

**Fractales en el ruido de reactores de potencia.****Omar Aguilar Martinez****Centro de Información de la Energía Nuclear****P.O.Box 6689, Miramar, Ciudad Habana****RESUMEN**

El estudio de la evolución temporal de los sistemas dinámicos, ha tenido una poderosa herramienta de investigación en el enfoque fractal. Un reactor de potencia, como principal componente de una central electrnuclear (CEN), es también un SD de gran complejidad. Una descripción lo más exacta posible de la dinámica de este sistema, lleva a la inclusión del problema no-lineal. Varios de los problemas de la dinámica no-lineal (DNL) de reactores nucleares ha sido posible enfocarlos recientemente sobre la base de una supuesta estructura fractal del ruido de potencia (neutrónico).

Entre estos problemas tenemos :

- El proceso de la DNL del reactor nuclear natural de Oklo, Gabón.
- La estabilidad de reactores de agua en ebullición /BWR/ en condiciones de bajo flujo.
- La descripción de la DNL de las fluctuaciones de presión en el circuito primario de un reactor de agua a presión /PWR/.

En el presente trabajo se analizan los problemas descritos utilizando los conceptos clásicos del enfoque fractal, como son : atractores, dimensión de Hausdorff-Besikovics. espacio de fase, etc. Además se incluye un nuevo problema de DNL de reactores nucleares: La discriminación de señales caóticas de las aleatorias del ruido neutrónico, para su ulterior procesamiento con fines de diagnóstico. Las perspectivas de las ventajas que introduce un enfoque fractal en el análisis por ruido neutrónico son comentadas en detalles.

## Fractals in power reactor noise

### ABSTRACT

The studies on temporary evolution of dynamical system, have been approached in many researchs by fractal analysis. A power reactor, as a main component of a nuclear power plant (NPP), has been considered as an example of a complex dynamical system. An exact description of the system dynamics includes the non-linear problem . Nowadays, some of the problem of the non-linear dynamics in nuclear reactor have been approached on the basis of a fractal structure in the power reactor noise (neutronics).

Among these problems, we have :

- The "Oklo" Natural Nuclear Reactor non-linear process.
- The stability of BWR in low flow conditions.
- The non-linear dynamics description of pressure fluctuations in the primary loop of a PWR type NPP.

In this work the non-linear dynamic problem of power reactor is analyzed using classic concepts of fractal analysis as: attractors, Hausdorff-Besikovics dimension, phase space, etc. A new non-linear problem is also analyzed : The discrimination of chaotic signals from random neutron noise signals and processing for diagnosis purposes. The advantages of a fractal analysis approach in the power reactor noise are comented in details.

## Introducción.

En nuestros días el estudio de la evolución de los sistemas dinámicos ha tenido una poderosa herramienta de investigación en el enfoque fractal. La disciplina del análisis fractal ha estado muy ligada al estudio de la evolución de los sistemas dinámicos hacia el comportamiento caótico.

Un sistema dinámico puede ser representado como un sistema general (físico, químico, biológico, económico, social, etc) que puede ser descrito por un determinado conjunto de ecuaciones que permite conocer la evolución temporal del estado de dicho sistema a partir del conocimiento de su historia previa [1]. Un ejemplo sencillo de este tipo de sistema, puede ser considerado el péndulo simple.

El comportamiento caótico de un sistema dinámico es también un tipo de evolución temporal del estado de un sistema, aunque de mayor complejidad.

Una de las características más importantes del comportamiento caótico de un sistema, es que la evolución de las variables que describen el sistema dinámico se tornan impredecible debido a que cualquier incertidumbre en la descripción de las condiciones iniciales sufre una multiplicación exponencial (se dice que el sistema es muy sensitivo a las condiciones iniciales).

Debido a que en la práctica cualquier estado es conocido con una precisión finita, entonces la predicción exacta sólo es posible en un período finito de tiempo.

