CURSO REGIONAL

SOBRE LA PRACTICA DE LA

RADIOFARMACIA HOSPITALARIA

O.I.E.A. - UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA

MONTEVIDEO - URUGUAY

13 DE JUNIO - 1 DE JULIO 1994

CALCULO DE ERRORES - ESTADISTICA EN MEDICIONES RADIOACTIVAS

Dra. Quím. Farm. E. Silvia Verdera

Departamento de Radiofarmacia
Centro de Investigaciones Nucleares
Facultad de Ciencias

Reproducción de Material Gráfico - Gentileza de Xerox Uruguay S.A.

1.0 INTRODUCCION

El presente material abarca aspectos básicos y procedimientos frecuentemente empleados en la práctica de mediciones radiactivas, sin profundizar en fundamentos o desarrollos matemáticos para los cuales existe amplia información en libros especializados.

En su contenido se definirán una serie de conceptos que, aunque conocidos, no por ello deben dejar de ser recordados y concretados.

Cabe agregar que, los procedimientos estadísticos constituyen un eslabón más de una larga cadena de lo que comprende Buenas Prácticas Radiofarmacéuticas y Garantía o Seguridad de Calidad.

2.- ERRORES

Se reconoce que la medida de cualquier magnitud no se puede hacer exactamente, o sea sin error, definiéndose medición como la comparación con una unidad de la misma dimensión.

Error se puede definir como la diferencia entre el valor real y el valor obtenido experimentalmente.

Exactitud es el grado de coincidencia entre el valor hallado experimentalmente y el valor real de la magnitud medida.

Precisión es la coincidencia entre sí, o repetibilidad, de un grupo de determinaciones del mismo parámetro realizadas en la misma muestra; en otras palabras, es el grado de dispersión de los valores individuales respecto al valor medio.

Los errores, desde el punto de vista de su origen, pueden ser clasificados en:

-<u>determinados</u> ó sistemáticos (ó <bias> en la nomenclatura inglesa): son de magnitud fija y signo constante y producen una desviación invariable respecto al valor verdadero. Son evitables si se toman precauciones.

En general, se clasifican en aditivos o proporcionales, según que su valor absoluto sea independiente o varíe con el de la magnitud medida.

-<u>indeterminados</u> ó al azar: son fluctuantes en magnitud y signo. Pueden ser operativos o variables propiamente dichos. En particular, estos últimos pueden ser atenuados pero no

eliminados; sí pueden ser estimados empleando métodos estadísticos.

Algunos ejemplos de errores sistemáticos en mediciones radiactivas son:

* variaciones en la intensidad de radiación por interacciones que se producen antes de llegar al detector. Es el caso de absorción de radiación por aire y/o ventana del detector;

* variaciones por geometría, posición y distancia de la fuente al detector;

* problemas asociados al equipo de detección , inherentes al detector o al equipo auxiliar (medidor de tiempo, registrador);

* procedimiento equivocado del operador.

Ejemplos de errores variables propiamente dichos son los procesos aleatorios que ocurren en el detector y contador así como el fenómeno de desintegración, el cual, desde el punto de vista de su manifestación, es un fenómeno puramente estadístico.

Es imposible determinar el momento preciso en que un determinado átomo se desintegra; pero es posible predecir estadísticamente dentro de un número muy alto de átomos, cuántos se van a desintegrar en un intervalo de tiempo dado. Por lo tanto, en una serie de mediciones, la frecuencia de valores particulares es de esperar que siga alguna "ley de distribución" o "frecuencia de distribución".

3.- FUNDAMENTOS DE LA ESTADISTICA

3.1 METODOS ESTADISTICOS

La estadística es una herramienta para la descripción, representación, compactación, análisis e interpretación de datos. Por ello, algunos autores la clasifican en
-<u>estadística descriptiva</u> (relacionada con el resumen y descripción de datos) y
-<u>estadística inferencial</u>, relacionada con el proceso de utilizar los datos para tomar decisiones en el caso más general del que forman parte los datos.

El proceso de tomar decisiones en situaciones generales, sobre la base de una información incompleta contenida en datos muestrales es arriesgado y no puede realizarse con certeza; la probabilidad es una medida de esta incertidumbre.

Como principio básico, la "aleatoriedad" del fenómeno individual se corresponde con la "regularidad", o "regularidad estadística" del fenómeno masivo. Con la ayuda de la estadística se pueden cuantificar "la calidad" y "el riesgo". Ella puede contribuir a la optimización de procesos o a hacer predicciones. La estadística no reemplaza al saber científico y no impide las fallas en uso.

3.2 TEORIA DE LAS PROBABILIDADES

El resultado de un recuento o de una medición es designado como un evento. Cuando para cada medición no es posible predecir cuál será el valor que tomará el resultado, entonces el evento se denomina aleatorio. Sin embargo, para una gran cantidad de observaciones similares se puede hacer una predicción por regla general.

<u>Probabilidad</u>
$p(E)$ es la probabilidad de que suceda el evento E.
Se define como: $\dfrac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}}$
Propiedades:
$0 \leq p(E) \leq 1$
$p(E) = 1$ significa que el evento es absolutamente seguro
$p(E) = 0$ significa que el evento es totalmente imposible

Evento complementario $\overline{E}$ (leer "no acontece E") se designa a un evento, que tiene lugar en el experimento exactamente cuando no acontece E. Un evento y su complemento se excluyen mutuamente.

