

---

PROCESO DE ENRIQUECIMIENTO DIFUSIVO-CONVECTIVO POR GRADIENTE DIFERENCIAL Y EFECTOS DE VARIACION EN LOS TIEMPOS DE RELAJACION.

---

Roberto Suárez Antola, Gabriel Bernasconi y Angel Bertolotti  
División Desarrollo y Aplicaciones de la Tecnología Nuclear,  
Dirección Nacional de Tecnología Nuclear.  
Mercedes 1041 - Montevideo, Uruguay

### Introducción

Considérese una cámara cilíndrica de sección transversal de área  $A$  y de longitud  $L$ . (Fig 1) en la que se encuentra una solución; La pared curva se supone perfectamente impermeable.

Los extremos de la cámara están formados por dos barreras permeables al solvente, pero no a los solutos.

Al principio los solutos se encuentran distribuidos uniformemente en toda la cámara. Luego imponemos desde fuera un flujo constante de solvente.

El proceso de convección que se produce en el interior de la cámara hace que los solutos se concentren en el extremo a través del cual sale el solvente (extremo distal de la cámara).

Esto, a su vez, genera un flujo difusivo que se opone al flujo por arrastre convectivo de forma tal que esos dos flujos tienden a equilibrarse entre sí. En estado estacionario se establece un gradiente de concentración estable para cada soluto.

Cuanto mayor es el coeficiente de difusión de un soluto, tanto menor será el efecto de acumulación hacia el extremo distal de la cámara. Como consecuencia, el cociente de concentraciones de dos solutos cuyas propiedades difusivas son diferentes se modificará, en general, en estado estacionario, respecto de su valor en el estado de equilibrio. Cabe esperar que en estado estacionario y en las proximidades del extremo distal de la cámara, la solución se halle relativamente enriquecida en el soluto cuyo coeficiente de difusión sea menor.

Este proceso de enriquecimiento relativo de la solución puede denominarse "enriquecimiento por gradiente diferencial estacionario".

Considérese ahora la fase transitoria, entre el estado de equilibrio previo a la instalación del flujo de solvente y el estado estacionario final (correspondiente a un flujo de solvente no nulo y constante impuesto al sistema).

En puntos lo suficientemente próximos al extremo distal de la cámara las concentraciones de los solutos deben aumentar en forma monótona desde su valor inicial de equilibrio hasta el valor estacionario final correspondiente al punto considerado.

Elijanse dos solutos en particular, cuyos coeficientes de difusión sean diferentes, y fórmese el cociente de concentraciones poniendo en el numerador la concentración de la sustancia que difunde con mayor dificultad.

En puntos lo suficientemente próximos al extremo distal de la cámara este cociente de concentraciones debería aumentar, como ya se dijo, desde el valor de equilibrio inicial hasta un valor estacionario final, pero ese aumento podría no ocurrir en forma monótona.

En efecto, supóngase que la concentración del soluto que difunde con mayor dificultad se aproxima a su valor en estado estacionario con mayor rapidez que la concentración del otro soluto. En este caso no se podría excluir la posibilidad de que el cociente de concentraciones alcance un valor máximo absoluto en algún instante intermedio (Fig. 2).

Si esto es así, efectuando una extracción en ese instante intermedio obtendríamos una solución relativamente más enriquecida en el soluto de menor coeficiente de difusión que la que obtendríamos extrayendo en estado estacionario.

El propósito de este trabajo es analizar la posibilidad de una fase transitoria por exceso del tipo mencionado.

Con el fin de simplificar al máximo el estudio se empleará un modelo unidimensional para el proceso de transporte en el interior de la cámara y se despreciarán los efectos cruzados, sobre la difusión de un soluto, debidos al transporte de los demás solutos presentes.

Si  $C_s(t,x)$  representa la concentración del soluto  $s$  en el instante  $t$  y en el punto  $x$ , la ecuación que describe el proceso

de transporte difusivo-convectivo es la siguiente:

$$\frac{\partial C_s(t,x)}{\partial t} + v \frac{\partial C_s(t,x)}{\partial x} = D_s \frac{\partial^2 C_s(t,x)}{\partial x^2} \quad [ 1 ]$$

Como se trata de un modelo global unidimensional (ver p.e. Huq, 1975) el coeficiente  $D_s$  es un coeficiente de difusión global, mientras que la velocidad de flujo  $v$  es una velocidad media correspondiente a una sección transversal de la cámara. Se supondrá en lo que sigue que  $v$  y  $D_s$  son constantes y que se puede despreciar el efecto sobre  $D_s$  de una variación en  $v$ , de modo que  $D_s$  y  $v$  se puedan tratar, en primera aproximación, como parámetros independientes. Se supone que para  $t = 0$ ,  $C_s(0,x) = C_{s0}$  es la concentración uniforme inicial del soluto en la cámara.

(Nota: Los fundamentos fisicomatemáticos de la idea de un proceso de enriquecimiento difusivo-convectivo que sirven de base a este trabajo fueron desarrollados y presentados, en una comunicación a la Comisión Nacional de Energía Atómica, por R. Suárez Antola, en noviembre de 1987. Las partes (A) y (B) que siguen reproducen con algunas modificaciones los resultados expuestos en dicha comunicación).

#### (A) La solución para el estado estacionario

Para  $v$  constante, la solución correspondiente al estado estacionario, verifica:  $D_s \frac{\partial C_{s00}(x)}{\partial x} = v C_{s00}(\xi)$ . [ 2 ]

(en estado estacionario son iguales y opuestos el flujo difusivo y el flujo convectivo en cada sección transversal de la cámara) Si  $C_{s0}$  es la concentración uniforme inicial, definiendo

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \sigma_{s00}(\xi) = \frac{C_{s00}(x)}{C_{s0}}, \quad \text{y} \quad P_s = \frac{vL}{D_s} \quad (\text{número de Péclet}),$$

la ecuación de equilibrio de flujos [2] se puede reescribir así:

$$\frac{\partial \sigma_{s00}(\xi)}{\partial \xi} = P_s \sigma_{s00}(\xi) \quad [ 3 ]$$

Teniendo en cuenta que, como durante el proceso el soluto no

entra ni sale de la cámara, se debe verificar la condición

$$\int_0^1 \sigma_{s0}(\xi) d\xi = \frac{1}{LC_{s0}} \int_0^1 C_{s0}(x) dx = 1, \text{ la solución de la ecuación}$$

adopta la forma 
$$\sigma_{s0}(\xi) = \frac{Ps e^{Ps \xi}}{e^{Ps} - 1} \quad [ 4 ] \text{ siendo } 0 \leq \xi \leq 1.$$

La concentración adimensional  $\sigma_{s0}(\xi)$  aumenta entonces en forma exponencial desde  $\xi = 0$  (extremo proximal de la cámara) hasta  $\xi = 1$  (extremo distal de la cámara) (Fig. 3). La ecuación  $\sigma_{s0}(\xi) = 1$

posee la raíz única  $\xi_0(Ps) = \frac{1}{Ps} \log_e \frac{e^{Ps} - 1}{Ps}$  [ 5 ] Si  $\xi$  es menor

que  $\xi_0$ ,  $C_{s0}(x)$  es menor que  $C_{s0}$ , mientras que si es mayor,  $C_{s0}(x)$  es mayor que  $C_{s0}$ . La función  $\xi_0(Ps)$  está comprendida entre  $1/2$  y  $1$ , aumentando monótonamente con  $Ps$  como muestra la fig.4. Cuanto mayor es  $Ps$ , no sólo tanto más próximo se encuentra  $\xi_0$  al extremo distal de la cámara, sino que tanto mayores son los valores de la concentración adimensional en puntos adyacentes a dicho extremo.

Manteniendo  $v$  y  $L$  fijos, si dos sustancias poseen coeficientes de difusión diferentes, poseen también números de Péclet diferentes.

