathcal{L}/2 \\ W_0; \mu < 0, & -\mathcal{L}/2 \leq \mathcal{L}_1 \leq \mathcal{L}/2 \\ W_0; \mu < 0, & \mathcal{L}/2 \leq \mathcal{L}_1 \leq 3\mathcal{L}/2 \\ V_0; \mu > 0, & \mathcal{L}/2 \leq \mathcal{L}_1 \leq 3\mathcal{L}/2 \end{cases} \quad (14)$$

Повторяя предыдущие выкладки, нетрудно от системы (7) прийти к системе 4Ро-уравнений для "R-задачи". Эта система в матричной форме имеет вид

$$\begin{cases} \hat{A}_0 \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{u} - \bar{v}) + \frac{1}{\mathcal{L}} (\bar{u} - \bar{v}) \right] + \hat{\Sigma}_0 (\bar{u} + \bar{v}) = \bar{F} - \hat{B}_0 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} + \bar{v}) \\ \hat{A}_1 \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u} + \bar{v}) + \hat{\Sigma}_1 (\bar{u} - \bar{v}) = \bar{G} - \hat{B}_1 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} - \bar{v}) \end{cases} \quad (15)$$

Здесь матрицы совпадают с приведенными выше, а искомые вектор-функции состоят из компонент

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_0 + V_0 \\ U_0 - V_0 \end{pmatrix}; \quad \bar{V} = \begin{pmatrix} \mathcal{L}_0 \\ \mathcal{L}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_0 + \omega_0 \\ W_0 - \omega_0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Для этих функций условия (5) примут вид

$$\bar{U}(R_0, z) = \mathcal{Y}_1 \bar{V}(R_0, z); \quad \bar{V}(R, z) = \bar{O}. \quad (17)$$

4. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для численного решения "R и z-задач" построим в двумерной области сетку из линий $\mathcal{L} = \mathcal{L}_k$; $z = z_l$ (см. рис. 3) с постоянными

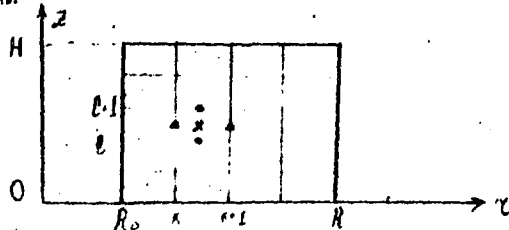


Рис. 3. Схема расположения расчетных узлов.

шагами Δz_k и Δx_l внутри зон, включив в число этих линий и границы зон. В дальнейшем решение " R -задачи" ищем системе узлов $\{z_k, z_{l+1/2}\}$; $k = \overline{0, K}$; $l = \overline{0, L-1}$,

а решение " Z -задачи" на системе узлов

$$\{z_{k+1/2}, z_l\}; k = \overline{0, K-1}; l = \overline{0, L}.$$

Сформулируем теперь численный алгоритм для решения задачи с энергетической зависимостью о нахождении первого собственного числа (Кэф) и соответствующей ему собственной функции. При традиционном подходе для учета энергетической зависимости " R и Z -задачи" сводятся к решению системы групповых уравнений вида

$$\begin{cases} \hat{A}_0 \left[\frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} - \bar{v})^j + \frac{1}{z} (\bar{u} - \bar{v})^j \right] + \hat{\Sigma}_0^j (\bar{u} + \bar{v})^j = \bar{F}^j - \hat{B}_0 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} + \bar{v})^j \\ \hat{A}_1 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} + \bar{v})^j + \hat{\Sigma}_1^j (\bar{u} - \bar{v})^j = \bar{G}^j - \hat{B}_1 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} - \bar{v})^j \end{cases} \quad (18)$$

для " R -задачи". Соответственно для " Z -задачи" ее вид

$$\begin{cases} \hat{A}_0 \frac{\partial}{\partial x} (\bar{x} - \bar{y})^j + \hat{\Sigma}_0^j (\bar{x} + \bar{y})^j = \bar{F}^j - \hat{B}_0 \frac{\partial}{\partial x} (\bar{x} + \bar{y})^j - \frac{1}{z} \hat{D}_0 (\bar{x} + \bar{y})^j \\ \hat{A}_1 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{x} + \bar{y})^j + \hat{\Sigma}_1^j (\bar{x} - \bar{y})^j = \bar{G}^j - \hat{B}_1 \frac{\partial}{\partial z} (\bar{x} - \bar{y})^j - \frac{1}{z} \hat{D}_1 (\bar{x} - \bar{y})^j \end{cases} \quad (19)$$

Соответствующие граничные условия для каждой группы " j " имеют вид (17) или (13).

