АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

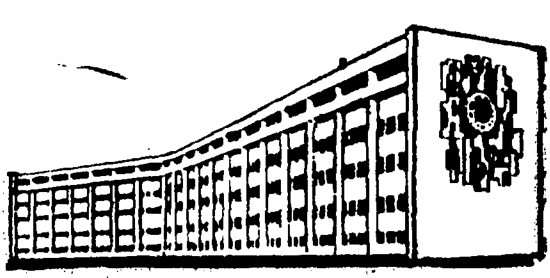
ІНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ім. М.М. БОГОЛЮБОВА

ITF--93-18 U.

ІТФ-93-18У

С.І.Вільчинський

ПЕРШИЙ, ДРУГИЙ ТА ЧЕТВЕРТИЙ ЗВУКИ В РЕЛЯТИВІСТСЬКІЙ ТЕОРІЇ НАДПЛИННОСТІ З УРАХУВАННЯМ ДИСИПАТИВНИХ ЕФЕКТІВ



КИЇВ

Академія наук України
Інститут теоретичної фізики ім.М.М.Боголюбова АН України

Препринт
ІТФ-93-18У

С.І.Вільчинський

ПЕРШИЙ, ДРУГИЙ ТА ЧЕТВЕРТИЙ ЗВУКИ В РЕЛЯТИВІСТСЬКІЙ ТЕОРІЇ НАДПЛИННОСТІ З УРАХУВАННЯМ ДИСИПАТИВНИХ ЕФЕКТІВ

Київ - 1993

УДК 539.145

С.І.Вільчинський

Перший, другий та четвертий звуки в релятивістській теорії надплинності з урахуванням дисипативних ефектів

В роботі виведені рівняння, що описують розповсюдження першого, другого та четвертого звуків в релятивістській теорії надплинності з урахуванням дисипативних процесів. Отримано вирази для швидкості першого, другого та четвертого звуків.

S.I. Vilchinsky

First, Second and Fourth Sound in Relativistic Superfluidity Theory With Account for Dissipative Effects

The equations describing the propagation of the first, second and fourth sound in the relativistic theory of superfluidity are derived with account for dissipation. The expressions for the velocity of the first, second and fourth sound are obtained.

В даній роботі будуть досліджені звуки в релятивістській надплинній системі з врахуванням дисипативних ефектів. Аналогічні дослідження в нерелятивістській теорії надплинності проведено в [1]. Основні рівняння надплинної релятивістської гідродинаміки при $S_s=0$ (S_s - густина ентропії надплинної компоненти) з врахуванням дисипативних ефектів мають вигляд:

$$\partial_\nu T^{\mu\nu}=0,\ T^{\mu\nu}=(TS_n+\mu\rho_n)\,u^\mu u^\nu+\mu\gamma^{-1}\rho_s v^\nu v^\mu-Pg^{\mu\nu}+\tau^{\mu\nu},$$
$$\tau^{\mu\nu}=-\xi^{\mu\lambda\nu}\partial_\lambda(\mu T^{-1})+\xi^{\mu\lambda\nu}_{\sigma}\,\partial_\lambda(u^\sigma T^{-1}), \tag{1}$$

$$\partial_\nu j^\nu=0,\quad j^\nu=\rho_n u^\nu+\rho_s v^\nu+\lambda^\nu,\quad \lambda^\nu=-\xi^{\nu\lambda}\partial_\lambda(\mu T^{-1})+\xi^{\nu\mu}_{\sigma}\partial_\mu(u^\sigma T^{-1}), \tag{2}$$

$$\partial_\nu S^\nu=R\ ,\ S^\nu=S_n u^\nu-\mu T^{-1}\lambda^\nu+u_\mu\tau^{\mu\nu},\ \ R=\xi^{\mu\lambda\nu}_{\sigma}\partial_\mu(u_\nu T^{-1})\partial_\lambda(u^\sigma T^{-1})-$$
$$-\xi^{\mu\lambda\nu}\partial_\mu(u_\nu T^{-1})\partial_\lambda(\mu T^{-1})-\xi^{\mu\lambda\nu}\partial_\lambda(u_\nu T^{-1})\partial_\mu(\mu T^{-1})+\xi^{\mu\lambda}\partial_\lambda(\mu T^{-1})\partial_\mu(\mu T^{-1}), \tag{3}$$