La sustancia con menor  $D_s$  posee un  $Ps$  mayor, se acumula más en la dirección del flujo y posee un  $\xi_0$  mayor. Entonces, extrayendo de la cámara la porción de solución que se encuentra en el extremo distal de la cámara y a la derecha del valor de  $\xi_0$  correspondiente a la sustancia cuyo  $Ps$  es el máximo, se obtiene una solución tanto más enriquecida en una sustancia dada cuanto mayor sea su número de Péclet.

Si  $A$  es el área de una sección transversal de la cámara de convección difusión, la cantidad de sustancia acumulada, en el instante  $t$ , entre  $x = x_*$  y  $x = L$  viene dada por la expresión

$$Q(t, x) = A \int_{x_*}^L C_s(t, x) dx. \text{ Pasando a variables adimensionadas } \xi = \frac{x}{L}$$

y  $\sigma_s = \frac{C_s}{C_0}$  se tiene, llamando  $V = AL$  al volumen de la cámara:

$$O_s(t, \xi) = VC_{s0} \int_{\xi_*}^1 \sigma_s(t, \xi) d\xi \quad [6].$$

En estado estacionario:  $O_{s0}(\xi_*) = VC_{s0} \int_{\xi_*}^1 \sigma_{s0}(\xi) d\xi$  Sustituyendo

la fórmula (4) para  $\sigma_s(\xi)$  e integrando, se obtiene la siguiente expresión para la cantidad acumulada en estado estacionario entre  $\xi = \xi_*$  y  $\xi = 1$  (fig. 5)

$$O_{s0}(\xi_*) = VC_{s0} \frac{e^{P_s} - e^{P_s \xi_*}}{e^{P_s} - 1}$$

### (B) Fenómenos transitorios en ausencia de efectos cruzados

Considérese ahora la transición desde el estado inicial de concentración uniforme al estado final en el que se establece un gradiente estacionario a lo largo de la cámara. Se supondrá que a partir del instante  $t = 0$  se pone en marcha un flujo de velocidad constante, la misma en todos los puntos de abscisa  $x$ , y en todo instante. Entonces, para  $t$  positivo el campo de concentraciones verifica la ecuación [1].

Para instantes previos a la puesta en marcha del flujo, el campo de concentraciones verifica la ecuación de difusión  $\frac{\partial C_s}{\partial t} = D_s \frac{\partial^2 C_s}{\partial x^2}$

que se obtiene poniendo  $v = 0$  en la ecuación [1]. Esta ecuación posee como solución trivial el campo uniforme en el espacio y constante en el tiempo  $C_s(t, x) = C_{s0}$ , que se supone establecido en la cámara antes de comenzar el proceso de convección.

En los extremos  $x = 0$  y  $x = L$  de la cámara, las membranas semipermeables dejan pasar el solvente pero anulan el flujo de soluto. Entonces, como el flujo de soluto viene dado por

$$j_s(t, x) = vC_s(t, x) - D_s \frac{\partial C_s(t, x)}{\partial x}$$

las condiciones de borde para el problema son:

$$v C_s(t, 0) = D_s \frac{\partial C_s(t, 0)}{\partial x} \quad \text{y} \quad v C_s(t, L) = D_s \frac{\partial C_s(t, L)}{\partial x}$$

para todo instante  $t$  positivo.

Pasando a las variables adimensionadas  $\xi = \frac{x}{L}$  y  $\sigma_s = \frac{C_s}{C_0}$ ,

la ecuación [1] puede reescribirse así:  $\frac{\partial \sigma_s}{\partial t} + \frac{v}{L} \frac{\partial \sigma_s}{\partial \xi} = \frac{D}{L^2} \frac{\partial^2 \sigma_s}{\partial \xi^2}$

En esta ecuación  $t_c = \frac{L}{v}$  [8] es el tiempo que tarda una partícula en atravesar la cámara arrastrada por convección y  $t_D = \frac{L^2}{D}$  [9] es el tiempo que caracteriza el proceso de difusión. El número de

Péclet  $Ps = \frac{vL}{D} = \frac{t_D}{t_c}$  puede interpretarse entonces como el cociente de dos tiempos característicos, uno del proceso de convección, el otro del proceso de difusión.

Como se quiere comparar la evolución temporal del campo de concentraciones de solutos con coeficientes de difusión diferentes, pero en la misma cámara y para el mismo flujo convectivo, es conveniente introducir el tiempo adimensionado  $\tau_c = \frac{t}{t_c}$ , referido a  $t_c$  que es el mismo para todos los solutos.

Introduciendo  $\tau_c$  la ecuación de transporte queda:

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial \tau_c} + \frac{\partial \sigma_s}{\partial \xi} = \frac{1}{Ps} \frac{\partial^2 \sigma_s}{\partial \xi^2} \quad [11]$$

La condición inicial se reescribe así:  $\sigma_s(0, \xi) = 1$  para todo  $\xi$  entre 0 y 1.

Las condiciones de borde se expresan, para todo  $\tau_c$  positivo, por las expresiones:

$$Ps \sigma_s(\tau_c, 0) = \frac{\partial \sigma_s(\tau_c, 0)}{\partial \xi} \quad [12a] \quad y$$

$$Ps \sigma_s(\tau_c, 1) = \frac{\partial \sigma_s(\tau_c, 1)}{\partial \xi} \quad [12b]$$

La solución de este problema viene dada por una expresión del tipo

$$\sigma_s(\tau_c, \xi) = \sigma_{s\infty} + f_s(\tau_c, \xi)$$

donde  $\sigma_{s\infty}$  es la solución estacionaria dada por la fórmula 4 hallada en la parte (A), mientras que  $f_s(\tau_c, \xi)$  es una solución de [11] que verifica  $\lim_{\tau_c \rightarrow +\infty} f_s(\tau_c, \xi) = 0$ , satisface por construcción las condiciones de contorno [12] y verifica la condición inicial

$$f_s(0, \xi) = 1 - \sigma_{s\infty}(\xi)$$

Se la puede construir, por ejemplo, por separación de variables.

Se obtiene:

$$f_s(\tau_c, \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} B_{sn} e^{-\frac{Ps \xi^2}{2}} \frac{Ps \xi}{2} \text{sen}(n\pi\xi + \theta_{sn}) e^{-\tau_c/T_{sn}} \quad [14]$$

donde:

$$\lg \theta_{sn} = \frac{2n}{Ps} \quad [15], \quad B_{sn} = 2 \int_0^1 (1 - \sigma_{\infty}(\xi)) e^{-\frac{Ps \xi}{2}} \sin(n\pi\xi + \theta_{sn}) d\xi \quad [16]$$

$$y \quad T_{sn} = \frac{4 Ps}{Ps^2 + 4n^2 \pi^2} = \quad [17] \quad (n=1,2,3...) \quad (\text{Suárez Antola, 1987})$$

La sucesión dada por [17] constituye una sucesión estrictamente decreciente de tiempos de relajación adimensionales. A medida que transcurre el tiempo desaparecen los efectos de  $T_{s2}, T_{s3}, \dots$

y domina la cinética el tiempo más lento  $T_{s1}$ . El sistema entra entonces en un régimen regular de aproximación exponencial al perfil estacionario de concentración del soluto considerado. La fig. 6 muestra la relación entre los primeros tiempos de relajación y el número de Péclet del soluto.

En todos los casos  $T_{sn}$  aumenta al aumentar  $Ps$ , pasa por un valor máximo  $1/n$  cuando  $Ps = 2n\pi$  y luego disminuye monótonamente tendiendo a cero asintóticamente como  $4/Ps$  cuando  $Ps$  tiende a  $+\infty$ . El tiempo de relajación dominante  $T_{s1}$  alcanza su valor máximo  $1/\pi$  cuando  $Ps = 2\pi$ . Pero si los números de Péclet de dos sustancias se encuentran ambos a la derecha de  $Ps = 2\pi$ , la sustancia con menor  $Ps$  posee un  $T_{s1}$  mayor. (Esta relación se invierte si ambos números de Péclet se encuentran a la izquierda de  $Ps = 2\pi$ ). Como consecuencia, considerando dos sustancias con números de Péclet diferentes, ambos mayores que  $2\pi$ , resulta que la que posee mayor número de Péclet se concentra más, en estado estacionario, hacia el extremo distal de la cámara, y una vez alcanzado el régimen regular de aproximación exponencial, se relaja más pronto hacia el estado estacionario. Esto sugiere que el cociente entre la concentración del soluto que posee número de Péclet mayor y la concentración del soluto con número de Péclet menor, puede presentar una fase transitoria por exceso, sobre su valor estacionario final, tal como se dijo en la introducción (fig. 2).

