



축방향 유동에 의한 핵연료봉의 유체유발진동 기구

Vibration Mechanism of Fuel Rod
in Axial Flow

한국원자력연구소

30 - 46

L

제 출 문

한국원자력연구소장 귀하

이 보고서를 "일체형원자로용핵연료개발과제" 과제의 "축방향유동에 의한 핵연료봉의 유체유발진동 기구"에 대한 기술보고서로 제출합니다.

1998 년 8 월

과제책임자: 송 기남 (일체형원자로용핵연료개발과제)

주 저 자: 강 흥석 (핵연료설계기술개발팀)

공동저자: 윤 경호, 김 형규, 송 기남 (핵연료설계기술개발팀)

감수위원: 임 정식 (핵연료설계기술개발팀)

요약

핵연료봉의 축류유체유발진동 기구에 대한 기존의 여러 이론들을 고찰하였다. 축류유체유발진동 기구는 Burgreen 과 Quinn 등에 의한 자려진동 기구, Reavis, Gorman, Kanazawa, 그리고 S. Chen 등의 힘기인진동 기구, 그리고 Y. Chen 의 Parametric 진동 기구 등으로 구분할 수 있다. 자려진동 기구는 실린더의 초기 휨이 원인이 되어 유체의 원심력과 실린더의 탄성력이 반복적으로 작용하여 진동이 일어난다는 이론이며 힘기인진동 기구는 난류 경계층내의 압력섭동력이 실린더를 진동시킨다는 이론이다. 또한 변수공진 기구는 유체가 평균유속을 중심으로 주기적으로 작은 유속변화 싸이클을 이루고 이러한 싸이클에 의해 작은 공진이 발생하여 실린더를 진동시킨다는 이론이다. 이러한 기존의 연구는 단일 스펙, 양단 지지 혹은 양단 고정과 같은 단순한 경계조건에 관한 것이다. 그러나 핵연료봉의 유체유발진동 현상의 연구에는 이러한 이론들에 실제 핵연료봉에 발생하는 축방향 힘과 지지격자에 의한 연속지지조건 등의 경계조건을 반영하여야 하므로 이에 대한 연구가 필요하다.

Abstract

This is a review document on the previous researches for the vibration of the fuel rod induced by axial flow. The analytical methods are classified into three categories accordingly as the researchers postulate the vibration to be self-excited, forced and parametric; the self-excited mechanism by Burgreen and Quinn, the forced one by Reavis, Gorman, Kanazawa, and S. Chen, and the parametric one by Y. Chen. Quinn supposed that the centrifugal force by flow exaggerated the natural bow in the cylinder, and the flexural force by it diminished the bow by turns; this iterative motion led the cylinder to vibrate. The supporters to the forced mechanism considered the forces arising from pressure disturbances within the boundary layer as vibrating sources. Y. Chen insisted that the cylinder could only be excited to vibration in resonance by the small oscillation of mean flow velocity. The previous studies were based on the simple boundary conditions such as hinged-hinged or fixed-fixed single span. Therefore, for the more accurate prediction of the fuel rod vibration in the reactor, the further studies need to reflect the actual boundary conditions of the fuel rod like axial force and continuous supports by grids.

목차

요약

Abstract

| | |
|---|----|
| 1장. 서론 | 1 |
| 2장. 본론 | 4 |
| 1 절. 하임계유동의 진동 유발 기구 | 4 |
| 1. 자려진동 기구 (Self-excited vibration model) | 5 |
| 2. 힘기인진동 모델 (Forced Vibration model) | 18 |
| 1) 축류 유동장에서 실린더의 운동방정식 | 19 |
| 2) Reavis 및 Gorman 의 힘기인진동 모델 | 25 |
| 3) Kanazawa 의 힘기인진동 모델 | 37 |
| (1) 실린더의 운동방정식 | 37 |
| (2) 운동방정식의 해 | 40 |
| (3) 결과 및 고찰 | 43 |
| 3. Parametric 진동모델 | 49 |
| 3장. 결론 및 토의 | 54 |

Appendix A: Vibration Model used by Quinn

Appendix B: Autonomous and Limit Cycle

Appendix C: Routh-Hurwitz Criterion

Appendix D: Kanazawa 의 등가점성 모델

Appendix E: Random Vibration

Appendix F: Transient Vibration (Convolution Integral)

1 장. 서론

축방향 유동에 의한 구조재의 진동에 관한 연구는 횡방향 유동에 의한 구조재 진동 보다 다소 늦게 시작되었다. 이런 이유는 초기 유체유발진동에 관한 연구가 구조재의 불안정성(Fluttering, Buckling)을 유발하는 큰 진폭을 발생시키는 조건(유속과 유동방향)에 관심이 집중되었기 때문이다. 횡류에 의한 진동의 경우에는 엔지니어링 분야에서 이용하는 유속에서도 상당한 정도의 진폭을 관찰할 수 있고 상대적으로 작은 유속에서도 쉽게 불안정성을 일으킬 수 있으나, 축류의 경우는 불안정성을 야기하는 유속이 상당히 크고 일반적으로 관찰되는 진폭도 $10^{-3} \sim 10^{-1}$ Cm 정도로서 상당히 작다. 공학 및 산업계에서 이용하는 축류의 유속은 구조재에 불안정성을 유발하는 임계유속보다는 상당히 작으며 원자로내 냉각재의 유속도 임계 유속보다는 상당히 작은 것으로 알려져 있다. 따라서 축방향 유동에 의한 진동의 문제는 하임계 진동의 여기 기구(mechanism of excitation of subcritical vibration)를 규명하는 문제로 관심의 영역을 좁힐 수 있다. 축방향 유동에 의한 진동연구는 1960년대부터 본격적으로 연구되었는데 주요 연구자로 Burgreen[1], Quinn[2] 등이 있다. Quinn은 실린더 형상의 불완전성 때문에 실린더 축방향으로 곡률부가 생성되면 이를 따라 흐르는 유동에 의하여 원심력이 발생하고 이로 인하여 실린더에 진동이 발생한다[3]는 이른바, 자려진동모델 (Self-excited vibration Model)을 제안하고 이를 바탕으로 이론적인 식을 제안하였다. 1960년대 말부터 70년대에 걸쳐서는 Reavis[4], Gorman[5], Paidoussis[6-7], S.S. Chen[8], Y.N.

Chen[9] 등이 상당한 업적을 남겼는데, Reavis 는 Corcos[10]와 Bakewell[11]등이 연구한 관내 유동에 의해 발생하는 관내벽의 압력장 및 압력섭동(Pressure Fluctuation)을 실린더에 횡방향 변위를 일으키는 힘으로 가정한 강제진동(Forced vibration) 이론을 제안하였다. 강제진동 이론은 필연적으로 확률론적인 기법을 도입하게 된다. Kadlec[12]은 4개의 다른 실험장치로부터 실험관 입구, 내부, 그리고 출구에서의 압력을 측정하고 실험관 내부 실린더군의 PSD(Power Spectral Density)를 추출한 결과로부터 실험관 입구 압력장의 섭동이 실린더의 진동에 3~4 배까지 영향을 줄 수 있다는 것을 보여주었다. 이러한 영향을 'Far Field Noise' 라고 한다. 같은 시기에 Y.N. Chen은 Parametric excitation 모델을 제안하였다. 그의 모델에서 진동을 일으키는 변수는 주기적인 섭동이 내재된 축방향 유속이 된다. 70년대 중반 이후부터 80년대에 걸쳐서는 연구의 방향이 보다 세분화 되어 가게 되는데, 기존의 단일 실린더 모델로는 열교환기 튜브군이나 핵연료집합체를 엄밀히 기술할 수 없기 때문에 실린더 다발의 영향을 연구하게 된다. 이러한 다발에 관한 연구는 유체의 동적연계(Hydrodynamic Coupling)에 관한 연구로 실린더 사이의 틈의 크기에 따라 연계되는 불안정성을 유발하는 유속에 관한 것과 계의 감쇄 및 부가질량에 관한 것 등으로 구분할 수 있다. 이러한 연구자들로는 S.S Shen 과 그의 동료인 Chung, Wambsganss[8, 13-15] 등이 있다. 비등수형 원자로의 핵연료봉 주위의 냉각수는 물론이고, 경수형 원자로용 핵연료봉 주위의 냉각수도 엄밀히 이상 유동(Two phase flow)을 하게 된다. 이상 유동의 영향에 관한 대표적인 연구자로 초기의 Gorman[4]을 들 수 있고, 최근에는

Hara[16-17] 등을 들 수 있다. Hara는 이상 유동을 공기 물 혼합체로 모사하여 부가하중과 감쇄에 관한 연구를 하였다. 감쇄에 관한 연구자로 Connors[18]를 꼽을 수 있다. 그는 정지된 유체 및 유동장에서의 실험을 통하여 다발속 봉의 감쇄는 단일봉 보다 약 1.9 배 크며, 유속이 4.8 m/sec 에서는 정지된 경우보다 4 ~5 배 크고, 봉의 진폭의 크기는 감쇄의 변화에 기여하지 않는다고 발표하였다. Kanazawa[21]는 Paidoussis의 실린더 운동방정식을 토대로 독특한 감쇄 모델을 제시하였다. Kanazawa의 감쇄모델은 상당히 단순하여 이론적인 계산이 가능하다.

최근에 와서 지지점에 틈이 존재하는 경우 충격력을 측정하는 연구와 핵연료봉에 가끔 발생하는 프레팅 마모 현상으로 확장되는 연구가 진행되고 있다.

본 보고서는 신형핵연료 개발을 시작하는 단계에서 지지격자 개발과 밀접히 연계되어 있는 축방향 유동에 의한 단일 실린더의 유체유발진동 현상을 기술한 여러 연구에 대하여 고찰하고자 하였다. 금번 보고서는 1960년 후반부터 1980년 초반까지의 주요 연구자들의 이론을 면밀히 살펴 보고자 한다.

2 장 본론

1 절. 하임계 유동의 진동유발 기구

실제 산업계에서 이용되는 유속은 구조재의 불안정성을 유발하는 임계유속(일반적으로 > 50 m/sec: 핵연료봉은 < 6 m/sec) 보다 상당히 작기 때문에 대부분의 유체유발 진동의 문제는 하임계 진동이다. 이러한 하임계 진동은 확률론적인 특징을 가지고 있으며, 핵연료봉의 일차 고유 진동수와 일치하는 지배적인 주파수 반응을 하게 되고, 이러한 진동의 진폭은 앞서 언급한 바와 같이 $10^{-3} \sim 10^{-1}$ cm 정도가 된다.

Paidossis[7]에 의하면 자신이 1979년에 제시한 최대진폭을 예측하는 반 실험식과 Burgreen[1] 및 Quinn[2]이 제안한 각각의 식들은 공통의 약점이 있는데 그것은 하임계 진동을 유발하는 힘이 불완전하게 혹은 전혀 고려되어 있지 않다고 한다. 핵연료봉과 같이 지지격자로 지지되고 다발로 묶인 구조재에 흐르는 유체는 실제로 균일하거나, 안정적이거나 완전한 축방향 흐름일 수가 없다. 따라서 핵연료봉을 진동시키는 힘은 지지격자에서 생기는 와류에 기인하거나, 국부적인 냉각수 증발에 따라 발생하는 이상유동에 의하여 연료봉주위의 압력장의 불균형에 기인하거나, 연료봉 표면의 경계층 내에서 발생하는 작은 난류에 의해 발생하는 확률론적인 압력교란에 기인하기도 하고, 앞서 언급한 'far-field'의 교란에 의해 발생할 수도 있으며, 핵연료봉의 지지기구에 의해 직접 전달되는 기계적인 힘일 수도 있다. 이러한 힘들이 핵연료봉을 진동시키는 에너지가 된다고 가정하는 모델을 힘기

인 진동기구라고 한다.

다른 진동 기구로는 냉각재 유속의 성분에는 평균유속에서 작게 교란하는 성분이 있다고 보고 유속을 $U = U_0(1 + \sum a_n \cos \omega_n t)$ 로 가정하는 것이다. 이러한 성분에 의하여 시간에 따라 변하는 힘이 발생하고 따라서 연료봉은 어떤 범위내에서 변수 진동 (Parametric Oscillation)을 하게 된다고 보는 모델을 변수공진진동 기구라고 한다.

또 다른 진동 기구로 자려진동 (self-excited vibration)이 있는데 이는 유체의 원심력에 의하여 횡방향 변위가 발생하고 봉에 의하여 원상태로 되돌리는 복원력의 작용이 반복되는 진동기구를 말한다.

이러한 3가지 진동 기구에 대한 심도 있는 논의는 다음의 자려진동 기구로부터 시작하기로 한다.

