



FR9603364

Production d'énergie (hydraulique, thermique et nucléaire)

THERMO-HYDRAULIQUE DIPHASIQUE
MONODIMENSIONNELLE. COURS ENSTA

*ONE-DIMENSIONAL TWO-PHASE THERMAL HYDRAULICS
(ENSTA COURSE)*

EDF · · 96NB00116

EDF

Direction des Etudes et Recherches

**Electricité
de France**

SERVICE RÉACTEURS NUCLÉAIRES ET ÉCHANGEURS
Département Transferts Thermiques et Aérodynamique



Novembre 1995

OLIVE J.

**THERMO-HYDRAULIQUE DIPHASIQUE
MONODIMENSIONNELLE. COURS ENSTA**

***ONE-DIMENSIONAL TWO-PHASE THERMAL
HYDRAULICS (ENSTA COURSE)***

Pages : 57

96NB00116

Diffusion : J.-M. Lecœuvre
EDF-DER
Service IPN. Département SID
1, avenue du Général-de-Gaulle
92141 Clamart Cedex

© Copyright EDF 1996

ISSN 1161-0611

SYNTHÈSE :

Ce cours s'intègre à l'enseignement de thermo-hydraulique dispensé en 3ème année d'études à l'ENSTA, option Electronucléaire. Il vise à fournir les bases théoriques et les principales notions physiques concernant les écoulements diphasiques, en se limitant le plus souvent au cas des écoulements eau-vapeur.

L'introduction est consacrée à la description des particularités physiques de ces écoulements et insiste sur leur complexité. Le cours développe ensuite les bases mathématiques (équations aux dérivées partielles) qui en permettent une description simplifiée, de type monodimensionnel. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie de chaque phase sont introduites à partir des bilans sur un volume élémentaire de canalisation.

Les différentes hypothèses permettant de simplifier le modèle à deux fluides sont présentées, pour aboutir aux définitions et équations du modèle homogène, dont on présente plusieurs écritures usuelles.

Ce modèle est ensuite appliqué au calcul des pertes de pression en écoulement diphasique ; pour cela, on présente les modèles les plus courants pour représenter les pertes de charge par frottement et singulières, sans en fournir les détails (valeurs numériques des paramètres). Ce chapitre est complété par une courte présentation des instabilités statique et dynamique en écoulement diphasique.

Enfin, les régimes de transfert thermique susceptibles d'être rencontrés en écoulement liquide-vapeur sont décrits, toujours dans le contexte d'un modèle monodimensionnel. On aborde notamment le régime d'ébullition sous-saturée et les différentes formes de crise d'ébullition. Le détail des lois empiriques de transfert thermiques n'est pas fourni.

Des compléments sont apportés en annexe, parfois sous forme d'exercices corrigés.

EXECUTIVE SUMMARY :

This course is part of the ENSTA 3rd year thermal hydraulics program (nuclear power option). Its purpose is to provide the theoretical basis and main physical notions pertaining to two-phase flow, mainly focussed on water-steam flows.

The introduction describes the physical specificities of these flows, emphasizing their complexity. The mathematical bases are then presented (partial derivative equations), leading to a one-dimensional type, simplified description. Balances drawn up for a pipe length volume are used to introduce the mass conservation, motion and energy equations for each phase.

Various postulates used to simplify two-phase models are presented, culminating in homogeneous model definitions and equations, several common examples of which are given.

The model is then applied to the calculation of pressure drops in two-phase flows. This involves presenting the models most frequently used to represent pressure drops by friction or due to pipe irregularities, without giving details (numerical values of parameters). This chapter terminates with a brief description of static and dynamic instabilities in two-phase flows.

Finally, heat transfer conditions frequently encountered in liquid-steam flows are described, still in the context of a 1D model. This chapter notably includes reference to under-saturated boiling conditions and the various forms of DNB. The empirical heat transfer laws are not discussed in detail.

Additional material is appended, some of which is in the form of corrected exercises.

THERMO-HYDRAULIQUE DIPHASIQUE MONODIMENSIONNELLE

SOMMAIRE

1- INTRODUCTION AUX ECOULEMENTS DIPHASIQUES	3
1-1 <i>Définition</i>	3
1-2 <i>Notion d'interfaces</i>	3
1-3 <i>Cas des écoulements liquide-vapeur</i>	3
1-4 <i>Déséquilibres entre phases</i>	4
1-5 <i>Configurations d'écoulement</i>	4
2- ÉQUATIONS DE CONSERVATION	6
2-1 <i>Définitions et hypothèses de base</i>	6
2-2 <i>Équations du modèle à deux fluides</i>	6
2-3 <i>Lois de fermeture et hypothèses complémentaires</i>	9
2-4 <i>Autre forme des équations d'énergie</i>	10
3- MODELES D'ECOULEMENT DIPHASIQUE	12
3-1 <i>Principes de l'obtention de modèles simplifiés</i>	12
3-2 <i>Équations du mélange diphasique (modèle homogène)</i>	13
4- PERTES DE PRESSION EN ECOULEMENT DIPHASIQUE.....	18
4-1 <i>Généralités</i>	18
4-2 <i>Frottement réparti</i>	18
4-3 <i>Perte de charge singulière</i>	19
4-4 <i>Instabilités statiques et dynamiques</i>	20
5- TRANSFERT THERMIQUE EN EBULLITION CONVECTIVE.....	23
5-1 <i>Généralités</i>	23
5-2 <i>Régimes de transfert thermique</i>	24
5-3 <i>Courbe d'ébullition et crise d'ébullition</i>	27
5-4 <i>Corrélations et modèles de crise d'ébullition</i>	28
NOMENCLATURE	32
ANNEXE 1 : THERMODYNAMIQUE DES MELANGES LIQUIDE-VAPEUR A UN SEUL CONSTITUANT (CORPS PURS).....	34
ANNEXE 2 : RELATIONS ENTRE VARIABLES ADIMENSIONNELLES DU MODELE HOMOGENE 1D.....	36
ANNEXE 3 : MECANISMES DE NUCLEATION.....	37
ANNEXE 4 : EXERCICE : CALCUL DE LA PERTE DE PRESSION D'UN EVAPORATEUR.....	40
ANNEXE 5 : EXERCICE : CALCUL DES TEMPERATURES DE PAROI D'UN EVAPORATEUR.....	45
ANNEXE 6 : EXERCICE : DEBIT CRITIQUE EN ECOULEMENT DIPHASIQUE.....	50

1- INTRODUCTION AUX ECOULEMENTS DIPHASIQUES

1-1 Définition

Un écoulement diphasique est un écoulement mettant en présence 2 corps non miscibles, dont l'un au moins est un fluide. Le mélange en mouvement peut donc être constitué :

- d'un liquide et d'un gaz,
- de deux liquides non miscibles
- d'un fluide (liquide ou gaz) et de particules solides.

1-2 Notion d'interfaces

Les 2 phases sont séparées par des interfaces qui constituent des surfaces de discontinuité des propriétés physiques au sein de l'écoulement. Dans le cas de 2 fluides, ces interfaces sont déformables, et lorsque l'écoulement est turbulent, il est impossible d'en prédire finement le mouvement. C'est pourquoi on se contente en général d'une description macroscopique des écoulements diphasiques, grâce à des modèles plus ou moins simplifiés.

1-3 Cas des écoulements liquide-vapeur

Les 2 phases peuvent appartenir au même corps : c'est le cas des écoulements liquide-vapeur. Ce cas particulier est très important pour la thermo-hydraulique des réacteurs nucléaires : écoulements eau-vapeur dans les générateurs de vapeur, le condenseur et dans l'ensemble des circuits primaires et secondaires dans certaines circonstances accidentelles.

Les écoulements liquide-vapeur peuvent être obtenus de 2 façons :

- par apport de chaleur (ou de froid) : ébullition d'un liquide (ou condensation d'une vapeur) ; c'est le cas le plus courant.
- par modification de la pression du système, qui entraîne un changement des propriétés du liquide et de la vapeur saturée : sous l'effet de la dépressurisation, un liquide peut se vaporiser, si son énergie interne devient supérieure à celle du liquide saturé (qui baisse avec la pression).

L'annexe 1 présente quelques rappels de la thermodynamique des mélanges liquide-vapeur.

1-4 Déséquilibres entre phases

Les propriétés des fluides diphasiques se distinguent sur le plan macroscopique de celles des fluides monophasiques. Souvent elles conduisent à des pertes de charge plus importantes, à des transferts thermiques plus intenses et à des vitesses du son plus faibles.

Ces propriétés dépendent de la nature des deux fluides en présence et de leur taux de présence respectif, mais aussi des déséquilibres entre les deux phases :

- déséquilibre mécanique : les deux phases s'écoulent à des vitesses moyennes différentes, on parle dans ce cas de "glissement" entre phases.
- déséquilibre thermodynamique : les deux phases peuvent avoir des températures différentes. Pour un mélange liquide-vapeur, cela signifie que l'une au moins des deux phases n'est pas à la saturation. On observe alors parfois des états métastables (liquide surchauffé ou vapeur sous refroidie).

1-5 Configurations d'écoulement

Les propriétés moyennes de l'écoulement et la valeur des déséquilibres entre phases dépendent de la configuration d'écoulement.

Pour un écoulement en tuyau, la configuration dépend des deux fluides, des conditions globales de fonctionnement (pression, température), du débit et de la composition du mélange (proportion de chaque phase), et de la géométrie du tuyau (diamètre, longueur, orientation par rapport à la verticale).

En se limitant au cas des mélanges liquide-gaz en tuyau vertical avec écoulement moyen ascendant, on classe généralement les configurations en fonction de la proportion en gaz du mélange (voir figure III-1-5)

Un classement plus élémentaire consiste à distinguer si une phase est présente sous forme continue ou dispersée (sous forme d'inclusions dans la phase continue).

Les cas extrêmes (a) et (f) sont les plus simples, car chaque phase n'est présente que sous une seule forme : gaz dispersé dans du liquide continu pour l'écoulement à bulles, liquide sous forme de gouttelettes dans du gaz continu pour l'écoulement à brouillard. On parle dans ces deux cas d'écoulement à phase dispersée.

Pour l'écoulement à bouchon (c), le liquide reste continu et le gaz dispersé. Cependant, la notion de phase dispersée devient critiquable car certaines bulles peuvent remplir presque toute la section de la tuyauterie.

Dans le cas de l'écoulement annulaire (e), chaque phase peut être présente sous les 2 formes : près des parois du tube, le liquide est continu (sous forme d'un film) mais il peut contenir des bulles ; au coeur de l'écoulement, le gaz est continu, mais il peut contenir des gouttes.

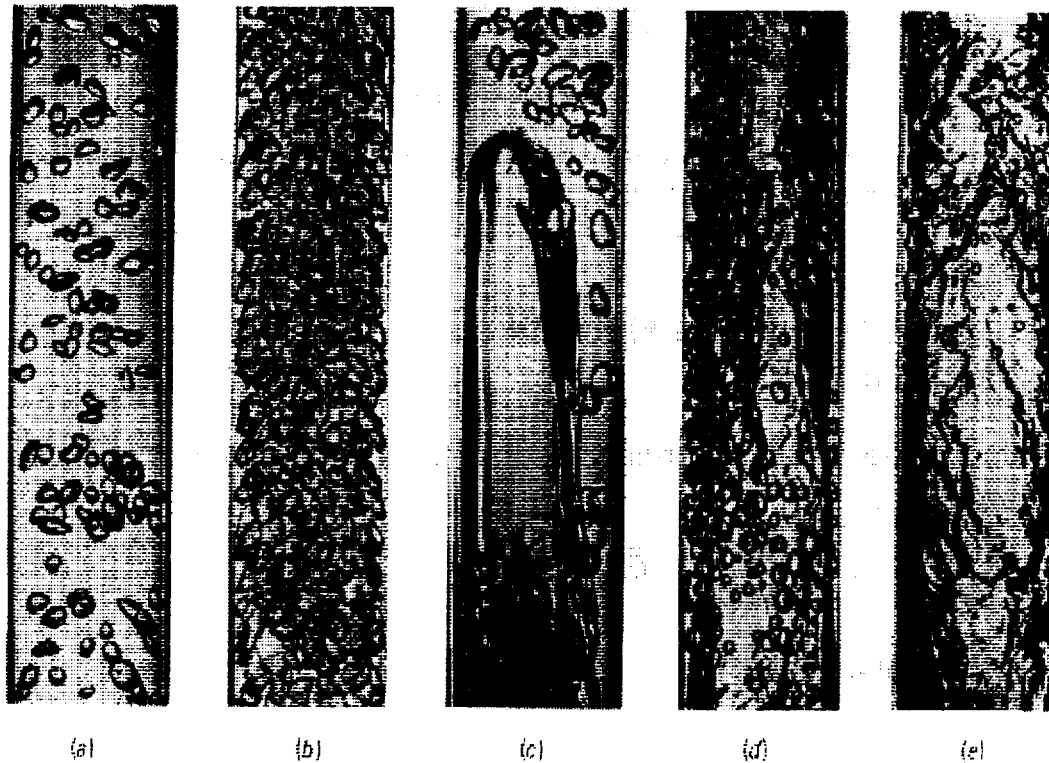


Figure III-1-5 : Configurations diphasiques en écoulement vertical ascendant eau-air. (d'après ROUMY, 1969)

- (a) - écoulement à bulles dispersées ("bubble flow")
- (b) - écoulement à bulles denses
- (c) - écoulement à bouchons ("slug flow" ou "plug flow")
- (d) - écoulement non structuré ("churn flow")
- (e) - écoulement annulaire ("annular flow")
- (f) - écoulement à brouillard ("mist flow") (non représenté)

Dans le cas de l'écoulement non structuré (d), on trouve les 2 phases sous les 2 formes au centre du tube, et un film liquide avec des bulles près des parois.

Les configurations d'écoulements sont différentes en tuyauterie horizontale : aux faibles vitesses, l'écoulement tend à se stratifier (le gaz s'écoule au-dessus du liquide).

D'une façon générale, on parle d'écoulement à phases séparées lorsque les 2 phases sont principalement sous forme continue et s'écoulent chacune dans une région déterminée : c'est le cas des écoulements horizontaux stratifiés ou des écoulements annulaires. On peut également obtenir une séparation des phases sous l'effet de forces d'inertie, par exemple par centrifugation.

Dans les géométries complexes, telles que celle d'un faisceau de tubes d'échangeur, les configurations d'écoulement sont moins bien connues car difficiles à observer. Elles semblent s'apparenter à celles que l'on observe en tubes, à l'exception de l'écoulement à bouchon, qui est propre aux tuyauteries.

2- ÉQUATIONS DE CONSERVATION

2-1 Définitions et hypothèses de base

L'hypothèse fondamentale consiste à supposer l'écoulement unidimensionnel. En pratique, un modèle construit sur cette hypothèse peut s'appliquer à l'écoulement dans un tube à section constante ou lentement variable. Toutefois, même dans ces conditions, les grandeurs thermo-hydrauliques (pressions, densités, mais surtout vitesse, température et répartition des phases) ne sont pas uniformes dans une section droite et les équations représentent en fait l'évolution **d'une moyenne de ces grandeurs sur la section**. Pour simplifier l'obtention des équations 1D, on supposera cependant cette répartition uniforme.

Si l'on note k l'indice caractéristique d'une phase ($k = 1$ ou 2 , ou $k = l$ pour le liquide et $k = g$ pour le gaz), on va écrire les lois de conservation pour chaque phase, de la même façon que pour un fluide monophasique.

Ceci nécessite de définir le taux de présence de la phase k : $\alpha_k = \frac{A_k}{A}$, fraction de la section de passage occupée par la phase k .

On a la relation : $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$

Les équations prennent en compte le fait que les deux phases peuvent échanger de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie en chaque point de la tuyauterie.

2-2 Équations du modèle à deux fluides

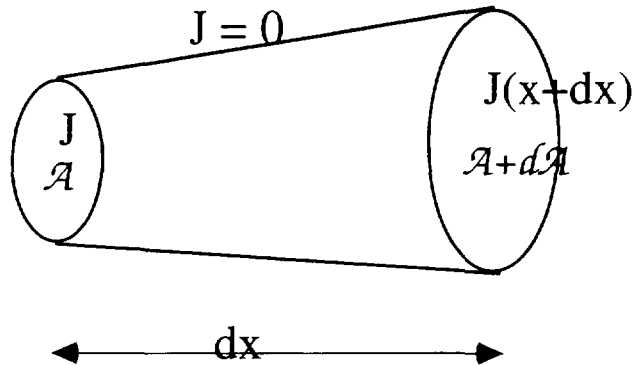
2-2-1 Principe de l'obtention des équations

On effectue le bilan sur un volume fixe \mathcal{V} (de frontière Ω) de la quantité ψ (scalaire ou vectorielle) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\mathcal{V}} \psi \cdot d\mathbf{v} = \iiint_{\mathcal{V}} S(\psi) \cdot d\mathbf{v} + \iint_{\Omega} \vec{J}(\psi) \cdot \vec{n} \cdot d\mathbf{s}$$

S représente l'ensemble des sources (ou puits) volumiques de ψ , et J les flux à travers la frontière Ω .

Choix du volume \mathcal{V} :



Avec ce choix, on a :

$$\iiint_{\mathcal{V}} \psi \cdot dv = A \cdot dx \cdot \psi(x) \quad \text{et} \quad \iint_{\Omega} \bar{J}(\psi) \cdot \bar{n} \cdot d\Omega = A \cdot J(x) - (A + dx) \cdot J(x + dx)$$

A étant la section de passage relative.