(C) Fases transitorias por exceso en el cociente de concentraciones

Considere dos sustancias a y b tales que  $P_a > P_b > 2\pi$ .

Entonces  $\xi_{0a} > \xi_{0b}$ . Sea un punto tal que  $\xi > \xi_{0a}$ .

En ese caso  $(\sigma_{aa}(\xi)/\sigma_{bb}(\xi))$  es mayor que 1. El objeto de esta parte es determinar si el cociente  $\sigma_a(\tau_c, \xi)/\sigma_b(\tau_c, \xi)$  presenta o no un valor superior a  $\sigma_{aa}(\xi)/\sigma_{bb}(\xi)$  para algún instante  $\tau_c$  durante la relajación al estado estacionario a partir del valor inicial  $(\sigma_a(0, \xi) / \sigma_b(0, \xi)) = 1$ . Para ello se trabaja

con la función auxiliar  $h_\xi(\tau_c) = \log_e \frac{\sigma_a(\tau_c, \xi)}{\sigma_b(\tau_c, \xi)}$ .

Como la función logaritmo es monótona creciente,  $h_\xi(\tau_c)$  presenta una fase transitoria por exceso siempre y cuando  $\sigma_a(\tau_c, \xi)/\sigma_b(\tau_c, \xi)$  la presente.

$$\frac{d h_\xi(\tau_c)}{d \tau_c} = \frac{1}{\sigma_a(\tau_c, \xi)} \left( \frac{\partial \sigma_a(\tau_c, \xi)}{\partial \tau_c} \left( 1 - \frac{\sigma_a(\tau_c, \xi)}{\sigma_b(\tau_c, \xi)} \frac{\frac{\partial \sigma_b(\tau_c, \xi)}{\partial \tau_c}}{\frac{\partial \sigma_a(\tau_c, \xi)}{\partial \tau_c}} \right) \right)$$

Como  $h_\xi(0) = 0$ ,  $\lim_{\tau_c \rightarrow \infty} h_\xi(\tau_c) > 0$  y  $h_\xi(\tau_c)$  es continua

para  $\tau_c$  no negativo y posee derivada continua para todo  $\tau_c$  positivo, si fuera posible demostrar que para

algún instante  $\tau_{c*}$  se verifica  $\frac{d h_\xi(\tau_{c*})}{d \tau_c} < 0$ , ello

implicaría que en algún instante previo  $h_\xi(\tau_c)$  toma un valor mayor que su valor asintótico para  $\tau_c$  tendiendo a  $+\infty$ .

Puesto que  $\frac{\partial \sigma_a(\tau_c, \xi)}{\partial \tau_c} = \frac{\partial f_a(\tau_c, \xi)}{\partial \tau_c}$ , para  $\xi > \xi_0$  tanto

$f_a(\tau_c, \xi)$  como  $f_b(\tau_c, \xi)$  crecen monótonamente desde  $(1 - \sigma_{b\infty}(\xi))$  y  $(1 - \sigma_{a\infty}(\xi))$  respectivamente, hasta  $\sigma_{a\infty}(\xi)$  y  $\sigma_{b\infty}(\xi)$  respectivamente

resulta que tanto  $\frac{\partial \sigma_a(\tau_c, \xi)}{\partial \tau_c}$  como  $\frac{\partial \sigma_b(\tau_c, \xi)}{\partial \tau_c}$  son



positivos. A partir de la fórmula [ 14 ] para  $f_g(\tau_c, \xi)$ , derivando respecto de  $\tau_c$  término a término y teniendo en cuenta los órdenes de magnitud de los términos de las series resultantes, se obtiene:

$$\lim_{\tau_c \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\partial \sigma_b}{\partial \tau_c}}{\frac{\partial \sigma_a}{\partial \tau_c}} = \frac{B_{1b} T_{1a}}{B_{1a} T_{1b}} e^{(P_b - P_a) \xi / 2} \frac{\text{sen}(\pi \xi + \phi_{1b})}{\text{sen}(\pi \xi + \phi_{1a})} \cdot \lim_{\tau_c \rightarrow +\infty} e^{(\frac{1}{T_{1a}} - \frac{1}{T_{1b}}) \tau_c}$$

Es posible demostrar (ver más adelante) que el factor que depende de  $\xi$  en la expresión anterior es positivo si  $\xi$  se elige lo suficientemente próximo a la unidad.

En este caso resulta  $\lim_{\tau_c \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\partial \sigma_b}{\partial \tau_c}}{\frac{\partial \sigma_a}{\partial \tau_c}} = +\infty$ . Como  $\lim_{\tau_c \rightarrow +\infty} \frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{\sigma_{a\infty}}{\sigma_{b\infty}}$

es positivo, resulta que, para un  $\tau_c$  lo suficientemente

grande,  $\frac{d h(\tau_c)}{d \tau_c}$  debe ser negativa.

Entonces para cierto  $\tau_{cm}$  previo,  $h_\xi(\tau_c)$  pasa por un valor máximo. Con esto queda demostrado que el cociente de concentraciones adimensionales presenta una fase transitoria por exceso.

Nota : , Tanto  $\theta_{1a}$  como  $\theta_{1b}$  están estrictamente comprendidos entre 0 y  $\pi/2$  [15].

Para  $\xi$  lo suficientemente próximo a 1,  $\pi(1 - \xi)$  va a ser inferior al menor de los ángulos  $\theta_{1a}$  y  $\theta_{1b}$ . En ese caso ambos argumentos,  $\theta_{1a} + \pi\xi$  y  $\theta_{1b} + \pi\xi$  se encuentran estrictamente comprendidos entre  $\pi$  y  $3\pi/2$ . Como consecuencia  $\text{sen}(\pi\xi + \theta_{1a})$  y  $\text{sen}(\pi\xi + \theta_{1b})$  poseen el mismo signo y su cociente es positivo.

#### (D) Cálculo Numérico

El cálculo numérico de la ecuación  $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$  se realizó para  $P_{sa}$  y  $P_{sb}$  tal que su relación no supere 5 a 1. Para obtener mayor claridad en los resultados se trabajó con una posición adimensionada de extracción ( $\xi = 0.95$ ) a la derecha del punto de corte de las curvas  $\sigma_a(\xi)$  y  $\sigma_b(\xi)$ . Las ecuaciones de concentración en estado transitorio fueron calculadas con 30 términos, obteniendo así un error cuadrático absoluto y relativo menor que el  $10^{-5}$  y  $10^{-2}$  respectivamente. La relación de concentraciones tendrá entonces un error absoluto menor que  $10^{-5}$  lo que muestra la validez de los picos obtenidos en la simulación.

La programación fue realizada por G. Bernasconi y A. Bertolotti, utilizando para el cálculo de los  $B_n$  la biblioteca NAGC programa d01ake con un error absoluto menor que  $10^{-5}$  y un error relativo menor que  $10^{-2}$ .

#### (E) Conclusiones

1 \_ Si los números de Péclet de dos sustancias disueltas son diferentes y ambos mayores que  $2\pi$ , el cociente de concentraciones (con la sustancia con mayor número de Péclet en el numerador) presenta, para puntos en la extremidad distal de la cámara de convección-difusión, una fase transitoria por exceso.

2 \_ Puesto que  $P_s = \frac{v \cdot L}{D_s}$ , aumentando la velocidad de convección, la longitud de la cámara, o ambas, en principio siempre es posible hacer que los dos números de Péclet superen  $2\pi$ , con lo cual el efecto se manifestará.