$$\mu\gamma^{-1}v^\nu\partial_\nu v^\lambda=\Delta^{\lambda\nu}_{s}\partial_\nu(\mu\gamma^{-1})\ , \tag{4}$$

$$\Delta^{\mu\nu}_{s}\partial_\nu v^\sigma-\Delta^{\sigma\nu}_{s}\partial_\nu v^\mu=0,\quad \Delta^{\mu\nu}_{s}=g^{\mu\nu}-v^\mu v^\nu, \tag{5}$$

$$dP=S_n dT+\rho_n d\mu+\rho_s d(\mu\gamma^{-1}), \tag{6}$$

$$d\varepsilon=TdS_n+\mu\gamma^{-1}d(\rho_s+\gamma\rho_n)-\mu\gamma^{-1}\rho_n d\gamma, \tag{7}$$

$$\gamma=u^\nu v_\nu,\ u^\nu u_\nu=1,\quad v^\nu v_\nu=1,\quad \Delta^{\mu\nu}_{s}\,v_\nu=0,\ \Delta^{\mu\nu}_{n}=g^{\mu\nu}-u^\mu u^\nu,\ \Delta^{\mu\nu}_{n}u_\nu=0. \tag{8}$$

Тут u^ν, v^ν - чотиримірні швидкості відповідно нормальної і надплинної компонент, μ - інваріантний хімічний потенціал, T - інваріантна температура, P - тиск, S_n - густина ентропії нормальної компоненти, ρ_n і ρ_s - густини нормальної та надплинної компонент, $T^{\mu\nu}$ - тензор енергії-імпульсу, $\tau^{\mu\nu}$ - частина тензора енергії-імпульсу, що описує дисипації. Рівняння (4)-(5) описують рух надплинної компоненти, (7) - визначає двошвидкісну термодинаміку в лоренц-інваріантному вигляді, S^ν-вектор густини ентропії. Рівняння (1)-(2) являють собою закони збереження енергії-імпульсу та току відповідно, рівняння

(3) - закон зростання ентропії в дисипативних системах, ε - інваріантна густина енергії ($\varepsilon = u_\nu v_\lambda T^{\lambda\nu}$).

$\begin{bmatrix} \xi^{\mu\lambda} & \xi^{\mu\lambda}_{\sigma} \\ \xi^{\mu\lambda\nu} & \xi^{\mu\lambda\nu}_{\sigma} \end{bmatrix}$ - матриця кінетичних коефіцієнтів, симетричних по індексам μ і ν, а також λ і ν.

Опис звуків буде проводитись в явно коваріантній формі. Індексом 0 будемо позначати рівноважні значення величин, вважаючи їх незалежними від координат і часу, а індексом 1 -малі відхилення від рівноваги. Лінеаризацію рівнянь (1)-(8) будемо проводити при спрощуючій умові, що в рівноважному стані надплинна і нормальна компоненти рухаються з однаковою швидкістю ($u_0^\nu = v_0^\nu$). Врахуємо, що в силу

$$u^\nu u_\nu = 1,\quad u_{0\nu} u_0^\nu = 1,\quad v^\nu v_\nu = 1,\quad v_{0\nu} v_0^\nu = 1$$

в лінійному наближенні u_1^ν і v_1^ν ортогональні до u_0^ν:

$$u_0^\nu u_{1\nu} = u_0^\nu v_{1\nu} = 0. \tag{9}$$

Використовуючи співвідношення ортогональності (9), з точністю до членів другого порядку, маємо

$$\gamma = u^\nu v_\nu = (u_0^\nu + u_1^\nu)(v_{0\nu} + v_{1\nu}) = 1 + u_0^\nu v_{1\nu} = 1. \tag{10}$$