El estado característico de un sistema, puede ser representado por un punto en el espacio de fase. A la variación del estado de un sistema, corresponde el movimiento del punto correspondiente en el espacio de fase. Los distintos tipos de cambios en el estado de un sistema son representados por diferentes tipos de trayectorias en el espacio de fase.

La evolución temporal en sistemas dinámicos disipativos usualmente ocurre en un subconjunto del espacio de fase, que se denomina atractor [2,3]. Distintos tipos de atractores, representan diferentes tipos de movimiento en el espacio de fase.

Algunos ejemplos :

punto fijo	: sistema en reposo
ciclo limite	: movimiento monofrecuencial
toroide	: movimiento polifrecuencial
atractor extraño	: movimiento caótico.

En casos de que el sistema es descrito por características de caoticidad, el atractor es del tipo "extraño" y posee dimensión fractal. A esta dimensión fractal se le denomina dimensión de Hausdorff-Besikovitch de un conjunto, que es definida como una abstracción matemática y que no posee un algoritmo simple que pueda ser implementado para su obtención. Sin embargo estimados de la dimensión fractal han sido realizado por otras vías [4,5]. Esto es empleando el concepto de dimensión de Renyi [5] que es una buena aproximación a la dimensión de Hausdorff :

$$D_q = (q-1)^{-1} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \ln \sum_i p_i^q(\epsilon) (\ln \epsilon)^{-1} \quad \text{para } q \geq 0 \quad (1)$$

si  $p_i(\epsilon)$  es la probabilidad de encontrar un punto en el  $i$ ésimo volumen de la partición.

### **Un enfoque fractal en el análisis por ruido de reactores de potencia.**

En las aplicaciones del análisis por ruido a la descripción y estudio del ruido de reactores de potencia, usualmente consideramos la linealidad de los sistemas dinámicos analizados. Así por ejemplo al estudiar por técnicas del análisis de ruido, la presencia de vibraciones de elementos reguladores absorbentes situados dentro de la zona activa del reactor asumimos que los desplazamientos que acompañan a las vibraciones son muy pequeñas en comparación con las magnitudes medias (esto es,  $\delta x \ll x$ ), por ello los términos de segundo orden que surgen ( $\delta x \delta y$ ) se desechan y el conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del sistema se linearizan.

Sin embargo una descripción más exacta en la dinámica de los reactores de potencia, lleva a la inclusión del problema no-lineal. Las aplicaciones tecnológicas más importantes de la teoría del caos y fractales se relacionan con los procesos no-lineales que ocurren en la mayoría de los procesos físicos y por ello la física de reactores no esta excluida.

En los últimos años varios de los problemas de la dinámica no-lineal de reactores nucleares han sido identificados y el análisis de ruido relacionado con estos procesos ha sido recientemente enfocado con una estructura fractal [6-8] complementando al enfoque de análisis espectral característico del análisis de ruido. En el presente trabajo se exponen algunas de estas contribuciones y se valora la posibilidad de una nueva aplicación de esta sofisticada técnica.

#### **1. El reactor natural de Oklo : Un proceso de dinámica no-lineal**

Durante 1972 indicios de la existencia de un reactor natural

de fisión fueron descubiertos en un depósito abierto en Oklo, Gabón, conteniendo una composición isotópica anormal que permitió asumir la ocurrencia de reacciones en cadena de fisión espontáneas en el pasado remoto ( 1.8 billones de años ).

Los estudios realizados por especialistas durante el Simposio sostenido en Libreville en Junio de 1975 organizado por el OIEA [9] y posteriores trabajos realizados [10-12], permitieron obtener suficiente información concerniente a la geometría y composición del reactor, de forma que pudieron ser construidos modelos dinámicos del mismo.

En uno de los modelos que se desarrolló posteriormente [13], los resultados predichos establecen la posibilidad de que el reactor haya operado de forma aleatoria y caótica. Este comportamiento se deduce del escenario de procesos de bifurcación que describen la dinámica del reactor de fisión natural de Oklo.