3 \_ La curva que representa la relación entre el tiempo de relajación dominante  $T_1$  y el número de Péclet presenta un punto de inflexión para  $P_s = \sqrt{12} \pi$ : en ese punto  $\frac{\delta T_1}{\delta P_s}$  toma en

valor absoluto, su máximo (fig. 6) por lo que en ese punto una variación  $\Delta P_s$  en  $P_s$  produce la mayor variación  $\Delta T_1$  en el tiempo de relajación dominante.

4. Las curvas que expresan la relación entre los coeficientes  $B_n$  y el número de Péclet, para los primeros 5 términos del desarrollo [14], se muestran en la fig. 7. Para  $Pe$  inferior a  $4\pi$ ,  $B_1$  es superior a los demás coeficientes, pero los coeficientes  $B_n$  no mantienen una relación de mayorazgo válida en todo el intervalo de números de Péclet posibles.
5. Las figuras 8, 9, 10 y 11 muestran la fase transitoria por exceso en el cociente de concentraciones, tomando uno de los números de Péclet siempre igual a  $2\pi$  y fijando el otro en  $4\pi$ ,  $6\pi$ ,  $8\pi$  y  $10\pi$  respectivamente. Las escalas son las mismas en todos los casos. A medida que el cociente  $\frac{P_{sa}}{P_{sb}}$  aumenta, el instante de tiempo en que se produce el pico disminuye (en unidades relativas al tiempo de convección  $t_c$ ) desde 1,84 hasta 1,31, mientras que el tamaño del pico (en unidades relativas al cociente inicial de concentraciones) aumenta de  $6 \times 10^{-4}$  hasta  $1,2 \times 10^{-2}$  (veinte veces). Relacionando el tamaño del pico con  $\frac{\sigma_{\infty}}{\sigma_0} - 1$  (que es un indicador del enriquecimiento relativo por gradiente diferencial en estado estacionario) se obtiene un incremento en el enriquecimiento relativo debido al efecto del tiempo de relajación comprendido entre  $10^{-3}$  (cuando  $Pa = 4\pi$ ) y  $10^{-2}$  (cuando  $Pa = 10\pi$ ). El caso más favorable de los computados (en el que  $Pa = 10\pi$ ) corresponde a una situación en la que uno de los coeficientes de difusión es cinco veces mayor que el otro, mientras que el caso más desfavorable de los computados (en el que  $Pa = 4\pi$ ) corresponde a un coeficiente de difusión que es el doble del otro.
6. En vista de los resultados obtenidos, podría presentar cierto interés el estudiar el efecto que se describe en este trabajo, simulando un proceso en el que aparecen acoplamientos cruzados en la difusión y en el que se tienen en cuenta flujos difusivos en dirección radial provocados por las variaciones espaciales en el flujo del solvente al pasar del eje de la

cámara hasta las paredes de la misma. La simulación sobre la base de un modelo más realista permitirá una cuantificación más precisa y (como consecuencia) una mejor estimación de las posibles aplicaciones prácticas del proceso.

### Bibliografía

R. Hug (1975) "Mécanique des fluides appliqué"  
(Eyrolles, Paris)

P. Suarez Antola (1987)

(Reporte interno ~~EA~~ Comisión Nacional de Energía Atómica, ROU )

### Agradecimiento

Al Ing. Gabriel Artucio por varias discusiones interesantes acerca del tema desarrollado en este trabajo.

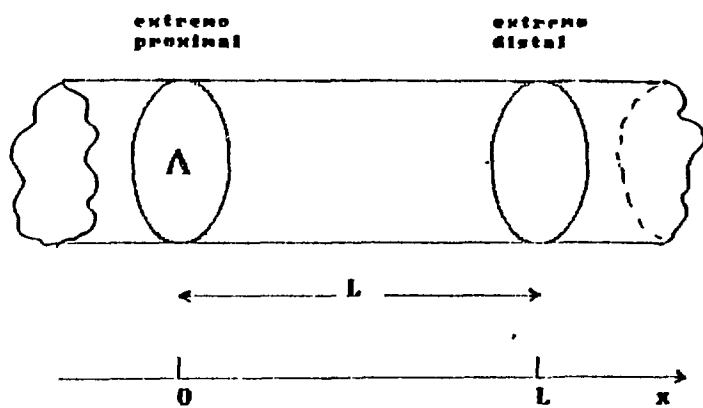


fig. 1 \_ Cámara de convección-difusión.

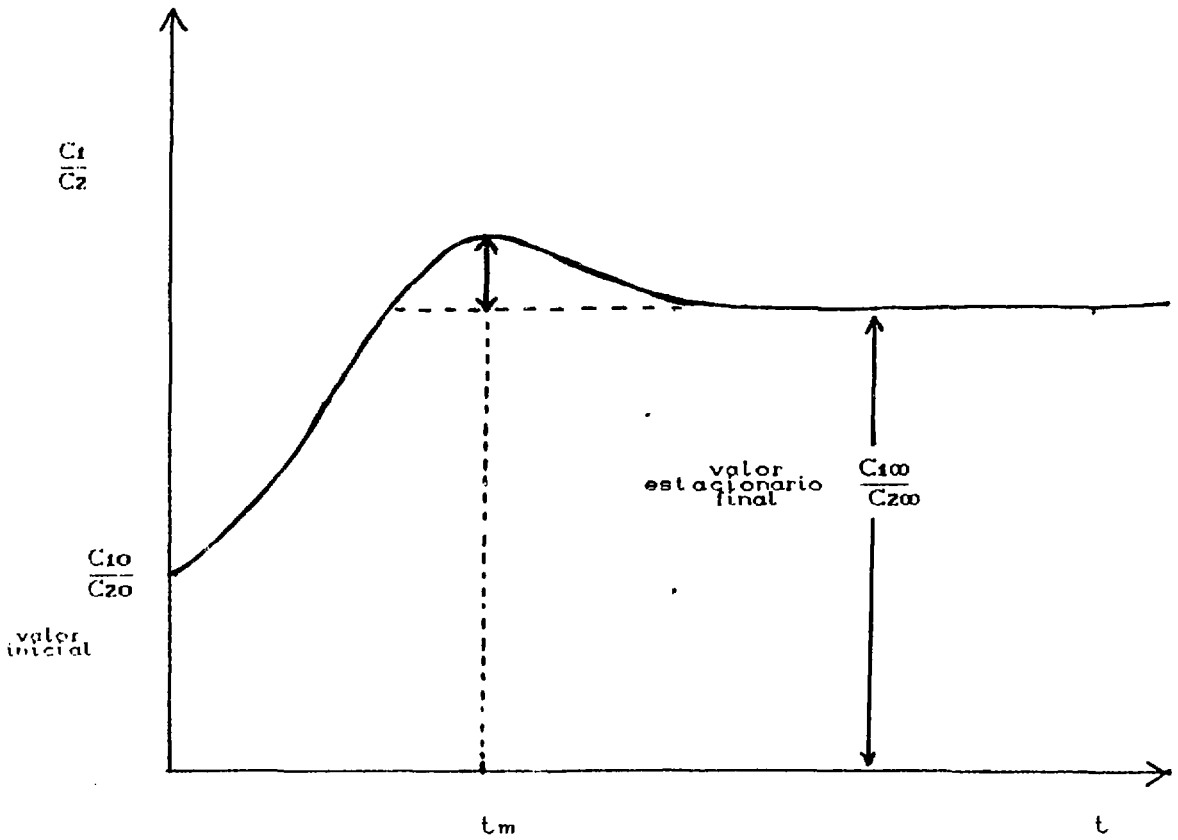


fig. 2 \_ Fase transitoria por exceso en el cociente de concentraciones.