1. 자려 진동 기구 (Self-Excited Vibration)

자려진동 기구는 Burgreen[1], Quinn[2] 등이 제안한 모델이다. Burgreen은 1958년에 실제 축방향 유동에서 중공봉과 환봉의 진동을 관찰하고 축방향 유속과 봉의 고정조건 등의 변화에 따라 봉의 진폭을 예측할 수 있는 다음과 같은 실험식을 제안하였다.

$$\left(\frac{\delta}{D}\right)^{1.3} = 0.83 \times 10^{-10} k_1 \Gamma^{1/2} \Omega \quad (1)$$

여기서 δ 는 봉의 횡방향 변위, D 는 유로반경, k_1 은 하중-변위 끝단 고

정조건으로 $k_1 = (10 + \alpha L)/(2 + \alpha L)$, Γ 및 Ω 는 무차원 진동 변수로,
 $\Gamma = \rho_{\#} V^2 L^4 / EI$ 로, $\Omega = \rho_{\#} V^2 / \mu \omega$ 로 각각 정의된다. 그리고 k_1 과 관계되
 는 αL 은 다음과 같이 정의되는 끝단 고정조건과 봉의 진동수와 의 관계를 나
 타내는 변수이다.

$$\alpha L = \frac{-2\beta L}{\tan \frac{\beta L}{2} + \tanh \frac{\beta L}{2}}, \quad \frac{\beta L}{2} = \frac{\omega^{1/2}}{2\left(\frac{EI}{\rho_{bar} AL^4}\right)^{1/4}} \quad (2,3)$$

Burgreen 이 실험으로 관찰한 유속에 따른 진폭 증가는 다음의 Figure
 1 에, 그리고 그가 제시한 모델과 측정 데이터는 Figure 2 에 도시하였다.

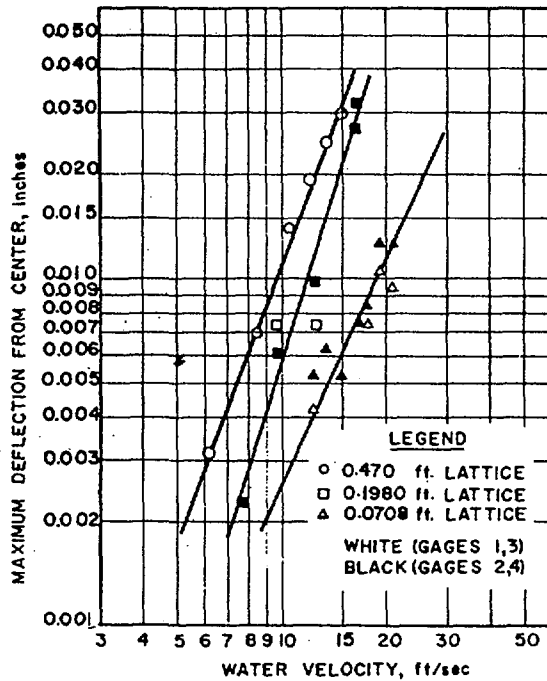


Figure 1 Variation of max. Amplitude with Water velocity

Figure 2에서 보는 바와 같이 진폭에 대한 예측은 대체로 만족스러운 결과를 보였다. 한편 실험에 의하면, 봉의 고유진동수는 공기중(20 Hz)에서 보다 물속(17 Hz)에서의 값이 낮았고 유속의 증가와 더불어 증가함이 없이 감소하거나 일정 값을 유지하였다. 유체에 의하여 유발되는 지배적인 진동으로 12.4 ft/s의 유속과 21 ft/s의 유속에서 동일하게 15 Hz를 얻었고 결론적으로 유속의 증가에 따라 지배적인 진동수는 변하지 않는다고 하였다. 현재의 지배적인 이론에 의하면 유속의 증가에 따라 봉의 진동수는 증가한다고 알려져 있다. Burgreen에 의한 이러한 실험 결과를 이해하는 데는 사용한 측정기의 정밀도와 적은 유속 차이 등이 감안되어야 한다.

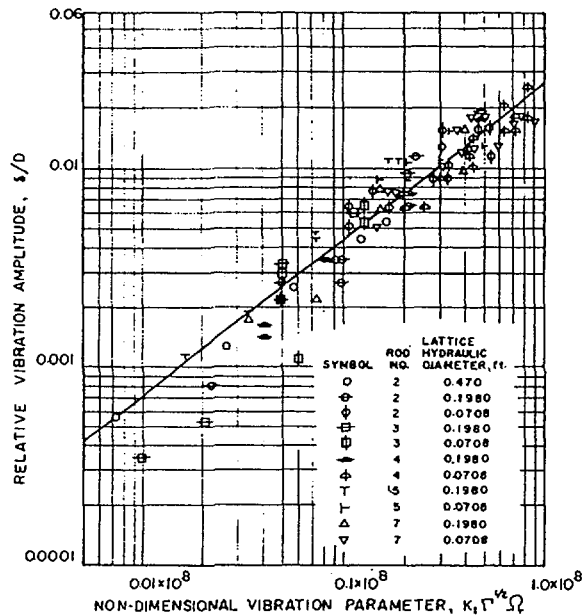


Figure 2 Variation of Relative Amplitude of Vibration with Vibration Parameter

1962년 Quinn[2]은 축방향 유동에 의한 실린더의 진동에 관한 연구 결과를 발표하였다. Quinn도 Burgreen과 동일한 진동 기구를 받아들였다. Quinn이 제시한 자려진동 기구의 기본적인 가정은 봉의 형상적인 불완전성

에서 출발한다. 휘어진 봉이 유체장내에 존재한다고 가정하면 봉 곡면부의 내측을 흐르는 유체에 의하여 원심력이 발생하고 이러한 원심력에 의하여 봉이 운동할 수 있고, 일단 운동을 시작하면 봉의 횡방향 변위에 따라 봉에 작용하는 원심력도 변하므로 연속적인 진동 운동이 가능하다고 볼 수 있다. 이때 작은 횡방향 진동에 의한 감쇄는 이러한 운동에 기여하는 바가 상당히 작다. 이러한 가정하에 다음과 같은 잠정적인 이론적 모델을 제시하였다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \rho AU^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{d^2 y_0}{dx^2} \right) + \frac{1}{2} \rho d C_d \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) + (m + \rho A) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

식 (4)의 두 번째 항은 여러 연구자가 + 이어야 한다고 지적하였다. 일차원 축류의 운동량 방정식을 다음과 같이 제시하였다.

$$\rho \frac{dU}{dt} + \frac{1}{2} \rho f U^2 \{ D_h [1 + \beta_e (e + y_0 + y)^2] \}^{-1} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (5)$$

상기 식에서 y_0 는 봉의 초기 휨을, d 는 봉의 직경, C_d 는 봉의 형상에 따른 항력계수, D_h 는 유로면적, β_e 는 편심계수, 그리고 e 는 봉 지지점에서의 유체편심량 등을 나타낸다.

한편 식 (4)에서 유체탄성과 관성항을 무시하고, 횡변위는 유동이 없는 봉에서 다음과 같은 자유진동모드 [Appendix A]를 따른다고 가정하고,

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{r^4}{l^4} y \quad (6)$$

또한 봉의 횡방향 형상 불완전에 기인한 변위 및 봉의 진동에 의한 변위를 각각 식 (6)에 있는 봉의 고유진동수 계수 (r)가 포함된 다음의 식으로 가정하면.

$$Y(t) = \frac{1}{rL/l} \int_0^{rL/l} \left| y\left(\frac{rx}{l}, t\right) \right| d\left(\frac{rx}{l}\right) \quad (7, 8)$$

$$N = \frac{1}{rL/l} \int_0^{rL/l} \left| y_0\left(\frac{rx}{l}\right) \right| d\left(\frac{rx}{l}\right)$$

식 (4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$EI \frac{r^4}{l^4} Y Y' + \frac{r^2}{l^2} \rho A U^2 (iY + jN) Y' + \frac{1}{2} h \rho d C_d |Y'| (Y')^2 + (m + \rho A) Y' Y'' = 0 \quad (9)$$

여기서 h, i, j 는 식(1)의 공간변수를 제거하기 위하여 식 (7,8)의 정의에 의해 전 길이에 걸쳐서 적분하여 생기는 항이 된다. Quinn은 식 (9)에서 변위와 속도를 시간에 대하여 독립적인 상수의 성분과 영(0) 평균 속도에서 시간에 종속적인 성분으로 나누었다. 이에 따라 식 (9)를 다음의 식 (10)과 같이 표현하였다.

$$(m + \rho A) Y_p'' + [EI \frac{r^4}{l^4} + i \frac{r^2}{l^2} \rho A U_c^2] (Y_p + Y_c) + \frac{1}{2} h \rho d C_d |Y_p'| |Y_p'| + 2 \frac{r^2}{l^2} \rho A N j U_c U_p + \frac{r^2}{l^2} \rho A U_c^2 j N = 0 \quad (10)$$

여기서 하첨자 p 는 시간에 독립임을 c 는 시간에 종속임을 표시한다.

Quinn 은 단면적의 평균속도의 시간에 대한 평균은 시간에 대해 변하는 속도에 비해 상당히 크다고 가정하고 식 (10)을 다음의 식 (11)과 같이 줄였다.

$$(m + \rho A)Y_p'' + [EI \frac{r^4}{l^4} + i \frac{r^2}{l^2} \rho A U_c^2]Y_p + \frac{1}{2} h \rho d C_d |Y_p'| Y_p' + 2 \frac{r^2}{l^2} \rho A N j U_c U_p = 0 \quad (11)$$

그리고 다음의 (12)식을 얻었다.

$$Y_c = - \frac{\rho A U_c^2 j N}{EI \frac{r^2}{l^2} + i \rho A U_c^2} \quad (12)$$

한편 식 (5)도 공간 변수를 소거하기 위하여 봉의 전길이에 걸쳐서 적분하고, 시간에 종속인 변수와 독립인 변수로 나누면 다음의 식을 얻게 된다.

$$\frac{dU_p}{dt} + \frac{f U_c}{D_h} U_p = \frac{f U_c^2}{D_h} \beta (m e + k N) Y_p \quad (13, 14)$$

$$\frac{f}{2 D_h} U_c^2 = \frac{\Delta P}{\rho L}$$

식 (11)을 U_p 의 항으로 정리하여 U_p 와 dU_p/dt 를 구하여 식 (13)에 대입하면 다음 페이지의 (15) 식을 얻을 수 있다.

식 (15)에서 Routh-Hurwitz criterion [Appendix c]을 적용하여 계의 진동이 스스로 유지되는 조건을 찾으면 봉 지지점의 편심방향으로 봉의 휨이나 혹은 봉의 평균 편심이 지지점의 편심보다 클 때가 된다.

$$\begin{aligned}
(m + \rho A)Y_p''' + \frac{fU_c}{D_h}(m + \rho A)Y_p'' + h\rho dC_d|Y_p'|Y_p'' + [EI\frac{r^4}{l^4} + i\frac{r^2}{l^2}\rho AU_c^2]Y_p' \\
+ \frac{1}{2}h\frac{fU_c}{D_h}\rho dC_d|Y_p'|Y_p' + \frac{fU_c}{D_h}[EI\frac{r^4}{l^4} + i\frac{r^2}{l^2}\rho AU_c^2] \\
+ 2\frac{r^2}{l^2}\rho AU_c^2\beta(me + kN)jN]Y_p = 0
\end{aligned} \tag{15}$$

Quinn 은 식 (15)의 해를 다음과 같이 가정하고, 'Harmonic Balance' 법을 채택하여 진폭과 진동수를 구하였다.

$$Y_p = A\sin \omega t + O(z\omega t) \tag{16}$$

여기서 A 와 ω 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
|A| &= \frac{3\pi r^2}{2 l^2} \frac{AU_c^3 \beta(me + kN)jN}{hdD_h C_d \omega^3 [1 + (\frac{fU_c}{D_h})^2]} \\
\omega^2 &= \omega_0^2 + i\frac{r^2}{l^2} \frac{\rho AU_c^2}{(m + \rho A)} + 2\frac{r^2}{l^2} \frac{\rho A f^2 U_c^4 \beta(me + kN)jN}{(m + \rho A)D_h^2 \omega^2 [1 + (\frac{fU_c}{D_h})^2]}
\end{aligned} \tag{17, 18}$$

$$\omega_0^2 = \frac{r^4}{l^4} \frac{EI}{m + \rho A} \tag{19}$$

상기 식 (18)의 진동수 ω 는 유속의 변수로 나타나있다. 마지막 두 항은 정지된 유체에서는 영이므로 계의 고유 진동수는 식 (19)으로 표시된다.

Quinn 은 실제 유체내에서 단일 핵연료봉과 핵연료봉 다발들의 동적 응답을 측정하였다. 사용한 실험 조건은 최대 1000 psig 및 최대 Reynolds

No. 1800000, 그리고 최대온도 500 °F 였다. 다음의 Figure 3은 단일봉
 실험의 단면도를 나타내며, 이 단면도는 다음과 같다.