Лінеаризована система рівнянь має вигляд:

$$\partial_u \varepsilon_1 + \omega_{n0} \partial_\nu u_1^\nu + \omega_{s0} \partial_\nu v_1^\nu = -T_0^{-1} \xi^{\mu\lambda\nu} u_{0\nu} \partial_\mu \partial_\lambda \mu_1 - T_0^{-1} \xi^{\mu\lambda\nu}_{\sigma} u_{0\nu} \partial_\mu \partial_\lambda u_1^\sigma + \tag{11}$$
$$+ T_0^{-1} (u_0^\sigma \mu_{0\nu} \xi^{\mu\lambda\nu}_{\sigma} - \mu_0 u_{0\nu} \xi^{\mu\lambda\nu}) \partial_\mu \partial_\lambda T_1 ,$$

$$\omega_{n0} \partial_u u_1^\lambda + \omega_{s0} \partial_u v_1^\lambda - \Delta_0^{\lambda\nu} \partial_\nu P_1 = \Delta_0^{\lambda\nu} [T_0^{-1} \xi^{\mu\sigma}_{\nu} \partial_\mu \partial_\sigma \mu_1 + \tag{12}$$
$$+ T_0^{-2} (\xi^{\mu\gamma}_{\sigma\nu} u_0^\sigma - \mu_0 \xi^{\mu\gamma}_{\nu}) \partial_\gamma \partial_\mu T_1 + T_0^{-1} \xi^{\mu\gamma}_{\sigma\nu} \partial_\mu \partial_\gamma u_1^\sigma],$$

$$\partial_u \rho_1 + \rho_{n0} \partial_\nu u_1^\nu + \rho_{s0} \partial_\nu v_1^\nu = T_0^{-1} (\xi^{\nu\lambda} \partial_\nu \partial_\lambda \mu + \tag{13}$$
$$+ \xi^{\nu\lambda}_{\sigma} \partial_\nu \partial_\lambda u_1^\sigma) + T_0^{-2} (\xi^{\nu\lambda} \mu_0 - \xi^{\nu\lambda}_{\sigma} u_1^\sigma) \partial_\lambda \partial_\nu T_1 ,$$

$$\sigma_0\ \rho_0\partial_\nu u_1^\nu+\sigma_0\ \partial_u\rho_1+\rho_0\partial_u\sigma_1=T_0^{-2}(\xi^{\mu\lambda\nu}u_{0\mu}T_0-\xi^{\nu\lambda}\mu_0)\partial_\lambda\partial_\nu\mu_1+$$

$$+\ T_0^{-2}(\xi_\sigma^{\nu\lambda}\ \mu_0-\xi_\sigma^{\mu\lambda\nu}u_{0\mu})\partial_\nu\partial_\lambda u_1^\sigma\quad +(u_{0\mu}T_0^{-2}(\xi_\sigma^{\mu\lambda\nu}\ u_0^\sigma-\xi^{\mu\lambda\nu}\mu_0)\partial_\lambda\partial_\nu T_1- \tag{14}$$

$$-T_0^{-3}(\xi^{\nu\lambda}_{\ \ \sigma}\ u_0^\sigma\ \mu_0-\xi^{\nu\mu}\ \mu_0^2)]\partial_\lambda\partial_\nu T_1,$$

$$\mu_0\partial_u v^\nu-\Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\ \mu_1=0, \tag{15}$$

$$\partial_\nu P_1=\rho_0\partial_\nu\mu_1+\sigma_0\rho_0\partial_\nu T_1, \tag{16}$$

$$\partial_\nu\varepsilon_1=(T_0\sigma_0+\mu_0)\partial_\nu\rho_1+T_0\rho_0\partial_\nu\sigma_1. \tag{17}$$

Тут $\omega_s=\mu\rho_s$, $\omega_n=TS_n+\mu\rho_n$, $\varepsilon=\omega_s+\omega_n-P, S=\sigma\rho=\sigma(\rho_n+\rho_s)$, $\partial_u=u_\nu\partial^\nu$, $\Delta_0^{\lambda\nu}=g^{\lambda\nu}-u_0^\lambda u_0^\nu$.