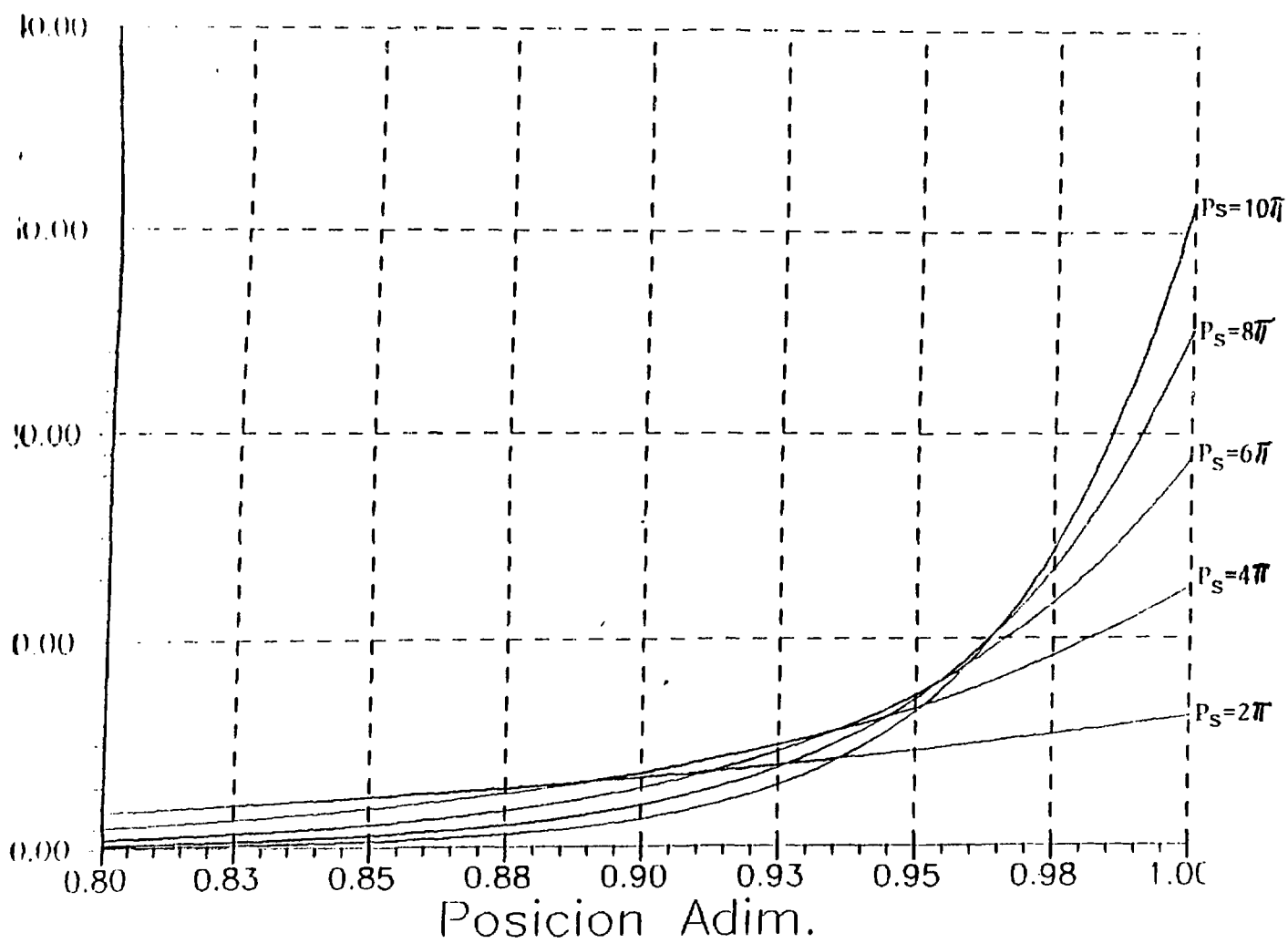


Fig. 3 \_ Concentración adimensional en estado estacionario  
para distintos números de Péclet

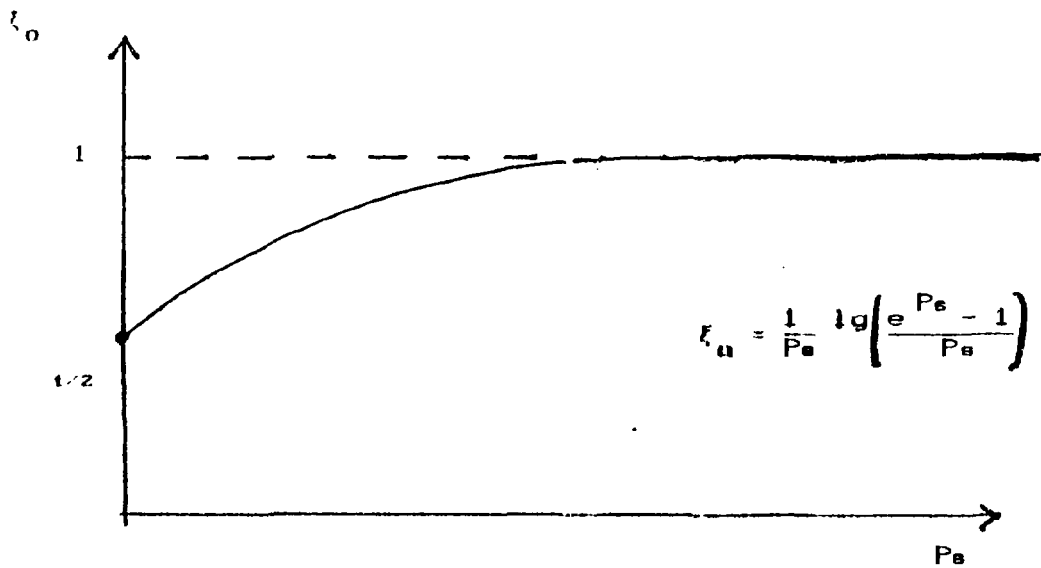
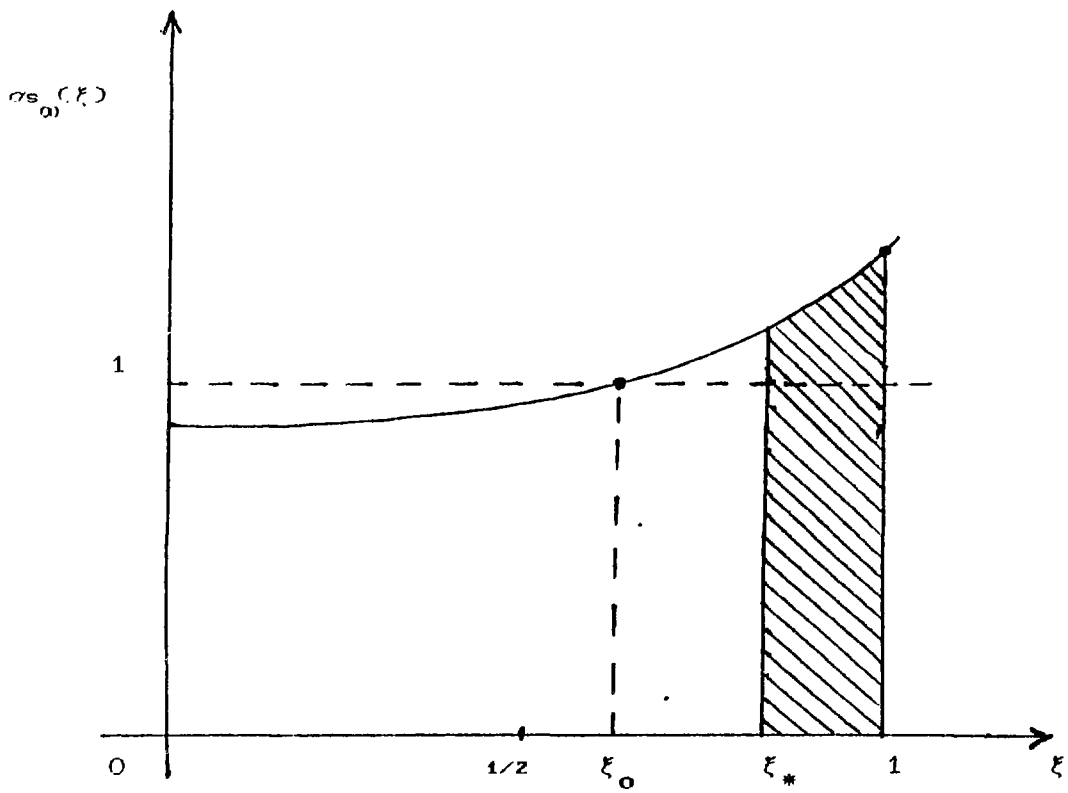