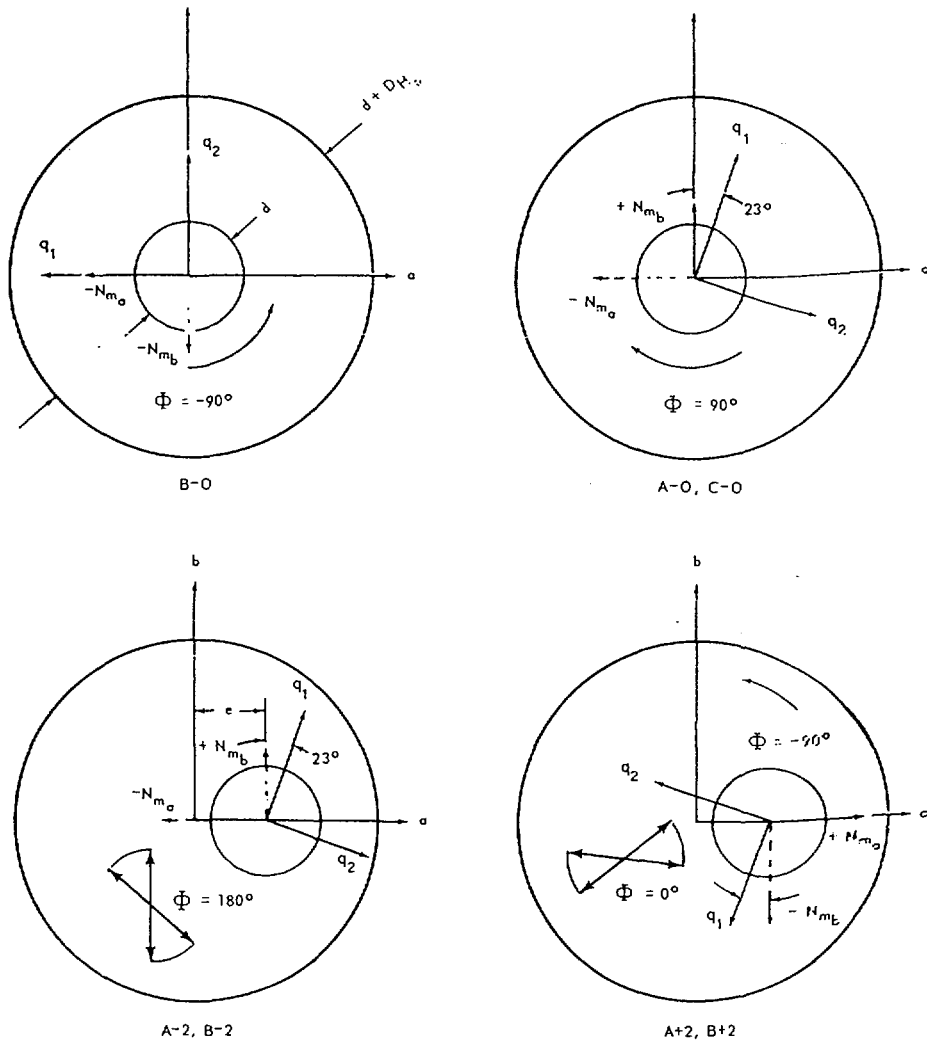


Figure 3 Cross Section of Single Rod Test Section at Support Level Showing Cage Orientation (q_i is Positive in Calibration Signal)

Figure 4는 유체의 유속이 증가함에 따라 고유진동수가 증가하는 경향을 보이는 그래프로서 실험 결과와 이론적인 모델이 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다.

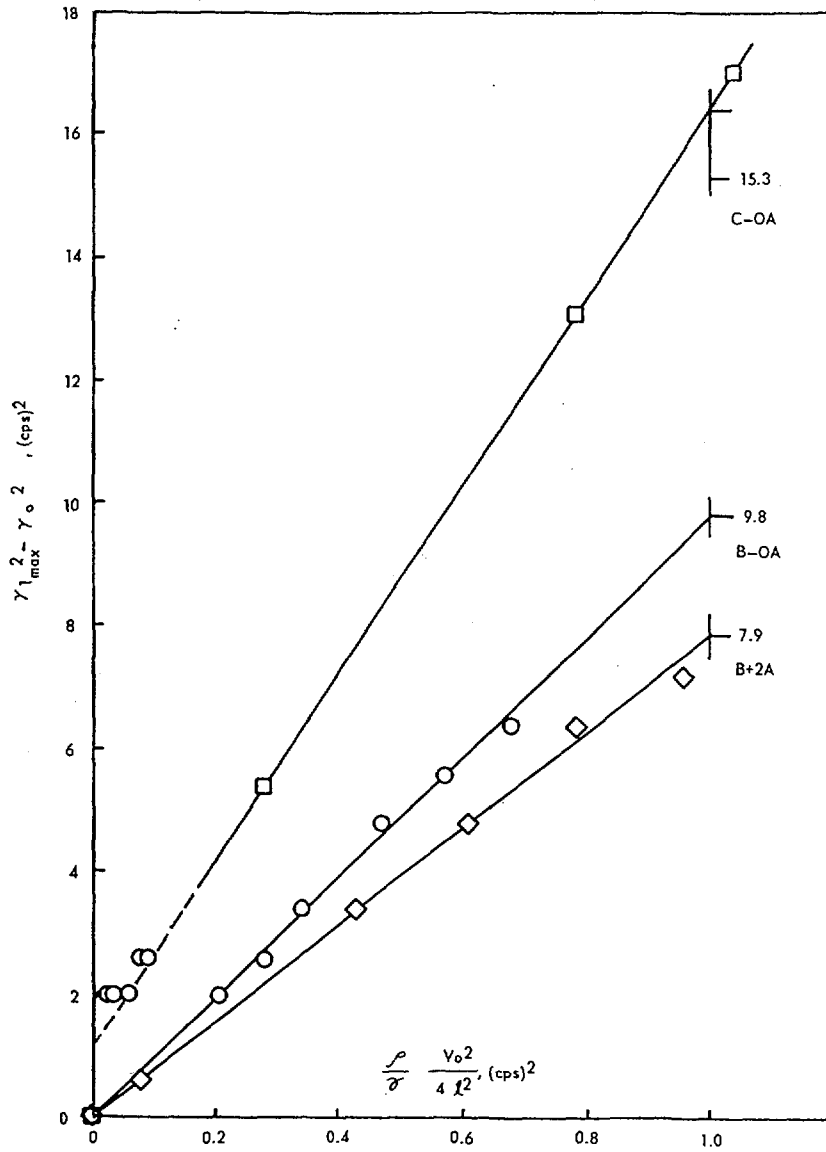


Figure 4 Single Rod, single phase frequency change - analytical parameter group

현재 경수로 핵연료의 경우는 Figure 4의 가로축에 해당하는 값이 1.0보다 크기 때문에 이에 상응하게 고유진동수가 증가할 것으로 보인다. 수치적인 예를 들어보면 다음과 같다.

경수로 핵연료봉의 경우 냉각수의 유속은 6 m/s, 스펠 길이는 0.5 m, 물의 밀도는 약 900 kg/m³, 봉의 밀도는 약 1×10⁴ kg/m³, 그리고 정지된 물속에서 기본 고유진동수는 대략 35 Hz 라고 할 수 있고, 이 경우 가로축의 계수는 약 3.2가 되므로 주어진 그래프를 외삽하면 대략 32 정도의 세로축 값을 얻을 수 있으므로, 따라서 6 m/s 속도로 흐르는 고온의 냉각수 속에서 봉의 고유진동수는 35.5 Hz로 높아지게 된다. 물론 이러한 계산에는 재료의 물성치 변화와 지지점 지지력의 물리적 변화를 고려하지 않았다.

최대진폭의 예측은 다음의 Figure 5 및 6에 나타나 있다. 이러한 두 그림으로부터 알 수 있는 바와 같이 최대진폭이 유속에 종속적인 변수와 선형적인 관계를 보이고 있다. 또한 제시된 모델에 의한 봉의 진폭은 대체로 유속의 증가에 따르는 경향이 있지만 진폭이 작은 영역에서는 예측치와 실험적인 데이터 사이에 상당한 차이가 있음을 알 수 있다. Quinn은 데이터가 이론적으로 예측한 값과 잘 맞기 시작하는 곳의 속도를 임계속도로 규정하였다. 이러한 임계속도는 물리적으로 자려진동이 시작되는 속도라고 하였다.

Figure 7은 Burgreen[1]의 데이터와 Quinn의 이론모델에 의한 최대진폭의 예측치를 도시한 그래프로서, 앞선 2종류의 Figures와 같이 유속에 종속적인 변수에 대하여 나타내었다. Figure 7은 Burgreen 데이터와 Quinn의 예측 모델이 상당한 정도로 잘 일치함을 보여주고 있다.

이러한 연구 결과에 대하여 Paidoussis[7]은 자려진동으로 제시된 모델(식 4, 17 및 18)에는 봉의 힘에 대한 정보가 필요하기 때문에 실제로 Quinn의 모델을 이용하기 어렵게 한다고 지적하였다. 계속하여 그는 Quinn의 비선형 진동모델에는 유체유발 감쇄항이 존재하지 않기 때문에 작

고, 안정적인 한계 사이클 (small and stable limit-cycle) [Appendix B]이 존재해야 하고, 따라서 진폭의 변화가 없어야 한다고 하였다. 이에 더하여 만일 진동이 임의 진동 (Random Vibration) 하에 있다면 이러한 사실 자체가 자려진동의 가능성을 부인하는 것이 된다.

