

TRN: AR 9200115

INIS-mf--13286

CAOS Y FRACTALES: APLICACIONES EN
INGENIERIA NUCLEAR

POR

A. CLAUSSE y D. DELMASTRO

Centro Atómico Bariloche
Comisión Nacional de Energía Atómica
República Argentina

Trabajo a ser presentado a la XVIII Reunión Anual de
la Asociación Argentina de Tecnología Nuclear, 22-26
octubre de 1990 en Buenos Aires, Argentina.

Alejandro Clausse y Darío Delmastro
Centro Atómico Bariloche

En los últimos veinte años la teoría de dinámica de sistemas se vio revolucionada por la aparición de la nueva disciplina de caos y fractales. Esta nueva área comprende el estudio de estructuras peculiares que aparecen en la solución de ecuaciones no-lineales, que describen la mayoría de los procesos físicos en ciencia y tecnología. Los casos más importantes son las ecuaciones de Navier-Stokes para el movimiento de fluidos viscosos, los modelos de flujo de dos fases, algoritmos de control no-lineal. Las aplicaciones tecnológicas más importantes de la teoría de caos y fractales se relacionan con la turbulencia en fluidos, dinámica de sistemas, vibraciones de estructuras, climatología, etc.

La característica más importante del comportamiento caótico es la impredecibilidad práctica de la evolución futura de las variables del sistema debido a la magnificación exponencial de cualquier incertidumbre en las condiciones iniciales. Esta característica, conocida como sensibilidad a condiciones iniciales (SCI), puede llegar a ser una fuente de preocupación si se requiere un conocimiento muy preciso de la evolución del sistema, como en algunos problemas de seguridad nuclear.

ECUACION LOGISTICA

El sistema más simple para observar las características fundamentales del caos es la ecuación logística. Es un sistema dinámico discreto en que el valor de la variable en un tiempo está determinada por el valor que tenía un tiempo anterior, según la ecuación:

$$X_{n+1} = 4 \mu X_n (1 - X_n) \quad (1)$$

En la Figura 1 se grafica la evolución de la variable X para distintos valores del parametro μ . Para valores pequeños de μ , la variable tiende a un valor fijo, que es la intersección de la parábola con la recta $X_{n+1} = X_n$. Aumentando μ el punto de intersección pierde estabilidad, y la variable tiende asintóticamente a alternar entre dos valores fijos. Se dice que el sistema evoluciona a un "atractor periódico". Aumentos mayores de μ dan lugar a atractores de periodo 4, 8, 16, 32, etc. La cascada de bifurcaciones continúa hasta un valor crítico de μ en que la evolución se hace aperiódica y aparentemente estocástica: el sistema describe un "atractor caótico".

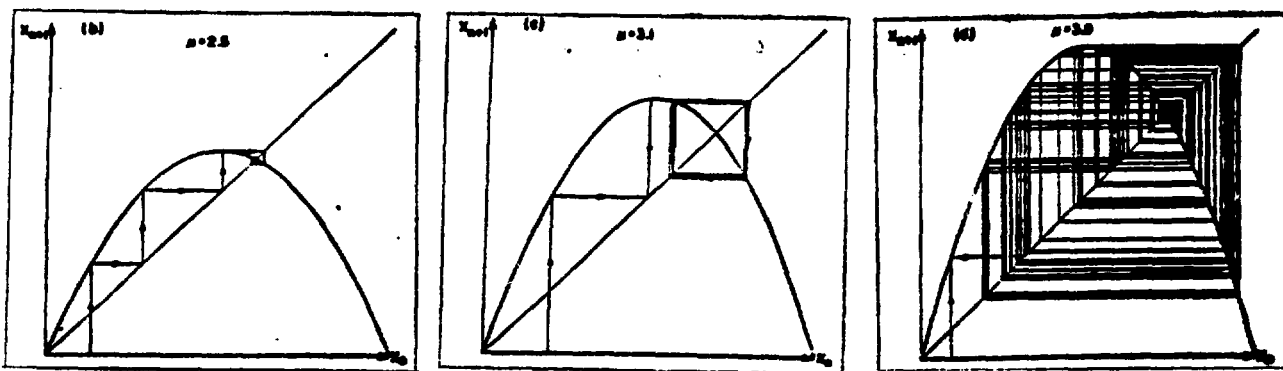


Figura 1 Evolución de x para diferentes μ .

Otros sistemas dinámicos discretos y continuos de más variables también presentan este tipo de evoluciones. La trayectoria que describen las variables en el espacio de las fases forma estructuras geométricas extrañas, llamadas fractales⁽¹⁾, que tienen la propiedad de autosimilaridad en todas las escalas. La dimensión de estos objetos es fraccionaria⁽¹⁾.

MODELO DE FLUJOS EN EBULLICION

Veamos ahora la aplicación de los modelos dinámicos caóticos a problemas de interés en ingeniería nuclear. En particular vamos a considerar un modelo de flujo en ebullición, que sirve para describir una familia de accidentes y transitorios en reactores

que pueden finalizar con daño de núcleo.

Como se puede ver en la Figura 2, el sistema estudiado es un canal con una zona de calentamiento y una chimenea adiabática. El líquido entra subenfriado y comienza a hervir dentro de la zona calefactora. Este sistema aparentemente simple tiene una dinámica extremadamente complicada, presentando inestabilidades debido a realimentaciones con demoras inducidas por ondas de densidad.