En las consideraciones usuales de los modelos de la cinética puntual (esto es, independencia espacial) se encuentran que el sistema es operado bajo condiciones de presión, remoción de calor generado y de la potencia del reactor que permanecen en niveles constantes, ello implica que los efectos de retroalimentación por temperatura no influyen sustancialmente en la operación del reactor.

Evidentemente esta consideración no puede tenerse en cuenta para la dinámica del reactor y ello da lugar a la alteración de la probabilidad de un evento de fisión que ocurre como resultado de la captura neutrónica por átomo de Uranio 235.

Si asumimos que una retroalimentación de naturaleza lineal tiene lugar, entonces la probabilidad de captura neutrónica se puede representar por [13]:

$$p = \epsilon_1 - \alpha_2 X \quad (2)$$

siendo  $\epsilon_1$  y  $\alpha_2$  constantes que deben ser ajustadas del modelo dinámico. Al introducir los efectos de retroalimentación cambian la naturaleza de las ecuaciones que describen la densidad de neutrones, ya que hace que el sistema sea dependiente del estado previo, luego entonces se justifica una formulación del tipo iterativo y por ello :

$$X_n \rightarrow X_{n+1} = f (X_n) \quad (3)$$

La forma de  $X_n$  está ligada al conjunto no-lineal de ecuaciones diferenciales de primer orden, que describen el

sistema cinético, cuya solución no reproducimos aquí, pero que puede ser consultada en la correspondiente literatura [13], obteniendo finalmente la ecuación interactiva :

$$X_{n+1} = h X_n (1 - X_n) \quad (4)$$

que es la ecuación de tipo logístico no-lineal que exhibe una cascada de bifurcación continua hasta un valor crítico de  $h$  en que la evolución del sistema se hace aperiódico y aparentemente estocástico; esto es, el sistema puede ser descrito por un atractor extraño de tipo caótico (Ver figura 1, diagrama de bifurcación).

Este tipo de ecuación fué estudiada en detalles por M.J. Feigenbaum, pionero de los trabajos que condujeron al enfoque fractal [14-16] y los resultados de su análisis se reflejan en los mapas no-lineales que son obtenidos para  $X_n$  por iteración para diferentes pasos arbitrarios de tiempo ( $\tau$ ) siendo  $h$  una constante que puede ser vista como un parámetro controlador de forma que cuando  $h$  cambia, el comportamiento de la ecuación (4) cambia también.

Ello puede ser observado en los siguientes gráficos obtenidos para  $X_n$  función de  $\tau$  y para diferentes valores de  $h$  (Ver figuras 2-5).

Los resultados que predice la aplicación de una estructura fractal al comportamiento del reactor natural de Oklo, muestran que puede haber sido totalmente posible la operación de semejante reactor de forma aleatoria y caótica.

## **2. Descripción de la estabilidad de reactores tipo BWR en condiciones de bajo flujo .**

Es un hecho conocido que los reactores del tipo BWR (agua a ebullición) son susceptibles de inestabilidades de reactividad cuando son operados a bajo flujo y a niveles relativamente altos de potencia. Un ejemplo de ello es la inestabilidad de reactividad que surge a 32 % de flujo nominal y con un 51 % de potencia [17]. Por otro lado, experimentalmente es conocido que los BWR se comportan como un sistema lineal bajo condiciones normales de operación [18]. Cuando el punto de equilibrio (de operación) llega a ser inestable, surgen pequeñas oscilaciones que crecen de forma que los efectos de no-linearidad llegan a ser dominantes.

En los reactores del tipo BWR, en la región lineal la estabilidad del sistema se cuantifica usualmente empleando el concepto de **cociente de decaimiento asintótico (decay ratio, DR)** [19], pero en el caso del comportamiento no-lineal este concepto pierde utilidad ( $\approx 1$  debido a la aparición de un ciclo límite) no siendo un buen descriptor del estado dinámico del

sistema en este nuevo régimen. Para el caso de un régimen no-lineal, un mejor descriptor es la amplitud de las oscilaciones del ciclo límite. Ambos descriptores se complementan.