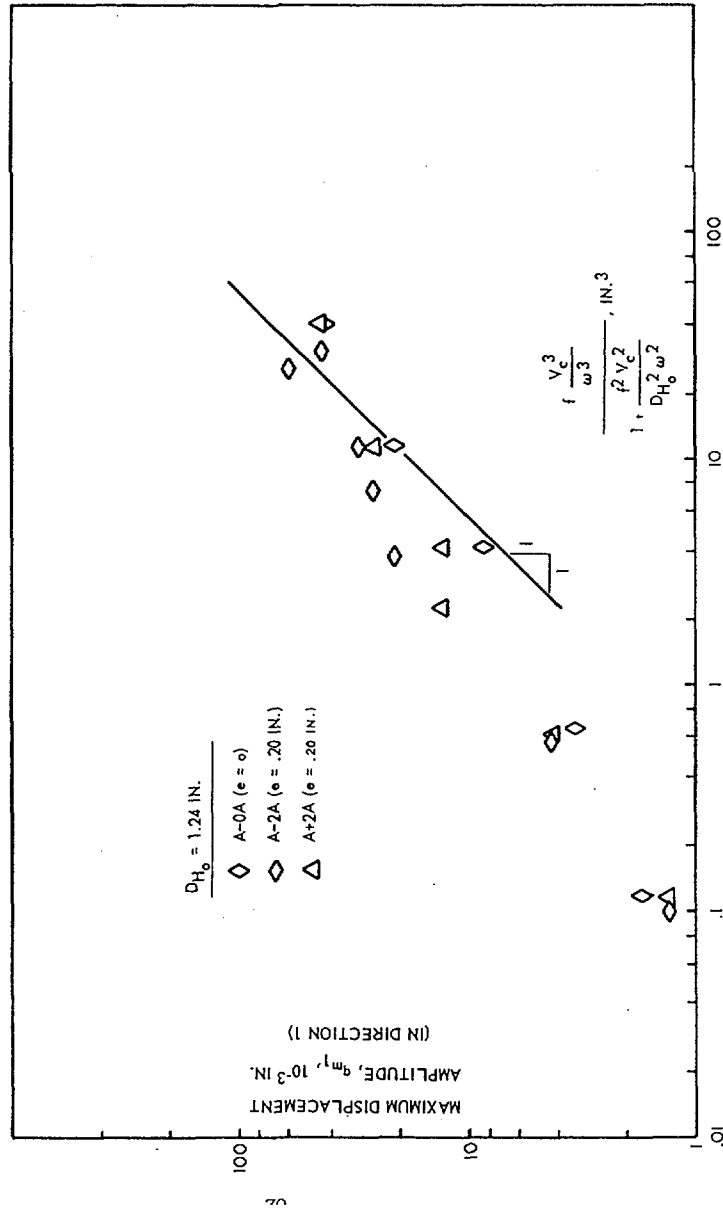


Figure 5 Single Rod, Single Phase Amplitude
- Analytical velocity Group

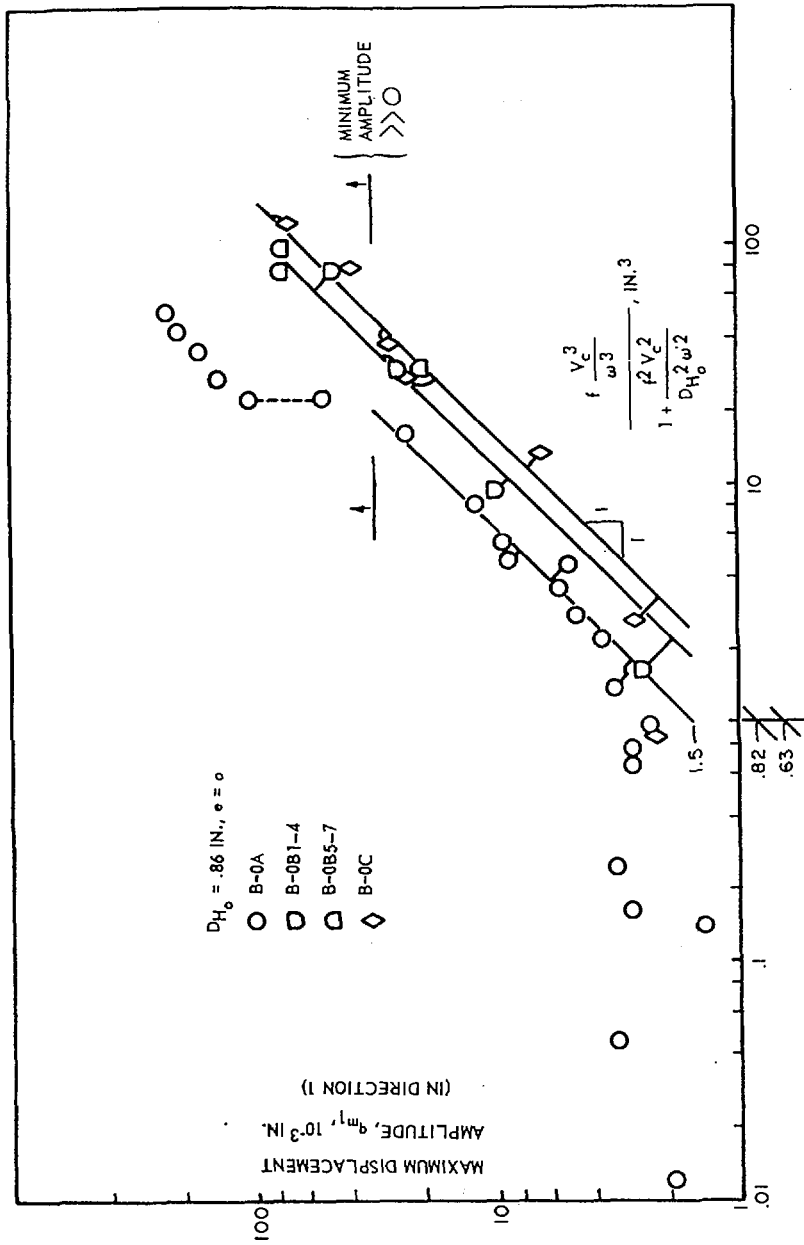


Figure 6 Single Rod, Single Phase Amplitude
 - Analytical Velocity Group

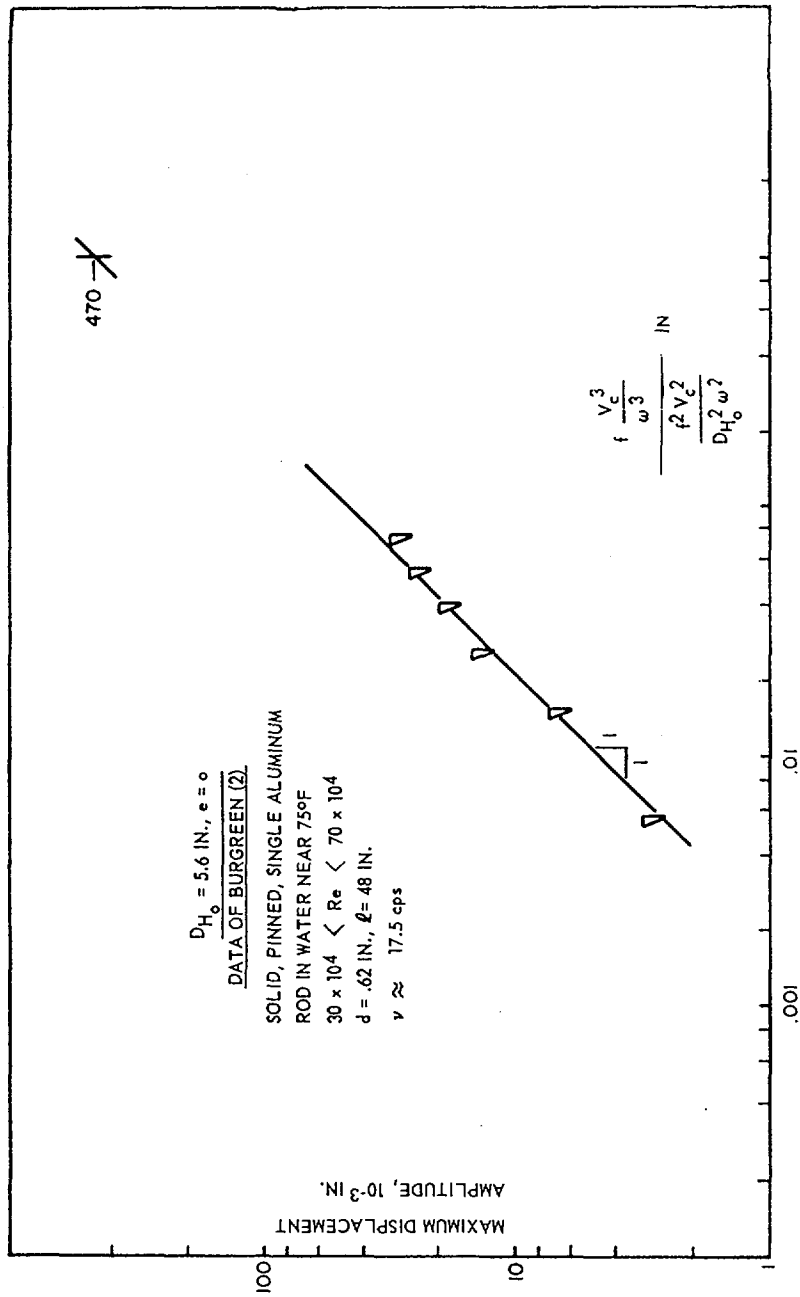


Figure 7 Single Rod, Single Phase Amplitude compared with Data of Burgren

2. 힘기인 진동 모델 (Forced Vibration Models)

완전히 이론적인 힘 기인 진동모델 (Forced vibration model)을 제시하기는 불가능한 것처럼 보인다. 그 이유는 핵연료봉을 진동시키는 힘 중에서 이론적으로 모델화 할 수 있는 것이 많지 않기 때문이다. 핵연료봉의 진동을 축류에 기인한 진동으로 분류하는 데에는 이견이 없으나, 실제 연료봉 사이로 횡류가 발생하고, 횡류에 의한 진동은 축류보다 직접적이기 때문에 작은 속도도 무시할 수 없음은 주지의 사실이다. 연료봉을 진동시키는 유체에 의한 가진력은 정상 유체력 (steady fluid forces), wake forces, 그리고 전체 계의 고유적인, far-field noise 들과 같은 인자들이 있다. 핵연료봉 진동에 있어서 지지격자의 역할은 알려진 바가 없으나, 실제 연료봉의 진동에 기여하는 바가 크다는 것에 이론을 제기하는 사람은 없을 것이다. 지지격자 자체의 진동이 핵연료봉의 접촉 부위를 통해 직접 전달되는 기계적인 진동원과 지지격자 형상에 의해 발생하는 횡류에 의한 진동원 등은 이론적인 모델을 제시하기 어려우며, 설사 어떤 핵연료 형태에서 규명되었다 하더라도 이렇게 제시된 모델을 실제 모든 핵연료에 적용하기 어렵다. 지금까지 대부분의 연구는 지지격자의 역할은 무시한 모델에 의한 연구가, 예를 들어 양단이 고정 혹은 단순 지지된 실린더, 대부분이다. 또한 유체력 중에서도 이론적인 모델을 제시하기 쉬운 난류 경계층내의 압력섭동 (pressure fluctuation)을 연료봉의 가진력으로 보고 이를 통계적인 방법으로 접근하여 진동 모델을 제안하고 있다. 이러한 모델들은 압력섭동에 관한 데이터를 얻기 위하여 직접 실험을 하거나, 앞선 연구자가 제시한 실험 데이터를 이용

하였다. 예상할 수 있는 바와 같이 이와 같은 각각의 모델은 실험장치에 따라 변하는 far-field noise 에 대한 항이 반영되어 있지 않기 때문에 동일한 연구자의 이론 모델과 실험결과는 상당한 정도의 정확도로 일치하나, 다른 연구자의 실험결과와는 잘 맞지 않는다. 본론으로 들어가기 전에 우선 축류유동에서 실린더의 운동방정식에 대한 S.S. Chen[20]의 연구내용을 요약하면 다음과 같다.

1) 축류 유동장에서 실린더의 운동방정식

축류 유동장에 있는 실린더에서 다음의 Figure 8 과 같은 미소요소를 고려하자.

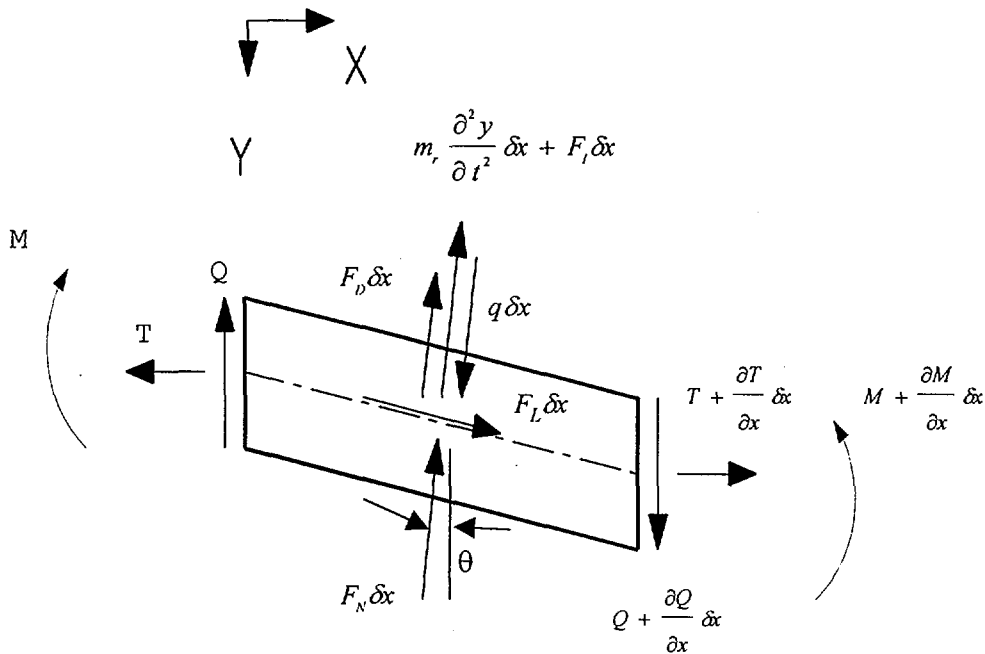


Figure 8 Forces and Moments Acting on an Element

여기서 v 는 길이방향 유속, T 는 인장력, Q 는 전단력, M 은 굽힘 모우먼트, m_r 은 단위 길이 당 질량, F_D 는 단위길이 당 점성감쇄력, F_N 은 단위 길이 당 횡방향 항력, F_L 은 단위길이 당 길이방향 항력, 그리고, F_I 는 실린더에 작용하는 단위길이 당 횡력으로 실린더에 대한 횡유동의 모멘텀 변화에 의해 발생한다.

$$F_I = m_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 y \quad (20)$$

여기서 m_f 는 유체에 의한 부가 질량으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m_f = \frac{\pi D^2}{4} \rho C_M \quad (21)$$

여기서 D 는 실린더 직경, ρ 은 물의 밀도, 그리고 C_M 은 부가질량 계수이다. 요소의 종 및 횡방향 힘의 평형식으로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial T}{\partial x} + F_L = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - m_r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - F_I - F_N - F_D + q = 0 \quad (23)$$

그리고 모우먼트 평형으로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial M}{\partial x} - Q + T \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (24)$$

실린더 재료의 Kelvin 형 stress-strain 관계식과 고전 재료역학의 보 관계식으로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon + \mu \dot{\varepsilon}, \\ \sigma &= Mz / I, \\ \varepsilon &= -z \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (25) \sim (26)$$

$$\therefore M = -E \left(I \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^3 y}{\partial t \partial x^2} \right)$$

여기서 μ 는 내부 감쇄계수, z 는 각 섬유소에서 중립축까지의 거리이다.

식 (20), (22), (23), (24) 및 (26)으로부터 다음과 같은 횡방향 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu I \frac{\partial^5 y}{\partial t \partial x^4} + m_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 y + F_N + F_D + F_L \frac{\partial y}{\partial x} \\ - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m_r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q \end{aligned} \quad (27)$$

다음으로 항력 F_L 및 F_N 그리고 감쇄력 F_D 와 인장력 T 에 대하여 고찰하기로 한다. Taylor 에 의하면 실린더에 경사지게 흐르는 유체에 의해 작용하는 힘은 다음과 같다고 한다.

$$F_N = \frac{1}{2} \rho D V^2 (C_D \sin^2 \theta + C_f \sin \theta) \quad (28) \sim (29)$$

$$F_L = \frac{1}{2} \rho D V^2 C_f \cos \theta$$

여기서 C_D 및 C_f 는 항력계수이다. 그리고 θ 는 다음과 같이 표시된다.

$$\theta = \arcsin \left[\frac{1}{V} \left(\frac{\partial y}{\partial t} + V \frac{\partial y}{\partial x} \right) \right] \quad (30)$$

실린더의 운동이 작은 경우 θ 가 작기 때문에 앞의 식 (28) 및 (29)는 다음과 같이 쓸 수 있다고 한다.

$$F_N = \frac{1}{2} \frac{m_f}{D} V C_N \left(\frac{\partial y}{\partial t} + V \frac{\partial y}{\partial x} \right) \quad (31), (32)$$

$$F_L = \frac{1}{2} \frac{m_f}{D} V^2 C_T$$

여기서 $C_N = C_T = 4C_f/\pi C_M$ 이다.