Pour obtenir les équations phasiques, il faut alors identifier les quantités A , ψ , S et J :

Conservation de la masse :

- $A \rightarrow \alpha_k A$ (portion de la section occupée par la phase k)
- $\psi \rightarrow \rho_k$ (masse par unité de volume)
- $S \rightarrow \Gamma_k / \alpha_k$ (transfert de masse interfacial)
- $J \rightarrow \rho_k \cdot u_k$ (flux de masse de la phase k)

Conservation de la quantité de mouvement :

- $A \rightarrow \alpha_k A$ (portion de la section occupée par la phase k)
- $\psi \rightarrow \rho_k \cdot u_k$ (quantité de mouvement par unité de volume)
- $S \rightarrow I_k / \alpha_k$ (transfert de quantité de mouvement interfacial)
- + $\rho_k \cdot g_k$ (force de volume)
- + F_k (frottement sur les parois)
- $J \rightarrow \rho_k \cdot u_k \cdot u_k$ (flux de quantité de mouvement de la phase k)
- + p_k (pression)

Conservation de l'énergie :

- $A \rightarrow \alpha_k A$ (portion de la section occupée par la phase k)
- $\psi \rightarrow \rho_k \cdot (e_k + u_k^2 / 2)$ (énergie totale par unité de volume)
- $S \rightarrow \Pi_k / \alpha_k$ (transfert d'énergie interfacial)
- + $\rho_k \cdot g_k \cdot u_k$ (puissance de la force de volume)
- + Φ_k (source d'énergie apportée par les parois)
- $J \rightarrow \rho_k \cdot u_k \cdot (e_k + u_k^2 / 2)$ (flux d'énergie de la phase k)
- + $p_k \cdot u_k$ (énergie liée à la pression)
- + ϕ_k (conduction au sein de la phase k : négligée)

2-2-2 Équations phasiques

L'application des principes précédents conduit à :

Conservation de la masse

$$\frac{\partial}{\partial t} A\alpha_k \rho_k + \frac{\partial}{\partial x} A\alpha_k \rho_k u_k = A\Gamma_k$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t} A\alpha_k \rho_k u_k + \frac{\partial}{\partial x} A\alpha_k \rho_k u_k u_k = -\frac{\partial}{\partial x} A\alpha_k p_k + A\alpha_k \rho_k g_x + A\alpha_k F_k + AI_k$$

Conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t} A\alpha_k \rho_k \left(e_k + \frac{u_k^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} A\alpha_k \rho_k u_k \left(e_k + \frac{u_k^2}{2} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} A\alpha_k p_k u_k + A\alpha_k \rho_k g_x u_k + A\alpha_k \Phi_k + A\Pi_k$$

La principale différence avec les écoulements monophasiques réside dans le fait qu'il y a 6 équations ($k = 1$ ou 2) et que les échanges entre phases sont pris en compte par des termes de "transfert interfacial", qui respectent eux aussi des lois de conservation à l'interface.

2-2-3 Équations de bilan à l'interface

Si l'on suppose l'interface sans inertie (elle ne peut stocker ni masse, ni quantité de mouvement, ni énergie), ces équations s'écrivent simplement :

Masse

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = 0$$

Γ_k est la quantité de masse apportée par l'autre phase à la phase k par unité de volume et par seconde. Elle s'exprime en $\text{kg/m}^3 \cdot \text{s}$.

Quantité de mouvement

$$I_1 + I_2 = 0$$

I_k est la quantité de mouvement transférée de l'autre phase vers la phase k par unité de volume et de temps. Elle s'exprime en N/m^3 .

Énergie

$$\Pi_1 + \Pi_2 = 0$$

Π_k est l'énergie transférée à l'interface de l'autre phase vers la phase k par unité de volume et de temps. Elle s'exprime en W/m^3 .

2-3 Lois de fermeture et hypothèses complémentaires

2-3-1 Inconnues et équations

Les 7 inconnues principales sont les suivantes :

- les vitesses $u_k(x, t)$ de chaque phase ($k = 1$ et 2)
- les pressions $p_k(x, t)$ de chaque phase ($k = 1$ et 2)
- les énergies internes $e_k(x, t)$ de chaque phase ($k = 1$ et 2)
- le taux de présence d'une phase (une seule inconnue puisque $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$), par exemple $\alpha_1(x, t)$.

De plus, un certain nombre de termes sont inconnus, et doivent être précisés par des lois constitutives ou lois de fermeture :

- les sources de quantité de mouvement F_k au sein de chaque phase (2 lois)
- les sources de chaleur Φ_k au sein de chaque phase (2 lois)
- les 3 termes de transfert interfacial relatifs à une des deux phases, par exemple Γ_1, I_1 et Π_1 .

Enfin, les masses volumiques des 2 phases ρ_k doivent également être déterminées. Elles sont données par les lois d'état des fluides, en général connues sous la forme $\rho_k = f_k(p_k, e_k)$.

Outre les 6 équations de conservation, il faut donc fournir une équation supplémentaire, 7 relations de fermeture et 2 équations d'état.

Le modèle à 2 fluides est donc un modèle assez général dans sa formulation, mais dont la fermeture est délicate.

En pratique, les lois manquantes sont déduites d'observations expérimentales et de mesures, parfois de modèles théoriques déterminés dans des cas simplifiés, puis généralisés et ajustés sur des expériences. Le domaine de validité du modèle à 6 équations va dépendre essentiellement de la qualité des lois de fermeture utilisées. Si l'on veut que ce domaine soit vaste, il faut utiliser des lois différentes selon la valeur des paramètres qui déterminent les configurations d'écoulement. Enfin, les lois utilisées ne doivent pas empêcher la résolution du système : elles doivent être continues et d'un niveau de complexité raisonnable.

2-3-2 Quelques hypothèses courantes

- Égalité des pressions des deux phases ($p_1 = p_2$).

Cette hypothèse, généralement justifiée, est appliquée à tous les modèles utilisés dans l'industrie. Elle permet de se passer de l'équation manquante relative à la distribution du taux de présence des phases. Celui-ci peut alors être calculé à l'aide du modèle à 6 équations.

- Frottement en paroi

Le terme F_k (N/m^3) est toujours négatif. Il représente la perte de quantité de mouvement dû au frottement sur la paroi (perte de charge) par unité de volume de la phase k . Ce terme s'exprime pour chaque phase d'une façon analogue à celle utilisée pour les écoulements monophasiques, les coefficients de frottement phasiques étant empiriques.

- Flux de chaleur en paroi

Le terme Φ_k (W/m^3) correspond à la puissance thermique échangée entre la paroi et l'unité de volume de la phase k ; son expression est analogue à celle utilisée en monophasique pour des transferts par convection. Parfois, des termes de rayonnement entre une phase et la paroi doivent être pris en compte. Si d'autres sources de chaleur (réactions chimiques, nucléaires...) sont présentes, on doit les ajouter à ce terme.

- Transferts interfaciaux

Il n'existe pas de consensus sur la modélisation de ces termes.

- En l'absence de transfert de masse Γ_k , le terme I_k est écrit comme une somme de forces élémentaires s'appliquant à l'interface. La principale est une force de frottement interfacial, proportionnelle au carré de la différence de vitesse des 2 phases.
- En l'absence de transfert de masse Γ_k , le terme Π_k est en général considéré comme proportionnel à la différence de température des 2 phases.
- Le terme Γ_k n'est modélisé que pour les écoulements avec changement de phase (ébullition ou condensation). En général, des considérations sur la physique du changement de phase permettent de le déduire des échanges d'énergies Π_k et de l'énergie de chacune des phases e_k . La modélisation des transferts interfaciaux est examinée plus en détail dans la deuxième partie du cours (codes de calcul des écoulements diphasiques).

2-4 Autre forme des équations d'énergie

L'enthalpie massique d'un fluide peut être définie par la relation thermodynamique suivante :

$$H = e + \frac{p}{\rho}$$

"e" étant l'énergie interne massique, "p" la pression et "ρ" la masse volumique.

En remplaçant e_k par $H_k - p_k/\rho_k$ dans les équations d'énergie, et en développant ces équations, on obtient une nouvelle expression qui peut être simplifiée grâce aux équations de masse et de quantité de mouvement relatives à la phase k . En effet, l'équation de quantité de mouvement, après multiplication par u_k , s'interprète comme une équation de conservation de l'énergie mécanique ; elle peut être soustraite de l'équation d'énergie totale (expression directe du premier principe de la thermodynamique), faisant ainsi apparaître une équation sur l'énergie thermique, qui prend une forme plus simple.

Tous calculs faits, l'équation phasique de conservation de l'énergie, exprimée en enthalpie, et compte tenu des hypothèses habituelles (§ III-2-3-2), s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} A\alpha_k\rho_k H_k + \frac{\partial}{\partial x} A\alpha_k\rho_k u_k H_k = A\alpha_k \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u_k \frac{\partial p}{\partial x} \right) + A\alpha_k \Phi_k + A\Pi_k$$

On a notamment négligé, dans cette expression, l'énergie mécanique dégradée en chaleur provenant du frottement sur les parois F_k . Le terme en pression, bien que calculable, est souvent négligé.

3- MODELES D'ECOULEMENT DIPHASIQUE

3-1 Principes de l'obtention de modèles simplifiés

Dans le chapitre précédent, on a décrit le modèle diphasique monodimensionnel le plus général, dit à deux fluides, qui permet de calculer les vitesses et les températures de chacune des phases, et donc les déséquilibres mécaniques (écart de vitesse) et thermodynamiques (écarts entre la température de chaque phase et la température de saturation).

Dans les cas les plus courants, ces déséquilibres sont soit négligeables, soit connus, et une approche simplifiée est possible.

Le cas extrême consiste à négliger complètement l'aspect diphasique de l'écoulement, et à se ramener à un fluide unique que l'on suppose bien décrit par un modèle monophasique tel que celui exposé au chapitre II. La seule difficulté de cette approche est de définir de façon judicieuse les propriétés moyennes du fluide (masse volumique, viscosité, conductivité thermique...) qui apparaissent dans les équations du modèle, ainsi que leurs relations entre elles (équations d'état).

Un tel modèle, dit homogène équilibré ou à 3 équations, peut également être obtenu à partir du modèle à deux fluides en faisant des hypothèses sur les déséquilibres entre phases. C'est cette démarche que nous allons exposer par la suite, ce qui nous permettra au passage de définir des modèles de complexité intermédiaire.

3-1-1 Modèles avec équilibre thermodynamique

Dans un mélange liquide-vapeur en mouvement, l'écart à la saturation de la température des phases peut être important lorsque le système subit de brusques variations de pression (cf. § III-1-3). En pratique, pour les réacteurs nucléaires, ce cas ne se rencontre que dans les configurations accidentelles. C'est pourquoi les logiciels dédiés aux études thermo-hydrauliques de sûreté utilisent généralement un modèle à deux fluides.

Dans les études de fonctionnement général d'un circuit diphasique, les évolutions sont suffisamment lentes pour que certains déséquilibres thermodynamiques puissent être négligés.

Si l'on suppose une phase à la saturation, son énergie interne est alors connue (elle ne dépend que de la pression) et l'équation d'énergie de cette phase devient inutile. Un modèle sans aucun déséquilibre thermodynamique (les 2 phases à la saturation) ne comporte donc plus que 4 équations, pour 4 inconnues : vitesse de chaque phase, pression, taux de présence.

3-1-2 Modèle avec équilibre mécanique

Dans certains cas, notamment pour une configuration à phase très dispersée (bulles ou gouttes de petite taille), ou lorsque les propriétés mécaniques des phases (masse volumique, viscosité) sont voisines, on peut faire l'hypothèse de l'équilibre mécanique. Elle consiste à supposer que les vitesses des deux phases sont les mêmes. Dans ce cas, l'une des deux équation de quantité de mouvement devient inutile et l'on est ramené à un système à 5 équations, les 5 inconnues étant : pression, vitesse, taux de présence, énergies (ou températures) du liquide et du gaz.

On souligne que cette hypothèse est rarement légitime et qu'il est souvent nécessaire de réintroduire un déséquilibre mécanique, calculé de façon approchée, pour que les résultats obtenus soient suffisamment précis.

3-1-3 Modèle homogène équilibré

Il s'obtient en cumulant les hypothèses des deux paragraphes précédents. Il ne comporte plus que 3 équations, pour 3 inconnues principales : pression, vitesse et taux de présence du fluide moyen (mélange diphasique).

Les équations sont établies dans le chapitre suivant, après définition de nouvelles grandeurs, communément employées dans la pratique industrielle, et qui permettent de simplifier l'écriture du modèle.

3-2 Équations du mélange diphasique (modèle homogène)

En fait, plutôt que de supprimer les deux équations d'énergie et une équation de quantité de mouvement, on se ramène à un modèle homogène en additionnant 2 à 2 les équations phasiques du modèle à deux fluides. Ceci permet de conserver la symétrie de l'écriture relativement aux deux phases, de faire apparaître naturellement les "propriétés moyennes du mélange" et de faire disparaître les transferts interfaciaux. L'énergie est généralement exprimée sous forme d'enthalpie.

3-2-1 Propriétés moyennes du mélange

Elles sont notées avec l'indice m

- Pression moyenne - p_m

La pression étant commune aux 2 phases, elle est aussi la pression moyenne du mélange
 $p_m (= p_1 = p_2)$

- Masse volumique moyenne - ρ_m

Elle est naturellement définie comme la somme des masses volumiques de chaque phase, pondérée par leur taux de présence volumique :

$$\rho_m = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2$$

- Vitesse moyenne

Deux définitions sont possibles :

$$j_m = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 \quad \text{dite "vitesse superficielle"}$$

$$u_m = \frac{\alpha_1 \rho_1 u_1 + \alpha_2 \rho_2 u_2}{\rho_m} \quad \text{qui est la vitesse moyenne débitante du mélange}$$

- Enthalpie moyenne du mélange

Là encore, au moins deux définitions sont possibles :

$$H_m = \frac{\alpha_1 \rho_1 H_1 + \alpha_2 \rho_2 H_2}{\rho_m} \quad \text{enthalpie moyenne statique}$$

$$H_{md} = \frac{\alpha_1 \rho_1 u_1 H_1 + \alpha_2 \rho_2 u_2 H_2}{\rho_m u_m} \quad \text{enthalpie "dynamique"}$$

- Frottement moyen

$$F_m = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2$$

- Puissance thermique échangée

$$\Phi_m = \alpha_1 \Phi_1 + \alpha_2 \Phi_2$$

3-2-2 Autres définitions

- Les taux de présence α_k sont souvent appelés "fractions volumiques" de la phase k. La fraction volumique de la phase gazeuse est couramment appelée "taux de vide".
- Fraction massique ou titre massique statique C_k

$$C_k = \frac{\alpha_k \rho_k}{\rho_m}$$

C'est la proportion en masse de la phase k contenue dans un volume élémentaire de tuyauterie à un instant donné.

- Titre volumique dynamique β_k

$$\beta_k = \frac{\alpha_k u_k}{j_m}$$

C'est le débit-volume de phase k dans une section de tube, rapporté au débit-volume total.

- Titre massique dynamique X_k

$$X_k = \frac{\alpha_k \rho_k u_k}{\rho_m u_m}$$

C'est le débit-masse de la phase k dans une section de tube, rapporté au débit-masse total. Le titre massique dynamique d'une phase vapeur est couramment appelé "qualité".

- Vitesse relative entre phases u_r

$$u_r = u_2 - u_1$$

- Glissement γ

$$\gamma = \frac{u_2}{u_1}$$

- Enthalpie relative, ou écart enthalpique H_r

$$H_r = H_2 - H_1$$

- Taux d'expansion volumique δ

$$\delta = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

Les quatre dernières définitions sont relatives à un écoulement liquide-gaz, le gaz étant la phase 2. Dans ce cas, en écoulement ascendant, u_r est généralement positive ou nulle, donc γ supérieur ou égal à 1, H_r positive et δ supérieur à 1.

α , C , β et X sont quatre grandeurs permettant d'exprimer la proportion de chaque phase. Elles vérifient toutes des relations du type " $\theta_1 + \theta_2 = 1$ ". Les expressions reliant entre elles ces grandeurs peuvent être aisément établies ; elles font intervenir les coefficients γ et δ (voir annexe 2). Ces relations sont très utiles pour certains calculs.

Les équations moyennes du mélange s'écrivent plus simplement en utilisant la variable C ; leur formulation finale est donnée ci-après.

3-2-3 Formulation des équations de conservation du mélange - Système pratique en titre massique statique

- Masse

$$\frac{\partial}{\partial t} A\rho_m + \frac{\partial}{\partial x} A\rho_m u_m = 0$$

- Quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t} A\rho_m u_m + \frac{\partial}{\partial x} A\rho_m (u_m^2 + C_1 C_2 u_r^2) = -A \frac{\partial p_m}{\partial x} + A\rho_m g_x + AF_m$$

- Énergie

$$\frac{\partial}{\partial t} A\rho_m H_m + \frac{\partial}{\partial x} A\rho_m (u_m H_m + C_1 C_2 u_r H_r) = A \frac{\partial p_m}{\partial t} + A \frac{\partial p_m}{\partial x} \left[u_m + C_1 C_2 \rho_m u_r \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \right] + A\Phi_m$$

3-2-4 Commentaires

- Ce système de 3 équations à été écrit à partir du modèle à 6 équations sans hypothèse supplémentaire. Les termes de transfert à l'interface ont disparu naturellement, mais les 6 inconnues principales sont toujours présentes, sous une forme différente : u_m , p_m et H_m

(les propriétés du mélange), C_1 (ou $C_2 = 1 - C_1$) (le titre massique), et enfin u_r et H_r (les déséquilibres).