La figura 6 muestra la importancia de la descripción de la amplitud de la oscilación en el ciclo límite. Se muestra para dos diferentes ganancias de retroalimentación, la dependencia de la densidad neutrónica función del tiempo.

Se observan además, apreciables diferencias en la amplitud de la oscilación (máximo valor del pulso). En el caso a), la amplitud de la oscilación sigue una curva determinada de oscilación y pronto converge a su amplitud final. En el caso c), sin embargo, la amplitud oscila pero nunca converge a un único valor, describiendo una oscilación periódica no-amortiguada. Este hecho da lugar a una **bifurcación** de período de duplicación. Ello puede ser mejor observado en el espacio de fase.

En el espacio de fase N-T (densidad neutrónica contra período), la curva original del ciclo límite se bifurca en dos nuevas curvas, (ver figura 7). Una mayor ganancia k puede producir una cascada de bifurcaciones de doble período, de cuadruple, etc, lo que conduce a un régimen aperiódico. La transición a la no-periodicidad es gobernada por un conjunto de constantes universales predichas por Feigenbaums en su teoría universal [20].

### **3. Identificación de una estructura fractal en fluctuaciones de la presión del refrigerante en el circuito primario de una reactor PWR.**

Las señales de fluctuaciones de la presión del refrigerante del circuito primario de un PWR, han sido analizadas y encontradas en ellas evidencias de un comportamiento con estructura no-lineal [21,22]. La estructura no-lineal que presentaban estas fluctuaciones, fueron analizadas mediante una modelación no-lineal desde el punto de vista estocástico y fué identificado este comportamiento por análisis biespectral combinado con un análisis de momentos de orden altos.

Así la figura 8, muestra una señal de referencia de la presión en el refrigerante del circuito primario (suministrada como test del Benchmark desarrollado en el SMORN-IV, [23]).

La figura 9 indica la trayectoria de la serie temporal en el espacio de fase bidimensional. La figura 10 muestra la integral de correlación:

$$C_{X_i}(r) = N^{-2} \sum \theta(r - |X - X_j|) \quad (5)$$

donde  $C(r) = r^\alpha$  si se mantiene en un cierto rango de  $r$  entre un nivel de ruido y un nivel de saturación de  $C(r)$ , siendo  $\alpha$  la denominada dimensión de correlación para diferentes dimensiones de "embedding".

De aquí se observa que la  $C(r)$  tiende a converger a un valor no-entero  $\alpha = 2.4$  para una dimensión del embedding de  $m = 10$ . Ello significa que se considera como descrita por una dinámica no-lineal determinista con pocas variables de estado.

Una condición suficiente para que un atractor sea caos, es la dependencia de las condiciones iniciales de la trayectoria que será dada por el exponente máximo de Liapounov (EML). Ello significa un factor de multiplicación de la distancia entre trayectorias adyacentes del atractor y se demuestra que la existencia de un EML con un número positivo es condición suficiente de caos. Luego la parte esencial de la señal de ruido de presión del refrigerante primario en el reactor analizado (Borssele) se basa en un atractor extraño, como se puede concluir de la figura 11.

El conocimiento de que este sistema responde a una transición al movimiento caótico, sugiere que el estudio del sistema debe orientarse hacia una dinámica probabilística, a diferencia del cálculo determinista del análisis clásico que se emplea en el análisis de ruidos. En este sentido la teoría del caos y fractales constituyen una línea de investigación y desarrollo que permite un análisis exhaustivo de este tipo de sistema.

#### **4. Discriminación de señales con valor de diagnóstico.**

La evolución temporal de un sistema dinámico con señales del tipo de ruido puro, puede ser predicha solamente en un sentido estadístico. Esto es, conociendo el estado de un sistema en un momento dado, sólo se puede predecir una probabilidad para el estado del sistema un tiempo después.