한편 인장력은 초기 인장력에 유체유동에 의해 실린더 외벽에 발생하는 마찰력에 의한 인장력이 더해지게 된다. S.S. Chen에 의하면 유속과 끝단의 고정조건에 따라 변하는 인장력은 다음과 같다고 한다.

$$T(x, t) = \gamma T_0 + \frac{1}{2} C_T \frac{m_f V^2}{D} \left[\left(1 - \frac{1}{2} \gamma\right) l - x \right] + \frac{1}{2} (1 - \gamma) C_T m_f V^2 \quad (33)$$

점성에 의한 감쇄력은

$$F_d = C \frac{\partial y}{\partial t} \quad (34)$$

식 (31), (32), (33) 및 (34)를 앞의 식 (27)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 식(35)을 얻게 된다. 식(35)는 Paidoussis가 유도한 축방향 유동장에서 유연한 실린더의 운동방정식을 근간으로 S.S Chen에 의해서 다시 유도된 식이다. 이러한 완전한 운동방정식은 축방향 유동장에서 실린더의 동적응답을 구하는 문제나 안정성(Stability)을 연구하는 곳에 사용될 수 있다. 이 식은 복잡성 때문에 정해를 구하기 어려우나 많은 경우에 있어서 단순화할 수 있기 때문에 활용정도가 크다고 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu I \frac{\partial^3 y}{\partial t \partial x^3} + m_f V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \gamma T_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{2} C_r \frac{m_f V^2}{D} \left[\left(1 - \frac{1}{2} \gamma\right) l - x \right] \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \\
 & \quad \text{A} \quad \quad \quad \text{B} \quad \quad \quad \text{C} \quad \quad \quad \text{D} \quad \quad \quad \text{E} \\
 & - \frac{1}{2} (1 - \gamma) C_r m_f V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2m_f V \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} + \frac{1}{2} (C_N + C_r) \frac{m_f V^2}{D} \frac{\partial y}{\partial x} \\
 & \quad \quad \quad \text{F} \quad \quad \quad \text{G} \quad \quad \quad \text{H} \\
 & + \frac{1}{2} C_N \frac{m_f V}{D} \frac{\partial y}{\partial t} + C \frac{\partial y}{\partial t} + (m_s + m_f) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t) \\
 & \quad \quad \quad \text{I} \quad \quad \quad \text{J} \quad \quad \quad \text{K}
 \end{aligned} \quad (35)$$

다음의 Table은 앞선 연구자들이 단순화하여 그들의 연구에 사용한 수학적 모델을 정리한 표이다.

Table 1 Mathematical Models and Forcing Functions

| 연구자 | Math. Model | Forcing Function(q) |
|-----------------------------|-----------------------------|---|
| Quinn[2] | A, C, J, K | Self-Excited Vibration |
| Paidoussis[6] | A, C, D, E, F, G H, I, K | $\frac{1}{2} \rho D V^2 \left[C_D \left(\frac{U}{V} \right)^2 + C_r \left(\frac{U}{V} \right) \right],$ U = Cross Flow Component of V |
| Reavis[4] | A, J, K | Turbulent-Boundary-Layer Pressure Fluctuation (T.B.L.P.F.) |
| Gorman[5] | A, J, K | T.B.L.P.F. |
| Kanazawa[21] | A, C, J, K | T.B.L.P.F. |
| Addae and Fenech[20] | A, C, G, K | T.B.L.P.F. |
| Knudson and Smith[20] | A, J, K | Support Excitation |
| Y. N. Chen[20] | A, C, E, I, K | Parametric Resonance |
| S.S. Chen and Wambsganss | A, B, C, E, G, H I, J, K | T.B.L.P.F. |

Table 1에 나타난 바와 같이 많은 연구자들은 난류경계층내의 압력섭동을 힘 함수로 간주한 힘기인 진동 모델을 선호하는 경향이 있다. 힘기인 진동 모델은 Reavis와 Kanazawa가 거의 동시에 발표하였고 그 후 이 이론은 여러 연구자에 의해 폭 넓게 받아들여져 많은 진전을 이루게 된다. 앞서 언급한 바와 같이 축류 유체유발진동 기구의 연구 방향은 크게 3가지로 나눌 수 있는데, 앞서 살펴본 Quinn에 의한 자려진동모델과 Y.N. Chen에 의한 Parametric Resonance 모델 그리고 다수에 의한 힘기인 진동 모델이 그것이다. 힘기인 진동 연구 중 먼저 Reavis와 Gorman의 연구를 살펴보고자 한다.

2) Reavis[3] 및 Gorman[4]의 힘기인 진동 모델

Reavis는 Bakewell[10]의 난류 원관내 유동에서의 압력섭동에 관한 실험결과를 이용하여 축류 진동모델을 제안하였다. 그는 우선 다음과 같은 가정을 도입하였다.

- 가. 핵연료봉은 지지점에서 고정되었다.
- 나. 핵연료봉 표면의 비등과 지지격자 혼합날개에 의한 난류생성은 압력섭동에 영향을 주지 않는다.
- 다. 봉의 진동이 압력장에 미치는 영향은 무시한다.
- 라. 압력장은 봉의 전길이에 걸쳐서 균일하다.
- 마. 횡방향 유동에 의한 전단응력의 영향은 관벽에 수직방향으로의 압력섭동에 의한 영향의 1%정도로 간주하여 무시한다.
- 바. Quinn에 의해 제안된 봉의 1차 보 진동을 지배적인 진동모드로

간주한다.

Reavis 는 1965 년에 랜덤 분포 하중에서의 연속체의 응답을 모드합 방법으로 유도한 W. T. Thomson[19]의 다음의 식을 이용하였다.

$$\langle y(x,t)y(x',t) \rangle = \sum_j \sum_k \phi_j(x) \phi_k(x') \int_0^\infty \left[\frac{H_j(f) H_k^*(f)}{M_j M_k \omega_j^2 \omega_k^2} \int_0^L \int_0^L R_f(x, x', f) \phi_j(x) \phi_k(x') dx dx' \right] df \quad (36)$$

여기서,

$\phi_j(x)$: 봉 진동의 j 번째 모드

$H_j(f)$: j 번째 모드와 관련된 주파수 응답함수

$H_k^*(f)$: $H_j(f)$ 의 공액 복소수

M_j : 정규화된 질량

$\omega_j(x)$: j 번째 고유 진동수

$R_f(x, x', f)$: 힘 함수의 Cross spectral density

Reavis 는 앞서 단순화한 가정을 도입하여 Figure 9와 같은 단일 스펙, 단순 지지 실린더를 핵연료봉의 진동모델로 잡고 진동 진폭의 관심 영역을 스펙의 중앙점으로 고정하여 Thomson의 식을 다음의 식 (37)과 같이 단순화 하였다. 여기서 하 첨자 1은 1차 모드를 나타낸다.

$$\langle y^2(t) \rangle = \frac{1}{M_1^2 \omega_1^4} \int_0^\infty \left[H_1(f) H_1^*(f) \times \int_0^L \int_0^L R_f(x, x', f) \phi_1(x) \phi_1(x') dx dx' \right] df \quad (37)$$

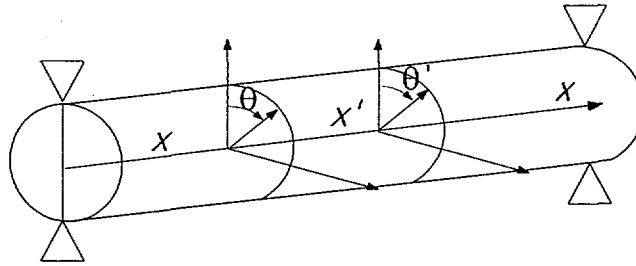


Figure 9 Test Rod Coordinate System
(Reavis and Gorman)

앞의 식 (36) 및 (37)에서 힘 함수의 cross-spectral density는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$R_f(x, x', f) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle f(x, t) f(x', t + \tau) \rangle e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (38)$$

혹은,

$$\langle f(x, t) f(x', t + \tau) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} R_f(x, x', f) e^{i\omega\tau} df \quad (39)$$

식 (39)를 f 로 미분하고 $\exp(-i\omega t)$ 를 양변에 곱하면 힘기인 함수의 cross-spectral density는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$R_f(x, x', f) = \langle f(x, t) f(x', t + \tau) \rangle' e^{-i\omega\tau} \quad (40)$$

실제 디지털 분석기를 사용하는 경우 f 로 미분한다는 의미는 주기 f 에서 분석기의 단위 bandwidth로 나눔을 의미한다. Ergodic 이라는 가정을

도입하여 시간 간격 $\tau=0$ 으로 놓으면, 식 (40)은 다음과 같이 된다.

$$R_f(x, x', f) = \langle f(x, t)f(x', t) \rangle \quad (41)$$

여기서 힘 함수의 spectral density 는 Figure 9 의 좌표를 생각하면 다음과 같이 실제 실린더에 발생하는 압력의 항으로 나타낼 수 있다.

$$\langle f(x, t)f(x', t) \rangle = \frac{d^2}{4} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \langle p(x, \theta, t)p(x', \theta', t) \rangle \cos \theta \cos \theta' d\theta d\theta' \quad (42)$$

Reavis 는 이렇게 유도된 식에 Barkwell 의 난류 관유동에서의 관벽 압력식을 이용하여 자신의 모델을 제시하였고, Gorman 은 식 (42)의 압력섭동의 시간에 대한 평균을 $x-x'$ 좌표의 무차원 변수와 $\theta-\theta'$ 좌표의 무차원 변수로 분리하여 정의한 후 실제 실험으로 압력의 spectral density 를 측정하고 이를 적용하여 그의 모델을 제시하였다. Gorman 은 실제 실험변수로 증기 함량(quality)을 별도로 도입하여 이상 유동에 대한 모델을 제시하였다.

Reavis 는 결국 다음과 같이 핵연료봉 최대 진폭의 평균 제곱근을 제시하였다.

$$\text{RMS Deflection} = \eta_d \eta_D \eta_L \frac{d L N^{0.5}}{W f_n^{1.5} \zeta^{0.5}} U \rho v^{0.5} \quad (43)$$

여기서

d : 봉 직경

L : 봉 스펠 길이

W : 보의 무게

f : 보의 기본 진동수

D : 수로 직경

ζ : 임계 감쇠비

U : 유속

ν : 유체의 동점성 계수

ρ : 유체의 밀도

η_d, η_D, η_L 다음의 Figure 10 에 도시된 무차원 상수를 나타낸다.

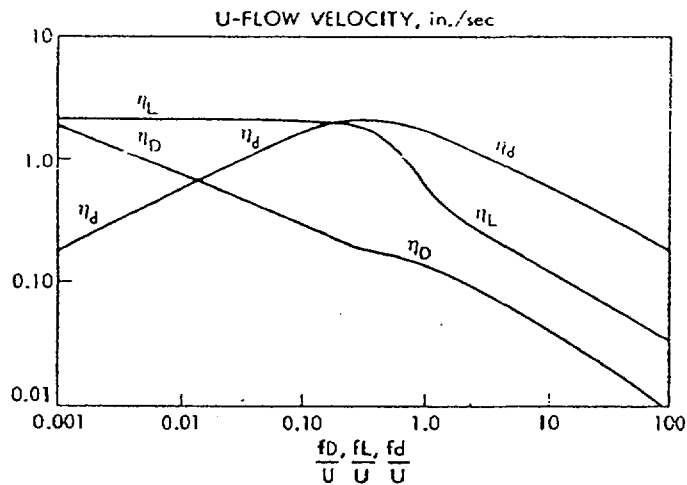


Figure 10 Dimensionless Scale Factors η (Reavis)

유감스럽게도 Reavis 의 식 (43) 에 의한 예측은 다른 사람 (Burgreen,

Sogreah, Pavlica)에 의한 실험 결과와 최대 400 배 이상 차이를 보였다. 그는 보의 길이 당 수로직경을 factor로 실제 실험 데이터를 정정하여 그의 결과가 다른 사람의 실험 결과와 일치함을 보였다. 그의 이런 정정조건을 도시한 것이 Figure 11 이다. Figure 11 을 바탕으로 구한 보정계수를 C 라고 정의하고 이를 앞선 식 (43)에 곱한 보정식을 바탕으로 구한 이론 모델과 실제 측정데이터를 동시에 도시한 것이 다음의 Figure 12 이다. Figure 12 에서 보는 바와 같이 Reavis 의 진동 모델은 여러 다른 연구자에 의해 얻어진 측정값과 근사하게 일치하고 있다. 다음에 논의되겠지만 이러한 현상은 실제 실험에서 측정부분전의 far-field에 의한 것으로 추측되는데 이런 부분의 조절여부가 실험 데이터에 미치는 영향이 크다는 것을 단적으로 나타내고 있다.