- Le modèle homogène équilibré est obtenu très facilement en supposant que $u_r = 0$ et $H_r = 0$. Dans ce cas, on retrouve formellement les équations de conservation monophasiques (système de 3 équations à 3 inconnues).
- On peut construire un modèle plus précis, lorsque les hypothèses du modèle homogène équilibré ne sont pas vérifiées, en se donnant des expressions empiriques des déséquilibres mécanique u_r et thermodynamiques $H_1 - H_{1sat}$ et $H_2 - H_{2sat}$, ou en réintroduisant les équations phasiques (mais aussi les lois de fermeture correspondantes!) nécessaires.
- Les relations de définition des enthalpies moyennes s'écrivent, en fonction des variables C ou X :

$$H_m = C_1 H_1 + C_2 H_2$$

$$H_{md} = X_1 H_1 + X_2 H_2$$

En cas d'équilibre thermodynamique, $H_1 = H_{1sat}$ et $H_2 = H_{2sat}$ sont des grandeurs connues. La composition du mélange (par exemple C_1) et l'enthalpie moyenne (par exemple H_m) ne sont alors plus des grandeurs indépendantes, et l'on passe aisément de l'une à l'autre. Ainsi :

$$C_2 = \frac{H_m - H_{1sat}}{H_{2sat} - H_{1sat}} = \frac{H_m - H_{1sat}}{\mathcal{L}}$$

\mathcal{L} étant la chaleur latente de changement de phase (J/kg).

De la même façon, on a pour les quantités "dynamiques" :

$$X_2 = \frac{H_{md} - H_{1sat}}{\mathcal{L}}$$

X_2 est alors appelé titre thermodynamique (c'est une forme adimensionnée de l'enthalpie dynamique). Il est défini par extension même lorsqu'une phase n'est pas présente ($X_2 < 0$ pour le liquide seul, $X_2 > 1$ pour la vapeur seule).

- Régimes permanents : système pratique en titre dynamique.

L'intérêt d'utiliser l'enthalpie et le titre dynamique réside dans le calcul des **régimes permanents** avec un modèle à déséquilibre mécanique ($u_r \neq 0$). On montre que, dans ce cas, l'équation d'énergie s'écrit simplement :

$$\frac{\partial}{\partial x} A \rho_m u_m H_{md} = A \Phi_m \quad (\text{si on néglige le terme de pression})$$

Quand à l'équation de conservation de la quantité de mouvement du mélange, elle s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial x} A \rho_m u_m^2 \left[1 + X_1 X_2 \frac{(\gamma - 1)^2}{\gamma} \right] = -A \frac{\partial p_m}{\partial x} + A \rho_m g_x + A F_m$$

- Si $u_r = 0$ (ou $\gamma = 1$), enthalpie dynamique et enthalpie statique sont égales. Il en est de même pour le titre dynamique et le titre statique.
- Pour déduire ρ_m des variables principales (équation d'état) on utilise sa définition en substituant la variable C à la variable α . On trouve la relation :

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{C_1}{\rho_1} + \frac{C_2}{\rho_2}$$

3-2-5 Quelques lois de déséquilibre mécanique

- Modèle de BANKOFF

Il est fondé sur une hypothèse d'équilibre local ($u_1 = u_2$ en un point du tuyau), combiné avec des profils non uniformes (paraboliques) de u et α dans une section de tuyauterie.

Il s'exprime d'une façon générale par :

$$\alpha_2 = \mathcal{K} \cdot \beta_2$$

ou de façon équivalente :

$$\gamma = \frac{1 - \alpha_2}{\mathcal{K} - \alpha_2}$$

\mathcal{K} est déterminé expérimentalement en fonction des variables principales (p_m , X , u_m ...) pour les différents types d'écoulement (horizontaux, verticaux...)

- Modèle de WALLIS

Il suppose des profils de vitesse et de taux de présence uniformes dans la tuyauterie, mais un glissement d'ensemble d'une phase par rapport à l'autre.

Ce modèle donne directement une expression de la vitesse relative u_r en fonction des variables principales.

- Modèles de ZUBER et FINDLAY

C'est une généralisation des deux précédents. On suppose à la fois l'existence d'un glissement local u_r et de profils non uniformes pour les vitesses et le taux de présence. Le modèle s'écrit :

$$\alpha_2 = \frac{j_2}{C_0 j_m + u_{rj}}$$

avec : $j_2 = \alpha_2 u_2$ (vitesse superficielle du gaz)

$j_m = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2$ (vitesse superficielle du mélange)

C_0 = coefficient empirique dépendant du profil de u et α

u_{rj} = moyenne sur la section de $\alpha_1 u_r$ ("vitesse de dérive")

4- PERTES DE PRESSION EN ECOULEMENT DIPHASIQUE

4-1 Généralités

En régime permanent, l'équation de conservation de quantité de mouvement du mélange (§ III-3-2-3) peut s'écrire :

$$\frac{\partial p_m}{\partial x} = F_m + \rho_m g_x - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} A \rho_m (u_m^2 + C_1 C_2 u_r^2)$$

La chute de pression est obtenue en intégrant cette équation le long de l'abscisse x. Elle comprend donc 3 termes :

- une perte de pression irréversible par frottement et turbulence, ou perte de charge : F_m . Ce terme est toujours négatif.
- une perte de pression par gravité (ou terme de pression "hydrostatique") : $\rho_m g_x$
Pour un écoulement ascendant, $g_x = -9,81$ m/s : il s'agit effectivement d'une perte. Pour un écoulement descendant, ce terme est positif (il y a gain de pression).
- une perte de pression par accélération (3ème terme) :

$$\left(\frac{\partial p_m}{\partial x} \right)_a = -\frac{Q}{A} \frac{\partial}{\partial x} u_m (1 + C_1 C_2 \frac{u_r^2}{u_m^2}) = -\frac{Q}{A} \frac{\partial}{\partial x} u_m (1 + X_1 X_2 \frac{(\gamma - 1)^2}{\gamma})$$

Pour déduire cette expression, on a utilisé l'équation de masse du mélange en écoulement permanent, qui s'intègre aisément sous la forme :

$$A_m \rho_m U_m = Q = \text{constante (conservation du débit-masse).}$$

Le terme en vitesse relative est en général assez petit devant 1 et l'on constate qu'il y a perte de pression si u_m augmente avec l'abscisse x, c'est à dire si l'écoulement moyen subit une accélération (comme en écoulement monophasique : voir équation de Bernoulli).

L'équation de conservation du débit nous montre que cette accélération peut avoir deux causes :

- une diminution de la section de passage A
- une diminution de la masse volumique du mélange ρ_m : c'est le cas pour un écoulement en ébullition.

4-2 Frottement réparti

Plusieurs méthodes coexistent pour calculer le frottement F_m en écoulement diphasique.

La plus courante consiste à se ramener à un écoulement de même débit-masse entièrement liquide, pour lequel on applique les lois de frottement monophasiques (loi de BLASIUS), puis à appliquer un coefficient multiplicateur diphasique d'origine empirique (il en existe de nombreux dans la littérature).

On peut également utiliser une approche de type modèle homogène, en appliquant la loi de Blasius (ou autre) à un fluide monophasique équivalent, de masse volumique moyenne ρ_m . La définition de la viscosité moyenne n'est pas unique. On peut par exemple utiliser une pondération de la viscosité de chaque phase par le titre massique C.

La perte de pression ainsi obtenue doit cependant être également corrigée par un coefficient empirique, pour obtenir des résultats satisfaisants.

L'expression mathématique d'un tel modèle homogène pour le calcul du frottement réparti est la suivante :

$$F_m = -\frac{\Lambda_m}{D_h} \rho_m \frac{u_m^2}{2} C_{2\phi}$$

avec

$$\Lambda_m = 0,316 \cdot \text{Re}_m^{-0,25} \quad \text{Re}_m = \frac{\rho_m u_m D_h}{\mu_m}$$

et $\mu_m = C_1 \mu_1 + C_2 \mu_2$ (par exemple).

$C_{2\phi}$: coefficient empirique dépendant du type d'écoulement, du titre massique...

Dans cette approche homogène, le multiplicateur diphasique $C_{2\phi}$ n'est pas nécessairement supérieur à 1.

4-3 Perte de charge singulière

La présence d'une singularité (variation brutale de la section de passage, obstacle, changement brutal de direction), provoque une perte de charge irréversible qu'il faut être capable d'évaluer en écoulement diphasique. L'approche la plus courante est l'utilisation du modèle homogène, sans glissement entre phases.

La perte de charge singulière est appliquée au point singulier sous une forme intégrée. En effet, on considère qu'il s'agit d'une discontinuité de pression, qui ne peut donc pas s'exprimer sous forme différentielle. On l'écrit :

$$\Delta p_s = -K \frac{(\rho_m u_m)^2}{2\rho_H}$$

K est le coefficient (empirique) de perte de charge singulière de l'écoulement monophasique.

$\rho_m u_m = \frac{Q}{A}$ est la vitesse massique en amont de la singularité

ρ_H est la masse volumique moyenne en écoulement diphasique homogène sans glissement, qui se déduit du titre massique dynamique par :

$$\frac{1}{\rho_H} = \frac{X_1}{\rho_1} + \frac{X_2}{\rho_2}$$

Remarque : X_1 n'est égal à C_1 que si l'on utilise un modèle sans déséquilibre mécanique **pour l'ensemble des termes**.

4-4 Instabilités statiques et dynamiques

4-4-1 Instabilité statique

Caractéristique hydraulique d'un système diphasique :

La caractéristique interne, qui peut être obtenue en intégrant les équations de l'entrée à la sortie du canal, représente la variation de la chute de pression $\Delta P = P_{\text{entrée}} - P_{\text{sortie}}$ en fonction du débit-masse dans le canal, les autres conditions (énergie massique à l'entrée du canal, puissance apportée au fluide) étant inchangées. Pour un fluide monophasique, c'est une parabole, car le seul terme source de l'équation de quantité de mouvement dépendant du débit est le frottement ; il est de la forme $K Q^2$.

Pour les débits élevés, le fluide est entièrement liquide. Lorsqu'on diminue sa valeur, l'ébullition apparaît (la puissance fournie restant la même) et la courbe s'éloigne de la caractéristique liquide, les pertes de charge en diphasique étant plus importantes. Au-dessous d'une certaine valeur de Q , le fluide est entièrement vaporisé (sauf dans une petite zone à l'entrée du tube) et la courbe rejoint la caractéristique vapeur.

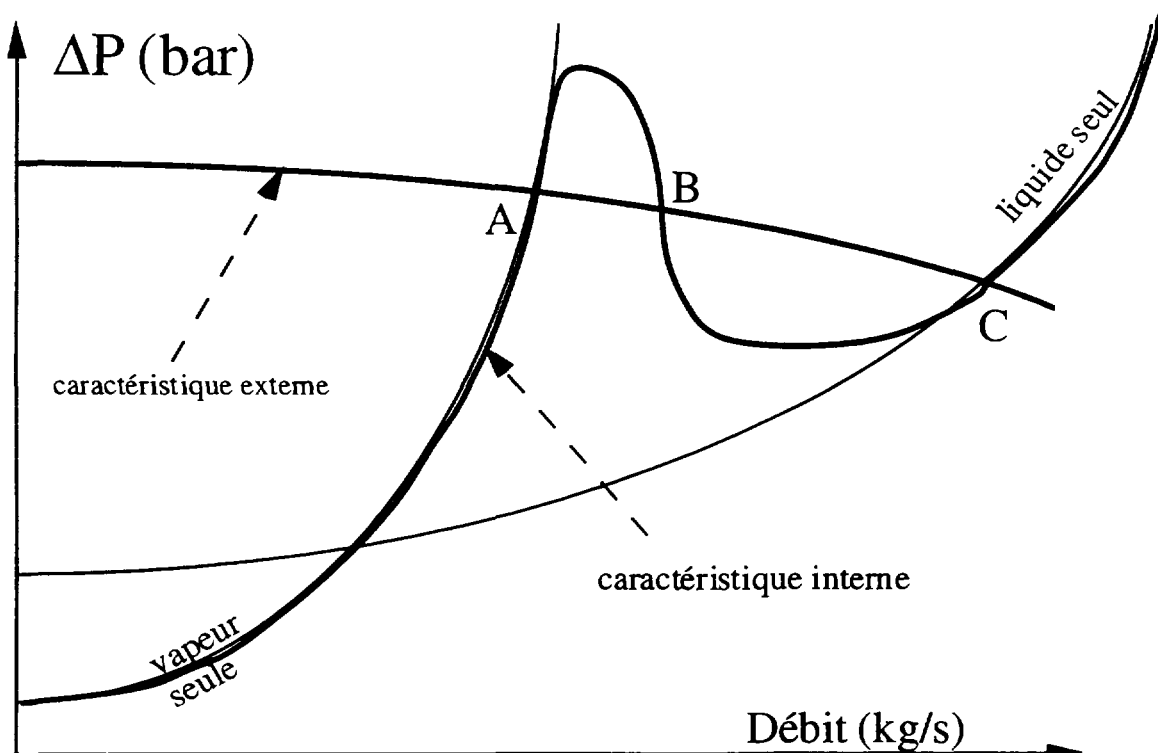


Figure III-4-4-1 : caractéristique hydraulique d'un système diphasique

La caractéristique externe représente également la variation de ΔP , mais elle est obtenue en prenant en compte les éléments de la boucle externes au système étudié. Elle reflète essentiellement la caractéristique de la pompe, s'il y en a une. Un exemple est donné par la figure III-4-4-1.

Si la caractéristique interne est monotone croissante, il n'y a qu'un point d'intersection entre les deux courbes, donc un seul point de fonctionnement possible : le système est statiquement stable. Sinon, il peut y avoir plusieurs points d'intersection (A, B et C dans le cas de la figure).

A et C correspondent à des états d'équilibre stables, mais dans certaines configurations (canaux en parallèle soumis à la même condition d'écart de pression entre l'entrée et la sortie, par exemple), il peut y avoir une variation brutale du débit (passage du point A au point C) pour chaque canal. On parle d'instabilité de LEDINNEG. Le point B correspond à une situation d'équilibre instable (pente négative de la caractéristique interne) et un système dans un tel état évoluera spontanément vers A ou C.

La recette pour éviter ce phénomène est, soit d'adopter une pompe de caractéristique plus "plongeeante", soit d'augmenter la perte de charge dans la zone monophasique liquide en insérant des diaphragmes à l'entrée du tube ; on augmente ainsi la pente de la caractéristique du liquide ce qui permet de rendre la caractéristique interne diphasique monotone croissante.

4-4-2 Instabilité dynamique

C'est une interaction dynamique entre les paramètres de l'écoulement diphasique (débit, pression, taux de vide, enthalpie pour les écoulements non adiabatiques), caractérisée par des oscillations périodiques de l'ensemble des paramètres, autour d'un état permanent. Le type le plus courant est souvent appelé "onde de densité", car l'instabilité est liée à la forte dépendance de la densité moyenne du fluide diphasique, ρ_m , au taux de vide et à la pression. Elle est également liée à l'existence de zones monophasiques et diphasiques, de comportement dynamique très différent, au sein d'une même boucle de circulation (effet de feed-back par les conditions externes à la zone diphasique).

Bien qu'elle puisse exister pour un système diphasique adiabatique, l'instabilité dynamique est plus fréquente pour un système thermique avec ébullition et condensation. Il faut notamment être particulièrement vigilant lorsque le système présente de possibles boucles de circulation naturelle ou des canaux diphasiques en parallèle.

La période de l'instabilité est du même ordre de grandeur que le temps de transit du fluide dans le tuyau diphasique :

$$t \approx \frac{x_s - x_e}{\bar{u}} \text{ avec : } \bar{u} = \frac{1}{x_s - x_e} \int_{x_e}^{x_s} \frac{G}{\rho(x)} dx$$

L'amplitude des oscillations décroît de l'entrée vers la sortie.

On peut rendre stable un système dynamiquement instable en jouant sur les paramètres suivants :

- augmentation de la perte de charge en phase liquide par rapport à la perte de charge totale :
- soit en rajoutant un diaphragme ou une vanne de laminage dans la zone monophasique (perte de charge singulière),

- soit en augmentant la longueur du tronçon liquide (perte de charge par frottement) ; pour un système en ébullition, cet effet peut être obtenu en augmentant le débit ou en diminuant la puissance fournie au fluide,

- augmentation de la pression du système (qui entraîne une réduction des écarts de densité entre les phases).

La modélisation des instabilités dynamiques requiert la résolution des équations en régime transitoire. Deux approches sont possibles :

- résolution directe dans le domaine temporel, prenant en compte les non-linéarités des équations. On peut ainsi obtenir les seuils d'instabilité, les périodes des oscillations et leur amplitude. Cependant, ces paramètres sont très sensibles aux lois de fermeture du modèle diphasique (lois d'écart de vitesse entre phases et de déséquilibre thermodynamique, notamment), et une qualification du modèle sur des résultats expérimentaux est souhaitable.

- résolution dans le domaine fréquentiel, après linéarisation des équations autour d'un régime permanent (hypothèse des petites oscillations) et utilisation de la transformation de Laplace. L'étude de stabilité se fait alors avec les méthodes de l'automatique (fonctions de transfert, critère de Nyquist, ...). Elle permet d'accéder aux seuils d'instabilité et aux périodes d'oscillations, mais pas à leur amplitude.

5- TRANSFERT THERMIQUE EN EBULLITION CONVECTIVE

5-1 Généralités

On se limitera au cas d'un liquide en ébullition dans un tube chauffant. Deux cas principaux peuvent se produire :

- la puissance dégagée par le tube est imposée. C'est le cas, en première approximation, dans un canal de réacteur nucléaire.

Le calcul de l'énergie du mélange diphasique, donc du titre en vapeur de l'écoulement, est alors très simple, car le terme source Φ_m est une constante. Cependant, les échanges thermiques entre le fluide et la paroi du tube doivent être modélisés et évalués à posteriori pour calculer la température de ce dernier et vérifier, par exemple, qu'elle ne dépasse pas les limites de sûreté du réacteur (fusion des matériaux...),

- la puissance fournie par le tube dépend de la température d'un autre fluide (échangeur de chaleur). C'est le cas des générateurs de vapeur. L'évaluation du terme Φ_m est nécessaire en tout point pour calculer l'énergie du mélange diphasique. Il faut donc procéder à une résolution couplée des équations de conservation de l'énergie des 2 fluides qui échangent de la chaleur à travers le tube.