Sin embargo un sistema que muestre un determinismo caótico, su evolución posterior puede ser conocida rigurosamente si las condiciones iniciales se dan con una precisión infinita.

Dado que prácticamente los estados de un sistema pueden ser conocidos con una precisión finita, una predicción exacta sólo es posible para un período finito de tiempo, debido a que estos sistemas son muy sensibles a las condiciones iniciales, separándose sus trayectorias exponencialmente.

Utilizando el método de Grassberger - Procaccia [2,24], es posible de un evento simple que conozcamos su serie temporal, determinar la dimensión de correlación y obtener información sobre ella.



Así la integral de correlación usada será:

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^{-2} \sum_{ij} \theta(r - |x_i - x_j|) \quad (6)$$

obteniendo la dimensión de la correlación del comportamiento de escalamiento de  $\alpha$ , donde esta representa la dimensión del atractor [25].

Si la señal es de ruido puro, la dimensión computada diverge con el incremento de la dimensión del "embedding". En el caso de un atractor extraño (y se cumple también para el ciclo límite) ella converge con el crecimiento del número de puntos ( $m$ ) a un valor finito. Este hecho permite distinguir cuando una serie temporal es simplemente ruido, o indicador de un atractor extraño en un movimiento caótico determinista.

Las señales provenientes de ambos sistemas, no pueden ser distinguidas en el dominio temporal y frecuencial, debido a que poseen semejantes propiedades de sus descriptores estadísticos (similar espectro de banda ancha, función de correlación que decae rápidamente). Empleando la técnica analizada es posible discriminar una señal aleatoria de ruido, de una correspondiente a un sistema caótico. Esto permite ahorrar recursos computacionales durante la etapa de procesamiento y análisis de las señales provenientes de los sistemas de adquisición de la información.

## Referencias

- [1] R.L.Kautz, Am. J.Phys 61(5) May,1993.
- [2] P.Grassberger,I.Procaccia, Phys. Rev. Let. Vol 50,No.5 (Jan 1983).
- [3] E.Ott. Rev. Mod. Phys. 53, 655 (1981).
- [4] B.B.Mandelbroot, " Fractals-Form,Chance and Dimension (Free man, San Francisco,1977).
- [5] R.Weber ,M.Finardi, "Chaos or noise ? Looking for a strange attractor in the Sonaco2 experiment." Paper presented at the IMORN-21,1989.
- [6] Special Meeting on Reactor Noise, SMORN-IV,Dijon,France (1984) .
- [7] SMORN-V,Munich,Germany(1987).
- [8] SMORN-VI, Gatlinburg,USA (1991).
- [9] International Symposium of the Oklo Phenomenom,IAEA, 23-27 June 1975,Libreville,Gabon.
- [10] G.A.Cowan,E.A.Bryant. IAEA-SM-204/5,STI/PUB/405,Vienna,1975.
- [11] R.Hageman,C.Devillers,M.Lucas.IAEA-SM-204/28,STI/PUB/405, Vienna,1975.
- [12] P.K.Kuroda. IAEA-SM-204/4,STI/PUB/405,Vienna,1975.
- [13] Z.Bilanovics, A.Harms Nuc. Sc. Eng 91 (1985)
- [14] M.J. Feigenbaum, "Universality in Complex Dynamical Systems " July 1975-Sept 1976. LA-6816-PR (1977).
- [15] M.J.Feigenbaum. J. Stat. Phys. 19 (1978).
- [16] M.J.Feigenbaum. J. Stat. Phys, 21 (1979).
- [17] S.A.Sandoz,S.F.Chen. Trans. Am. Nuc. Soc. 45, 727(1983).
- [18] I.A, Carmichael, R.O. Niem. EPRI -NP-564 (1978).
- [19] J.M.Leuba,C.M.Smith. "Development of an automated diagnostic System for BWR Stability Measurements.,SMORN-IV,Dijon,France.
- [20] M.J. Feigenbaum. Physica 7D (1983).
- [21] H.Konno, Prog. in Nuc. Energy 21, 661-670 (1988).
- [22] H.Konno, H.Soeda, T.Tomaka, K.Hayashi. Ann. Nuc. En.15, 10/11, 487-500 (1988).
- [23] Benchmark from Boorsele PWR presented at SMORN-IV.
- [24] P.Grassberger. J. Stat. Phys.,26, 173 (1981).
- [25] S.Sato,M.Sano,Y.Sawada, Prog.Theor. Phys. Vol.77,No.1(1987).