O lo que es lo mismo: $p(E) + p(\overline{E}) = 1$
Usualmente la probabilidad de que no suceda E se designa q.

<u>Teorema multiplicativo</u>
Si dos eventos independientes entre sí A y B tienen $p(A)$ y $p(B)$ de acontecer, entonces el evento AB (que ocurra simultaneamente A y B) tiene la probabilidad
$p(AB) = p(A) \cdot p(B)$ de acontecer.

<u>Teorema aditivo</u>
Si dos eventos excluyentes entre sí A y B (o sea que no pueden producirse conjuntamente), tienen $p(A)$ y $p(B)$ de acontecer, entonces el evento A + B (léase A o B) tiene la probabilidad
$p(A+B) = p(A) + p(B)$ de acontecer.

<u>Ley de los grandes números</u>
Sea A un evento que tiene la probabilidad p de acontecer en un experimento aleatorio, sea X la frecuencia absoluta de ocurrencia

del evento A en n intentos independientes. Entonces la frecuencia relativa $h = X/n$ tiende a la probabilidad p, a medida que crece n. (Cuanto mayor sea la cantidad n de intentos, tanto mejor será la frecuencia relativa h como estimador apropiado de la probabilidad desconocida).

3.3 DISTRIBUCIONES

Con la palabra "distribución" se designa en forma general la dependencia existente entre los valores de magnitudes aleatorias y las probabilidades asignadas a esos valores, o entre valores característicos y sus frecuencias.

<u>Distribución discreta</u>
En este caso sólo pueden aparecer determinados valores característicos, por ejemplo, puntos obtenidos con un dado.

<u>Distribución continua</u>
Aquí puede aparecer cualquier valor característico, por ejemplo, diámetro, temperatura, presión, etc.

<u>Función de distribución</u>
Es una función que a cada valor le asigna la probabilidad de que una magnitud aleatoria sea menor o igual a dicho valor.

<u>Función de densidad de probabilidad</u>
Es una función que a cada valor de la magnitud aleatoria le asigna su probabilidad (primera derivada de la función de distribución).

<u>Clasificación</u>
Es la subdivisión del rango de valores de una propiedad en rangos parciales (clases), que se excluyen entre sí y llenan el rango de valores (a partir de $n = 50$ valores individuales tiene sentido la clasificación considerando aproximadamente $K = \sqrt{n}$ clases).
Se designa como número de ocupación a la cantidad de valores individuales que entran en una clase. El límite de clase es el límite superior o inferior de una clase. El medio de la clase es el valor medio aritmético entre los límites de la clase. El ancho de clase es la diferencia entre los límites superior e inferior.

<u>Modelos matemáticos</u>
Se han desarrollado en el ámbito de las matemáticas una multiplicidad de distribuciones. Estas, de acuerdo a un modelo están generalmente normalizadas, lo cual significa que la superficie bajo la curva vale 1, o bien 100%. Algunas de las distribuciones más aplicables al caso particular de mediciones

radiactivas serán tratadas más adelante .

Población

Conjunto de seres vivos que tienen una o más carcterísticas similares. El concepto está ampliado a objetos. Puede ser finita o infinita. Una población se describe por medio de sus parámetros: de posición (μ o valor real) y de dispersión (σ ó desviación standard; σ^2 ó varianza)

Muestra

Subconjunto representativo de una población. El objetivo de tomar una muestra es adquirir algún conocimiento sobre la población desconocida. Una muestra se describe por medio de sus valores característicos, también llamados estimadores.

Valores característicos de posición:

-valor medio, promedio o media aritmética simple $\bar{x} = \frac{1}{n} \Sigma x_i$

-mediana o valor central es el valor que queda en el medio de los valores individuales ordenados por tamaño.

Valores característicos de dispersión

-rango (R), es la diferencia entre el valor mayor y el menor.

-desviación standard (s), es la raíz cuadrada de la suma de los desvíos cuadráticos, dividida por el grado de libertad (n-1).

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \Sigma (x_i - x)^2}$$

La desviación standard s tiene un significado evidente sólo en el caso de datos con una distribución normal. Depende del tamaño de la muestra n, pero contiene la información de todos los valores medidos.

-varianza (s^2) se designa al cuadrado de la desviación standard.

3.4 DISTRIBUCION BINOMIAL O DE BERNOULLI

Se fundamenta en que:

a) la probabilidad p del suceso elemental es constante durante todas las observaciones experimentales, es decir, cada nuevo suceso es independiente de los anteriores y posteriores.

b) la probabilidad de que un suceso ocurra (p) y de que no ocurra (q) es igual a 1.

Se trata de una distribución discreta cuya función de densidad está dada por:

$$f(x) = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}\,p^x\,q^{(n-x)}$$

valor medio: $\mu = n.p$

varianza : $\sigma^2 = n.p.q$

Para $\mu < 10$ se obtiene una distribución inclinada a la izquierda, que a medida que el valor medio va creciendo dará una representación en forma de campana y simétrica.