Заметим, что создание рабочих программ в дальнейшем ориентируется на привязку их к константным модулям [4, 5]. Последние же готовят макросечения в транспортном приближении, так что вектор-функции \bar{F}^j и \bar{G}^j имеют отличную от нуля только первую компоненту

$$\begin{aligned} \bar{F}_1^j - 2f_1^c &= \sum_{i=1}^{j-1} \hat{\sigma}_i^{i,j} (u+w+\omega+v)^i + \frac{\kappa}{K+1} Q(z, z); \\ \bar{G}_1^j &= \frac{1}{13} f_1^c = \sum_{i=1}^{j-1} \hat{\sigma}_i^{i,j} (u+w-v-\omega)^i. \end{aligned} \quad (20)$$

Источники нейтронов деления в ячейке сетки с центром в узле $\{z_k, z_{l+1/2}\}$ определяется как преднепризматическое решение " R и Z -задач", вычисленных в узлах на границе ячейки.

Для нахождения Коф используется метод итерации источника [6]*. Отличие этого метода от обычного заключается в том, что на каждом итерационном шаге приходится решать параллельно две задачи - R и Z . Из их решения конструируется общий для них источник деления, а при необходимости и другие функционалы.

Для каждой группы система матричных уравнений (18) с условиями (17) решается численно при фиксированном $\bar{x} = \bar{x}^{(k)}$, начиная с $\ell = 0$, т.е. решение двумерной системы сводится к последовательному решению систем аналогичным системам $2P_1$ -приближения для решения одномерных задач. Алгоритм решения таких систем подробно изложен в работах [7, 8] и поэтому здесь не приводится.

Следует учесть, что в правой части системы (18) имеются члены вида $\partial \bar{u} / \partial \bar{x}$ и $\partial \bar{v} / \partial \bar{x}$, которые не встречались при решении одномерных задач. Обращаясь к физическому смыслу функций $\Psi(\tau, z, \mu, \alpha)$, $\Upsilon(\tau, z, \mu, \alpha)$ и, учитывая их представление в $4P_0$ -приближении, несложно установить взаимнооднозначное соответствие между функциями U и U_0 и т.д. Они просто равны между собой, как интегралы от одной и той же функции по объему одной и той же четверти сферы. Из этого факта вытекает связь между искомыми вектор-функциями \bar{X} , \bar{Y} и \bar{U} , \bar{V} .

$$\bar{U} + \bar{V} = \begin{pmatrix} \alpha_0 + \beta_0 \\ \beta_0 + \eta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha + \beta \\ \alpha - \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + y_1 \\ x_1 - y_1 \end{pmatrix}; \quad (21)$$

$$\bar{U} - \bar{V} = \begin{pmatrix} \alpha_0 - \beta_0 \\ \beta_0 - \eta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta + \eta \\ \beta - \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 + y_2 \\ x_2 - y_2 \end{pmatrix},$$

где x_1, x_2 - компоненты вектора \bar{X} , а y_1, y_2 - вектора \bar{Y} . Таким образом, члены с $\partial \bar{u} / \partial \bar{x}$, $\partial \bar{v} / \partial \bar{x}$ могут быть выражены через линейную комбинацию производных $\partial \bar{x} / \partial z$ и $\partial \bar{y} / \partial z$.

*Как правило, для нахождения " R и Z -решений" в группе, ввиду двумерности области, приходится применять итерационные методы. Это т.н. "внутренние итерации". Автор, для простоты изложения о них умалчивает, как бы считая, что на одну итерацию источника проводится одна внутренняя итерация.

Численные же легко вычисляются через значения функций \bar{X} и \bar{Y} , являющиеся решением "X-задачи", на верхней и нижней грани ячейки разностной сетки. Аналогичные преобразования справедливы и для "Y-задачи". Таким образом, алгоритм решения систем 4^{го}-уравнений определен до конца.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТОВЫХ РАСЧЕТОВ

На основе изложенного выше алгоритма были созданы программы расчета стационарного уравнения переноса нейтронов в 3^X -групповом и 26^N -групповом приближении. Первая из этих программ использует макросечения, подготавливаемые константным модулем "МАКЕТ" [4], а вторая привязана к комплексу "АРАМАКО" [5]. Программы написаны на языке ФОРТРАН для машин серии ЕС.