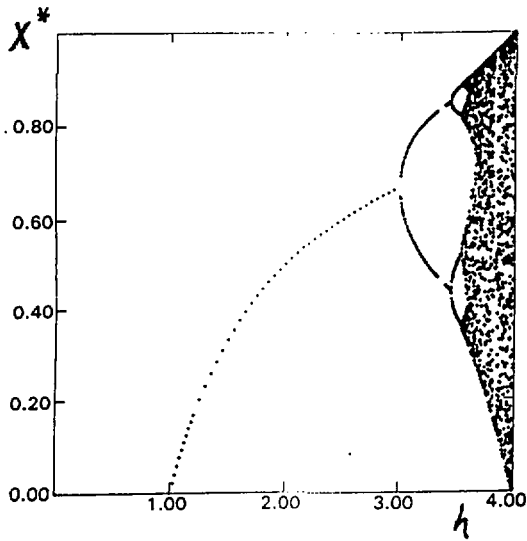


Fig.1 Diagrama de Bifurcación del punto fijo del mapa no-lineal de la expresión /4/ función de  $h$ .

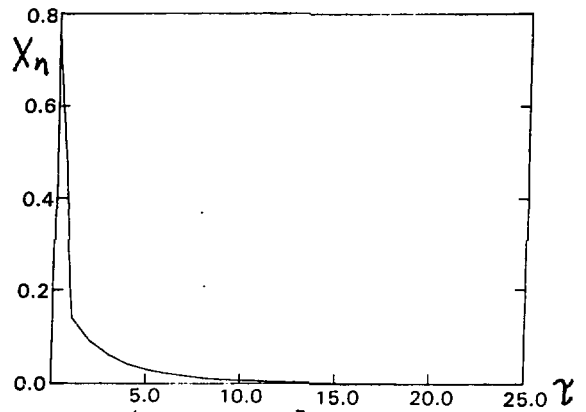


Fig.2 Evaluación temporal de  $X_n$  para  $h=0.75$  y un paso arbitrario de  $\tau$ .

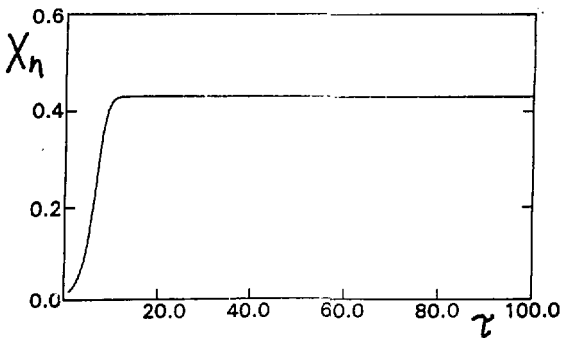


Fig.3 Evolución temporal de  $X_n$  para  $h=1.75$  y un paso arbitrario de  $\tau$ .