FIG. 4 - Solución única de la ecuación  $\sigma_{\infty}(\xi) = 1$





5 \_ Cantidad acumulada de sustancia en estado estacionario

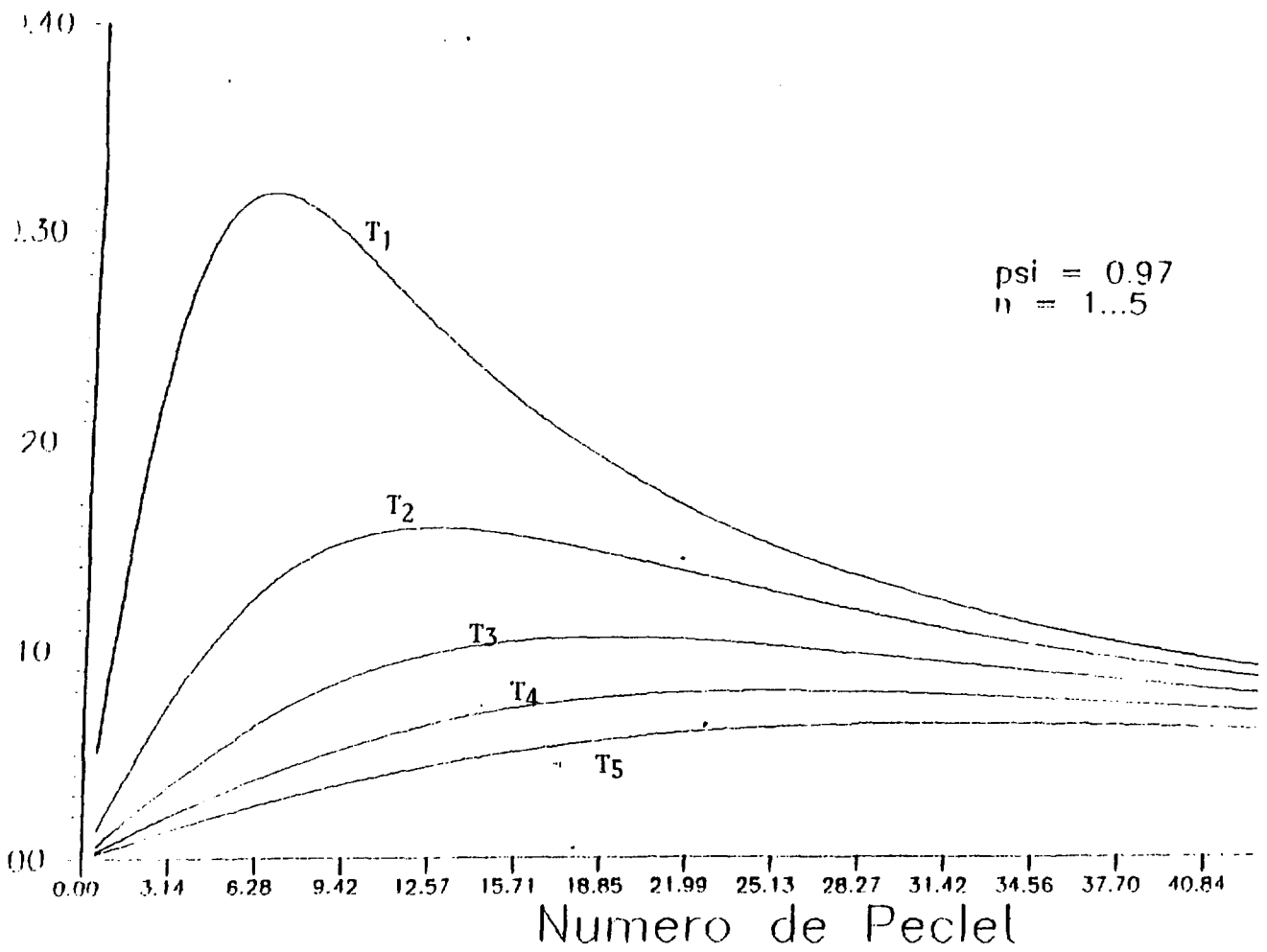
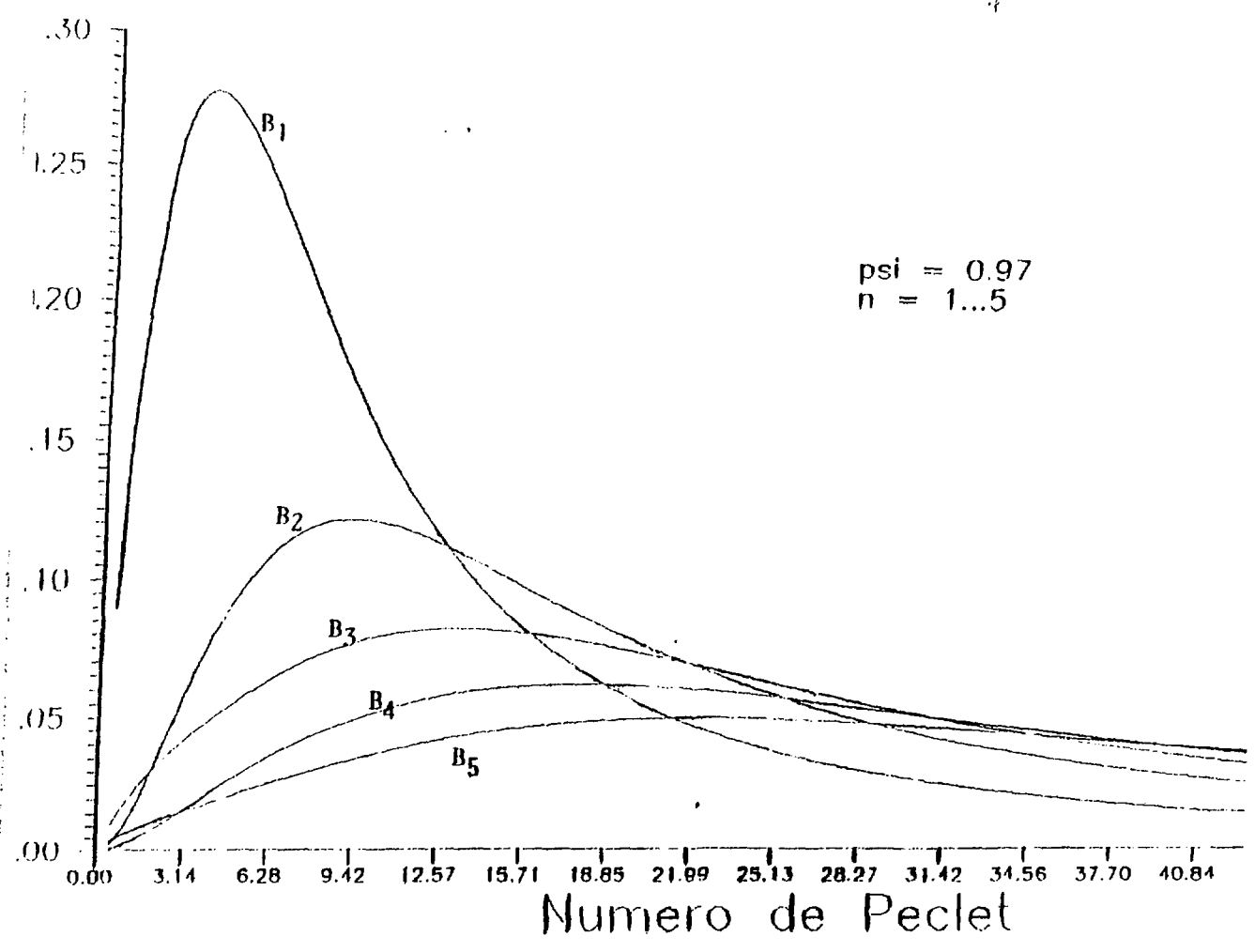


fig. 6 — Sucesión de tiempos de relajación en función de los números de Péclet.