L'expression simplifiée de l'équation de conservation de l'énergie du mélange diphasique (§ III-3-2-4) est :

$$\frac{\partial}{\partial x} H_{md} = \frac{A\Phi_m}{Q}$$

avec $Q = A\rho_m u_m = AG$

Dans le cas où Φ_m est imposée et uniforme selon x , l'intégration de cette équation est immédiate. On obtient une variation linéaire de l'enthalpie dynamique, et donc du titre dynamique X_2 avec l'abscisse x .

Dans le cas contraire, une expression générale de Φ_m est la suivante :

$$\Phi_m = \frac{\mathcal{P}_c}{A} \varphi_m \quad (\mathcal{P}_c : \text{périmètre chauffant})$$

φ_m , la densité de flux thermique à la paroi du tube (W/m^2), s'écrit :

$$\varphi_m = h_m (T_p - T_m)$$

où T_p est la température de surface de la paroi, et T_m est la "température moyenne" du mélange diphasique.

Cette dernière expression est une extension au cas diphasique de la loi d'échange par convection en écoulement monophasique.

Pour un modèle diphasique homogène avec **équilibre thermodynamique**, T_m est égale à T_{sat} (température commune des deux phases).

Le coefficient d'échange h_m ($W/m^2.K$) dépend du régime de transfert thermique.

5-2 Régimes de transfert thermique

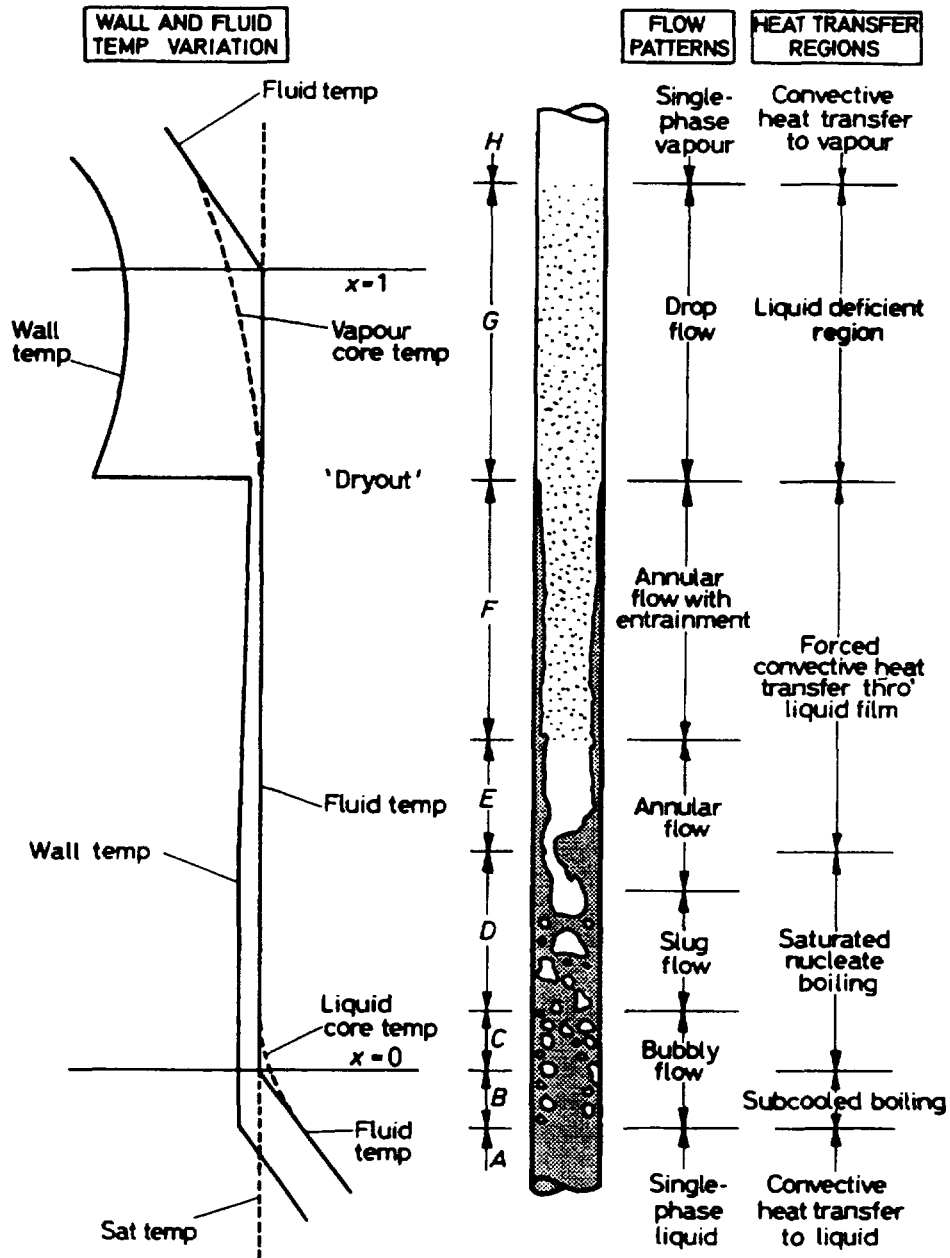


Figure III-5-2-1 : régimes de transfert thermique en ébullition convective (d'après COLLIER, 1972)

La figure III-5-2-1 illustre les différents régimes rencontrés en écoulement en ébullition dans un canal chauffant. Les limites entre ces régimes dépendent principalement du titre dynamique X_2 et du flux de chaleur en paroi ϕ_m , qui sont liés entre eux par l'équation de conservation de l'énergie du mélange, que l'on peut également mettre sous la forme suivante (en négligeant les variations des propriétés à la saturation avec la pression) :

$$\frac{dX_2}{dx} = \frac{P_c}{QL} \phi_m$$

Pour les flux de chaleur modérés, on observe successivement 6 régimes lorsque le titre en vapeur augmente. Pour les forts flux, certains des régimes décrits ci-dessous n'existent pas car on atteint la **crise d'ébullition** pour des titres inférieurs à leur limite (voir § 5.3) :

- (1) Pour $X_2 \ll 0$: transfert thermique monophasique par convection (région A) ; h_m est alors donnée par une loi de Nusselt monophasique.
- (2) Pour $X_{sb} \leq X_2 \leq 0$: transfert thermique en ébullition sous-saturée.ou "subcooled boiling" (région B) ;

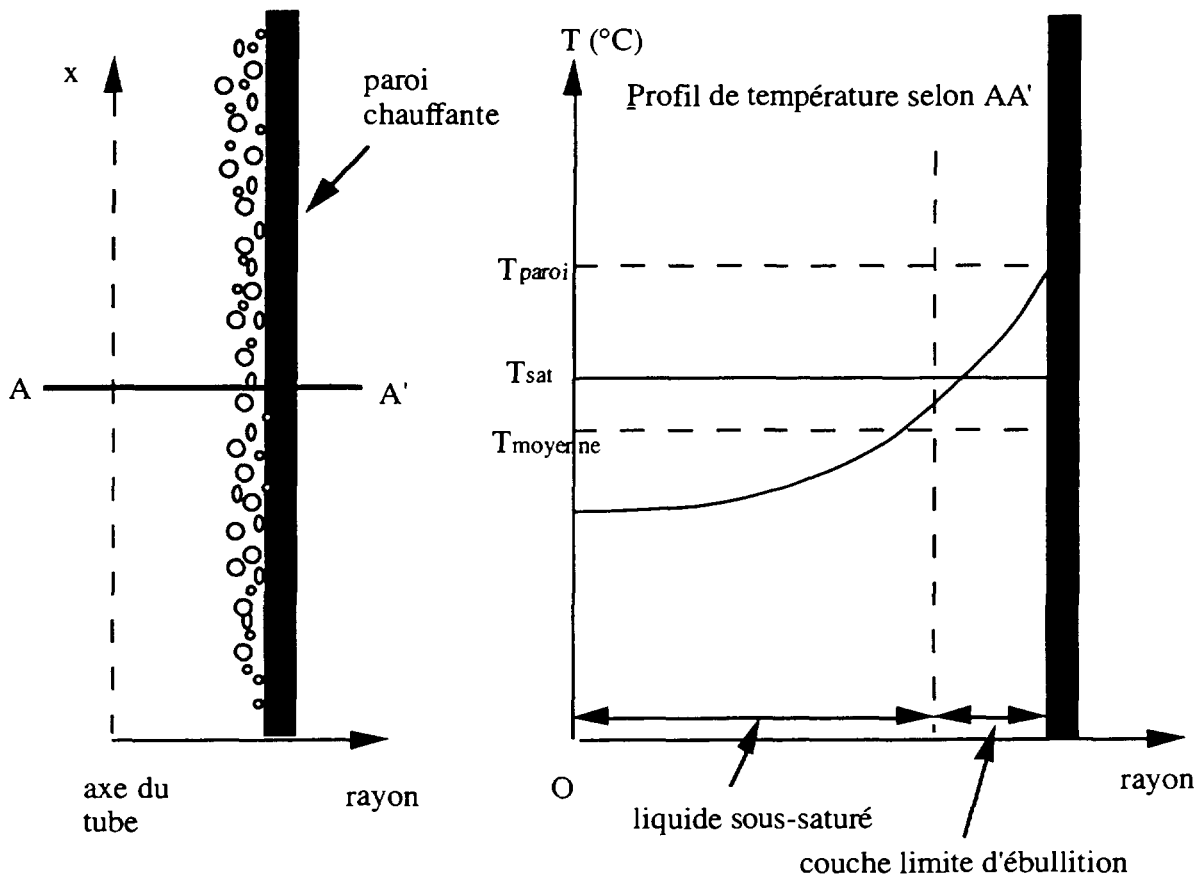


Figure III-5-2-2 :
Profils de taux de vide et de température en ébullition sous-saturée.

le fluide est encore globalement monophasique ($H_m \leq H_{1sat}$), mais près de la paroi chauffante, une couche limite diphasique apparaît (voir figure); les bulles sont générées dans les micro cavités de la paroi chauffante, et elles s'en détachent sous certaines conditions pour pénétrer dans l'écoulement. Pour cela, il faut que T_p soit supérieure à la température de saturation d'une quantité ΔT_{sb} dépendant du fluide, de la pression, du flux de chaleur...La valeur de ΔT_{sb} est donnée par des corrélations expérimentales (voir annexe 3 sur les

mécanismes locaux de nucléation). Elle conditionne la valeur du titre (négatif) X_{sb} à partir duquel apparait ce régime.

Pour ce régime, le coefficient d'échange est alors bien supérieur à celui obtenu en écoulement monophasique pur. En effet, la formation des bulles à la paroi et leur recondensation rapide dans l'écoulement froid permet une intensification du transfert de chaleur entre la paroi et le coeur de l'écoulement. On parle d'ébullition nucléée sous-saturée.

La relation entre le flux de chaleur et l'écart de température n'est pas linéaire. Autrement dit, h_m dépend lui-même de $T_p - T_m$ (corrélations de CHEN, SHA, JENS et LOTTES...). Ce mode de transfert thermique est très recherché dans l'industrie car il permet un refroidissement très efficace des composants.

- (3) Pour $0 < X_2 < X_{ab}$: transfert thermique en ébullition nucléée saturée (régions C et D) ; c'est en fait le même régime thermique que le précédent. Pour les faibles titres en vapeur, les mêmes corrélations s'appliquent pour le calcul du coefficient d'échange h_m .

Ce mode de transfert prévaut dans l'ensemble du régime d'écoulement "à bulles" et "à bouchons", et peut se prolonger un peu au-delà.

- (4) Pour $X_{ab} < X_2 < X_{do}$: échange convectif en film liquide (régions E et F).

Au-delà d'une certaine valeur du titre X_{ab} , l'écoulement est du type non structuré ou annulaire, et un nouveau régime de transfert thermique s'installe, dominé par l'échange convectif entre la paroi et le film de liquide qui l'entoure. Il n'y a plus vraiment d'ébullition, mais évaporation du film à l'interface avec le coeur gazeux. Le coefficient d'échange cesse alors de croître, mais reste très élevé. Il peut être obtenu par des lois du même type que celles du régime monophasique liquide. Certaines corrélations (THOM) couvrent les régimes (3) et (4) en établissant une moyenne pondérée des coefficients d'échange relatifs à chacun d'eux.

- (5) Pour $X_{do} \leq X_2 \leq 1$: échange convectif en vapeur saturée (région G).

Le passage du régime annulaire au régime à brouillard correspond à la rupture du film liquide, donc à une discontinuité du régime de transfert thermique.

L'assèchement du film ("dry-out") entraîne une brusque diminution du coefficient d'échange, qui devient proche de celui d'un gaz, la présence de gouttelettes ne contribuant que faiblement au transfert thermique global.

- (6) Pour $X_2 > 1$: transfert thermique en vapeur surchauffée (région H).

Le passage de l'écoulement à l'état de vapeur sèche ($X_2 = 1$), ne constitue pas une réelle transition dans le régime de transfert thermique, qui était déjà du type convectif gaz. Le coefficient d'échange se calcule à l'aide des corrélations classiques en régime monophasique.

5-3 Courbe d'ébullition et crise d'ébullition

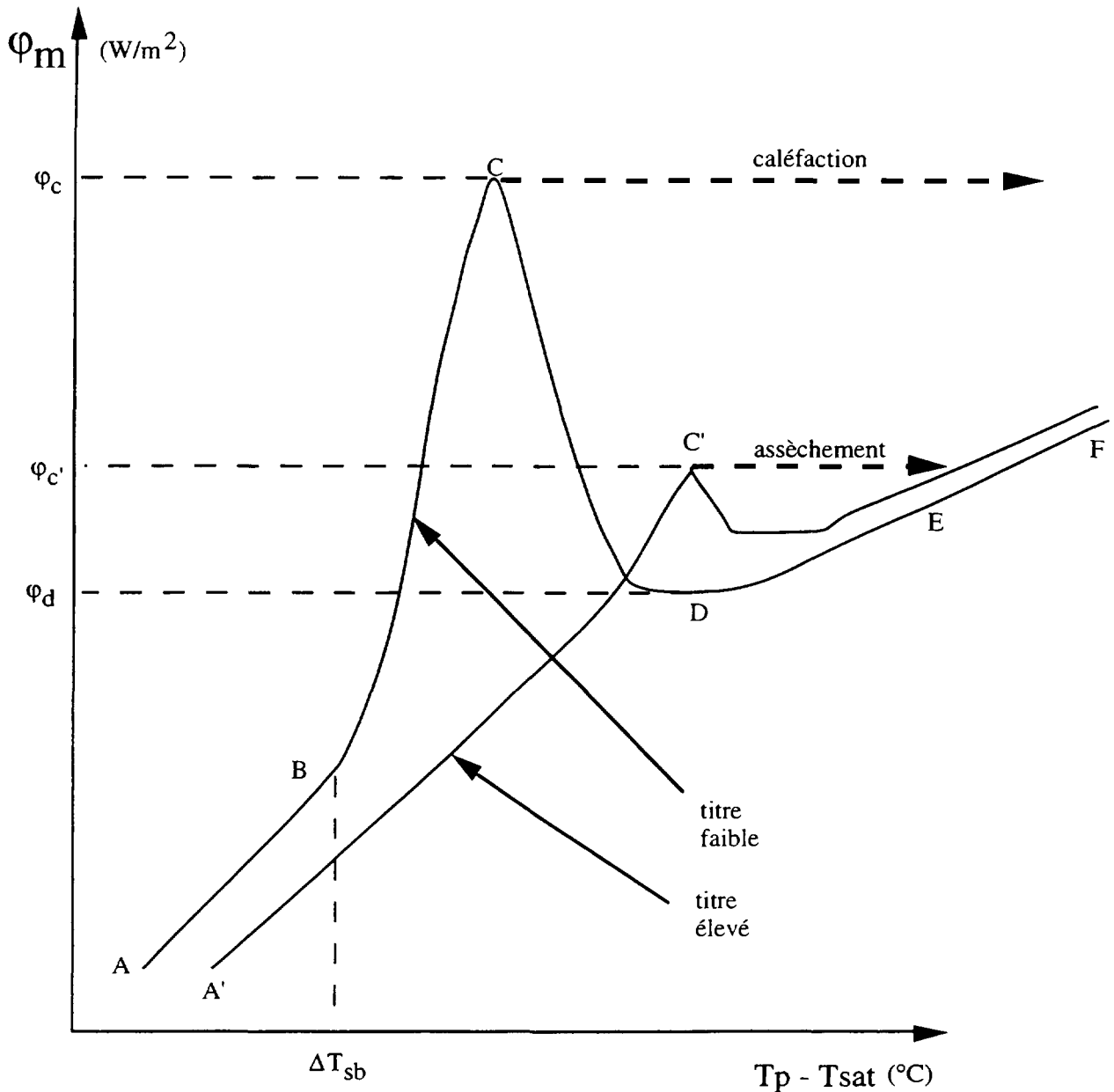


Figure III-5-3 :
Exemples de courbe d'ébullition

Considérons un écoulement de liquide en ébullition dans une conduite, le flux de chaleur en paroi étant imposé et uniforme. Si l'on raisonne à titre X_2 constant et que l'on augmente progressivement le flux de chaleur ϕ_m , on peut tracer la courbe $\phi_m = f(T_p)$ dite "courbe d'ébullition".

X_2 dépendant en fait de ϕ_m par la relation de bilan thermique, chaque point de la courbe correspond donc à une abscisse différente. La courbe est tracée pour une valeur figée des autres paramètres indépendants : géométrie du tube, pression p_m , débit-masse Q .

Deux exemples de courbe d'ébullition sont représentés sur la figure III-5-3.