Виключаючи з (11)-(17) похідні від ρ_1, u_1^ν, v_1^ν, отримаємо систему з двох рівнянь:

$$\partial_u^2\sigma_1-\alpha_1\Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu P_1+\alpha_2\Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu T_1=\rho_0^{-1}\beta_{31}^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu\partial_u T_1+ \tag{18}$$

$$+\rho_0^{-1}\beta_{32}^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu\partial_u\mu_1-\rho_0\ \rho_0^{-1}\sigma_0(\beta_{21}^{\nu\lambda\mu}\partial_\nu\partial_\lambda\partial_\mu T_1-\beta_{22}^{\nu\lambda\mu}\partial_\nu\partial_\lambda\partial_\mu\mu_1),$$

$$\begin{gathered}\partial_u^2\varepsilon_1+\Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu P_1=\beta_{11}^{\nu\lambda}\partial_\nu\partial_\lambda\partial_u T_1+\beta_{12}^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu\partial_u P_1-\\ -\omega_{n0}(\beta_{21}^{\nu\lambda\mu}\partial_\nu\partial_\lambda\partial_\mu T_1+\beta_{22}^{\nu\lambda\mu}\partial_\nu\partial_\lambda\partial_\mu\mu).\end{gathered} \tag{19}$$

Тут

$$\alpha_1=T\sigma^2\rho_s(\mu_0\rho_0\omega_n)^{-1},\quad \alpha_2=\sigma^2\rho_s(\varepsilon+P)(\mu_0\rho_0\omega_{n0})^{-1},$$

$$\beta_1^{\nu\lambda}=T_0^{-2}u_{0\mu}(\xi^{\lambda\mu\nu}_{\ \ \ \sigma}\ u_0^\sigma-\xi^{\lambda\mu\nu}),\quad \beta_2^{\lambda\nu}=T_0^{-1}u_{0\mu}\xi^{\lambda\mu\nu},$$

$$\beta_{11}^{\nu\lambda\mu}=T_0^{-2}\Delta_0^{\sigma\nu}(\xi_{\gamma\sigma}^{\lambda\mu}\ u_0^\gamma-\mu_0\xi_{\ \sigma}^{\lambda\mu}),\quad \beta_{22}^{\nu\lambda\mu}=T_0^{-1}\xi^{\lambda\mu}_{\ \ \sigma}\ \Delta_0^{\sigma\nu},$$

$$\beta_{31}^{\lambda\nu}=T_0^{-3}\mu_0(\xi^{\lambda\nu}\mu_0-\xi_\sigma^{\lambda\nu}\ u_0^\sigma)+T_0^{-2}u_{0\mu}(\xi^{\lambda\mu\nu}\mu_0-\xi^{\lambda\mu\nu}_{\ \ \ \sigma}\ u_0^\sigma),$$

$$\beta_{32}^{\lambda\nu}=T_0^{-1}u_{0\mu}\xi^{\lambda\mu\nu}-T_0^{-2}\mu_0\xi^{\lambda\nu}.$$

Виберемо незалежними змінними σ та ρ 1; отримаємо таку систему з двох рівнянь:

$$(\partial\varepsilon/\partial\sigma)_\rho\, \partial_u^2\sigma + (\partial\varepsilon/\partial\rho)_\sigma\, \partial_u^2\rho + (\partial P/\partial\sigma)_\rho \Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu\sigma_1 + (\partial P/\partial\rho)_\sigma\, \Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu\rho_1 =$$
$$= \beta_{11}^{\lambda\nu}\{(\partial T/\partial\sigma)_\rho\partial_\lambda\partial_\nu\partial_u\sigma_1 + (\partial T/\partial\rho)_\sigma\partial_\lambda\partial_\nu\partial_u\, \rho_1\} + \beta_{12}^{\lambda\nu}\{(\partial P/\partial\sigma)_\rho\partial_\lambda\partial_\nu\partial_u\sigma_1 + \tag{20}$$
$$+ (\partial P/\partial\rho)_\sigma\partial_\lambda\partial_\nu\partial_u\, \rho\} - \beta_3^{\nu\lambda\mu}\{(\partial P/\partial\sigma)_\rho\partial_\lambda\partial_\mu\partial_\nu\sigma_1 + (\partial P/\partial\rho)_\sigma\partial_\lambda\partial_\mu\partial_\nu\rho_1\} -$$
$$- \beta_4^{\nu\lambda\mu}\{(\partial T/\partial\sigma)_\rho\partial_\lambda\partial_\mu\partial_\nu\, \sigma_1 + (\partial T/\partial\rho)_\sigma\partial_\lambda\partial_\mu\partial_\nu\, \rho_1\},$$