7 Sucesión de los B<sub>n</sub> en función de los números de Péclet

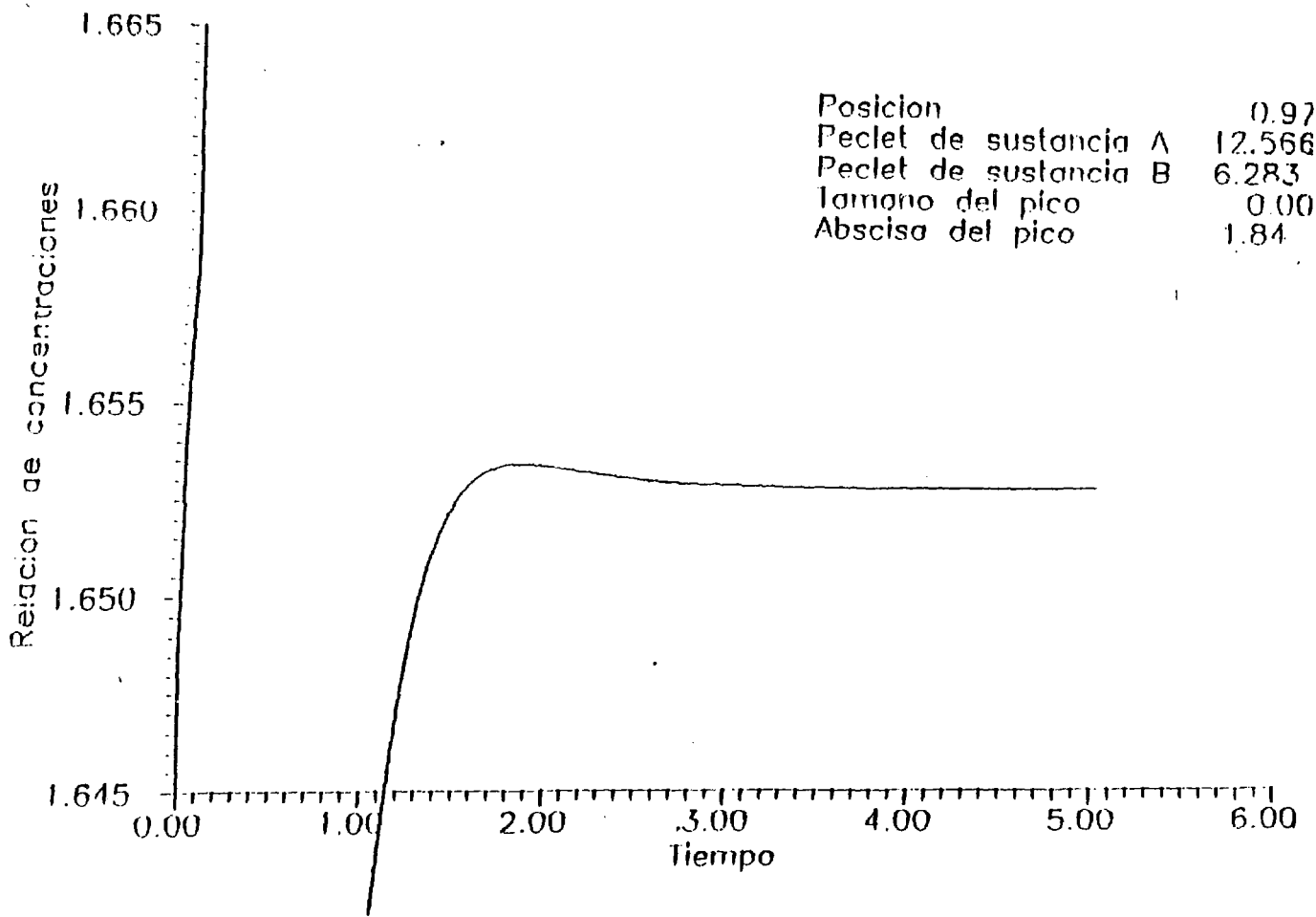


fig. 8 \_ Relación de concentraciones para  $Pe_a = 411$

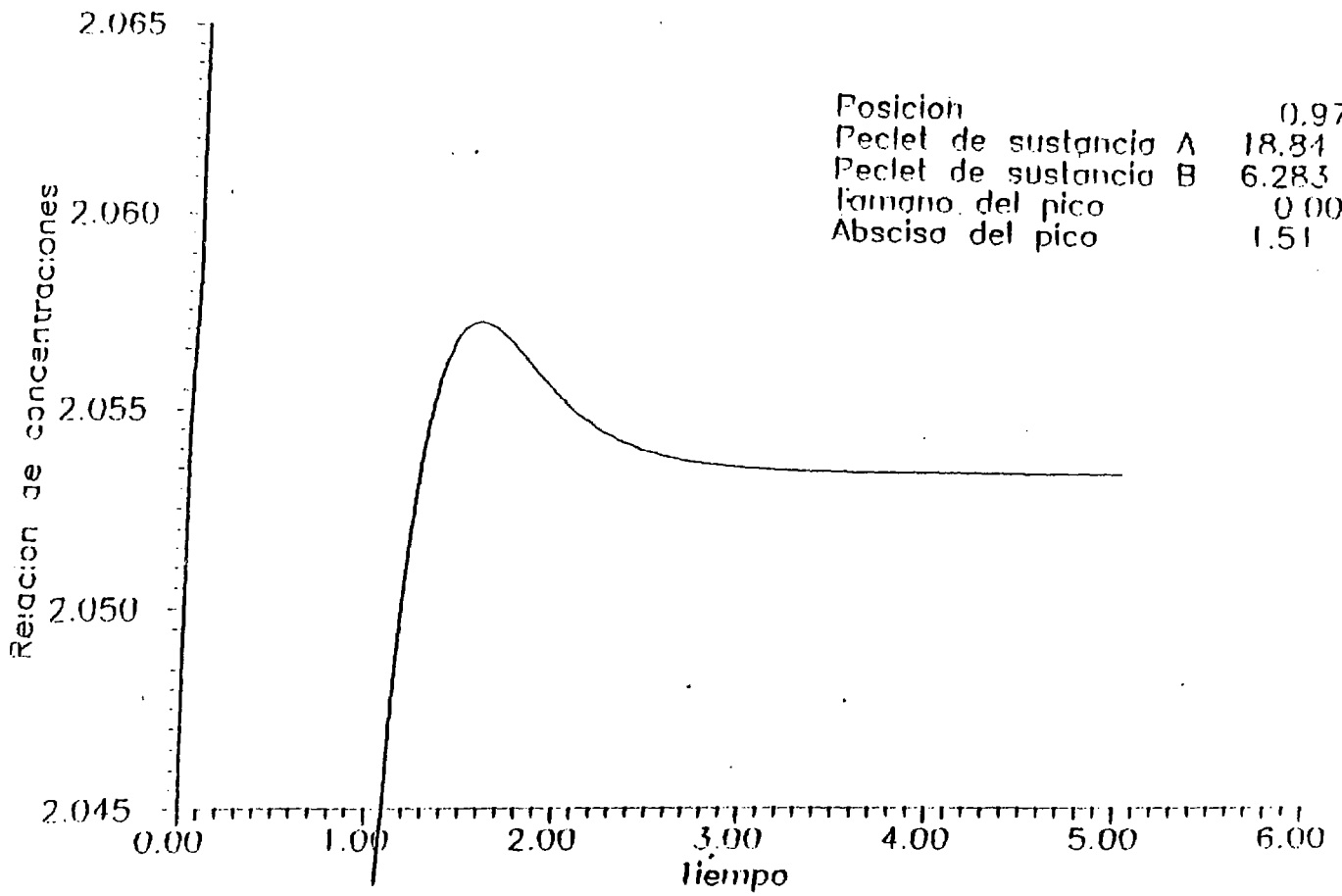