- **Cas des faibles titres.** Si X_2 est négatif (le fluide est du liquide sous saturé), lorsqu'on augmente progressivement ϕ_m , la courbe suit tout d'abord une évolution linéaire, caractéristique de l'échange convectif liquide. Lorsque la température de paroi dépasse T_{sat} de ΔT_{sb} , ϕ_m augmente de façon non linéaire avec $T_p - T_{sat}$ (ébullition nucléée sous saturée). X_2 étant négatif, les autres régimes thermiques décrits précédemment ne peuvent être atteints. A la place, on atteint au point C un flux de chaleur maximum ou "flux critique", noté ϕ_c .

Cette crise d'ébullition correspond à la formation d'une couche de vapeur presque ininterrompue à la surface chauffante, qui met fin au régime d'ébullition nucléée.

Si l'on maintient un flux de chaleur supérieur à ϕ_c , la température de paroi correspond à un point de la courbe très éloigné au-delà du point F. La crise d'ébullition à faible titre correspond donc à une excursion brutale de la température de paroi, qui peut alors atteindre une valeur dépassant la température de fusion du matériau du tube. Ce phénomène est appelé également caléfaction (en anglais "burn-out").

Si l'on fait décroître le flux de chaleur au-dessous du flux critique, le point de fonctionnement décrit alors la branche F.E.D. de la courbe, correspondant à un régime thermique d'ébullition en film vapeur. La configuration d'écoulement correspondante est dite annulaire inverse (film de vapeur à la paroi, liquide au cœur de l'écoulement). Le point D (point de LEIDENFROST) correspond à un minimum relatif : lorsque le flux devient inférieur à ϕ_d , on rejoint brutalement la branche BC, ce qui provoque une diminution importante de la température de paroi, correspondant à son remouillage (il y a retour au régime d'ébullition nucléée).

Un tel cycle est donc caractérisé par un effet d'hystérésis, caléfaction et remouillage ne se produisant pas aux mêmes valeurs de ϕ_m et T_p .

- **Cas des titres élevés.** Pour des valeurs plus grandes de X_2 (par exemple pour un régime d'écoulement annulaire avec X_2 de l'ordre de 0,7 ou 0,8, voire moins), on décrit la courbe A'C', correspondant à l'échange convectif par film liquide (régime (4)), moins efficace que l'ébullition nucléée. En C', on observe également le flux critique, mais l'excursion de température de paroi est bien moins grande qu'à faible titre. Les mécanismes physiques de la crise d'ébullition sont d'ailleurs différents : il ne s'agit plus de caléfaction, mais d'assèchement du film liquide en paroi (en anglais "dry-out"). Ceci correspond à la transition entre les régimes (4) et (5) de transferts thermiques, qui accompagne le passage d'un régime d'écoulement annulaire à un régime à gouttes.

5-4 Corrélations et modèles de crise d'ébullition

5-4-1 Paramètres indépendants

Pour un système thermique donné (géométrie figée), la crise d'ébullition est un phénomène local, dépendant des paramètres thermo-hydrauliques locaux : p (pression), G (vitesse massique), X (titre dynamique), et ϕ (densité de flux thermique).

Si l'on considère le système thermique de référence constitué par un tube cylindrique de diamètre D et de longueur chauffante L , chauffé uniformément, les paramètres globaux indépendants qui déterminent l'occurrence de la crise d'ébullition sont :

- les paramètres géométriques D et L ,
- la pression du système, par exemple à la sortie du tube, p
- les valeurs à l'entrée du tube de la vitesse massique G_e et du titre thermodynamique X_e ,
- la densité moyenne du flux de chaleur imposé φ .

Pour ce système simple, la crise d'ébullition surviendra en sortie de tube, où le titre est le plus élevé. Le titre local à l'endroit de la crise peut être déduit des conditions globales de l'essai par un bilan d'énergie entre l'entrée et la sortie du tube :

$$\frac{dX_2}{dx} = \frac{\mathcal{P}_c}{Q\mathcal{L}} \varphi_m \quad \text{avec } \mathcal{P}_c = \pi D Q = G \pi D^2/4$$

ou :

$$\pi \cdot D \cdot H \cdot \varphi_m = \frac{\pi D^2}{4} G \cdot \mathcal{L} \cdot (X_{loc} - X_e)$$

ou :

$$X_{loc} = X_e + \frac{4H}{D} \frac{\varphi_m}{G\mathcal{L}}$$

Les autres conditions locales sont :

$$p_{loc} = p \text{ (valeur en sortie)}$$

$$G_{loc} = G \text{ (G est constant)}$$

$$\varphi_{loc} = \varphi_m = \varphi_c \text{ (flux uniforme)}$$

Si l'on raisonne avec les variables locales, les tendances constatées expérimentalement sont les suivantes :

- φ_c diminue lorsque X_{loc} augmente ; la relation monotone entre ces deux paramètres explique l'utilisation concurrente des termes "flux critique" et "titre critique".
- φ_c augmente lorsque G_{loc} augmente ; ceci n'est pas forcément vrai aux très faibles valeurs de G (effets de convection mixte).
- φ_c augmente lorsque p augmente, pour les faibles pressions, puis passe par un maximum (environ pour $p = 70$ bar en eau-vapeur) et décroît ensuite.
- la longueur L , paramètre non local, n'a pas d'effet, sauf si le rapport L/D est faible (établissement des couches limites).
- le diamètre D a un effet faible, qui dépend de la valeur des autres paramètres (p, G, X).

D'autres paramètres, difficiles à relier simplement aux paramètres indépendants, ont de l'influence sur la crise d'ébullition. On parle souvent d'effet d'histoire (influence notamment de la répartition du flux en amont du point critique, lorsque ce flux n'est pas uniforme). On peut citer également l'effet de l'agitation turbulente. Ces effets peuvent être quantitativement très importants.

5-4-2 Corrélations et tabulations usuelles

On se limitera au cas des tubes droits de section circulaire à chauffage uniforme. Ces lois peuvent être étendues à d'autres cas (flux non uniforme, faisceaux de tubes, etc.....) par des lois empiriques, à utiliser avec précaution (vérifier si l'on n'est pas dans un cas extrapolé par rapport aux données expérimentales).

Les corrélations les plus courantes sous forme analytique sont celles de BOWRING, BIASI et KATTO. Le flux critique y a une dépendance linéaire au titre (d'entrée ou local). Seule la corrélation de KATTO s'applique à d'autres fluides que l'eau.

Certaines corrélations usuelles sont données sous forme de tables (DOROSCHUK, GROENEVELD). Une action internationale d'unification de ces tables est en cours. La base de données sur laquelle s'appuient ces tables est vaste, mais l'incertitude sur le flux critique prédit est très variable (et difficile à estimer) selon la gamme de paramètres où l'on se situe.

Il existe enfin des prédicteurs de flux critique établis à l'aide de méthodes statistiques non paramétriques (utilisation de fonctions splines), qui permettent une représentation optimale de la base de données sur laquelle on s'appuie (SOUYRI et GARNIER, banques de données d'EDF et du CEA).

5-4-3 Lois de similitude

L'analyse dimensionnelle (théorème de VASCHY-BUCKINGHAM) combinée à un certain empirisme permet de déterminer des nombres sans dimension qui gouvernent la crise d'ébullition, et dont la valeur doit être la même si l'on veut reproduire les mêmes phénomènes dans deux expériences différentes.

Ces lois de similitude permettent de transposer les corrélations de flux critique établies dans des conditions expérimentales données à des conditions **semblables**, notamment à l'utilisation **d'un autre fluide**.

Les deux similitudes les plus connues, établies pour des tubes en flux uniforme sont celles :

- d'AHMAD. Les nombres à respecter sont

$$\rho_l / \rho_v, \quad L / D, \quad Xe / L, \quad \phi_c / G.L, \quad \text{et} \quad \psi = \frac{GD}{\mu_l} \left(\frac{\mu_l}{\sigma D \rho_l} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\mu_l}{\mu_v} \right)^{\frac{1}{8}}$$

- de STEVENS. C'est pratiquement la même, à l'exception du dernier nombre qui est :

$$\psi = \frac{GD^{\frac{1}{3}}}{K}, \quad K \text{ étant une constante empirique.}$$

La similitude de Stevens, plus empirique, peut être adaptée à des configurations particulières (faisceau de crayons chauffants, flux non uniforme, etc...), en recalant K pour chaque cas particulier.

5-4-4 Modèles semi-empiriques

On distingue nettement les deux formes de la crise d'ébullition, qui obéissent à des mécanismes différents, et dont la modélisation est spécifique.

- **ASSÈCHEMENT** : on calcule l'épaisseur du film liquide qui mouille la paroi chauffante lors de l'écoulement annulaire, en prenant en compte dans le modèle 3 mécanismes :

- l'entraînement de gouttes, arrachées au film liquide par le gaz,

- la redéposition de gouttes, présentes en excès dans le gaz,
- l'évaporation du film liquide sous l'effet du flux de chaleur apporté par la paroi.

L'assèchement est obtenu lorsque le calcul donne une épaisseur de film nulle.

Le modèle, mis au point à Harwell par AEA Technology (ex UKAEA), donne de bons résultats quantitatifs.

• CALÉFACTION : il n'y a pas de modèle faisant l'unanimité, mais deux types de mécanismes postulés :

- le blocage du transfert thermique direct entre la paroi et le liquide, lorsqu'une couche de bulles suffisamment dense s'est formée sur la paroi (modèle de WEISMAN),

- l'assèchement d'un film liquide pris en "sandwich" entre la paroi et une poche de gaz (modèles de KATTO et de MUDAWAR).

Ces deux modèles donnent des résultats quantitatifs médiocres, surtout lorsque la sous-saturation est faible ou si le titre local est positif.

Le phénomène de caléfaction est trop local pour pouvoir l'observer et en mesurer les paramètres directement (sans le perturber). Ceci explique l'état insatisfaisant des connaissances, et les nombreuses recherches qui lui sont encore consacrées.

NOMENCLATURE

Lettres latines

a	diffusivité thermique = $\lambda/\rho.C_p$	m^2/s
A	section de passage	m^2
C	titre massique statique	-
C_p	chaleur massique à pression constante	$J/kg.K$
D_h	diamètre hydraulique = $4A/P_m$	m
D_c	diamètre chauffant = $4A/P_c$	m
e	énergie interne massique	J/kg
F	force de frottement volumique	N/m^3
g	gravité	m/s^2
G	vitesse massique	$kg/m^2.s$
h	coefficient d'échange thermique	$W/m^2.K$
H	enthalpie massique	J/kg
I	force interfaciale volumique par unité de temps	N/m^3
j	vitesse superficielle	m/s
K	coefficient de perte de charge singulière	-
L	chaleur latente = $H_{vsat}-H_{lsat}$	J/kg
p	pression	Pa
P_m	périmètre mouillé	m
P_c	périmètre chauffant	m
Q	débit-masse	kg/s
s	entropie massique	$J/kg.K$
t	temps	s
T	température	K
u	vitesse	m/s
v	volume massique	m^3/kg
V	volume	m^3
x	abscisse	m
X	titre massique dynamique	-

Lettres grecques

α	taux de présence temporel ou volumique	-
β	titre volumique dynamique	-
δ	taux d'expansion volumique = ρ_l/ρ_v	-
φ	densité de flux thermique	W/m^2
Φ	puissance volumique	W/m^3
γ	glissement = u_l/u_v	-
Γ	échange interfacial de masse par unité de volume et de temps	$kg/m^3.s$
λ	coefficient de conductivité thermique	$W/m.K$
Λ	coefficient de frottement	-
μ	viscosité dynamique	$kg/m.s$
Π	échange interfacial d'énergie par unité de volume et de temps	W/m^3
ρ	masse volumique	kg/m^3
τ	contrainte	N/m^2

Indices

g	phase gazeuse
H	calculé par le modèle homogène
k	désigne l'une ou l'autre des deux phases
l	phase liquide
m	moyenne du mélange diphasique
md	moyenne dynamique du mélange diphasique
p	relatif à la paroi
r	grandeur "relative" (écart entre phases)
sat	à la saturation
v	phase vapeur
x	projeté sur l'axe Ox

ANNEXE 1: THERMODYNAMIQUE DES MELANGES LIQUIDE-VAPEUR A UN SEUL CONSTITUANT (CORPS PURS)

Courbe de saturation et relation de CLAPEYRON

Si l'on suppose le mélange d'un liquide et de sa vapeur à l'équilibre, pour une pression donnée, l'application des premier et deuxième principes de la thermodynamique conduit à écrire :

- l'égalité des températures des deux phases, soit

$$T_l = T_v = T_{sat},$$

- l'égalité de leurs enthalpies libres, soit

$$H_l - T.s_l = H_v - T.s_v$$

Étant donnée la relation générale :

$$dH = T.ds + v.dp$$

on obtient ainsi une relation liant la pression à la température de saturation :

$$\frac{dT_{sat}}{dp} = \frac{v_{g_{sat}} - v_{l_{sat}}}{s_{g_{sat}} - s_{l_{sat}}} = \frac{v_{g_{sat}} - v_{l_{sat}}}{H_{g_{sat}} - H_{l_{sat}}} T_{sat}$$

C'est la célèbre relation de CLAPEYRON, qui donne la variation de la température de saturation avec la pression, en fonction des propriétés des deux phases à l'équilibre.

Diagramme de changement de phase

Les paramètres du changement d'état du fluide, supposé à l'équilibre lorsque les deux phases sont en présence, peuvent être représentés sous la forme d'un diagramme (H,T).

Supposons sur un tel diagramme (figure A1) que l'on apporte de l'énergie au fluide liquide sous-saturé, en maintenant la pression constante : le fluide décrit alors une isobare, telle que la courbe ABDE. Tout d'abord, le liquide évolue du point A au point B, sa température augmentant presque linéairement avec son enthalpie interne selon la loi :

$$T = H/C_p + \text{constante}$$

La loi n'est pas tout à fait linéaire car C_p dépend de la température T .

Au point B, la première bulle de vapeur apparaît : le liquide est saturé. Sa température se stabilise à T_{sat} tout le long du trajet dans le domaine diphasique, c'est-à-dire jusqu'au point de vapeur saturée D.

Pour un point M du domaine diphasique, le titre thermodynamique est donné par le rapport BM/BD .

En phase vapeur, le fluide décrit la courbe DE. Sa température se remet à croître, plus rapidement qu'en phase liquide, le C_p de la vapeur étant plus faible.

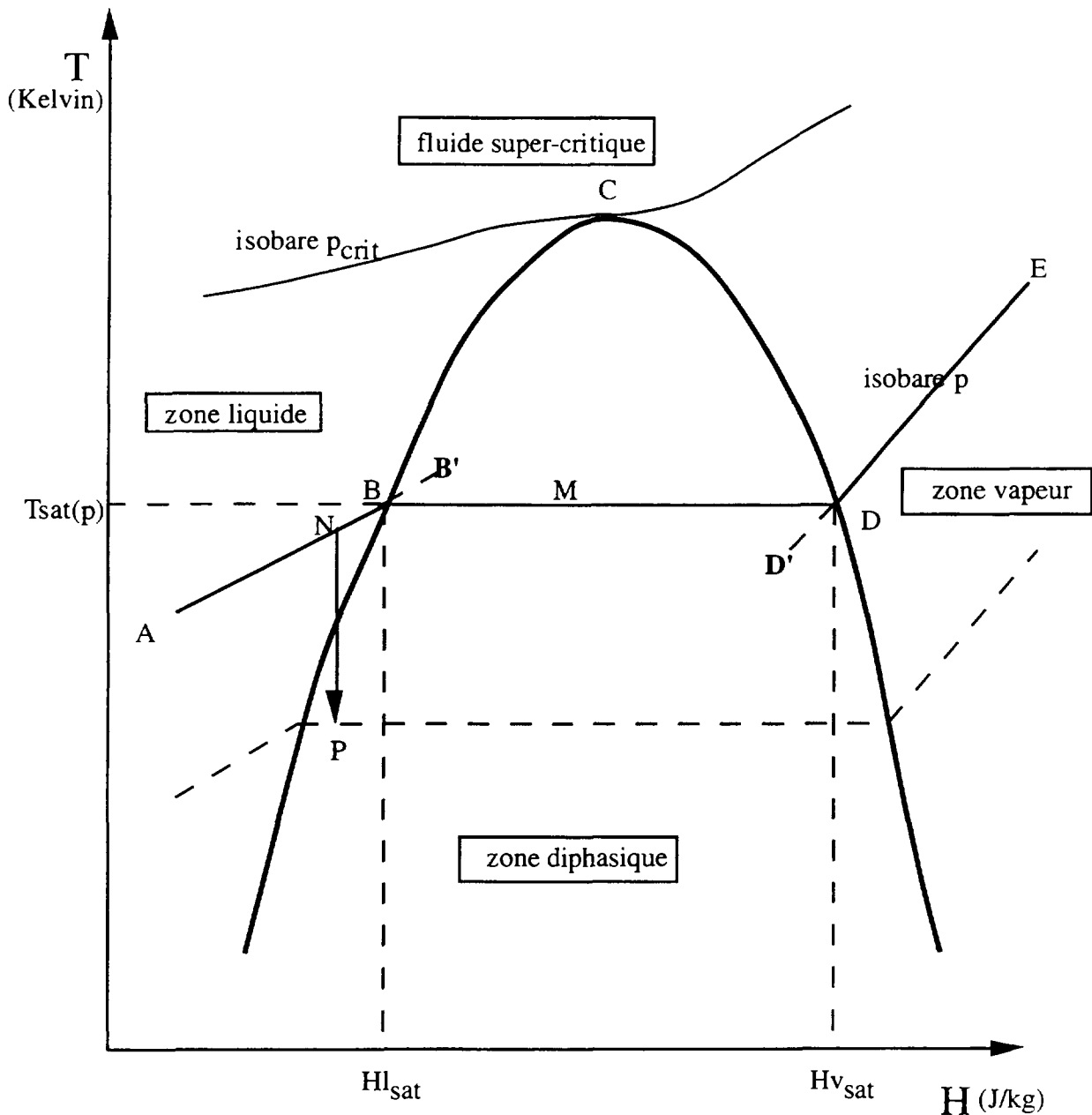


Figure A1
Diagramme (T, H) schématique d'un corps pur

On observe sur la figure A1 que le palier diphasique est de plus en plus étroit lorsque la pression augmente, et qu'il existe un point critique C au-delà duquel les deux phases se confondent : un fluide sous une pression supérieure à la pression critique est appelé supercritique; il ne subit plus de changement de phase. Lorsque la pression est inférieure, mais proche du point critique, la chaleur latente $\mathcal{L} = H_{vsat} - H_{lsat}$ devient très faible et les propriétés physiques des deux phases (masses volumiques, viscosités,...) deviennent voisines .