$$\partial_u^2\sigma_1 - \alpha_1(\partial P/\partial\sigma)_\rho\, \Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu\, \sigma_1 - \alpha_1(\partial P/\partial\rho)_\sigma\, \Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu\, \rho_1 +$$
$$+ \alpha_2(\partial T/\partial\sigma)_\rho\, \Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu\, \rho_1 + \alpha_2(\partial T/\partial\rho)_\sigma\, \Delta_0^{\lambda\nu}\partial_\lambda\partial_\nu\, \rho_1 =$$
$$= \beta_1^{\lambda\nu}\, \{(\partial T/\partial\sigma)_\rho\, \partial_\lambda\partial_\nu\partial_u\sigma_1 + (\partial T/\partial\rho)_\sigma\, \partial_\lambda\partial_\nu\partial_u\, \rho_1 + \tag{21}$$
$$+ \beta_2^{\lambda\nu}\{(\partial P/\partial\sigma)_\rho\, \partial_\lambda\partial_\nu\partial_u\sigma_1 + (\partial P/\partial\rho)_\sigma\, \partial_\lambda\partial_\nu\partial_u\, \rho_1\} -$$
$$- \beta_1^{\lambda\nu\mu}\{(\partial T/\partial\sigma)_\rho\partial_\lambda\partial_\mu\partial_\nu T_1 + (\partial T/\partial\rho)_\sigma\, \partial_\lambda\partial_\mu\partial_\nu\sigma_1\} -$$
$$- \beta_2^{\lambda\mu\nu}\{(\partial P/\partial\sigma)_\rho\partial_\lambda\partial_\mu\partial_\nu\sigma_1 + (\partial P/\partial\rho)_\sigma\partial_\lambda\partial_\mu\partial_\nu\rho_1\}.$$

Тут

$$\beta_1^{\lambda\nu} = \rho_0^{-1}(\beta_{31}^{\lambda\nu} - \sigma_0\beta_{32}^{\lambda\nu}), \quad \beta_2^{\lambda\nu} = \rho_0^{-2}(\beta_{32}^{\lambda\nu} - \beta_{12}^{\lambda\nu}),$$
$$\beta_1^{\lambda\nu\mu} = \sigma_0\rho_{*0}\rho_0^{-1}(\beta_{21}^{\lambda\nu\mu} - \beta_{12}^{\lambda\nu\mu}), \quad \beta_2^{\lambda\nu\mu} = \omega_{n0}\rho_0^{-1}\beta_{22}^{\lambda\nu\mu},$$
$$\beta_3^{\lambda\nu\mu} = \sigma_0\rho_{*0}\rho_0^{-2}\beta_{22}^{\lambda\nu\mu}, \quad \beta_4^{\lambda\nu\mu} = \omega_{n0}(\beta_{21}^{\lambda\nu\mu} - \sigma_0\beta_{22}^{\lambda\nu\mu}). \tag{22}$$

Розглядаючи рішення системи (20)-(21) в вигляді плоских хвиль

$$\sigma_1 = \sigma_{10}\exp(i k_\nu x^\nu), \quad \rho_1 = \rho_{10}\exp(i k_\nu x^\nu),$$