Puede observarse que esta distribución se puede aplicar al decaimiento radiactivo ya que es un fenómeno discreto al azar. En este caso p sería la probabilidad de que un átomo decaiga y q es la probabilidad de que un átomo no decaiga en el tiempo t. La distribución binomial estrictamente se aplica a decaimiento radiactivo sólo cuando el número total de átomos radiactivos N, cambia poco en el período de tiempo considerado. Esto corresponde a requerir que p será muy pequeña para el período de tiempo considerado. En otras palabras, la vida media del radionucleido debe ser larga en comparación con el tiempo de ohservación. Como esto generalmente se cumple, pueden hacerse aproximaciones en la distribución binomial que conducen a otro modelo matemático, la distribución de Poisson.

3.5 DISTRIBUCION DE POISSON

Describe todos los sucesos raros en los cuales la probabilidad de ocurrencia es pequeña y constante. Puede deducirse como un caso límite de la distribución binomial cuando

$$p \ll 1, \quad n \longrightarrow \infty \quad y \quad n.p \longrightarrow \mu$$

La función que describe este modelo es

$$f(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$$

siendo μ el valor medio y la varianza

La distribución de Poisson es ligeramente asimétrica, favoreciendo los valores bajos de x_i. Para valores de μ=100 si bien existe una pequeña asimetría de la distribución, también existe similitud con la distribución normal simétrica.

Las condiciones necesarias y suficientes para que pueda ser aplicada a la desintegración radiactiva son:

a) la posibilidad de que un átomo se desintegre en un intervalo de tiempo dado no afecta la chance de que otros átomos puedan desintegrarse en el mismo intervalo de tiempo (todos los átomos independientes);

b) el hecho de que un átomo se desintegre en un intervalo de tiempo dado, no afecta la chance de que otros átomos puedan desintegrarse en el mismo intervalo de tiempo (todos los átomos independientes);

c) la chance para un átomo de desintegrarse durante un intervalo de tiempo es la misma para todos lo intervalos de tiempo de igual duración (período de semidesintegración largo comparado con el tiempo total de observación);

d) el número total de átomos y el número total de intervalos de tiempo iguales son grandes.

Como se mencionó previamente, en la distribución de Poisson la desviación standar no es un parámetro. A pesar de ello, su uso también tiene un significado práctico en procesos que siguen esta ley , equivalente al dado por la ecuación de Gauss, el cual se verá más adelante.

3.6 DISTRIBUCION NORMAL O DE GAUSS

Es la distribución continua más importante y es una aproximación analítica de la distribución binomial cuando la cantidad de experiencias tiende a infinito.

La función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

siendo μ el valor medio y la desviación standard σ

O sea que se trata de una distribución simétrica, con forma de campana, que queda definida por el parámetro de posición μ y el parámetro de dispersión σ.

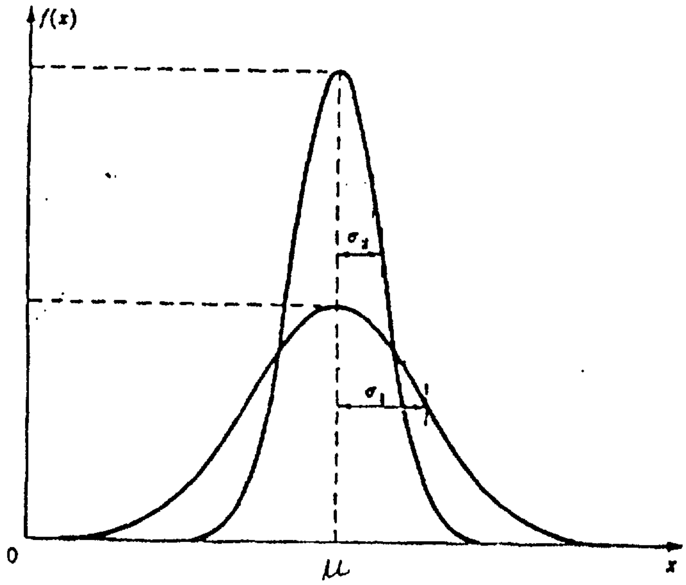


Figura 1: Distribución normal
σ_1 ====>curva chata y ancha $\sigma_1 < \sigma_2$
σ_2 ====>curva alta y delgada

Para normalizar cualquier distribución de Gauss (superficie bajo la curva = 1), se procede haciendo un cambio de variable:

$u = \frac{x - \mu}{\sigma}$ por lo que

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-u^2/2}$$

con valor medio = o y desviación standard = 1

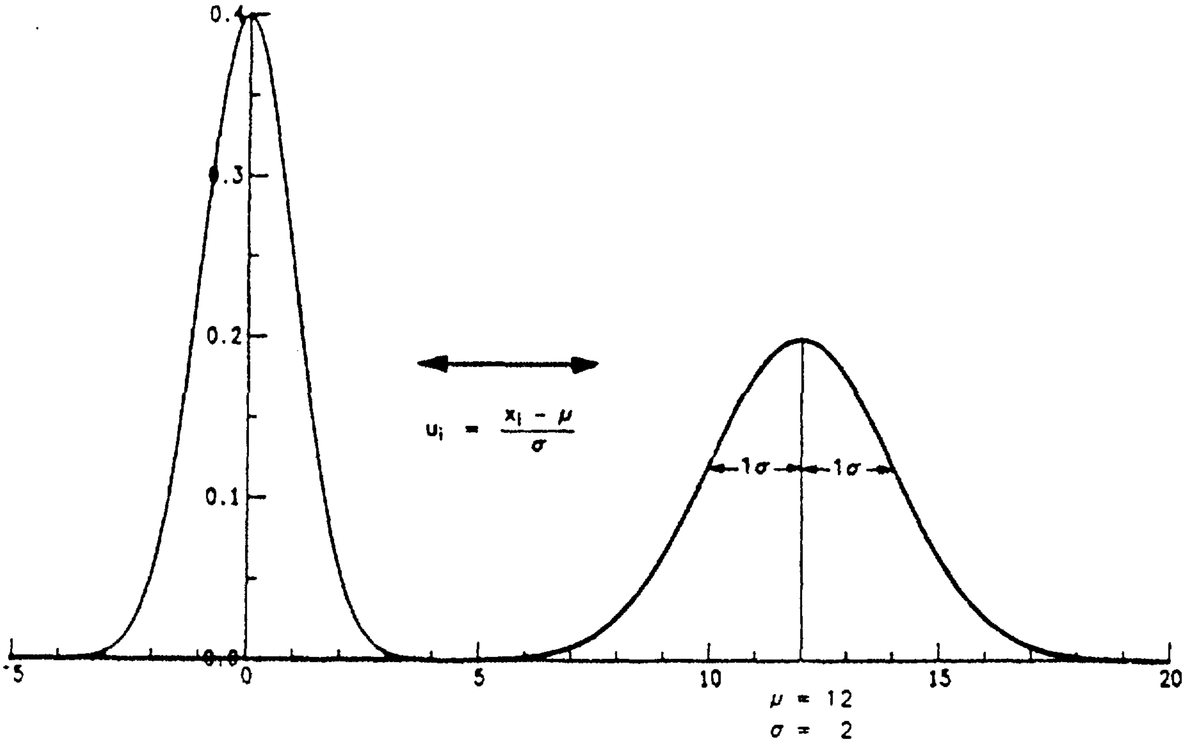


Figura 2: Distribución normal estandardizada por transformación de la variable.

La desviación standard define el rango necesario para incluir el 68,3% del área bajo la curva de la población. Por ello, si afectamos a σ por diferentes factores, podremos cubrir mayor o menor área . En forma genérica podrían expresarse los rangos como $\mu \pm z\,\sigma$, denominándose a z desvío reducido. Los intervalos de uso más frecuentes se indican a continuación:

$\mu \pm 0.6754\ \sigma$	define 50,0% de la curva
$\mu \pm 1\ \sigma$	define 68,3% de la curva
$\mu \pm 1,96\ \sigma$	define 95,0% de la curva
$\mu \pm 2\ \sigma$	define 95,5% de la curva
$\mu \pm 2,58\ \sigma$	define 99,0% de la curva
$\mu \pm 3\ \sigma$	define 99,7% de la curva
$\mu \pm 3,29\ \sigma$	define 99,9% de la curva

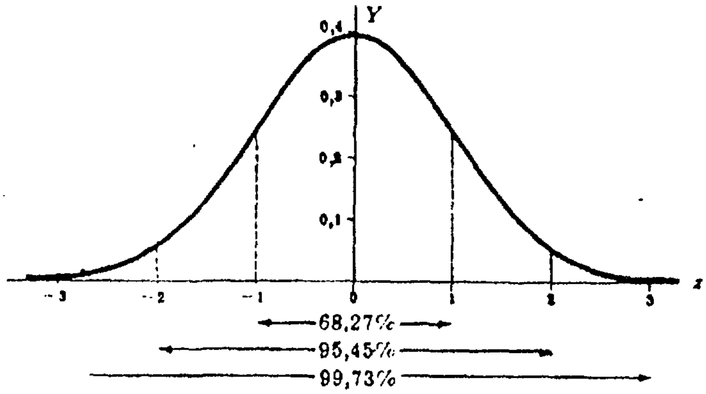


Figura 3: Porcentajes de superficie bajo la curva con forma de campana.

Es frecuente que al evaluar resultados de muestras se presente el caso en que no se conoce ni el valor medio μ ni la varianza , o la desviación standard. Ambos parámetros serán estimados a partir de los valores de medición.

Usualmente se define límite de confianza al valor (1-p).100 y riesgo al valor p.100. Así, por ejemplo, habrá una probabilidad del 95.4% de que un valor experimental esté comprendido en el intervalo [x-2s ; x+2s] y por ende se dice que se trabaja con un límite (ó nivel) de confianza del 95.4% y un riesgo del 4.6%.

Cuanto menor sea el riesgo que se permite que exista, tanto menos precisa es la indicación del rango de confianza.

Si bien s es un estimador de la precisión, por sí solo no es útil en la comparación de diferentes muestras, por lo que se emplea el estimador de la desviación standard relativa (s/x) tambien llamado coeficiente de variación (CV), ó el estimador de la desviación standard relativa porcentual (CV.100).

Para el cálculo de las probabilidades suelen emplearse tablas (ver Tabla I).

<u>Teorema central del límite</u>
Sea una población dada, con un valor medio μ y desviación standard σ. De ella se toma al azar una serie de muestras de tamaño n y se calculan sus valores medios x.