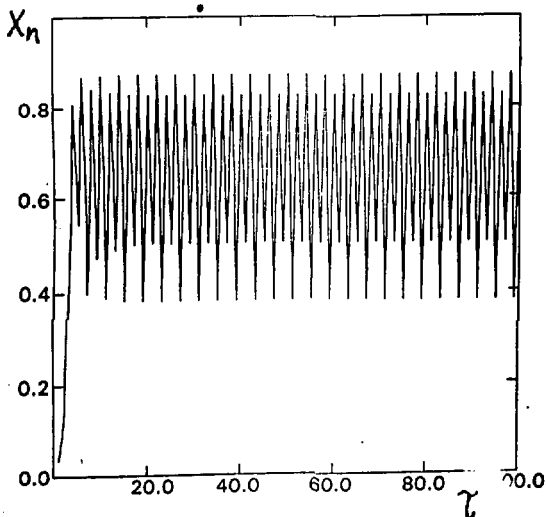


Fig.4 Evolución temporal de  $X_n$  para  $h=3.25$  y un paso arbitrario de  $\tau$ .

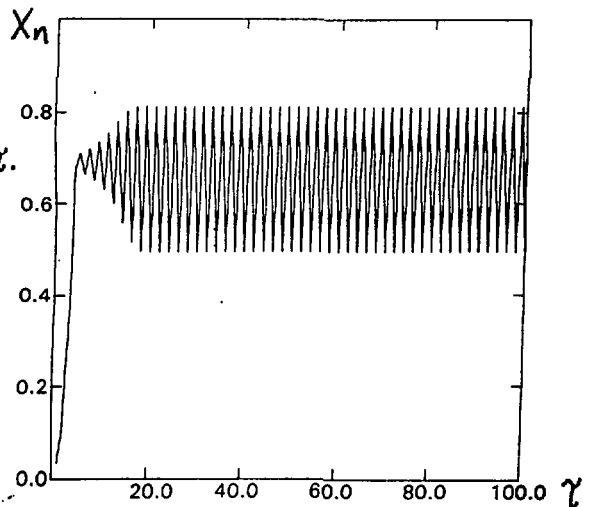


Fig.5 Evolución temporal de  $X_n$  para  $h=3.5$  y paso arbitrario de  $\tau$ .

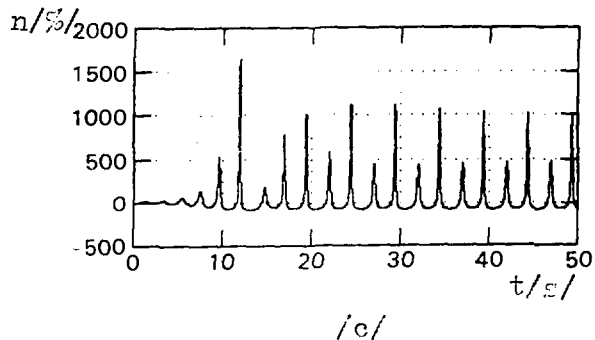
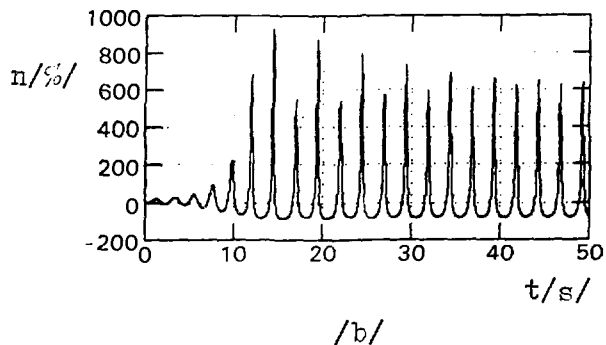
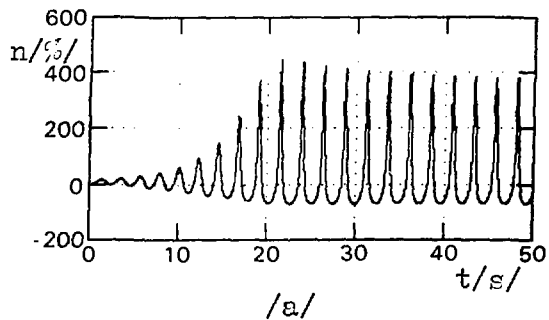


Fig.6 Desarrollo de inestabilidades para la amplitud de ciclo límite en 3 casos de ganancias de retroalimentación.