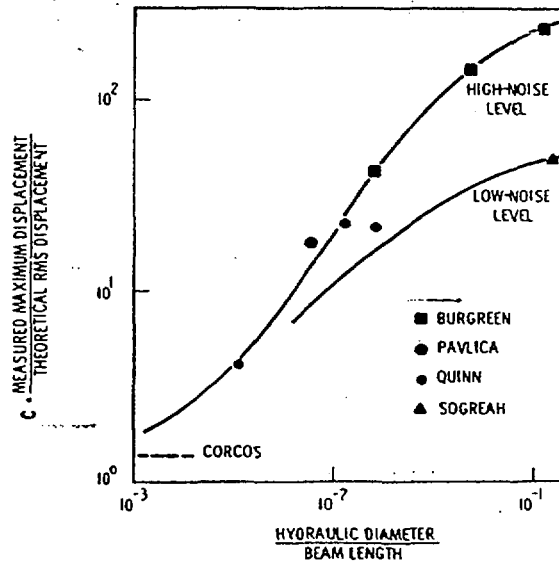


Figure 11 Average Disparity between Theoretical and Experimental Displacement (Reavis)

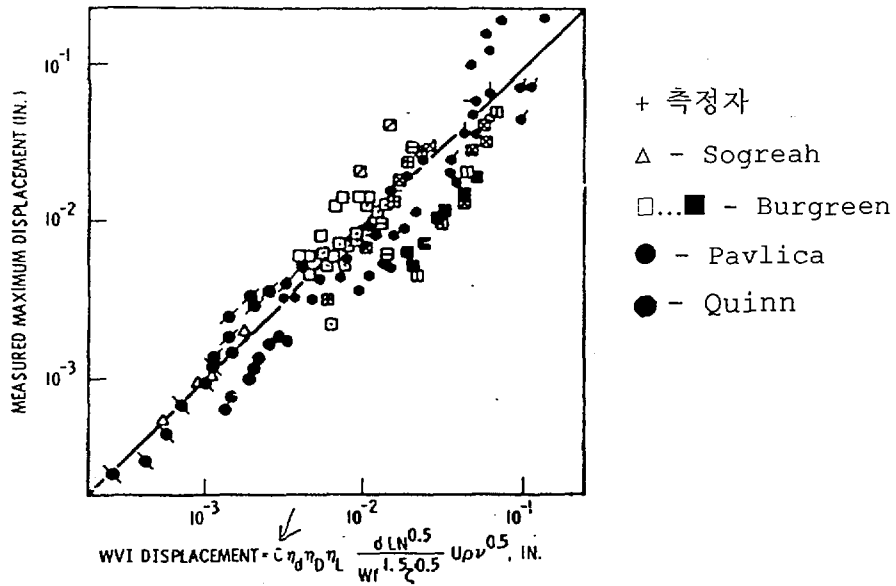


Figure 12 Comparison of Experimental Data with Corrected correlation (Reavis)

한편 Gorman 은 식 (42)에서 압력 섭동의 시간 평균을 다음과 같이 축 방향 함수와 원주방향 함수로 분리 정의하고 이를 실험에 의하여 구하였다.

$$\frac{\langle p(x, \theta, t) p(x', \theta', t) \rangle}{\langle p(t)^2 \rangle} = f(x - x') h(\theta - \theta') \quad (44)$$

$$f(x - x') = \frac{\langle p(x, t) p(x', t) \rangle}{\langle p(t)^2 \rangle} \quad (45)$$

$$h(\theta - \theta') = \frac{\langle p(\theta, t) p(\theta', t) \rangle}{\langle p(t)^2 \rangle} \quad (46)$$

Gorman 은 실험으로 구한 Figure 13 및 14 와 같은 data 를 curve fitting 한 후 다음과 같은 축방향 함수에 대한 식을 구하였다.

$$f(x - x') = \exp(-\alpha|x - x'|) \cos \beta(x - x') \quad (47)$$

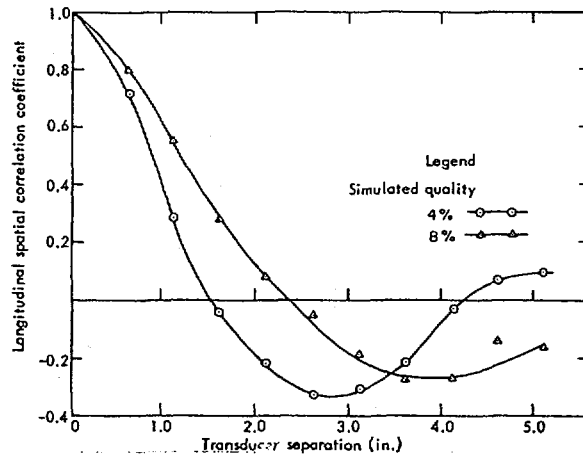


Figure 13 Typical Longitudinal Spatial Correlation Coefficient (Gorman)

식 (47)에서 α 및 β 는 이상 유동을 가상하는 경우 증기의 Quality 에 따라 변하는 상수이다. α 는 증기 quality 4% 에서 0.30 이고 44% 에서 0.15 의 값을 가지며, β 는 4%에서 0.95 이고 44% 에서 0.48 의 값을 갖는다.

식 (46)의 원주 방향 함수는 축방향 함수와 같이 측정된 데이터를 curve fitting 하여 구하였는데 그 결과는 다음의 식 (48)과 같다.

$$h(\theta - \theta') = \cos(\theta - \theta') - \lambda \sin 2|\theta - \theta'| \quad (48)$$

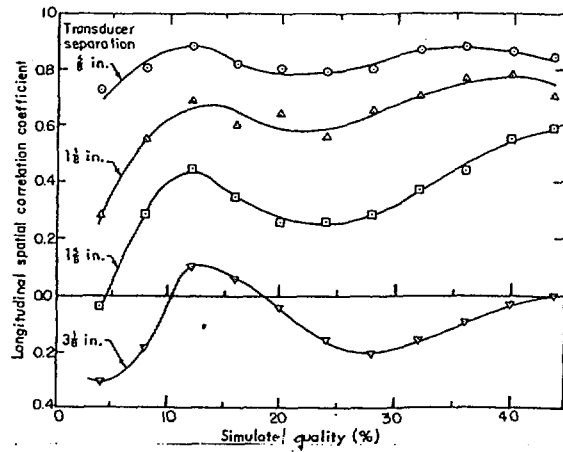


Figure 14 Longitudinal Spatial Correlation Coefficient vs Simulated Quality for Transducer separations (Gorman)

여기서 λ 는 증기 quality에 따라 변하는 상수로 4%에서 0.04 그리고 44%에서 0.12 이다. 실험으로 얻은 데이터와 fitting 된 곡선을 동시에 도시하면 다음의 Figure 15와 같다.

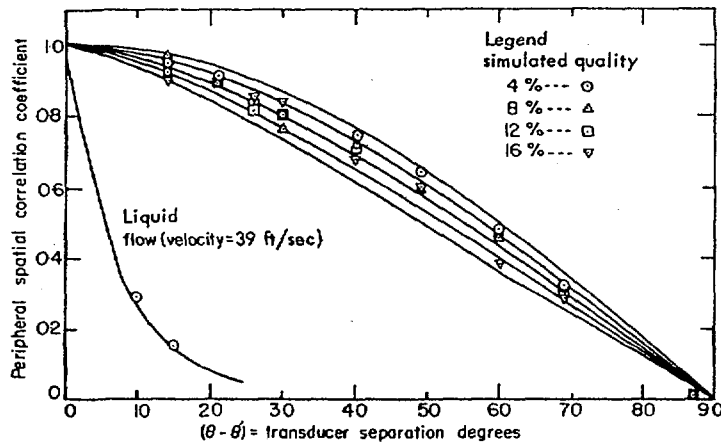


Figure 15 Peripheral Spatial Correlation Coefficient data (Gorman)

Gorman 의 제시한 모델로 예측한 진동 진폭의 rms 값과 실제 측정값을 도시하면 다음의 Figure 16 과 같다.

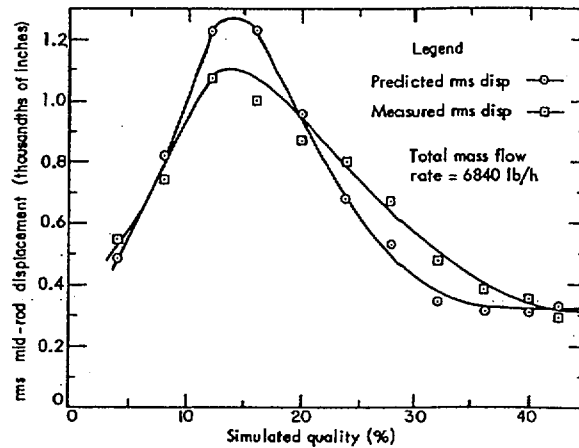


Figure 16 Measured and Predicted rms Mid-rod Displacement vs Simulated Quality (Gorman)

흥미있는 사실은 증기 quality 12% 근처에서 최대 진폭을 나타내었는데 이런 결과는 Pettigrew 의 측정결과와 동일하다고 한다. 이런 이유는 quality 15% 이하에서는 평균 물의 밀도가 quality 에 역 비례하고, 물의 밀도를 기초로 한 유속은 quality 에 비례하기 때문이라고 한다. Gorman 의 모델은 Figure 16 에 도시된 바와 같이 만족할 만한 이론적인 예측 모델을 만들었다고 볼 수 있다. Thomson 의 랜덤진동 모델을 근거한 Reavis 나 Gorman 의 이론식은 유체의 유동에 의해 발생하는 경계층내의 압력섭동이 핵 연료봉에 진동을 야기하는 에너지라고 보고 있다. 이러한 상관 관계는 Gorman 이 제시한 다음과 같은 진동 진폭과 압력섭동을 동시에 도시한 Figure 17 로 알 수 있다.

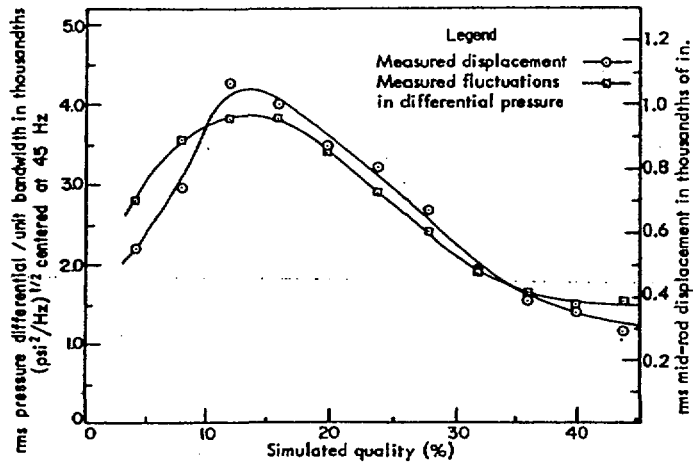


Figure 17 Measured Displacements and Pressure Fluctuation vs Simulated Quality (Gorman)

Figure 18 에 도시된 압력섭동의 Power spectral density(PSD) 는, 27 Hz 의 고유진동수를 갖는 봉을 이용하여 측정한 것으로 일차 고유진동수에서 최대값을 가지며 모사된 증기 quality 12% 의 데이터가 최대치를 갖는 것을 확인하였다.

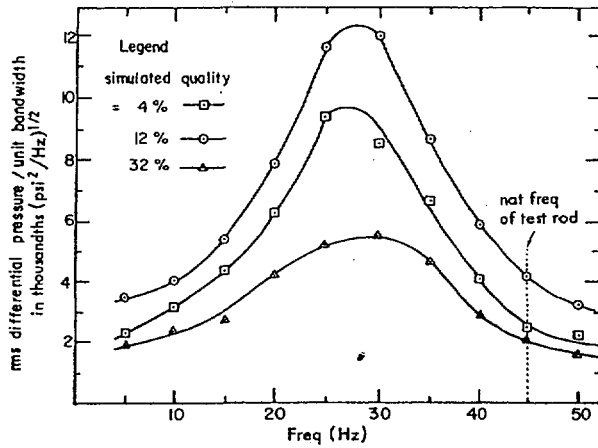


Figure 18 Pressure Fluctuation PSD for Different Qualities with a $f_n=27$ Hz Rod (Gorman)

Figure 19는 실제 실험한 45 ~ 50 Hz 사이의 고유진동수를 갖는 봉을 이용하여 측정된 진동진폭의 PSD로서 역시 고유진동수 부근에서 최대값을 갖는 것을 확인하였다.

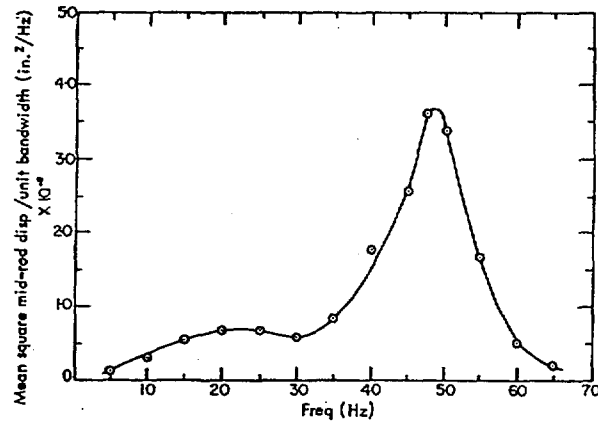


Figure 19 PSD of mid-rod Displacement ($f_n=47$)
(Gorman)

3) Kanazawa 의 힘기인 진동 모델 [21]

Kanazawa 는 1965 년에 Paidoussis 의 축방향 유동에서 유연한 실린더의 수학적 모델에 랜덤진동 이론을 적용하여 핵연료봉의 축류유체유발 진동 연구를 수행하였다. 그는 이와 관련된 연구로 1969 년 University of Illinois 에서 박사학위를 취득하였다. Kanazawa 이전에 Paidoussis 는 자려진동모델을 이용하여 유연한 실린더에서 발생하는 유체탄성불안정과 좌굴에 대하여 연구결과를 발표하였다. 그 외 그는 유체유발 진동에 의해 발생하는 최대진폭을 예측할 수 있는 반 실험적 모델을 제안하였다.

Kanazawa 는 난류유동에서 발생하는 핵연료봉의 진동은 결정론적으로 접근할 수 없다는 사실에 착안하여 Paidoussis 의 진동모델에 랜덤이론 [Appendix E] 을 적용한 연구를 수행하게 된다. 왜냐하면, 난류유동은 random process 이고 이에 의해 발생하는 힘 또한 random process 이기 때문에 통계적인 방법을 사용하여야 할 것이기 때문이다. Random process 에서 한번 관측되는 최대 진폭은 어떤 면에서 의미가 없다.