(k^ν - чотиримірний хвильовий вектор), отримаємо

$$\{(\partial\varepsilon/\partial\sigma)_\rho\, \varkappa^2 - (\partial P/\partial\sigma)_\rho - i\tau_{11}\}\sigma_{10} + \tag{23}$$
$$+ \{(\partial\varepsilon/\partial\rho)_\sigma\, \varkappa^2 - (\partial P/\partial\rho)_\sigma - i\tau_{12}\}\rho_{10} = 0,$$

$$\{(\partial\rho/\partial P)_\sigma\, \varkappa^2 + \alpha_1(\partial P/\partial\sigma)_\rho - \alpha_2(\partial T/\partial\sigma)_\rho - i\tau_{21}\}\sigma_{10} + \tag{24}$$
$$+ \{\alpha_1(\partial P/\partial\rho)_\sigma - \alpha_2(\partial T/\partial\rho)_\sigma - i\tau_{22}\} = 0,$$

$$æ^2=k_u^2/k_1^2,\; k_u^2=(k_\nu u_0^\nu)^2,\; k_1^2=k_u^2-k_\nu^2\;, \tag{25}$$

$$\tau_{11}=\{((\partial T/\partial\sigma)_\rho\beta_{11}^{\lambda\nu}\,k_\lambda k_\nu+(\partial P/\partial\sigma)_\rho\beta_{12}^{\lambda\nu}k_\lambda k_\nu- \tag{26}$$
$$-(\partial P/\partial\sigma)_\rho\beta_3^{\lambda\nu\mu}\,k_\lambda k_\nu k_\mu-(\partial T/\partial\rho)_\sigma\,\beta_4^{\lambda\nu\mu}k_\lambda k_\nu k_\mu\}k_1^{-2},$$

$$\tau_{12}=\{((\partial T/\partial\rho)_\sigma\,\beta_{11}^{\lambda\nu}\,k_\lambda k_\nu+(\partial P/\partial\rho)_\sigma\,\beta_{12}^{\lambda\nu}k_\lambda k_\nu \tag{27}$$
$$-(\partial P/\partial\rho)_\sigma\,\beta_3^{\lambda\nu\mu}\,k_\lambda k_\nu k_\mu\,(\partial T/\partial\rho)_\sigma\,\beta_4^{\lambda\nu\mu}\,k_\lambda k_\nu k_\mu\}k_1^{-2},$$

$$\tau_{21}=\{((\partial T/\partial\sigma)_\rho\,\beta_1^{\lambda\nu}\,k_\lambda k_\nu+(\partial P/\partial\sigma)_\rho\,\beta_2^{\lambda\nu}\,k_\lambda k_\nu- \tag{28}$$
$$-\,(\partial T/\partial\sigma)_\rho\,\beta_1^{\lambda\nu\mu}\,k_\lambda k_\nu k_\mu-\,(\partial P/\partial\sigma)_\rho\,\beta_2^{\lambda\nu\mu}\,k_\lambda k_\nu k_\mu\}k_1^{-2},$$

$$\tau_{22}=\{((\partial T/\partial\rho)_\sigma\,\beta_1^{\lambda\nu}\,k_\lambda k_\nu+(\partial P/\partial\rho)_\sigma\,\beta_2^{\lambda\nu}\,k_\lambda k_\nu- \tag{29}$$
$$-(\partial T/\partial\rho)_\sigma\,\beta_1^{\lambda\nu\mu}\,k_\lambda k_\nu k_\mu-(\partial P/\partial\rho)_\sigma\,\beta_2^{\lambda\nu\mu}\,k_\lambda k_\nu k_\mu\}k_1^{-2}.$$

Прирівнюючи до нуля визначник системи (23)-(24) і нехтуючи членами виду

$$(\partial A/\partial B)_C\;\tau_{ij}\;,$$

де A,B,C-термодинамічні параметри, отримаємо дисперсійне рівняння для визначення швидкості звуку:

$$æ^4-æ^2[\alpha_2(\partial T/\partial\sigma)_\varepsilon-\alpha_1(\partial P/\partial\sigma)_\varepsilon+(\partial P/\partial\varepsilon)_\sigma+i\tau_{21}+i\tau_{12}]+ \tag{30}$$
$$+[(\partial P/\partial\varepsilon)_\sigma+i\tau_{12}][\alpha_1(\partial P/\partial\sigma)_\varepsilon\alpha_2(\partial T/\partial\sigma)_\varepsilon+i\tau_{21}]=0,$$

(в рівнянні для спрощення подальших обчислень у вільному члені залишено складові $(\partial P/\partial\varepsilon)_\sigma\tau_{21}$ і $\tau_{12}[\alpha_1(\partial P/\partial\varepsilon)_\varepsilon+\alpha_2(\partial T/\partial\varepsilon)_\varepsilon]$).