La forma de la distribución de estos valores medios se aproxima cada vez más a una distribución normal, cuanto mayor el tamaño muestral n de cada muestra individual, y cuanto mejor estuviera ya normalmente distribuída la población. Así resulta que el valor medio de los valores medios $\bar{\bar{x}}$ da una mejor estimación para los parámetros verdaderos de la población que cada valor medio individual. La desviación standard de la distribución de los valores medios es igual a la desviación standard de la población dividida por la raíz cuadrada de n.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

La desviacion standard del valor medio se llama a menudo error standard.

3.7 DISTRIBUCION "t"

¿Hasta que punto es válido admitir que las leyes de distribución normal son aplicables a los parámetros deducidos a partir de muestras pequeñas? En 1908, el químico irlandés Gosset (conocido como Student a través de sus publicaciones) inicia el examen del problema y, a partir de conjuntos experimentales y ciertas deducciones teóricas llega a definir un nuevo tipo de distribución conocido como Distribución "t".

En la distribución "t" (o de Student) el desvío reducido resulta ser no solamente una función del nivel de probabilidad sino también del número n de datos contenidos en la muestra (t en lugar de z). Las curvas características de la ditribución se aproximan tanto más a la de una distribución normal, cuanto mayor es el número n; a partir de n=30 puede considerarse que ambas distribuciones se confunden.

La consecuencia práctica de todo esto es que el entorno real que corresponde a cierto nivel de probabilidad es mayor que el que podría deducirse admitiendo el caracter normal de la distribución.

Los valores de t correspondientes a diferentes niveles de probabilidad y distintos n pueden hallarse en tablas en donde es habitual encontrar tabulado el número de grados de libertad (n-1) en lugar de n, en tanto que la probabilidad se suele expresar en forma decimal y como probabilidad residual (de caer fuera del entorno); en lugar de hallarse 95% se hallará 0.05. (Tabla II)

3.8 PROPAGACION DE ERRORES

Fue Gauss quien formuló la ley de propagación de los errores, la cual indica cómo se propagan los errores de medición de varias variables en el resultado cuando se calcula el de una magnitud que depende de aquellas.

Sea z la magnitud a calcular (z es una función de las variables aleatorias a,b,c,...)

$a \pm \sigma_a$	valores medios y desviaciones
$b \pm \sigma_b$	standard de cada variable
$c \pm \sigma_c$	aleatoria

Entonces σ_z vale:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial c}\right)^2 \sigma_c^2 + \ldots}$$

$\left(\frac{\partial z}{\partial a}\right)$ es la derivada parcial de la variable dependiente z respecto de la variable independiente a.

Casos especiales:

suma o resta: $z = a+b$ $z = a-b$ $\sigma_z = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$

multiplicación: $z = a.b$ $\sigma_z = \sqrt{b^2 . \sigma_a^2 + a^2 . \sigma_b^2}$

división: $z = a/b$ $\sigma_z = \sqrt{\frac{1}{b^2} . \sigma_a^2 , \frac{a^2}{b^4} \sigma_b^2}$

constante=k y $z = a.k$ $\sigma_z = k . \sigma_a$

4.0 APLICACION EXPERIMENTAL

Si se realiza una sola determinación de la actividad aparente de una fuente A, midiendo un número total de cuentas B durante un tiempo t, el valor de A queda expresado en cuentas/minuto ya que $A \, . \, \frac{B}{t}$
y puede considerarse como un valor promedio si se acumula un número razonable de cuentas.

A la vez, en las mediciones de radiactividad puede considerarse que en la medición del tiempo el error cometido es despreciable por lo que se asume que t no está afectado de error, es decir, es un valor constante.

De acuerdo con la ley de distribución de Poisson y los conceptos de propagación de errores, la desviación standard de A estaría dada por

$$\sigma_A \, . \, \frac{1}{t} \sqrt{B} \quad \text{o lo que es lo mismo} \quad \sigma_A \, . \, \sqrt{\frac{A}{t}}$$

Por el teorema central del límite, el valor del error standard del promedio puede deducirse basándose en la distribución normal y en este caso será igual al error standard ya que $n=1$.

La expresión correcta del resultado será

$$A \pm \sqrt{\frac{A}{t}} \qquad \text{con un 68,5\% de confianza (} z=1 \text{)}$$

En la práctica generalmente se emplea el intervalo del 95,5% de confianza ($z=2$).

En términos de porcentaje, el resultado se expresará como

$$A \pm \sqrt{\frac{A}{t}} \, . \, \frac{100}{A} \quad \text{o lo que es lo mismo} \quad A \pm \frac{100}{\sqrt{B}}$$

lo cual indica que se puede establecer el porcentaje de error de la medición a priori, para lo cual será necesario acumular el número de cuentas que corresponda.

Como toda medida de radiactividad de una muestra tiene una actividad de fondo o background (BG) asociado, la actividad neta resultará ser

$$A_N = A_B - A_F$$

y $$\sigma_{A_N} = \sqrt{\sigma_{A_B}^2 + \sigma_{A_F}^2}$$

A_N= actividad neta
A_B= actividad medida
A_F= actividad de fondo
t_B= tiempo de medición de A_B
t_F= tiempo de medición de A_F

Cuando A_F es muy bajo en relación a A_B, entonces

$$\sigma_{A_N} = \sigma_{A_B}$$

Si la situación experimental implica la medición de varias muestras radiactivas, puede ser importante minimizar el tiempo requerido para medir cada una. Más aún si las muestras decaen rapidamente, en donde se debe realizar la experiencia de forma que el error sea lo menor posible en el corto tiempo disponible.