(1) 실린더의 운동방정식

Kanazawa 는 앞서 설명한 Paidoussis 의 운동방정식을 이용하였다.

Figure 8 에서 다음과 같이 축방향의 힘의 평형식을 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial V} + F_N + m_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 y + m_r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) + F_D + q = 0$$

(49)

여기서 축방향 인장력 T 는 다음과 같이 인장력 (T_0)에 실린더의 표면 마찰력에 의해 부가되는 인장력을 합한 것이 된다.

$$T = T_0 + \frac{1}{2} \rho D V^2 C_f \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad (50)$$

그리고 소산력 (Dissipation Force) F_b 는 횡류에 의한 항력과 같다고 보면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_b = \frac{1}{2} \rho C_D \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \quad (51)$$

외력 q 는 Paidoussis [6]의 경우와 같이 난류에 의해 발생하는 횡류 성분 (v')에 의해 발생한다고 가정하였다.

$$F_T = \frac{1}{2} \rho D V^2 \left[C_D \left(\frac{v'}{V} \right)^2 + C_f \left(\frac{v'}{V} \right) \right] \quad (52)$$

식 (31), (32), (50), (51) 및 (52)식들과 보 이론으로부터 $\partial Q / \partial x$ 대신 $(EI) \partial^4 Q / \partial x^4$ 을 식 (49)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
& EI \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + \left[(m_f V^2 - T_0) - \frac{1}{2} \rho D V^2 C_f \left(\frac{L}{2} - x \right) \right] \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2m_f V \frac{\partial y}{\partial x \partial t} \\
& + \rho D V^2 C_f \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{2} \rho D V C_f \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho D C_D \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \\
& + (m_f + m_r) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \rho D V^2 \left[C_D \left(\frac{\dot{v}}{V} \right)^2 + C_f \left(\frac{\dot{v}}{V} \right) \right] = 0
\end{aligned} \tag{53}$$

kanazawa 는 식 (53) 에서 다음과 같은 가정을 도입하였다.

첫째, $T_0 = 0$

둘째, 난류 유동에 의해 발생하는 힘 함수를 실험에 의하여 구할 수 있는 랜덤함수로 보았다.

$$F(x, t) = -\frac{1}{2} \rho D V^2 \left[C_D \left(\frac{\dot{v}}{V} \right)^2 + C_f \left(\frac{\dot{v}}{V} \right) \right] \tag{54}$$

셋째, 등가 점성 감쇄력 $C(\partial y / \partial t)$ 를 식 (53) 에 있는 다음의 식들과 같다고 가정하였다.

$$\begin{aligned}
F_s = C \frac{\partial y}{\partial t} = & -\frac{1}{2} \rho D V^2 C_f \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \left(\frac{L}{2} - x \right) + 2m_f V \frac{\partial y}{\partial x \partial t} + \rho D V^2 C_f \frac{\partial y}{\partial x} \\
& + \frac{1}{2} \rho D V C_f \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho D C_D \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \cdot \frac{\partial y}{\partial t}
\end{aligned} \tag{55}$$

위의 가정에 입각하면 식 (53)은 다음과 같이 간략히 표시된다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m_j V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + C \frac{\partial y}{\partial t} + M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F(x, t) \quad (56)$$

여기서 $M = m_f + m_r$ 이다.

S.S. Chen 은 식 (55)의 Coriolis 항 (우변의 두 번째항)을 감쇄로 간주한 것은 잘못이라고 하였다[20].

(2) 운동방정식의 해

Kanazawa 는 여러 연구자들에 의해 random 진동의 해를 구하는 방법으로 사용된 정규모드(normal mode)법을 이용하여 해를 구하였다. 보의 정규모드를 얻는 방법은 참고문헌 [21]의 Appendix B를 참조하기 바람.

보의 주파수 응답함수는 다음과 같이 충격응답함수를 Fourier 변환하여 얻을 수 있다.

$$H_n(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(t) e^{-i\omega t} dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (57)$$

충격응답함수도 동일 Appendix 을 참고하기 바람.

힘 함수는 다음과 같이 정규모드들의 무한급수의 합으로 나타낼 수 있다.

$$F(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (58)$$

$$\text{여기서 } F_n(t) = \frac{2}{L} \int_0^L F(x, t) \sin \frac{n\pi x}{L} dx \quad (59)$$

실린더의 응답은 충격응답에 관한 적분법 (Duhamel, 혹은 Convolution integral [Appendix F])에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} y(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} F_n(\tau) h_n(t - \tau) d\tau \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(t - \tau) \frac{2}{L} \int_0^L F(\varepsilon, \tau) \sin \frac{n\pi \varepsilon}{L} d\varepsilon d\tau \end{aligned} \quad (60)$$

가진력이 random 함수일 경우 앞의 식 (60)에서 변위와 힘 함수를 통계적인 표시인 곱의 평균 'E[]' 을 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[y_1(x, t)y_2(x', t')] &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x'}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_m(t - \tau) h_n(t' - \tau') \\ &= \frac{4}{L^2} \int_0^L \int_0^L E[f_1(\varepsilon, \tau) f_2(\varepsilon', \tau')] \sin \frac{n\pi \varepsilon}{L} \sin \frac{n\pi \varepsilon'}{L} d\varepsilon d\varepsilon' d\tau d\tau' \end{aligned} \quad (61)$$

Excitation process를 weakly stationary 그리고 homogeneous 라고 하면 힘의 곱의 기대값은 다음과 같이 교차상관함수 (Cross-correlation function)와 같다.

$$E[f_1(\varepsilon, \tau)f_2(\varepsilon', \tau')] = R_{FF}(\varepsilon - \varepsilon', \tau - \tau') \quad (62)$$

또한 excitation 의 교차 스펙트럼 밀도함수는 교차상관함수의 Fourier 변환과 같다.

$$\Phi_{FF}(\varepsilon - \varepsilon', \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{FF}(\varepsilon - \varepsilon', \tau - \tau') e^{-i\omega(\tau - \tau')} d(\tau - \tau') \quad (63)$$

반대로 교차상관함수는 역 Fourier 변환으로 표시할 수 있다.

$$R_{FF}(\varepsilon - \varepsilon', \tau - \tau') = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{FF}(\varepsilon - \varepsilon', \omega) e^{i\omega(\tau - \tau')} d\omega \quad (64)$$

앞의 식 (62) ~ (64)를 식 (61)에 대입하고 식 (57)을 이용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} R_{yy}(x, x', \tau) &= \frac{4}{L^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x'}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} H_m(\omega) H_n^*(\omega) \\ &\quad \int_0^L \int_0^L \Phi_{FF}(\varepsilon - \varepsilon', \omega) \sin \frac{n\pi \varepsilon}{L} \sin \frac{n\pi \varepsilon'}{L} e^{i\omega \tau} d\varepsilon d\varepsilon' d\omega \end{aligned} \quad (65)$$

여기서 $H_n^*(\omega)$ 는 $H_n(\omega)$ 의 공액 복소수이다.

Excitation 함수의 교차 스펙트럼 밀도함수는 실린더의 표면에 작용하는 불규칙 압력함수로 표시할 수 있다. 불규칙 압력함수는 실린더의 길이방향과 반경방향의 함수이므로 앞의 식의 적분은 길이 및 반경방향 각각의

2 차식의 형태로 표시된다. 스펙트럼 밀도함수는 자기상관함수의 Fourier

변환관계 $S_f = \int_{-\infty}^{+\infty} R_f(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$ 로 표시할 수 있고, 역 변환 관계

$R_f(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_f e^{i\omega\tau} d\omega$ 도 성립한다. 이러한 두 가지를 반영하여 실린더의

응답을 교차스펙트럼 밀도함수로 나타내면 다음과 같다.

$$\Phi_{yy}(x, x', \omega) = \frac{4}{L^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x'}{L} H_m(\omega) H_n(\omega) \int_0^D \int_0^D \int_0^L \int_0^L \Phi_{yy}(\varepsilon - \varepsilon', \eta - \eta', \omega) \sin \frac{n\pi\varepsilon}{L} \sin \frac{n\pi\varepsilon'}{L} d\varepsilon d\varepsilon' d\eta d\eta' \quad (66)$$

실린더 변위의 제곱 평균은 변위의 교차 스펙트럼 밀도 함수를 전 주파수 대역으로 적분하여 얻을 수 있다.

$$\overline{y^2}(x, x') = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(x, x', \omega) d\omega \quad (67)$$

(3) 결론 및 고찰

가) 감쇄

감쇄 측정 결과 시험용 실린더 (9.94 ~ 17.67 Hz) 의 감쇄는 10^{-2} 정도로 상당히 작았다. 물의 온도가 올라감에 따라 감쇄계수도 급격히 감소하는 결과를 얻었고, 실린더의 고유진동수와 감쇄계수와의 상관관계는

연지 못하였으나 낮은 고유진동수를 갖는 실린더가 상대적으로 큰 감쇄계수를 갖는다고 판단하였다. 유체의 유속이 증가함에 따라 감쇄계수도 증가하는 경향은 관찰되었으나 데이터의 분산 정도가 심하게 나타났다. 자세한 Kanazawa 의 등가점성 감쇄의 이론적 모델은 Appendix D 에 자세히 설명하였다. 한가지 언급할 것은 앞의 (1)에서 기술한 바와 같이 Chen 은 Coriolis 항을 감쇄항으로 간주한 것은 잘못이라고 하였다.

나) 실린더의 응답

실험에 의한 실린더의 진동진폭의 확률밀도함수는 전형적인 Gaussian 분포를 나타내었고, 측정된 최대진폭(가운데 지점)의 확률밀도함수는 Rayleigh 분포를 나타내었다. 실험에 사용한 4 가지 봉의 속도대비 최대진폭($X=L/2$)은 Figure 20 에 도시하였다. 무차원 유속 대비 최대진폭은 Figure 21 에 도시 하였다. Figure 21 에서 확인할 수 있듯이 무차원화한 유속대비 진폭은 선형으로 잘 일치하고 있다.

유체통로에 설치한 오리피스에의 영향은 상당히 커서 어떠한 인자보다 지배적이었다. Figure 22 에 도시된 바와 같이 오리피스의 수축비에 따라 진폭은 기하급수적으로 증가하였다. 이것은 Paidoussis 가 언급한 상류쪽의 Far-field noise 가 연료봉의 진동 현상에 미치는 영향의 정도를 짐작하게 한다. Kanazawa 는 실험으로 얻은 데이터를 바탕으로 다음과 같은 진동모델을 제안하였다.

$$\sqrt{y^2(x/L)} = 11.0 \left(\frac{V}{f_0 L} \right)^{1.84} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (68)$$

식 (68)은 실린더 직경 대 관 직경 비가 0.232 일 때 단순 지지된 실린더의 진폭을 예측하는 식이다. 이식은 Figure 20로 도시된 그래프를 식으로 옮긴 것이다. 앞서 언급한 바와 같이 오리피스에 영향을 고려하는 경우 식 (68)은 다음과 같이 수정된다고 한다.

$$\sqrt{y^2(x/L)} = 11.0 \left(\frac{d}{D_0} \right)^4 \left(\frac{V}{f_0 L} \right)^{1.84} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (69)$$

이 식은 $0.5 \leq d/D_0 \leq 0.7$ 범위의 실험결과를 바탕으로 제안된 식이다.

Kanazawa 에 의하면 실린더의 일차모드를 포함하는 주파수 영역대에서 실린더의 주파수 응답함수는 스프링-질량-감쇄를 갖는 일계 자유도 진동의 경우와 유사하다고 한다. 이 경우 진동진폭의 PSD는 주파수응답함수의 절대값의 곱과 압력 PSD의 곱으로 표시된다. 실험에 의하여 얻은 진폭의 PSD와 주파수응답함수로 구한 압력의 PSD는 실제 측정된 PSD와 10^2 정도의 오차가 발생하였다. Kanazawa는 이를 시험 루프 자체의 잡음 때문이라고 하였다. 그는 이런 잡음이 실린더의 진동에 상당한 기여를 한다는 것을 실험적으로 증명하였다. 그리고 이론적으로 실린더 지지대의 변위를 횡방향의 1 차원 진동으로 간주하여 실린더의 총변위를 봉의 굽힘에 의한 변위와 지지대의 횡변위의 합으로 간주하고 이론적인 모델을 제안하였다. 지지점의 진동에 의한 변위는 지지점의 1 차원 횡변위의 스펙트럼 밀도함수의 형태로 표시할 수 있고, 이런 스펙트럼 밀도함수는 지지점 가속도의 자기상관함수와 속도의 자기상관함수 그리고 속도와 가속도의 교차상관함수의 합의 형태로 나타

난다.

또한 Kanazawa 는 여러 사람에 의하여 널리 인용되는 Corcos 의 난류유동하의 교차상관함수를 앞서 유도한 (66)식에 적용하였다. Corcos 가 실험으로 얻은 그래프를 Willmarth 와 Roos 가 curve fitting 하여 제시한 식을 이용하여 난류유동에서 실린더의 진폭을 계산한 결과를 제시하였다 [23].