En pratique, le fluide n'est pas toujours à l'équilibre thermodynamique et l'on peut observer l'existence d'états métastables : liquide surchauffé (point B'), ou vapeur sous-refroidie (point D'). Ces points sont instables, c'est-à-dire qu'il suffit de peu de choses (existence de germes, par exemple) pour que le fluide rejoigne la courbe BD.

On peut également observer sur ce diagramme l'effet d'une variation de pression : le passage du point N au point P correspond par exemple à une chute de pression à enthalpie constante : on passe alors, sans apport d'énergie, de l'état liquide à un état diphasique : on dit qu'il y a auto-vaporisation.

**ANNEXE 2: RELATIONS ENTRE VARIABLES
ADIMENSIONNELLES DU MODELE HOMOGENE 1D**

Relations entre α et β :

$$\beta = \frac{\alpha \cdot \gamma}{1 + \alpha \cdot (\gamma - 1)}$$

$$\alpha = \frac{\beta}{\beta + \gamma \cdot (1 - \beta)}$$

$$\gamma = \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{1 - \alpha}{\alpha}$$

Relations entre α et C :

$$C = \frac{\alpha}{\alpha + \delta \cdot (1 - \alpha)}$$

$$\alpha = \frac{C \cdot \delta}{1 + C \cdot (\delta - 1)}$$

$$\delta = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{1 - C}{C}$$

Relations entre α et X :

$$X = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\alpha \cdot \gamma + \delta \cdot (1 - \alpha)}$$

$$\alpha = \frac{\delta \cdot X}{\delta \cdot X + \gamma \cdot (1 - X)}$$

$$\gamma = \delta \frac{X}{1 - X} \frac{1 - \alpha}{\alpha}$$

Relations entre β et C :

$$C = \frac{\beta}{\beta + \delta \cdot \gamma \cdot (1 - \beta)}$$

$$\beta = \frac{C \cdot \delta \cdot \gamma}{1 + C \cdot (\delta \cdot \gamma - 1)}$$

$$\delta \cdot \gamma = \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{1 - C}{C}$$

Relations entre β et X :

$$X = \frac{\beta}{\beta + \delta \cdot (1 - \beta)}$$

$$\beta = \frac{\delta \cdot X}{\delta \cdot X + (1 - X)}$$

$$\delta = \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{1 - X}{X}$$

Relations entre C et X :

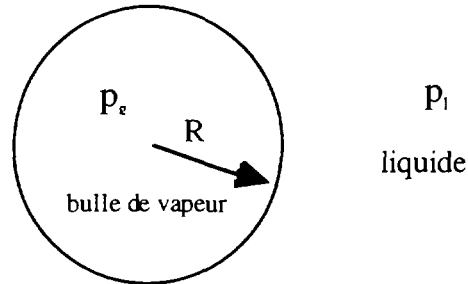
$$X = \frac{C \cdot \gamma}{1 + C \cdot (\gamma - 1)}$$

$$C = \frac{X}{X + \gamma \cdot (1 - X)}$$

$$\gamma = \frac{X}{1 - X} \frac{1 - C}{C}$$

ANNEXE 3: MECANISMES DE NUCLEATION

Équilibre d'une bulle isolée



La pression dans la bulle est supérieure à celle du liquide environnant, à cause des forces de tension superficielle :

$$p_g = p_l + \frac{2\sigma}{R}$$

On peut admettre que la bulle est à la saturation ($T_g = T_{\text{sat}}(p_g)$), et que l'équilibre thermique est réalisé ($T_g = T_l$). Puisque p_g est supérieur à p_l , le liquide environnant est donc surchauffé ($T_l > T_{\text{sat}}(p_l)$), la surchauffe étant caractérisée par :

$$\Delta T_{\text{sat}} = T_l - T_{\text{sat}}(p_l) = T_{\text{sat}}(p_g) - T_{\text{sat}}(p_l)$$

On peut estimer cette surchauffe en appliquant la loi de CLAPEYRON :

$$\frac{\Delta T_{\text{sat}}}{p_g - p_l} = \frac{\frac{1}{\rho_{g,\text{sat}}} - \frac{1}{\rho_{l,\text{sat}}}}{\mathcal{L}} T_{\text{sat}}$$

soit:

$$\Delta T_{\text{sat}} = \frac{2\sigma}{R} \frac{T_{\text{sat}}}{\mathcal{L}} \frac{1}{\rho_g}, \text{ en négligeant } 1/\rho_l.$$

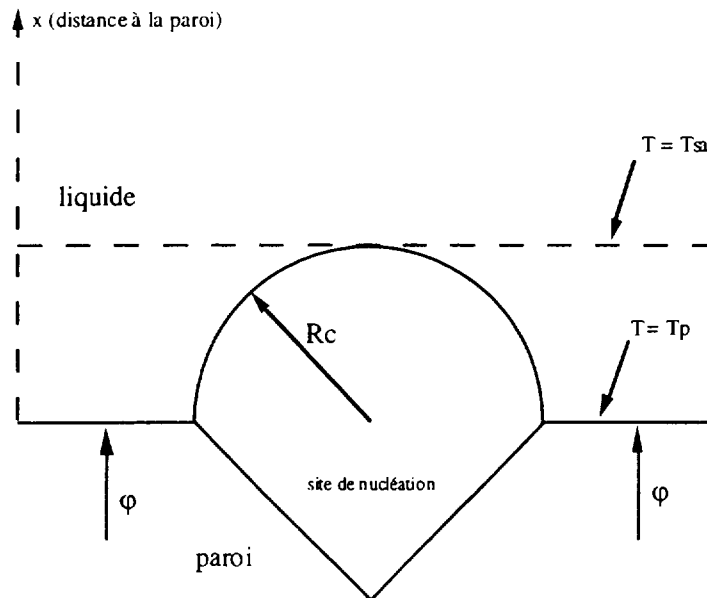
On remarque que la surchauffe sera d'autant plus grande que le rayon de la bulle est petit, ce qui signifie qu'il faut des surchauffes importantes du liquide pour pouvoir obtenir un début de nucléation. La relation établie suppose des écarts faibles entre les pressions des deux phases et ne peut pas s'appliquer rigoureusement aux très petites bulles. Un modèle plus exact peut être utilisé pour calculer les surchauffes théoriques nécessaires à l'apparition de bulles au sein du liquide (nucléation dite "homogène"). Pour de l'eau à 1 bar, on trouve une surchauffe de 220 °C. En pratique, il existe presque toujours des germes, dans le fluide ou sur les parois, qui permettent d'obtenir un début d'ébullition pour des surchauffes du liquide beaucoup plus faibles.

Nucléation hétérogène.

C'est le mécanisme qui provoque l'ébullition sur une paroi chauffante.

La paroi, plus ou moins rugueuse, contient des micro cavités qui peuvent être autant de sites de nucléation (notamment si des bulles de gaz préexistent). Les sites activables les plus gros, qui demandent la plus faible surchauffe du liquide, sont les premiers activés. Ils génèrent des bulles et peuvent activer les sites voisins plus petits (contamination) qui n'ont pourtant pas atteint les conditions théoriques de nucléation.

Il faut donc qu'il existe sur la paroi des sites de rayon au moins égal à un rayon critique R_c pour que l'ébullition démarre. On peut par un modèle simple relier R_c au flux de chaleur à la paroi ϕ .



On suppose que :

- la loi de variation de T_l en proche paroi est donnée par l'équation de conduction :

$$\frac{dT_l}{dx} = -\frac{\phi}{\lambda}$$

- à la surface de la bulle, le liquide et la bulle sont en équilibre thermique, à la température de saturation de la bulle :

$$T_l(R_c) = T_{sat}(p_g)$$

L'intégration de l'équation de conduction entre $x=0$ et $x=R_c$, conduit à une expression de la surchauffe du liquide à la paroi, que l'on égale à celle donnée par l'équilibre de la bulle :

$$T_p - T_{sat} = \frac{\phi}{\lambda_l} R_c = \frac{2\sigma T_{sat}}{R_c} \frac{1}{\mathcal{L} \rho_g}$$

On en déduit une expression de R_c :

$$R_c = \left(\frac{2\sigma \cdot T_{sat} \cdot \lambda_l}{\mathcal{L} \cdot \phi \cdot \rho_g} \right)^{\frac{1}{2}}$$

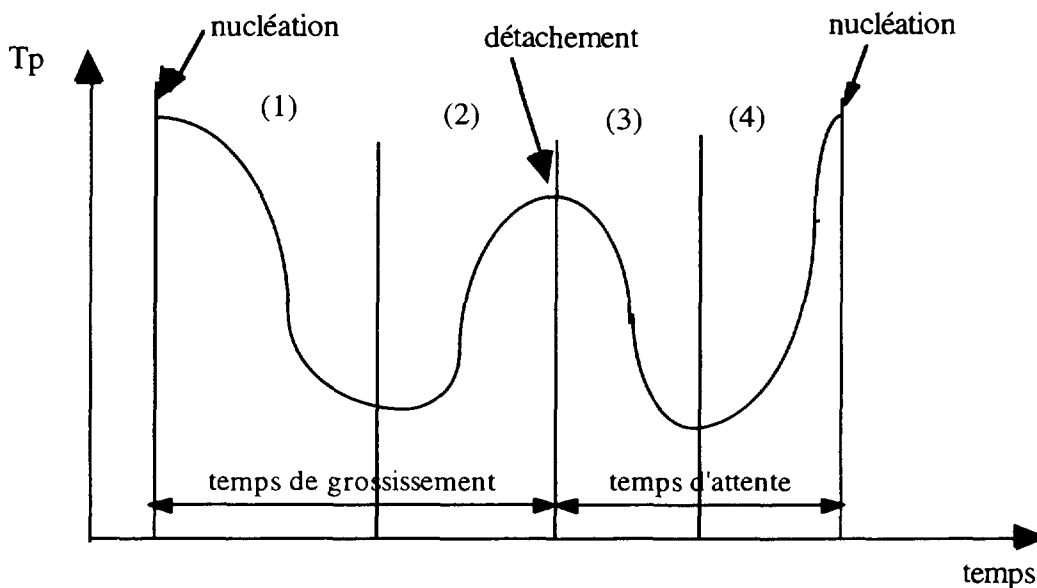
On constate que le rayon critique décroît lorsque le flux de chaleur croît. Lorsqu'on cherche à obtenir l'ébullition en augmentant progressivement le flux, elle apparaîtra pour la première valeur du flux correspondant au plus grand rayon critique des sites activables. En revanche, si on décroît le flux à partir d'un état en ébullition, la phase vapeur disparaîtra pour des valeurs plus faibles du flux ; il y a donc un effet d'hystérésis.

Cycle de nucléation.

Un site de nucléation produit de la vapeur par intermittence, selon un cycle comportant 4 phases :

- 1- nucléation et évaporation progressive de la couche liquide,
- 2- grossissement de la bulle, assèchement local de la paroi et détachement de la bulle,
- 3- trempe de la paroi par du liquide frais suite au détachement de la bulle,
- 4- reconstitution de la couche limite thermique avec surchauffe du liquide.

On peut représenter qualitativement l'évolution de la température de paroi locale au cours du cycle :



Ces mécanismes sont à l'origine des modèles de prédiction de l'échange thermique en ébullition, qui supposent que le flux de chaleur échangé se décompose en trois contributions :

- un flux de chaleur dû à la convection entre la paroi et le film liquide (phase 4 principalement)
- un flux de chaleur dû à l'évaporation du liquide (phase 1 principalement)
- un flux de chaleur dû à la trempe de la paroi (phase 3).

Le flux de convection entre la paroi et la vapeur (phase 2) est négligeable par rapport aux trois autres contributions.

Ces modèles comportent notamment comme paramètres :

- le temps de grossissement de la bulle (durée des phases 1+2)
- le temps d'attente (durée des phases 3+4)
- le nombre de sites de nucléation par unité de surface
- le diamètre des bulles au détachement.

ANNEXE 4: EXERCICE : CALCUL DE LA PERTE DE PRESSION D'UN EVAPORATEUR

1) Données et hypothèses

L'échangeur est composé de barreaux chauffants contenus dans un cylindre. Le fluide de refroidissement qui circule autour des barreaux est de l'eau, qui pénètre dans l'évaporateur à l'état liquide. Cette eau va entrer en ébullition sous l'effet de la chaleur fournie. On suppose :

- l'écoulement unidimensionnel, vertical ascendant (de la cote d'entrée x_e à la cote de sortie x_s),
- la section de passage du fluide A est constante,
- le régime est permanent,
- la puissance fournie par unité de longueur W_m est indépendante de la cote z ,
- le comportement du fluide est décrit par un modèle homogène,
- il y a toujours équilibre thermodynamique entre l'eau et la vapeur,
- les propriétés de chaque phase sont constantes et égales à celles de la phase à la saturation, la pression de saturation étant définie par la pression en sortie de l'évaporateur,
- le déséquilibre cinématique entre phases est décrit par un glissement constant γ
- la loi de frottement pour le mélange diphasique est donnée par :

$$F_m = -A\rho_m \frac{\Lambda}{D_h} \frac{U_m^2}{2} \quad \text{avec } \Lambda \text{ constant.}$$

2) Valeurs numériques.

$$\begin{aligned}x_e &= 0 \\x_s &= 10 \text{ m} \\A &= 5 \text{ m}^2 \\D_h &= 0,030 \text{ m} \\T_e &= 250 \text{ }^\circ\text{C} \\P_s &= 75 \text{ bar} \\W_m &= 220 \text{ MW/m} \\ \Lambda &= 0,2 \\ \gamma &= 1,5 \\g_x &= -9,81 \text{ m}^2/\text{s}\end{aligned}$$

De la valeur de P_s on déduit les propriétés à la saturation :

$$\begin{aligned}T_{\text{sat}} &= 290 \text{ }^\circ\text{C} \\H_r = \mathcal{L} = H_{vS} - H_{lS} &= 1480 \text{ kJ/kg} \\H_{lS} &= 1288 \text{ kJ/kg} \\C_{plS} &= 5,50 \text{ kJ/(kg}\cdot^\circ\text{C)} \\ \rho_{lS} &= 730 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{vS} &= 40 \text{ kg/m}^3\end{aligned}$$

3) Questions posées

a) Écrire les équation du système ainsi décrit. On utilisera les variables principales G (vitesse massique du mélange), P (pression du mélange), H_d (enthalpie dynamique du mélange), X (titre dynamique de la vapeur), ρ_m (masse volumique du mélange).

b) Donner une expression analytique de la perte de pression entre l'entrée et la sortie du système, en fonction du débit total à l'entrée Q_e .

c) Calculer la valeur numérique de la perte de pression et tracer la caractéristique interne du système (fonction $\Delta P = f(Q_e)$)

d) Comment les résultats sont-ils modifiés si l'écoulement se fait du haut vers le bas (écoulement vertical descendant) ? Qu'en déduit-on sur la stabilité du système ?