Excepto para muestras de alta actividad, gran parte del tiempo disponible es usado en determinar la actividad de fondo. Por ello puede resultar útil emplear la óptima distribución de tiempo de conteo, que de acuerdo a deducciones matemáticas, establece que

$$\frac{t_B}{t_F} \cdot \sqrt{\frac{A_B}{A_F}}$$

Como $t_B + t_F = T$, donde T es el tiempo total, si T es un valor conocido o prefijado por las condiciones experimentales puede establecerse un sistema de ecuaciones que permita calcular los tiempos de conteo de muestra y fondo.

Si la limitación no está dada por el tiempo total T pero se desea determinar la actividad neta con un error standard relativo dado y óptima distribución de tiempos de medición, la expresión anterior junto con la que define al error standar relativo

$$\frac{\sigma_{A_N}}{A_N} = \frac{\sqrt{\frac{A_B}{t_B} + \frac{A_F}{t_F}}}{A_B - A_F}$$

permite determinar t_B y t_F.

Desde el punto de vista práctico, el error standard que se comete al efectuar una sola medición durante un tiempo t y el que se comete si se realizara un número n de determinaciones sucesivas de t/n cada una, es similar. No obstante se prefiere seleccionar la primera opción ya que en la segunda se acumulan errores casuales inherentes a la determinación experimental de la actividad aparente de la muestra.

Como ya fuera mencionado, el fenómeno de desintegración responde a la ley de Poisson. Sin embargo, muchas veces la función de distribución normal es la que mejor describe el comportamiento variable de los resultados obtenidos en su detección. Por ejemplo, en espectrómetros gamma, la radiación monoenergética produce pulsos con alturas distribuídas alrededor del valor medio y la función normal a menudo es la que describe mejor esta distribución.

Por otra parte, en equipos de uso rutinario en la práctica radiofarmacéutica, los resultados de las mediciones están dados en unidades de Ci o submúltiplos, sin que se conozca el número de cuentas acumuladas en cada caso y el tiempo durante el cual se produjo dicha acumulación. En estos casos se afirma por parte del fabricante cual es la dispersión y exactitud de los resultados. No obstante, resulta necesaria su verificación periódica, procediéndose en estos casos a la realización de mediciones y tratamiento de los resultados de acuerdo a la distribución normal según lo indicado en el item 3.6 y siguientes.

Durante la reiteración de una medición dada, pueden obtenerse datos que se consideren demasiado alejados del valor medio sugiriendo que no responden a las fluctuaciones estadísticas sino que se originan por causas tales como distracción del operador, alteración de suministro de energía del equipo, etc.

Existen diversos criterios para evaluar si deben o nó descartarse estos resultados, uno de los cuales es el criterio de Chauvenet que establece:
una observación deberá ser rechazada si la probabilidad de aparición es igual o menor a n/2, siendo n el número de observaciones realizadas.

La Tabla III indica, para diferentes n, el valor numérico máximo de la relación

$$\frac{X_i - \overline{X}}{\sigma} \quad (X_i = \text{dato sospechoso})$$

Si el dato sospechoso se debe descartar, deben recalcularse el valor medio y el estimador s, procediéndose nuevamente a la aplicación del criterio de Chauvenet.

Otro criterio es el de fijar un límite de confianza para la aceptación de datos, descartando todos aquellos cuya probabilidad de ocurrencia sea menor. Si el límite de confianza que se fija es 95% , se descartarán todas las observaciones que tengan una probabilidad de ocurrencia menor a 0.05 siendo coincidente con el criterio de Chauvenet para el caso particular de n=10.

Este test, también llamado test de significancia en la aplicación práctica de la distribución normal, tiene su análogo en la distribución "t" cuando el tamaño muestral es menor a 30.

En forma similar, en muchas ocasiones se debe determinar si la diferencia existente entre dos valores promedios de dos grupos de datos son estimadores del valor medio de una misma población. En este caso se calculará la expresión

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\sigma^2_{\bar{x}_1} - \sigma^2_{\bar{x}_2}}}$$ siendo los grados de libertad $(n_1-1)+(n_2-1) = (n_1+n_2-2)$

Utilizando la Tabla III, se ubica el resultado hallado y se observa entre que probabilidad de ocurrencia se encuentra esta diferencia y si de acuerdo al nivel de confianza establecido puede afirmarse la hipótesis de que ambas series de medidas corresponden a la misma población.

Otro test estadístico de hipótesis es la prueba del chi-cuadrado o test de Pearson, que aplicado a muestras radiactivas, se emplea para estudiar la bondad de ajuste de una serie de datos a la distribución de Poisson.