В качестве теста обчитывалась сборка RF4 [9]. Сборка RF4 представляет собой бак в виде цилиндра, заполненный раствором уранил-нитрата. Ее экспериментальные критические размеры: $R = 16,505$ см; $H = 23,95$ см. Стенки бака в расчете не учитывались, так что расчет проводился для однозонного цилиндра. Состав расчетной зоны и концентрации изотопов указаны в табл. I.

Таблица I.

Состав расчетной зоны сборки RF4

Название элемента	U - 5	U - 8	H	O	N
ρ %см ³	.000328113	.00002364	.063401	.034947	.0008765

В таблице II приведены результаты расчета $K_{эф}$ для этой сборки с помощью различных программ. Расчеты проводились в 3^X и 26^N -групповом приближении, с точностью $\epsilon_{кэф} = 10^{-6}$. Итерации внутри группы заканчивались при выполнении заданного числа шагов или при достижении относительной погрешности в потоке $\epsilon = 0,005$.

Таблица II.

Расчетные значения Кэф для сборки RP4

Программа	Число групп	Число интервалов	Время счета (сек)	Кэф
RZ2P ₀	3 гр	6 × 8	3	0.96464
		12 × 17	10	0.96613
		18 × 24	26	0.96641
RZ4P ₀	3 гр	6 × 8	13	0.99020
		12 × 17	52	0.99166
		18 × 24	117	0.99195
DD [10]	26 гр	12 × 17	-	0.98861
RZ4P ₀	26 гр	12 × 17	600	0.98934
KENO [9]	16 гр	Монте-Карло	-	0.9883 ± 0.0085

Как видно из таблицы II для этой сборки кинетический эффект играет значительную роль и переход к более высокому (по сравнению с диффузионным и P₁) приближению существенно улучшает результат.

Следует заметить, что при расчете тестовых моделей из [11]: двумерная двухгрупповая модель (задача 5) в XV-геометрии и двумерная шестигрупповая модель (задача 6) в RZ-геометрии применение 4P₀-приближения уточняет Кэф незначительно, т.е. это модели больших реакторов и для них диффузионное приближение дает хороший результат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поливанский В.П. Алгоритм декомпозиции-координации решения двумерных уравнений переноса нейтронов в 2P₀-приближении. : Доклады ИЭИ - 1941 - Обнинск, 1988.
2. Султангазин У.М., Смелов В.В. и др. Математические проблемы кинетической теории переноса. - Алма-Ата; из-во "Наука", 1986.

3. Р. Мегреблиан, Д. Хольм. Теория реакторов. Пер. с англ. Под ред. Гаврилова П. Л. - М.: Атомиздат, 1972.
4. Гурич В. Н., Поплавко А. М. Трехгрупповая библиотека микроконстант с факторами самоэкранировки для изотопов плутония и углерода и ее экспериментальное обоснование.: Препринт ФЭИ - 1481 - Обнинск, 1983.
5. Вырский М. Ю. и др. АРАМАКО-2F - версия системы константного обеспечения расчетов переноса высоконеэнергетических нейтронов.: Препринт ФЭИ - 904. - Обнинск, 1979.
6. Марчук Г. И. Методы расчета ядерных реакторов. - М.: Госатомиздат, 1961.
7. Николайшвили Ш. С., Поливанский В. П. Метод двойных P_n - приближений решения одномерных задач переноса. В сб.: Вопросы физики защиты реакторов, вып. 5 - М.: Атомиздат, 1972.
8. Поливанский В. П. Применение $2P_n$ - аппроксимаций к расчету потока нейтронов в цилиндрических системах.: Препринт ФЭИ - 1065 - Обнинск, 1980.
9. Oh J., Rothe R. E. - *Nucl. Technology*, 1978, v. 41, №2, p 226-243.
10. Миронювич Д. Н. Основные возможности комплекса программ ДП -30. - ВАНГ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, вып. 4(33), с. 28-31, 1983.
11. Зизин М. Н., Шиков Л. К., Ярославцева Л. Н. Тестовые нейтронно-физические расчеты ядерных реакторов. - М.: Атомиздат, 1980.

Технический редактор **Н. П. Герасимова**

Подписано к печати 17.05.1989 г.	Т-10699	Бумага писчая № 1	
Формат 60×90 ^{1/16}	Усл. п. л. 0,75	Уч.-изд. л. 0,5	Тираж 75 экз.
Цена 10 коп.	Индекс 3624	ФЭИ-1984	

Отпечатано на ротапринтере.
249020 г. Обнинск Калужской обл., ФЭИ.

10 коп.

Индекс 3624

**Решение двумерных уравнений переноса нейтронов в
4Р₀-приближении метода сферических гармоник.
ФЭИ-1984. 1989. 1-12.**