/a/  $K=1.2$

/b/  $K=1.4$

/c/  $K=1.5$

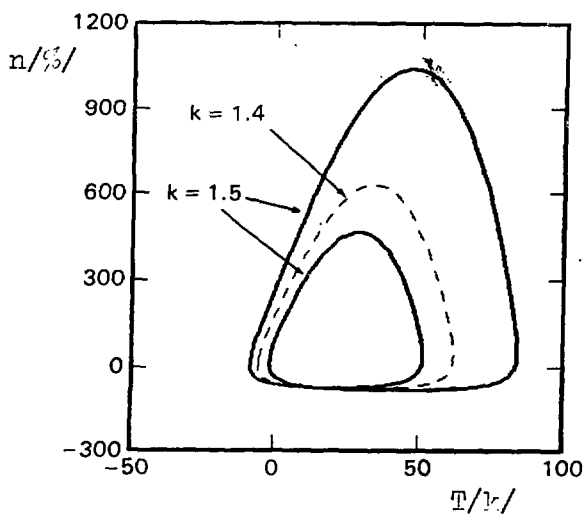


Fig.7 Bifurcación de periodo doble en el espacio de fase,  $n/%/$  y temperatura del combustible  $T/K/$ .

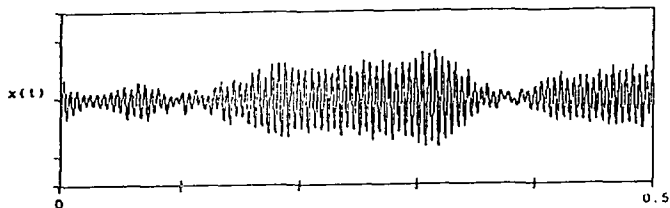


Fig. 8 Señal de ruido de presión del refrigerante en el primer circuito del reactor de Borsgole presentada en el SORON-IV.

Fig. 9 Espacio de fase de 2 dimensiones mostrando la trayectoria de la señal de ruido de presión en el reactor de Borsgole.

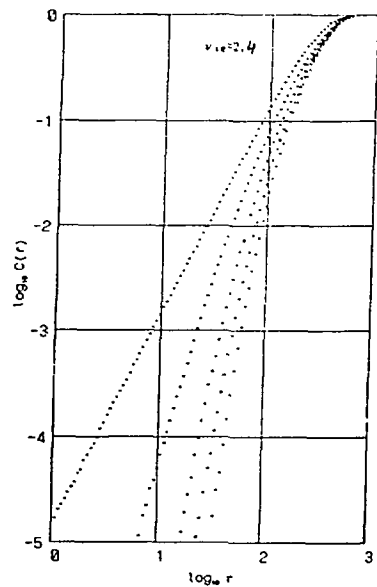
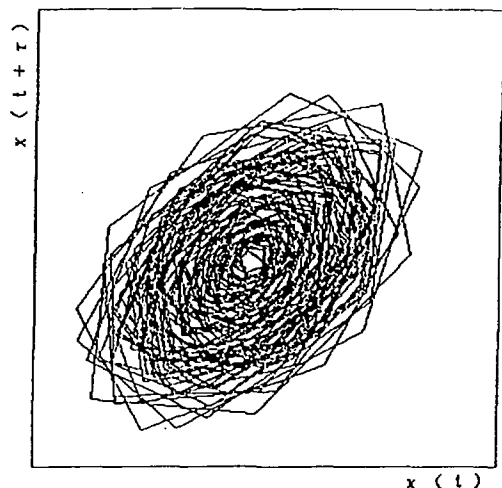


Fig. 10 Gráfico de la integral de correlación para la señal de ruido de presión del primer circuito. La dimensión "embedding" es 2,5,10,15 y 20.

Fig. 11 El exponente máximo de Lyapunov para la señal de presión en dimensión 10.