El chi-cuadrado, χ^2, se define en general como:

$$\chi^2 = \frac{\sum(\text{frecuencia teórica - frecuencia observada})^2}{\text{frecuencia teórica}}$$

calculándose a través de la expresión:

$$\chi^2 = \frac{1}{\bar{x}} \Sigma (x_i - \bar{x})^2$$

Los valores de χ^2 dependen solamente del número n de determinaciones. Para cada valor de n, los valores de que pueden obtenerse experimentalmente se distribuyen según su probabilidad de obtención, siguiendo leyes estadísticas.

La Figura 4 muestra la distribución de los valores posibles en relación a su probabilidad de obtención. La parte sombreada representa el 2,5% del área a cada lado, quedando sin sombrear el 95% del área que abarca un intervalo de valores de χ^2 ubicables en el eje de las abcisas. Si el χ^2 obtenido experimentalmente está dentro de este intervalo (o de un intervalo definido según criterio que se desee adoptar), entonces se aceptará que la serie de valores obtenidos experimentalmente está de acuerdo a la hipótesis planteada. Ello significa que el equipo de medición refleja con fidelidad las fluctuaciones debidas a la desintegración radiactiva. Por tanto, esta prueba permite evaluar el buen funcionamiento de los equipos de medición.

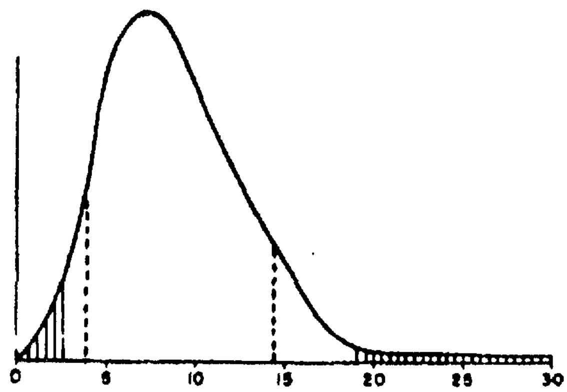


Figura 4: Distribución del χ^2 para n=10

La Tabla IV da el porcentaje del área de la curva de distribución del χ^2 que queda a la izquierda de cada valor individual de χ^2_p.

BIBLIOGRAFIA

CHASE,G.; RABINOWITZ, J.:Principles of Radioisoope Methodology. Burgess Publishing Company, Minneapolis 15, Minnesota. 1967

EVANS, R.D.: The atomic nucleus. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1972

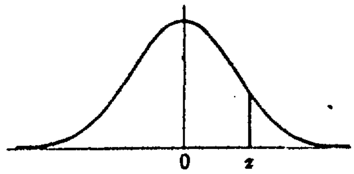
PRICE: Nuclear Radiation Detection, 2° ed. McGraw-Hill, New York 1964.

RANDALL, J.: Elements of Biophisic. The Year Book Publishers, Inc. 1958.

SPIEGEL, M.S.; Estadística(2° edición). McGraw-Hill ,Madrid 1991.

TABLA I

AREAS BAJO LA CURVA NORMAL TIPIFICADA DE 0 a z



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0754
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2258	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2518	0,2549
0,7	0,2580	0,2612	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2996	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

TABLA II

Significance limits of the *t* distribution

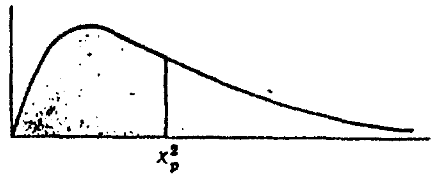
	Level of significance for 1-tailed test				
	0.10 (90%)	0.05 (95%)	0.025 (97.5%)	0.005 (99.5%)	0.0005 (99.95%)
	Level of significance for 2-tailed test				
df	0.20 (80%)	0.10 (90%)	0.05 (95%)	0.01 (99%)	0.001 (99.9%)
1	3.078	6.314	12.706	63.657	636.619
2	1.886	2.920	4.303	9.925	31.598
3	1.638	2.353	3.182	5.841	12.941
4	1.533	2.132	2.776	4.604	8.610
5	1.476	2.015	2.571	4.032	6.859
6	1.440	1.943	2.447	3.707	5.959
7	1.415	1.895	2.365	3.499	5.405
8	1.397	1.860	2.306	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	3.169	4.587
11	1.363	1.796	2.201	3.106	4.437
12	1.356	1.782	2.179	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.898	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.878	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.861	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.845	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.807	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.750	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.704	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.660	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.617	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.576	3.291

Adapted from Fisher, R. A., and Yates, F.: Statistical tables for biological, agricultural and medical research, ed. 6, London, 1974, Longman Group Ltd., p. 46. Portions of this table were taken from Table III of R. A. Fisher and F. Yates, 1963.