Враховуючи отриману в [3] на основі допущення

$$\rho^{-1}(\partial\rho/\partial T)_P \ll 1,\quad T\mu^{-1}\ll 1$$

термодинамічну нерівність

$$\alpha_1(\partial P/\partial\sigma)_\varepsilon \ll \alpha_2(\partial T/\partial\sigma)_\varepsilon\quad,$$

запишемо (30) таким чином:

$$\varkappa^4-\varkappa^2[a_2(\partial T/\partial\sigma)_\varepsilon+i\tau_{21}+(\partial P/\partial\varepsilon)_\sigma+i\tau_{12}]+$$
$$+[a_2(\partial T/\partial\sigma)_\varepsilon+i\tau_{21}][(\partial P/\partial\varepsilon)_\sigma+i\tau_{12}]=0 \quad . \tag{31}$$

Корні цього рівняння визначають швидкості першого та другого звуків з врахуванням затухання:

$$\varkappa_1^2=(\partial P/\partial\varepsilon)_\sigma+i\tau_{12} \text{ - перший звук;} \tag{32}$$

$$\varkappa_2^2=\sigma^2\rho_s(\varepsilon+P)/[\mu\rho\omega_n(\partial\sigma/\partial T)_\varepsilon]+i\tau_{21} \text{ - другий звук.} \tag{33}$$

Швидкість звуків, як слідує з (32)-(33), є величиною комплексною, її уявна частина визначає поглинання.

В [4] показано, що вираз для швидкості четвертого звуку без врахування дисипативних ефектів має такий вигляд:

$$\varkappa^2=\rho^{-1}(\rho_s\varkappa_1^2+\rho_n\varkappa_2^2), \tag{34}$$

де

$\varkappa_1^1=(\partial P/\partial\varepsilon)_\sigma$ - перший звук, $\varkappa_2^2=\sigma^2\rho_s(\varepsilon+P)/[\mu\rho\omega_n(\partial\sigma/\partial T)_\varepsilon]$ - другий звук.

Врахування дисипативних ефектів дає для швидкості четвертого звуку вираз, що по своєму вигляду співпадає з (34), але швидкості $\varkappa_1^2$ і $\varkappa_2^2$ в ньому визначаються (32) і (33).

Автор висловлює подяку П.І.Фоміну за постановку задачі та цінні зауваження, С.В.Машкевичу - за корисні обговорення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Халатников И.М. Теория сверхтекучести. М., 1971, 318 с.
2. Вильчинский С.И. Об учете диссипативных процессов в релятивистских сверхтекучих системах. Препринт ИТФ-92-32Р, 1992, 8 с.
3. Фомин П.И., Шадура В.Н. Первый и второй звуки в релятивистской теории сверхтекучести. Препринт ИТФ-84-56Р, 1984, 12 с.
4. Вильчинский С.И., Фомин П.И. К теории четвертого звука в релятивистской сверхтекучей гидродинамике. Препринт ИТФ-90-54Р, 1990, 12 с.

Рукопис надійшов 1.04.1993 р.

Станіслав Іванович Вільчинський

Перший, другий та четвертий звуки в релятивістській теорії надплинності з урахуванням дисипативних ефектів

Затверджено до друку вченою радою ІТФ ім.М.М.Боголюбова АН України

Редактор А.І.Корольова Техн.редактор О.О.Бунькова
Зам. 122 Формат 60х84/16. Обл.-вид.арк. 0,46
Підписано до друку 8.04.1993 р. Тираж 100. Ціна 48 коп.
Поліграфічна дільниця ІТФ ім.М.М.Боголюбова АН України