4) Solution

a) Équations du modèle homogène en régime permanent, avec glissement

On part des équations du § III.3.2.3 dans lesquelles on fait $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ et on remplace F_m et Φ_m par leurs expressions :

$$\text{masse } \frac{\partial}{\partial x} \rho_m u_m = 0 \quad (1)$$

$$\text{quantité de mouvement } \frac{\partial p_m}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \rho_m [u_m^2 + C_2(1-C_2)u_r^2] + \rho_m g_x - \rho_m \frac{\Lambda}{D_h} \frac{u_m^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{énergie } \frac{\partial}{\partial x} \rho_m [u_m H_m + C_2(1-C_2)u_r H_r] = \frac{W_m}{A} \quad (3)$$

$$\text{avec } C_2 = \frac{H_m - H_{ls}}{H_r} \quad (4)$$

$$\text{et } \rho_m = \frac{\rho_{ls}}{1 + C_2 \left(\frac{\rho_{ls}}{\rho_{vs}} - 1 \right)} \quad \text{si } H_{ls} \leq H_m \leq H_{vs} \quad (5)$$

$$\rho_m = \rho_{ls} \quad \text{si } H_m \leq H_{ls}$$

$$\text{On pose } \delta = \frac{\rho_{ls}}{\rho_{vs}}$$

On a 5 équations pour 5 inconnues : u_m , P , H_m , C_2 , ρ_m

On transforme le système en utilisant les nouvelles inconnues :

$$G = \rho_m \cdot u_m$$

vitesse massique

$$P = P \text{ (inchangée)}$$

pression

$$H_d = H_m + C_2(1-C_2) \frac{u_r}{u_m} H_r$$

enthalpie dynamique

$$X = \frac{\gamma C_2}{1 + (\gamma - 1) C_2}$$

titre dynamique de vapeur ou "qualité"

$$\rho_m = \rho_m \text{ (inchangée)}$$

masse volumique du mélange

En utilisant les relations de l'annexe 1, on en déduit une nouvelle forme des équations :

$$\text{masse } \frac{\partial}{\partial x} G = 0 \quad (1)$$

$$\text{quantité de mouvement } \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \frac{G^2}{\rho_m} \left[1 + X(1-X) \frac{(\gamma-1)^2}{\gamma} \right] + \rho_m g_x - \frac{\Lambda}{D_h} \frac{G^2}{2\rho_m} \quad (2)$$

$$\text{énergie } \frac{\partial}{\partial x} G H_d = \frac{W_m}{A} \quad (3)$$

$$\text{avec } X = \frac{H_d - H_{ls}}{H_r} \quad (4)$$

$$\text{et } \rho_m = \rho_{ls} \frac{\gamma - X(\gamma-1)}{\gamma + X(\delta - \gamma)} \quad \text{si } H_{ls} \leq H_m \leq H_{vs} \quad (5)$$

b) Solution analytique

(1) s'intègre aisément sous la forme : $G = \text{constante} = Q_e/A$ (condition limite à l'entrée)

(3) s'intègre facilement sous la forme : $H_d(x) = H_e + \frac{W_m}{Q_e} x$

l'enthalpie d'entrée étant déduite de la température d'entrée par :

$$H_e = H_{ls} - C p_{ls} (T_{sat} - T_e)$$

(4) s'écrit alors : $X(x) = \frac{W_m}{Q_e H_r} (x - x_{eb})$

l'abscisse du point de début d'ébullition x_{eb} étant donnée par :

$$x_{eb} = \frac{Q_e}{W_m} C p_{ls} (T_{sat} - T_e)$$

(5) permet alors de calculer $\rho(x)$

finalemt, (2) peut se mettre sous la forme :

$$P_e - P(x) = \Delta P_{acc}(x) + \Delta P_{grav}(x) + \Delta P_{frot}(x) \quad \text{avec :}$$

terme d'accélération

$$\Delta P_{acc}(x) = G^2 \left[\frac{1 + X(x)(1-X(x)) \frac{(\gamma-1)^2}{\gamma}}{\rho_m(x)} \right]_0^x \quad \text{si } x \text{ est supérieur à } x_{eb}$$

$$\Delta P_{acc}(x) = 0 \quad \text{si } x \text{ est inférieur ou égal à } x_{eb}$$

terme de gravité

$$\Delta P_{\text{grav}}(x) = -g_x \int_0^x \rho_m(x) dx$$

terme de frottement

$$\Delta P_{\text{frot}}(x) = \frac{\Delta}{D_h} \frac{G^2}{2} \int_0^x \frac{dx}{\rho_m(x)}$$

Pour pouvoir résoudre analytiquement, il faut faire quelques simplifications :

- on néglige le terme d'accélération faisant intervenir γ , soit :

$$\Delta P_{\text{acc}}(x) = G^2 \left[\frac{1}{\rho_m(x)} \right]_0^x \quad (= 0 \text{ si } x \text{ inférieur à } x_{\text{eb}})$$

- on simplifie l'expression de ρ en supposant petit le terme en $X(\gamma-1)$, soit :

$$\frac{1}{\rho_m} \approx \frac{1 + X(x) \frac{\delta-1}{\gamma}}{\rho_{\text{ls}}} \quad \text{si } x \text{ supérieur à } x_{\text{eb}} \quad \frac{1}{\rho_m} \approx \frac{1}{\rho_{\text{ls}}} \quad \text{si } x \text{ inférieur à } x_{\text{eb}}$$

Les intégrales se calculent alors facilement. On trouve, pour $x=x_s$:

$$\Delta P_{\text{acc}}(x_s) = \frac{1}{\rho_{\text{ls}}} \left(\frac{Q_e}{A} \right)^2 \frac{x_s - x_{\text{eb}}}{x_{2\varphi}} \quad (= 0 \text{ si } x_s \text{ inférieur à } x_{\text{eb}})$$

$$\Delta P_{\text{grav}}(x_s) = -g_x \rho_{\text{ls}} \left[x_{\text{eb}} + x_{2\varphi} \text{Ln} \left(1 + \frac{x_s - x_{\text{eb}}}{x_{2\varphi}} \right) \right] \quad (= -g_x \rho_{\text{ls}} x_s \text{ si } x_s \text{ inférieur à } x_{\text{eb}})$$

$$\Delta P_{\text{frot}}(x_s) = \frac{1}{\rho_{\text{ls}}} \left(\frac{Q_e}{A} \right)^2 \frac{\Delta}{D_h} \left[x_s + \frac{(x_s - x_{\text{eb}})^2}{2x_{2\varphi}} \right] \quad (= \frac{1}{\rho_{\text{ls}}} \left(\frac{Q_e}{A} \right)^2 \frac{\Delta}{D_h} x_s \text{ si } x_s \text{ inférieur à } x_{\text{eb}})$$

$$\text{avec } x_{2\varphi} = \frac{Q_e H_r}{W_m} \frac{\gamma}{\delta - 1}$$

c) Application numérique

$$x_{\text{eb}} = 10^{-3} Q_e \text{ (en mètres)}$$

$$X_s = 148,6/Q_e (10 - 10^{-3} Q_e)$$

$$x_{2\varphi} = 0,585 \cdot 10^{-3}$$

pour x_s supérieur à x_{eb} , soit Q_e inférieur à 10000 kg/s, on trouve :

$$\Delta P_{\text{acc}} = 0,094 \cdot Q_e [10 - 10^{-3} Q_e]$$

$$\Delta P_{\text{grav}} = 7,161 \cdot Q_e \left[1 + 0,585 \cdot \ln \left(1 + \frac{10 - 10^{-3} Q_e}{0,585 \cdot 10^{-3} Q_e} \right) \right]$$

$$\Delta P_{\text{frot}} = 3,65 \cdot 10^{-3} Q_e^2 + 0,312 \cdot Q_e [10 - 10^{-3} Q_e]^2$$

La figure suivante représente les graphes de la fonction $\Delta P = f(Q_e)$ et de ses trois composantes.

Pour les fortes valeur de Q_e (supérieures à 10000 kg/s) , la puissance apportée n'est pas suffisante pour que le fluide atteigne la saturation (x_s est inférieur à x_{eb}) et la caractéristique est celle d'un fluide liquide, de forme parabolique.

Pour les très faibles valeurs de Q_e , on peut atteindre la vaporisation complète dans le tuyaux (les hypothèses simplificatrices faites ne sont plus valables dans ce cas), et la courbe se rapprocherait d'une caractéristique monophasique gaz.

La caractéristique interne du système diphasique est monotone croissante dans ce cas.

pour $Q_e = 2000$ kg/s, on trouve :

$$x_{eb} = 2 \text{ m}$$

$$X_s = 0,594$$

$$x_{2\phi} = 1,17 \text{ m}$$

$$\Delta P_{\text{acc}} = 1504 \cdot \text{Pa} \quad \Delta P_{\text{grav}} = 43800 \cdot \text{Pa} \quad \Delta P_{\text{frot}} = 54536 \cdot \text{Pa}$$

On constate que la perte de pression par accélération est d'un ordre de grandeur inférieur aux deux autres contributions.

d) Écoulement descendant

Le terme de gravité change de signe ; les autres sont inchangés. L'allure de la caractéristique change : elle n'est plus monotone et il y a donc risque d'instabilités statiques.

ANNEXE 5: EXERCICE : CALCUL DES TEMPERATURES DE PAROI D'UN EVAPORATEUR

1) Données et hypothèses

On considère le même échangeur que celui de l'exercice précédent (annexe 4). On précise qu'il est constitué de 10000 barreaux droits de 2 cm de diamètre, tous identiques et soumis aux mêmes conditions de refroidissement (homogénéité de l'écoulement dans une section droite de l'évaporateur). On fait les hypothèses suivantes sur les régimes de transfert thermique entre les barreaux et le fluide :

- en régime monophasique (fluide entièrement liquide ou vapeur), le nombre de NUSSELT est donné par la corrélation de DITTUS et BOELTER :

$$Nu = 0,023 Re^{0.8} Pr^{0.33}$$

- en régime d'ébullition nucléée, le coefficient d'échange est donné par une loi de type JENS-LOTTE :

$$h_{2\phi} = 18.(T_p - T_{sat})^2$$

Ce régime est supposé dominant jusqu'à assèchement de la paroi (crise d'ébullition).

- en régime post-critique, l'échange thermique est identique à celui qui régit un écoulement de vapeur (le liquide ne participe plus au transfert de chaleur).

- en ébullition sous-saturée ($T < T_{sat}$) , le coefficient d'échange est également donné par la loi de JENS-LOTTE. Ce régime démarre lorsque le coefficient ainsi calculé devient supérieur à celui calculé par la corrélation DITTUS-BOELTER en liquide pur.

- la transition critique est déterminée par la corrélation de flux critique suivante :

$$\varphi_c = 0,86.10^6 - 0,6.10^6 . X$$

où le flux critique est indépendant de la pression et du débit.

2) Données numériques supplémentaires.

Les propriétés du liquide et de la vapeur sont supposées être égales à celles à la saturation :

$$\lambda_{ls} = 20 \text{ W/(m.K)}$$

$$\mu_{ls} = 10^{-2} \text{ kg/(m.s)}$$

$$\lambda_{vs} = 0,2 \text{ W/(m.K)}$$

$$\mu_{vs} = 10^{-4} \text{ kg/(m.s)}$$

$$C_{pvs} = 0,8.10^3 \text{ J/kg}$$

Le débit de fluide est :

$$Q_e = 2000 \text{ kg/s}$$

3) Questions posées

On cherche à calculer la température des tubes chauffants de l'évaporateur, afin de vérifier qu'en tout point elles sont inférieures à une valeur limite correspondant à l'apparition de phénomènes indésirables (corrosion, perte de résistance mécanique, éventuellement fusion du matériau). Cette limite a été fixée à 600 °C.

a) Déterminer s'il y a ou non crise d'ébullition dans les conditions de fonctionnement fixées

b) Calculer la température de paroi aux trois abscisses suivantes :

- entrée de l'évaporateur ($x=x_e$)
- point de début d'ébullition franche ($x=x_{eb}$)
- sortie de l'évaporateur ($x=x_s$)

c) En déduire la valeur du maximum de température de paroi et l'allure approximative des profils de température de paroi tout le long des barreaux.

d) Reprendre les questions a), b), et c) dans le cas où le débit est égal à :

- $Q_e = 1400 \text{ kg/s}$

Quelle conclusion en tire-t-on ?

4) Solution

a) Crise d'ébullition

La densité de flux thermique imposée aux barreaux est constante ; elle est égale à :

$$\varphi = \frac{W}{P_{ch}}$$

P_{ch} étant le périmètre chauffant donné par :

$$P_{ch} = N_b \cdot \pi d_b$$

soit $P_{ch} = 628 \text{ m}$ pour $N_b = 10000$ et $d_b = 2 \text{ cm}$

On trouve donc : $\varphi = 350000 \text{ W/m}^2$

La condition de non apparition du flux critique est : $\varphi < \varphi_c$

On en déduit le titre en vapeur critique : $X_c = 0,85$

Pour les conditions fixées (débit égal à 2000kg/s), le titre dynamique est maximum en sortie et vaut :

$X_s = 0,594$ On en déduit que **les conditions critiques ne sont pas atteintes** dans ce cas

a) Températures de paroi

En utilisant les définitions des nombres de NUSSELT, REYNOLDS et PRANDTL, la corrélation de DITTUS-BOELTER peut se mettre sous la forme :

$$h = \frac{\lambda}{D_h} \cdot 0,023 \cdot \left(\frac{Q_e D_h}{A \mu} \right)^{0,8} \cdot \left(\frac{\mu C_p}{\lambda} \right)^{0,33}$$

- En entrée :

En utilisant les propriétés du liquide saturé, on obtient :

$$h_1 = 14,2 \cdot Q_e^{0,8} = 6220 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

On en déduit une estimation de la température de paroi en supposant que l'on n'est pas en ébullition sous-saturée :

$$T_{pe} = T_e + \frac{\varphi}{h_1} = T_e + 56,3 = 306,3 \text{ }^\circ\text{C}$$

On vérifie a posteriori l'hypothèse en calculant le coefficient d'échange diphasique :

$$h_{2\varphi} = 18 \cdot (306,3 - 290)^2 = 4782 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)} < h_1$$

- Au point de début d'ébullition :

La température du fluide est alors égale à T_{sat} et la loi d'échange s'écrit, en utilisant la corrélation de JENS-LOTTE :

$$\varphi = 18(T_p - T_{sat})^2(T_p - T) = 18(T_p - T_{sat})^3 \text{ D'où :}$$

$$T_{peb} = T_{sat} + \left(\frac{\varphi}{18} \right)^{\frac{1}{3}} = T_{sat} + 26,8 = 316,8 \text{ }^\circ\text{C}$$

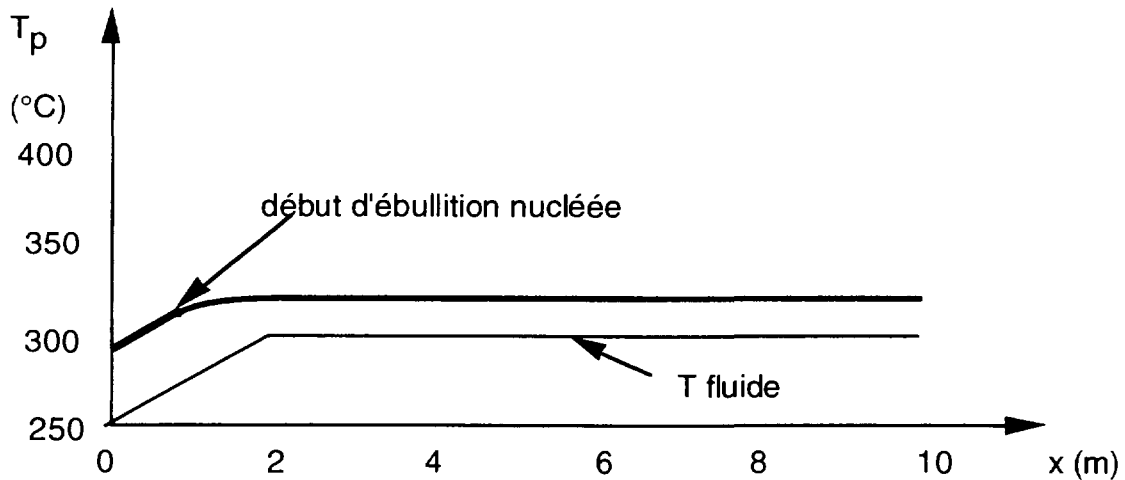
On vérifie au passage que $h_{2\varphi} = 12928 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ est largement supérieur à $h_1 (= 6220)$

- En sortie :

Le flux critique n'étant pas atteint, la corrélation de JENS-LOTTE s'applique de la même façon, puisque l'on est en écoulement diphasique saturé ($T = T_{sat}$). La densité de flux étant uniforme, on trouve les mêmes valeurs :

$$T_{ps} = 316,8 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{pour } h_{2\varphi} = 12928 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

c) Profil de T_p



Le maximum de température de paroi est de 316,8 °C. Il est très inférieur aux limites d'utilisation.

d) Débit réduit à 1400 kg/s

Crise d'ébullition

Pour les conditions fixées (débit égal à 1400kg/s) , le titre dynamique est maximum en sortie et vaut :

$$\underline{X_s = 0,913} \text{ (voir formule en Annexe 4-c) .Il est supérieur au titre critique } (\underline{X_c = 0,85}).$$

On en déduit que **les conditions critiques sont atteintes** dans ce cas.

En entrée :

On trouve :

$$h_1 = 4670 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

L'hypothèse de régime thermique monophasique liquide conduit à :

$$T_{p1} = 325 \text{ °C} \quad h_{2\phi 1} = 22050 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

On constate que $h_{2\phi 1} > h_1$. **L'hypothèse n'est donc pas confirmée** : on est en régime d'ébullition sous-saturée dès l'entrée.

L'application de JENS-LOTTEs pour $T < T_{\text{sat}}$ conduit à :

$$\phi = 18 \cdot (T_p - T_{\text{sat}})^2 (T_p - T_c)$$

équation du 3ème degré en T_p que l'on résout par approximations successives.

On trouve la valeur finale : $\underline{T_p = 308 \text{ °C}}$, qui correspond à un coefficient d'échange

$$\underline{h_{2\phi} = 5832 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}}$$

Au point de début d'ébullition. :

les résultats sont identiques à ceux du b) : $T_p = 316,8 \text{ °C}$, $h_{2\phi} = 12928 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$

En sortie :

Le flux critique étant dépassé, le coefficient d'échange se calcule par Dittus-Boelter :

$$h = \frac{\lambda}{D_h} \cdot 0,023 \cdot \left(\frac{Q_e D_h}{A \mu} \right)^{0,8} \cdot \left(\frac{\mu C_p}{\lambda} \right)^{0,33}$$

en utilisant les propriétés de la vapeur saturée pour λ , μ et C_p . On trouve :

$$h_v = 3 \cdot 0 \cdot Q_e^{0,8} = 1310 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

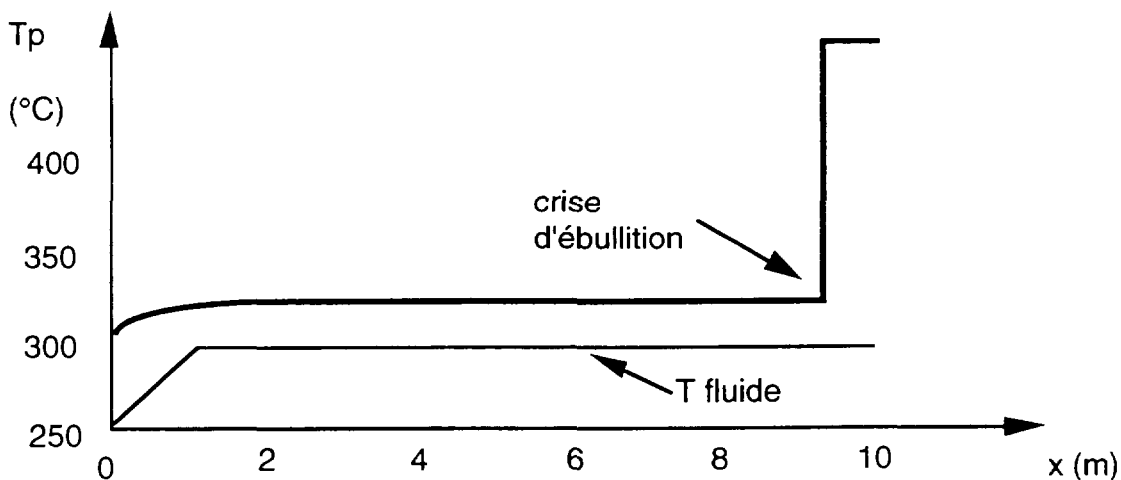
$$T_{ps} = T_{sat} + \frac{\phi}{h_v} = T_{sat} + 267 = 557 \text{ °C}$$

Profil de T_p

Le maximum de T_p est obtenu en sortie. La crise d'ébullition apparaît à l'abscisse correspondant au titre critique de 0,85, soit :

$$x = x_{eb} + X_c \frac{H_r Q_e}{W_m} = 9,3 \text{ m}$$

Le profil est le suivant :



ANNEXE 6: EXERCICE : DEBIT CRITIQUE EN ECOULEMENT DIPHASIQUE

Les écoulements diphasiques liquide-gaz, comme les écoulements monophasiques compressibles, sont sujet à des phénomènes de blocage de débit, très importants dans certaines applications (calculs de rupture de tuyauterie notamment). On montre comment ces phénomènes peuvent être pris en compte par des modèles simples.