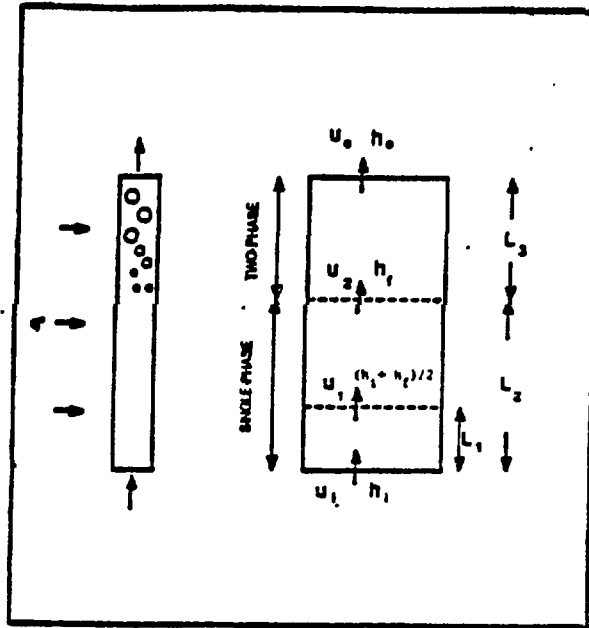


Figura 2 Canal en ebullición y diagrama esquemático del modelo.

Se dividió el sistema en nodos de posición variable, definidos por la entalpía del fluido. Usando las ecuaciones de conservación de flujo homogéneo se derivó un modelo matemático de ecuaciones diferenciales ordinarias por medio del método de Galerkin. Las variables de estado del sistema son: las posiciones de los nodos de entalpía, la masa de fluido en la zona de dos fases calefaccionada, las masas de los volúmenes de la chimenea y el momento total del sistema. Las ecuaciones diferenciales son:

$$\frac{d\lambda_m}{dt} = 2u_i - 2N_s(\lambda_m - \lambda_{m-1}) - \frac{d\lambda_{m-1}}{dt}$$

$$\frac{dm}{dt} = u_i - Pe u_e$$

$$\frac{d}{dt} \left[m u_i + \frac{N_{sua}(1-\lambda)(1-m)}{1/Pe - 1} \right] = \frac{m}{Fr} + K_i u_i^2 + K_e Pe u_e^2 + Pe u_e^2 - u_i^2$$

$$m = \lambda + \frac{(1-\lambda) \ln(1/Pe)}{1/Pe - 1}$$

Las ecuaciones fueron integradas numéricamente usando la subrutina de integración DGEAR de la biblioteca ISML. Se encontró un comportamiento particularmente interesante en condiciones de circulación natural. La Figura 3 muestra un ciclo límite en una proyección del espacio de las fases en el plano caudal vs. frontera de ebullición (definida como la posición del nodo de entalpía de saturación). Se puede ver que el caudal tiende a bajar cuando la frontera de ebullición se acerca a la salida del canal, debido al aumento de la masa de fluido, lo cual corta la convección natural. Este tipo de oscilaciones son un caso particular de inestabilidades de ondas de densidad en flujos en ebullición con circulación natural, que se presentan a bajas potencias y bajos títulos de vapor.

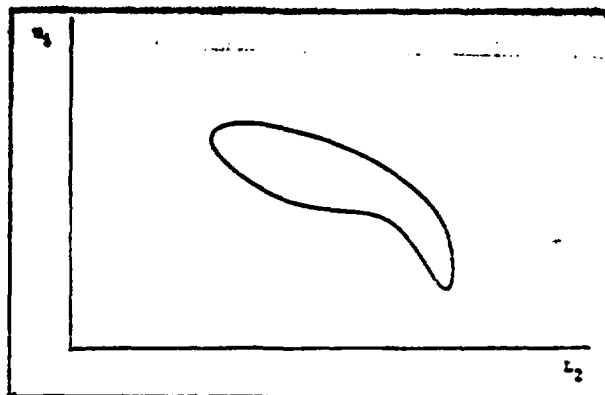


Figura 3 Ciclo límite para bajos caudales.

Reduciendo aún más la potencia entregada al canal, el sistema se hace más inestable desarrollando una cascada de bifurcaciones similar a la ecuación logística. La Figura 4 muestra la evolución caótica del caudal y la frontera de ebullición cuando se reduce la potencia respecto del ciclo mostrado en la Figura 3. Las variables del sistema, si bien están acotadas por una "banda cíclica" en el espacio de las fases, dentro de esas cotas presentan un comportamiento aleatorio con magnificación exponencial de cualquier incerteza. El conocimiento del sistema en estas condiciones debe orientarse hacia una "dinámica probabilística", en contraposición con el cálculo determinístico del análisis clásico de transitorios y accidentes. Desde este punto de vista, la teoría de caos y fractales constituye una línea de investigación y desarrollo que va a proporcionar las bases fundamentales para el tratamiento de estos sistemas.

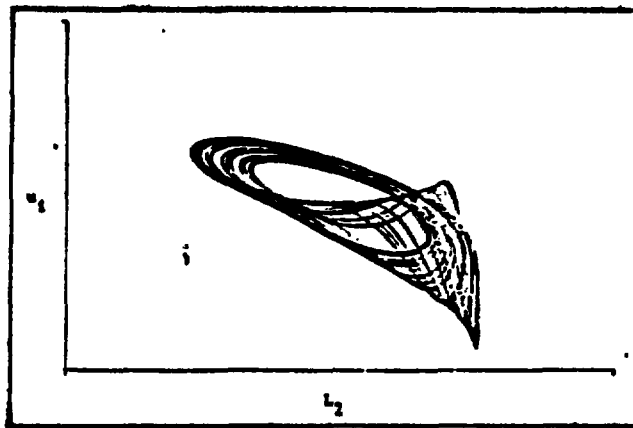


Figura 4 Atractor extraño.

REFERENCIAS

- 1) The fractal geometry of nature, R.Mandelbrot, Freeman, 1981.