Fig. 9 — Relación de concentraciones para  $Pa = 611$

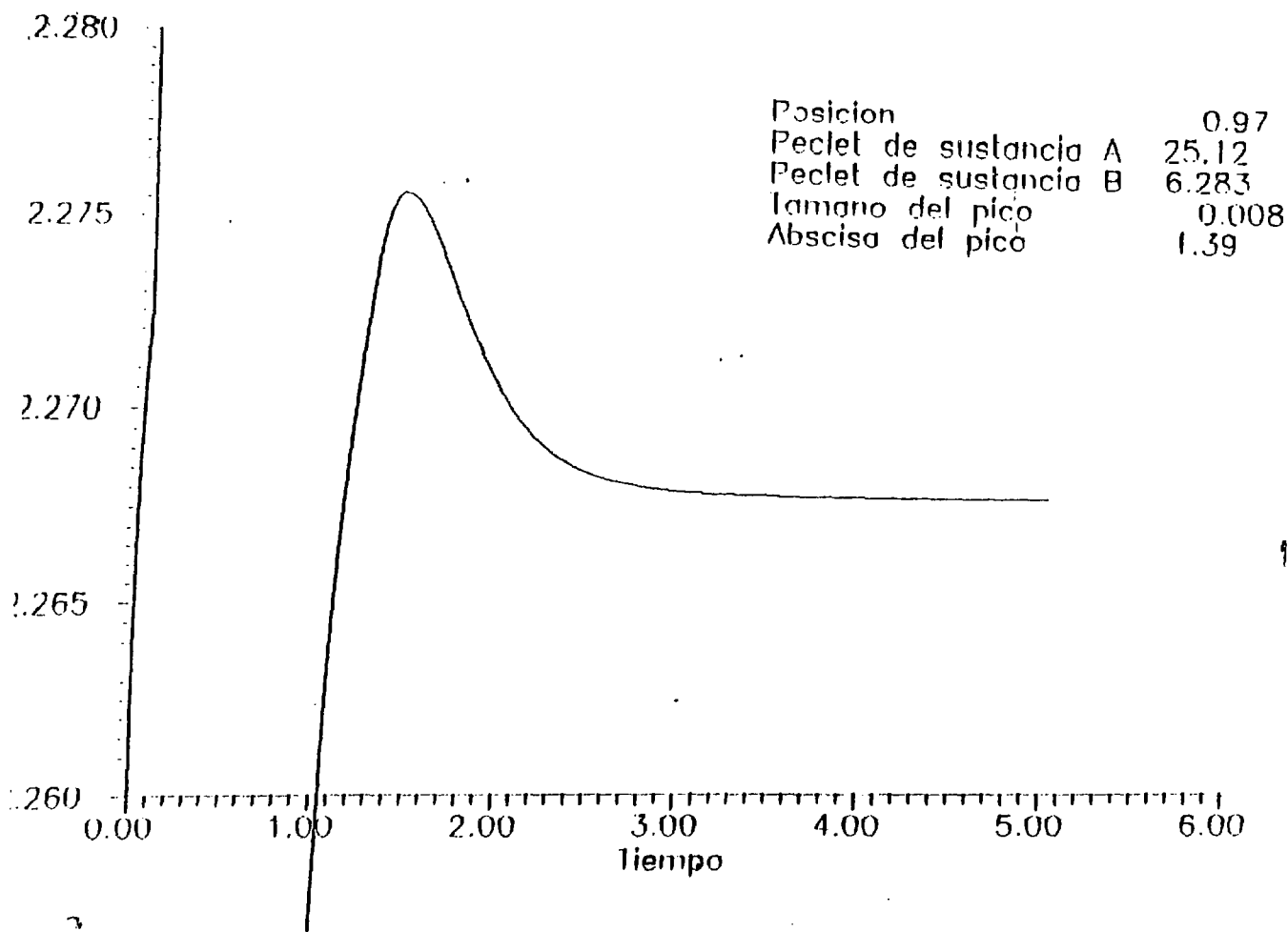


fig. 10 \_ Relación de concentraciones para  $Pe_a = 811$

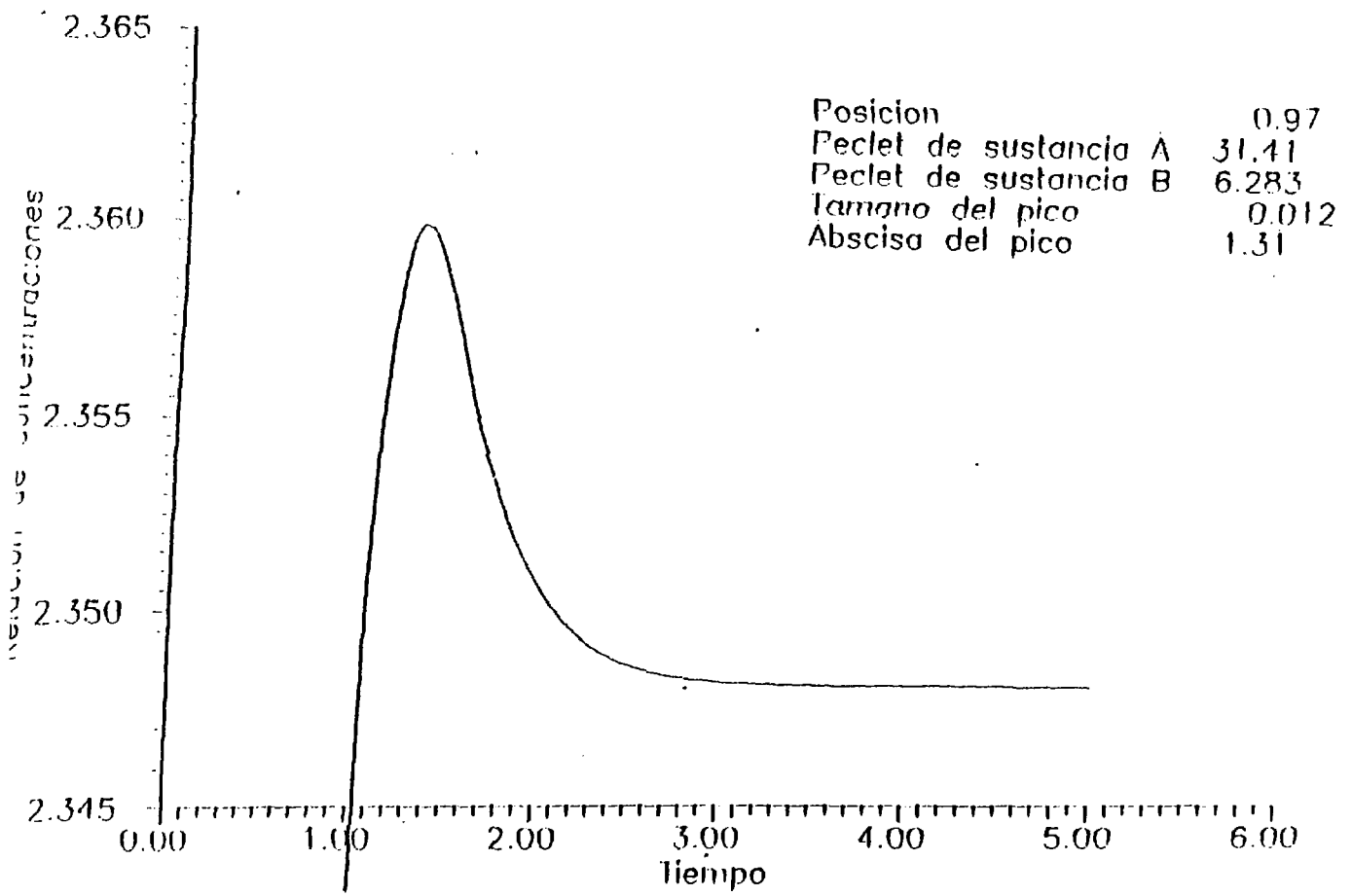


fig. 11 Relación de concentraciones para  $Pe_a = 1011$