1) Forme non conservative des équations de bilan

On suppose l'équilibre cinématique réalisé. On peut donc se contenter des équations du mélange, telles qu'elles sont écrites dans le § III-3-2-3, en supposant $u_r = 0$. La forme "non-conservative" est obtenue en développant les équations et en tenant compte du bilan masse dans les bilans de quantité de mouvement et d'énergie. On obtient :

- Masse

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_m + \frac{\partial}{\partial x} \rho_m u_m = 0$$

- Quantité de mouvement

$$\rho_m \left(\frac{\partial}{\partial t} u_m + u_m \frac{\partial}{\partial x} u_m \right) = - \frac{\partial p_m}{\partial x} + \rho_m g_x + F_m$$

- Énergie

$$\rho_m \left(\frac{\partial}{\partial t} H_m + u_m \frac{\partial}{\partial x} H_m \right) = \frac{\partial p_m}{\partial t} + u_m \frac{\partial p_m}{\partial x} + \Phi_m$$

On introduit la variable entropie en utilisant la relation thermodynamique :

$$DH_m = T \cdot DS_m + \frac{1}{\rho_m} DP_m$$

D étant la dérivée totale (ou lagrangienne, c'est-à-dire en suivant le mouvement d'une particule fluide), soit :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_m \frac{\partial}{\partial x}$$

Avec ces notations, les trois équations de bilan s'écrivent :

- Masse

$$\frac{D\rho_m}{Dt} + \rho_m \frac{\partial u_m}{\partial x} = 0$$

- Quantité de mouvement

$$\rho_m \frac{Du_m}{Dt} + \frac{\partial p_m}{\partial x} = \rho_m g_x + F_m$$

- Énergie

$$\rho_m T \frac{DS}{Dt} = \Phi_m$$

La variable ρ_m peut être éliminée des dérivées du bilan masse en considérant qu'elle est une fonction d'état dépendant de P_m et S_m :

$$D\rho_m = \left(\frac{\partial \rho_m}{\partial P_m} \right)_{S_m} DP_m + \left(\frac{\partial \rho_m}{\partial S_m} \right)_{P_m} DS_m$$

On peut alors écrire le système sous la forme synthétique (après avoir transformé le bilan masse comme indiqué, en tenant compte du bilan d'entropie) :

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial t} + \bar{A} \frac{\partial \bar{Y}}{\partial x} = \bar{B}$$

avec :

$$\bar{Y} = \begin{pmatrix} P_m \\ u_m \\ S_m \end{pmatrix} \quad \bar{A} = \begin{pmatrix} u_m & \rho_m a^2 & 0 \\ 1/\rho_m & u_m & 0 \\ 0 & 0 & u_m \end{pmatrix} \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} -a^2 \left(\frac{\partial \rho_m}{\partial S_m} \right)_{P_m} \Phi_m / \rho_m T \\ g_m + F_m / \rho_m \\ \Phi_m / \rho_m T \end{pmatrix}$$

a étant défini par la relation :

$$\left(\frac{\partial \rho_m}{\partial P_m} \right)_{S_m} = \frac{1}{a^2}$$

On reconnaît en a , par analogie avec les écoulements monophasiques compressibles, une vitesse du son isentropique.

2) Caractéristiques du système.

Ce sont par définition les valeurs propres de \bar{A} , c'est-à-dire les solutions de l'équation :

$$\det(\bar{A} - \lambda \bar{I}) = 0, \text{ soit :}$$

$$(u_m - \lambda) \left[(u_m - \lambda)^2 - a^2 \right] = 0$$

Cette équation admet trois racines réelles (le système est donc **hyperbolique**):

$$\lambda_1 = u_m$$

$$\lambda_2 = u_m + a$$

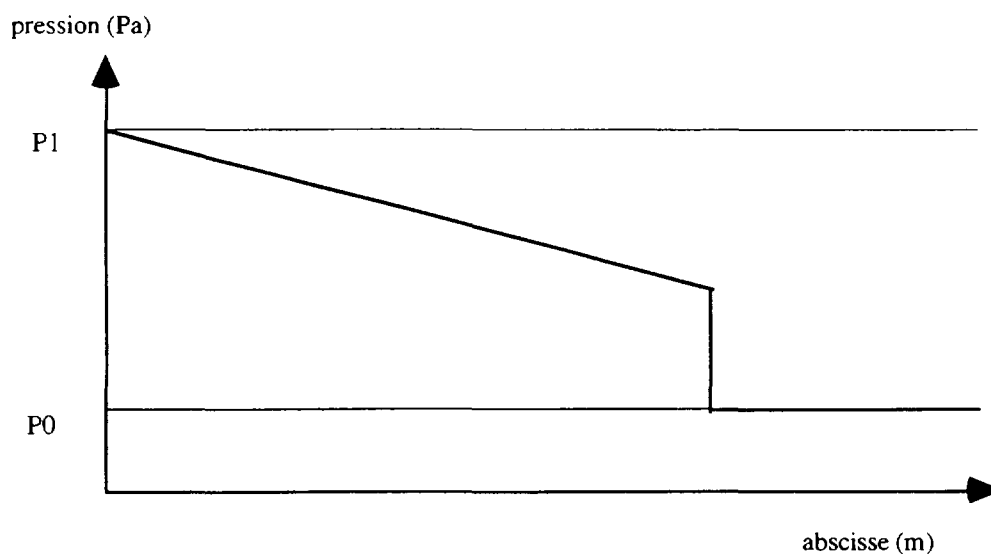
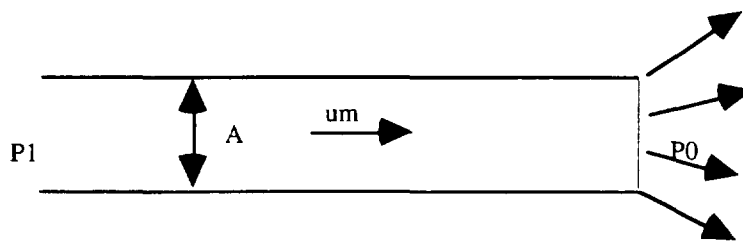
$$\lambda_3 = u_m - a$$

λ_1 est la vitesse de propagation des perturbations des grandeurs transportées par l'écoulement, notamment de S_m

λ_2 et λ_3 sont respectivement les vitesses de propagation des ondes de pression dans le sens de l'écoulement et dans le sens contraire.

3) Blocage sonique

Supposons un tuyau parcouru par un écoulement et débouchant dans une cavité de pression imposée P_0 (en général l'atmosphère).



La pression en amont du tuyau étant fixée à la valeur P_1 , le débit traversant le tuyau augmente avec l'écart $P_1 - P_0$ (la relation exacte peut être obtenue en résolvant l'équation de quantité de mouvement).

Expérimentalement, on constate qu'au-delà d'un certain écart de pression, le débit n'augmente plus. La valeur maximum, dite débit de blocage ou débit critique, correspond à une valeur de la vitesse moyenne u_m égale à la vitesse du son a dans la section de sortie.

Autrement dit, la plus petite des caractéristiques, $\lambda_3 = u_m - a$, est nulle lorsqu'il y a blocage. En effet, la discontinuité de pression en sortie n'entraîne alors aucune perturbation en amont.

c) Évaluations simplifiées de la vitesse critique a pour un écoulement liquide-vapeur

On part de la relation générale :

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{C_1}{\rho_1} + \frac{C_2}{\rho_2} = \frac{1}{\rho_1} + C_2 \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right)$$

avec : $C_2 = \frac{S_m - S_1}{S_2 - S_1}$ s'il y a équilibre thermodynamique (S_1 et S_2 sont alors les valeurs sur la courbe de saturation).

En dérivant cette expression par rapport à P_m , on trouve :

$$\left(\frac{\partial \rho_m}{\partial P_m} \right)_{S_m} = -\rho_m^2 \left\{ -\frac{1}{\rho_1^2} \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} \right)_s + C_2 \left[-\frac{1}{\rho_2^2} \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} \right)_s + \frac{1}{\rho_1^2} \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} \right)_s \right] + \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \left(\frac{\partial C_2}{\partial P_m} \right)_{S_m} \right\}$$

On peut supposer que le liquide (indice 1) a une masse volumique beaucoup plus grande que le gaz, et que sa compressibilité est beaucoup plus faible. Ceci permet de simplifier l'expression ci-dessus :

$$\left(\frac{\partial \rho_m}{\partial P_m} \right)_{S_m} = \rho_m^2 \left\{ \left[\frac{1}{\rho_1^2 a_1^2} + C_2 \frac{1}{\rho_2^2 a_2^2} \right] - \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \left(\frac{\partial C_2}{\partial P_m} \right)_{S_m} \right\}$$

a_1 et a_2 étant les vitesses du son dans chaque phase.

Plusieurs hypothèses peuvent être faites concernant la variation du titre avec la pression $\left(\frac{\partial C_2}{\partial P_m} \right)_{S_m}$

- Modèle gelé :

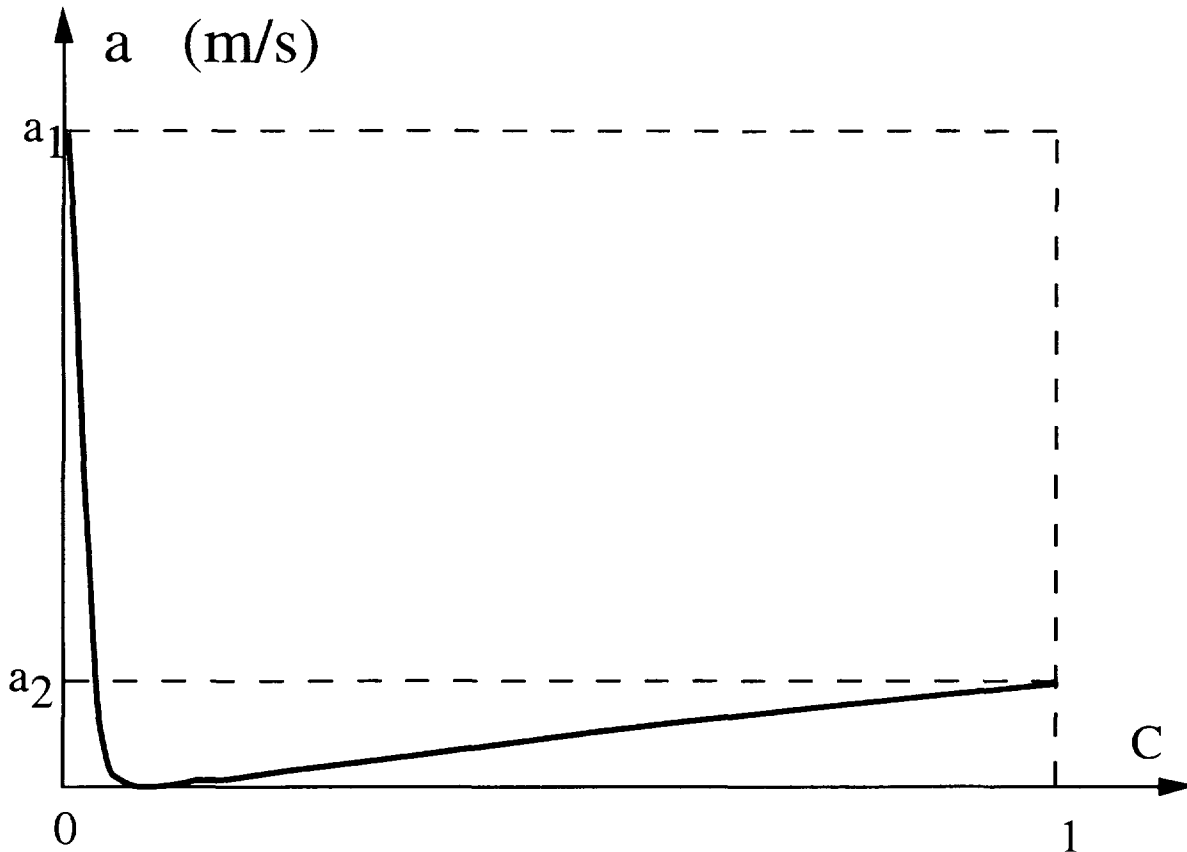
Lors d'un changement de pression rapide, on suppose que les propriétés thermiques de chaque phase (H_1 et H_2 , ou S_1 et S_2) n'ont pas le temps de changer. Les phases sont donc en état métastable (hors équilibre thermodynamique). Il en résulte une invariance du titre du mélange. Mathématiquement, cela se traduit par :

$$\left(\frac{\partial C_2}{\partial P_m} \right)_{S_m} = 0$$

On en déduit l'expression de $a = \left(\frac{\partial \rho_m}{\partial P_m} \right)_{S_m}^{-\frac{1}{2}}$:

$$a = a_2 \left[\frac{1}{\rho_1} + C_2 \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \right] \left[\frac{(a_2 / a_1)^2}{\rho_1^2} + \frac{C_2}{\rho_2^2} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

L'évolution de la vitesse du son diphasique en fonction du titre massique en vapeur C_2 a donc l'allure suivante :



On voit donc qu'en écoulement liquide-vapeur, la vitesse du son, et donc le débit critique, sont plus faibles qu'en vapeur (phase la plus compressible), sauf aux très faibles titres en vapeur.

a subit une variation très brutale en début d'ébullition. Cette évolution est d'autant plus rapide que la pression est faible. Cette quasi discontinuité de la vitesse du son du mélange lorsque X est voisin de 0 a des effets néfastes sur la stabilité numérique du modèle homogène aux faibles pressions.

- Modèle à l'équilibre :

Si l'on suppose l'équilibre thermodynamique à chaque instant, on peut calculer $\left(\frac{\partial C_2}{\partial P_m} \right)_{S_m}$

puisqu'alors C_2 est donné par :
$$C_2 = \frac{S_m - S_{1sat}}{S_{2sat} - S_{1sat}}$$

Les dérivées des entropies massiques à la saturation de chaque phase par rapport à la pression se déduisent des propriétés thermodynamiques du fluide considéré.

La prise en compte de ce terme conduit à une vitesse du son inférieure à celle du modèle gelé, surtout aux faibles titres et aux faibles pressions. L'expérience montre que le débit critique est alors sous-estimé, alors que le modèle gelé donne une valeur plus exacte.

La prise en compte d'un déséquilibre cinématique ($u_r \neq 0$) est possible, mais les calculs sont plus complexes et ne permettent pas d'aboutir à une expression analytique de a .

- Modèles à déséquilibre thermodynamique calculé:

On peut partir du modèle à six équations en formulation non conservative et montrer que les caractéristiques (il y en a six) ne sont pas toujours toutes réelles. Cela dépend des valeurs numériques des paramètres utilisés pour les lois de fermeture (frottement interfacial, masse ajoutée, ...).

Sans aller jusqu'aux six équations, on considère souvent un modèle à 4 équations constitué des 3 bilans du mélange et de l'équation de conservation de la masse vapeur, que l'on met sous la forme :

$$\frac{DC_2}{Dt} = -\frac{C_2 - C_2^*}{\tau} + \frac{\Phi_m}{\rho_m L}$$

C_2^* est le titre thermodynamique, déduit de l'entropie ou de l'enthalpie du mélange, alors que C_2 est le titre massique réel.

τ est une constante de temps caractérisant le retour à l'équilibre thermodynamique. Si elle est très petite, l'équation sur C_2 impose pratiquement $C_2 = C_2^*$ et on retrouve le modèle à l'équilibre. Si elle est très grande, le terme de relaxation tend vers zéro et on retrouve le modèle gelé (s'il n'y a pas apport de chaleur à l'endroit considéré).

d) Cas réel

Il est en fait abusif de parler de vitesse du son dans un milieu diphasique, par nature hétérogène. En effet, la célérité des ondes de pression n'est pas constante : elle dépend de la fréquence de ces ondes. De plus, comme il y a un certain déséquilibre thermodynamique, surtout en cas de blocage du débit, l'évolution du fluide n'est pas isentropique et la vitesse critique a n'est pas rigoureusement égale à

$$\left(\frac{\partial \rho_m}{\partial P_m} \right)_{S_m}^{-\frac{1}{2}}$$