TABLA III

n	$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$	n	$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$
2	1.15	15	2.13
3	1.38	20	2.24
4	1.54	25	2.35
5	1.65	30	2.40
6	1.73	35	2.45
7	1.80	40	2.50
8	1.86	50	2.58
9	1.91	75	2.71
10	1.96	100	2.81
12	2.04	200	3.02

**PERCENTILES (χ^2_p)
DE LA
DISTRIBUCION CHI-CUADRADO
CON ν GRADOS DE LIBERTAD
(AREA SOMBREADA = p)**



ν	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.99}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.90}$	$\chi^2_{0.75}$	$\chi^2_{0.50}$	$\chi^2_{0.25}$	$\chi^2_{0.10}$	$\chi^2_{0.05}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.01}$	$\chi^2_{0.005}$
1	7,88	6,63	5,02	3,84	2,71	1,32	0,455	0,102	0,0158	0,0039	0,0010	0,0002	0,0000
2	10,6	9,21	7,38	5,99	4,61	2,77	1,39	0,575	0,211	0,103	0,0506	0,0201	0,0100
3	12,8	11,3	9,35	7,81	6,25	4,11	2,37	1,21	0,584	0,352	0,216	0,115	0,072
4	14,9	13,3	11,1	9,49	7,78	5,39	3,36	1,92	1,06	0,711	0,484	0,297	0,207
5	16,7	15,1	12,8	11,1	9,24	6,63	4,35	2,67	1,61	1,15	0,831	0,554	0,412
6	18,5	16,8	14,4	12,6	10,6	7,84	5,35	3,45	2,20	1,64	1,24	0,872	0,676
7	20,3	18,5	16,0	14,1	12,0	9,04	6,35	4,25	2,83	2,17	1,69	1,24	0,989
8	22,0	20,1	17,5	15,5	13,4	10,2	7,34	5,07	3,49	2,73	2,18	1,65	1,34
9	23,6	21,7	19,0	16,9	14,7	11,4	8,34	5,90	4,17	3,33	2,70	2,09	1,73
10	25,2	23,2	20,5	18,3	16,0	12,5	9,34	6,74	4,87	3,94	3,25	2,56	2,16
11	26,8	24,7	21,9	19,7	17,3	13,7	10,3	7,58	5,58	4,57	3,82	3,05	2,60
12	28,3	26,2	23,3	21,0	18,5	14,8	11,3	8,44	6,30	5,23	4,40	3,57	3,07
13	29,8	27,7	24,7	22,4	19,8	16,0	12,3	9,30	7,04	5,89	5,01	4,11	3,57
14	31,3	29,1	26,1	23,7	21,1	17,1	13,3	10,2	7,79	6,57	5,63	4,66	4,07
15	32,8	30,6	27,5	25,0	22,3	18,2	14,3	11,0	8,55	7,26	6,26	5,23	4,60
16	34,3	32,0	28,8	26,3	23,5	19,4	15,3	11,9	9,31	7,96	6,91	5,81	5,14
17	35,7	33,4	30,2	27,6	24,8	20,5	16,3	12,8	10,1	8,67	7,56	6,41	5,70
18	37,2	34,8	31,5	28,9	26,0	21,6	17,3	13,7	10,9	9,39	8,23	7,01	6,26
19	38,6	36,2	32,9	30,1	27,2	22,7	18,3	14,6	11,7	10,1	8,91	7,63	6,84
20	40,0	37,6	34,2	31,4	28,4	23,8	19,3	15,5	12,4	10,9	9,59	8,26	7,43
21	41,4	38,9	35,5	32,7	29,6	24,9	20,3	16,3	13,2	11,6	10,3	8,90	8,03
22	42,8	40,3	36,8	33,9	30,8	26,0	21,3	17,2	14,0	12,3	11,0	9,54	8,64
23	44,2	41,6	38,1	35,2	32,0	27,1	22,3	18,1	14,8	13,1	11,7	10,2	9,26
24	45,6	43,0	39,4	36,4	33,2	28,2	23,3	19,0	15,7	13,8	12,4	10,9	9,89
25	46,9	44,3	40,6	37,7	34,4	29,3	24,3	19,9	16,5	14,6	13,1	11,5	10,5
26	48,3	45,6	41,9	38,9	35,6	30,4	25,3	20,8	17,3	15,4	13,8	12,2	11,2
27	49,6	47,0	43,2	40,1	36,7	31,5	26,3	21,7	18,1	16,2	14,6	12,9	11,8
28	51,0	48,3	44,5	41,3	37,9	32,6	27,3	22,7	18,9	16,9	15,3	13,6	12,5
29	52,3	49,6	45,7	42,6	39,1	33,7	28,3	33,6	19,8	17,7	16,0	14,3	13,1
30	53,7	50,9	47,0	43,8	40,3	34,8	29,3	24,5	20,6	18,5	16,8	15,0	13,8
40	66,8	63,7	59,3	55,8	51,8	45,6	39,3	33,7	29,1	26,5	24,4	22,2	20,7
50	79,5	76,2	71,4	67,5	63,2	56,3	49,3	42,9	37,7	34,8	32,4	29,7	28,0
60	92,0	88,4	83,3	79,1	74,4	67,0	59,3	52,3	46,5	43,2	40,5	37,5	35,5
70	104,2	100,4	95,0	90,5	85,5	77,6	69,3	61,7	55,3	51,7	48,8	45,4	43,3
80	166,3	112,3	106,6	101,9	96,6	88,1	79,3	71,1	64,3	60,4	57,2	53,5	51,2
90	128,3	124,1	118,1	113,1	107,6	98,6	89,3	80,6	73,3	69,1	65,6	61,8	59,2
100	140,2	135,8	129,6	124,3	118,5	109,1	99,3	90,1	82,4	77,9	74,2	70,1	67,3

Procedencia: Catherine M. Thompson, *Table of percentage points of the χ^2 distribution*, Biometrika, Vol. 32 (1941)