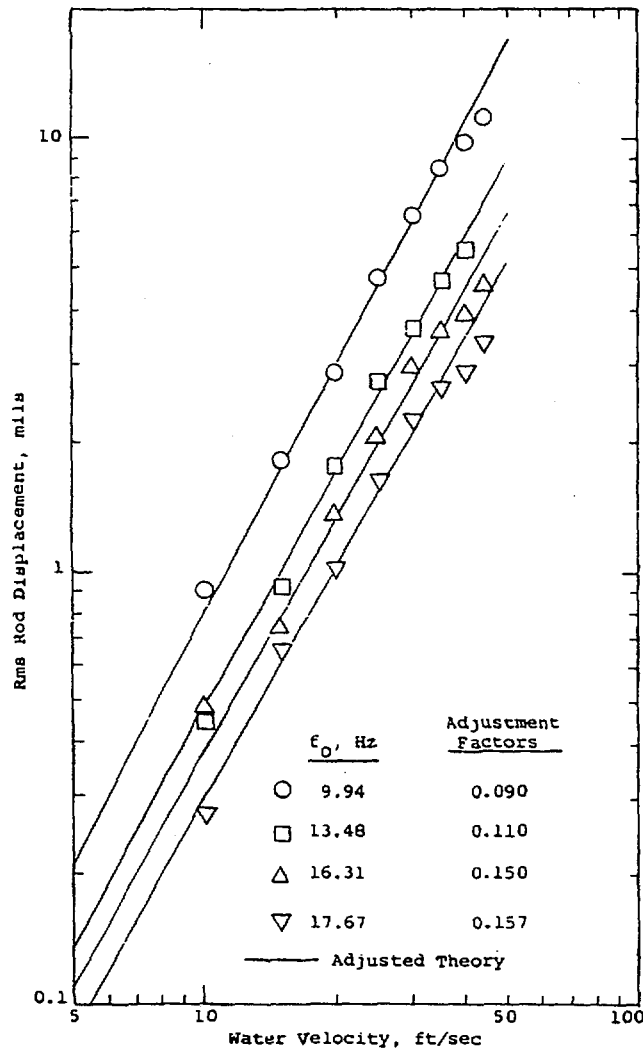


Figure 20 RMS Rod Displacement at $x/L = 1/2$

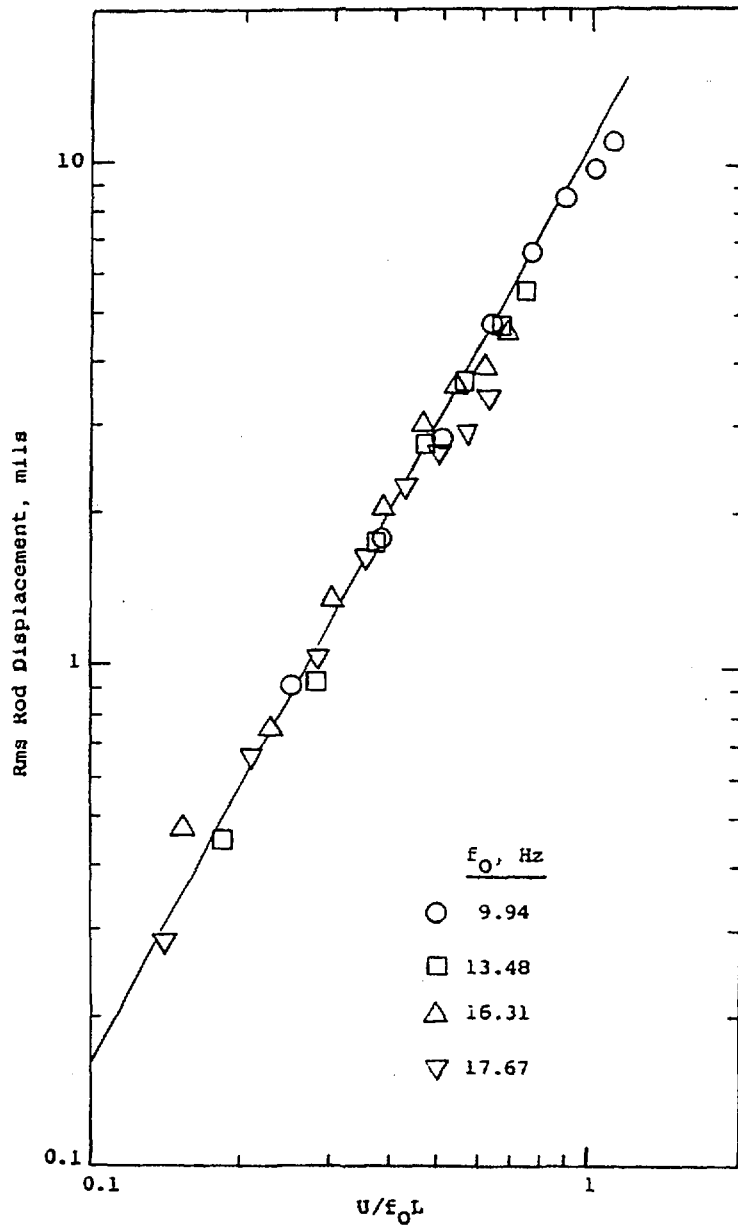


Figure 21 RMS Rod Displacement at $x/L = 1/2$ versus Dimensionless Water Velocity

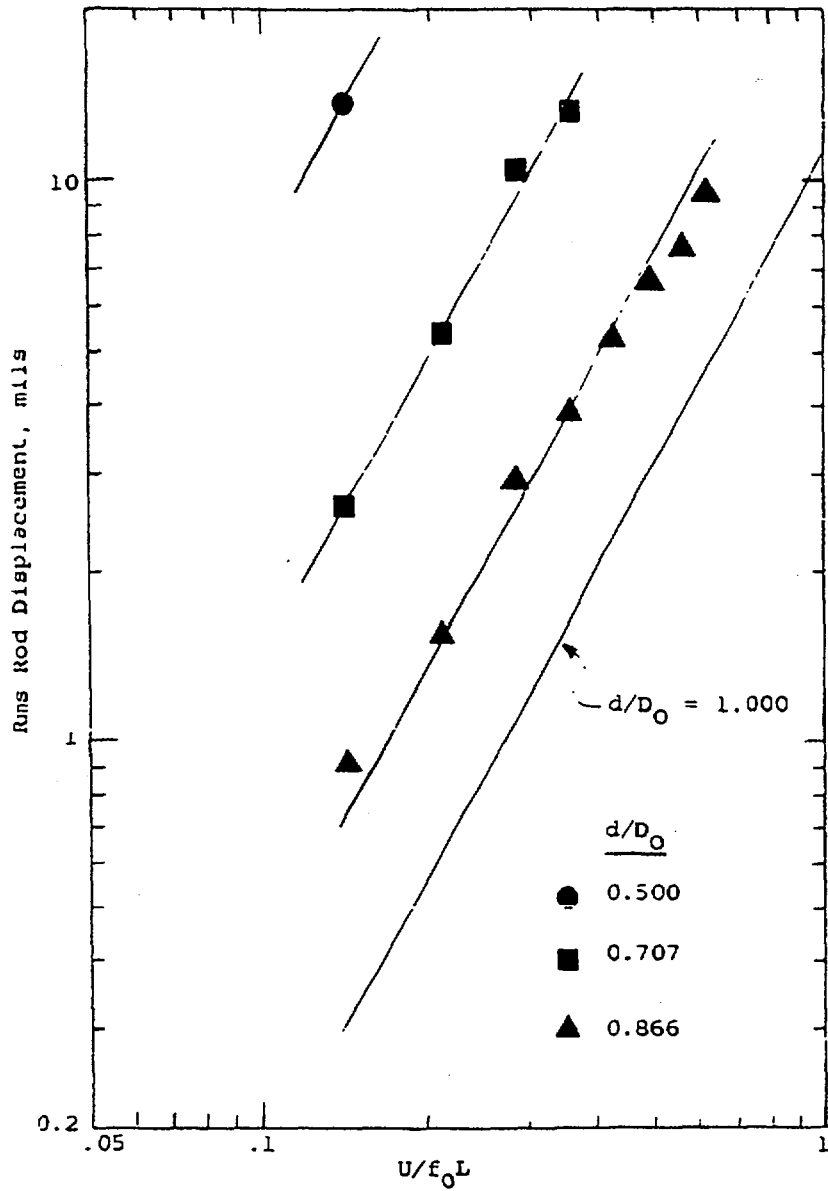


Figure 22 RMS Rod Displacement at $x/L = 1/2$ versus Dimensionless water Velocity Downstream from Orifices

3. Parametric 진동모델

Y.N. Chen 은 실린더의 축방향 유동에서 실린더의 운동방정식을 다음의 가정을 도입하여 단순화하였다.

첫째, Coriolis 항을 작다고 간주하고 무시한다.

둘째, 축방향의 항력은 실린더 길이방향의 가운데 지점에 작용한다고 가정한다.

셋째, $v (\partial y / \partial x)$ 항을 무시하였다.

이러한 가정을 도입하여 얻은 실린더의 운동방정식은 다음과 같다.

$$EI \left(\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right) + \left(MV^2 + \frac{1}{4} C_L \rho V^2 LD \right) \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{4} C_N \rho D \frac{\partial y}{\partial t} + (m_f + M) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (70)$$

Chen 은 방정식의 해를 다음과 같이 가정하였다.

$$y(x, t) = \sum_n \sin(n\pi x / L) q_n(t) \quad (71)$$

식 (71)을 (70)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$(m_f + M) \ddot{q}_n + \frac{1}{2} C_N \rho D \dot{q}_n + \left[\left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{1}{2} C_L \rho DL + M \right) V^2 \right] q_n = 0$$

Chen 에 의하면 핵연료봉을 횡방향으로 움직이게 하는 동적으로 충분한 힘은 존재하지 않는다고 한다. 일반적으로 관측되는 힘은 핵연료봉의 진동을 유지할만한 힘보다 3.5 배에서 240 배까지 작다고 한다. 따라서 Chen 은 유속의 섭동에 의한 봉의 공진을 진동기구로 간주하게 된다. 유체의 유속이 평균속도를 가지고 작은 사이클로 변한다고 가정하였다. 즉 유속을 $V = \bar{V} + v' = \bar{V} + v'_0 \cos \Omega t$ 로 가정하였다. 이를 앞의 식에 대입하면

$$\frac{d^2 q_n}{d\tau^2} + 2\zeta \frac{dq_n}{d\tau} + [\delta'_n - \varepsilon_n \cos \tau] q_n = 0 \quad (73)$$

여기서,

$$\tau = \Omega t$$

$$2\zeta = \frac{1}{2} C_n \rho D / [(M + m_f) \Omega]$$

$$\delta'_n = \left(\frac{\Omega_n}{\Omega} \right)^2 \left[1 - \frac{(1/4 C_n \rho D L + M) \bar{V}^2}{(n\pi / L)^2 EI} \right]$$

$$\Omega_n = (n\pi)^4 [EI / (m_f + M) L^4]; n^{\text{th}} \text{ natural frequency}$$

$$\varepsilon_n = \left(\frac{\Omega_n}{\Omega} \right)^2 \left[\frac{2(1/4 C_n \rho D L + M)}{(n\pi / L)^2 EI} \right] \bar{V} v'_0$$

앞의 식들에서 $(n\pi / L)^2 EI$ 는 n 번째 오일러 좌굴하중이며,

$(1/4 C_n \rho D L + M) \bar{V}^2$ 은 유효한 정상상태 원심력, 혹은 압축하중을 나타내고,

$[2(1/4 C_n \rho D L + M)] \bar{V} v'_0$ 은 유효한 섭동력을 나타낸다. 이런 관계로부터 정상

상태 압축력이 오일러 좌굴하중과 같으면 유체유동에 의해 실린더가 좌굴되는 다음과 같은 임계좌굴유속을 얻을 수 있다.

$$\bar{V}_c^2 = \left[\left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 EI \right] / (1/4 C_L \rho DL + M) \quad (74)$$

식 (74)를 이용하여 ε_n 과 δ'_n 을 다시 정의할 수 있다.

$$\delta'_n = \left(\frac{\Omega_n}{\Omega} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\bar{V}}{\bar{V}_c} \right)^2 \right] \quad (75)$$

$$\varepsilon_n = \left(\frac{\Omega_n}{\Omega} \right)^2 \bar{V} v'_0 / \bar{V}_c^2 \quad (76)$$

여기서 v'_0 는 일반적으로 알 수 없다. Motzfeld의 측정을 근간으로 Chen은 다음을 제안하였다.

$$v'_0 = \alpha \varepsilon^2 S \bar{V} \quad (77)$$

여기서 S 는 Strouhal 숫자로서, $S = f D_h / \bar{V}$ 이며, ε 은 실린더의 입구에서 순간적인 난류 정도를 나타내며, α 는 비례상수이다. 따라서 식 (76)에 있는 v'_0 를 식 (77)로 대치할 수 있다. 그리고 $q_n(\tau) = e^{-\zeta \tau} B_n(\tau)$,

$\delta_n = \delta'_n - \zeta^2$ 로 놓으면 식 (73)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d^2 q_n}{d\tau^2} + (\delta_n - \varepsilon_n \cos \tau) B_n = 0 \quad (78)$$

이 식은 유명한 Mathieu-Hill 형태의 식으로서 조건에 따라 안정과 불안정 영역으로 구분이 가능하다. 여기서 감쇄가 작다는 가정에 의하여 $\delta_n \approx \delta'_n$ 으로 놓을 수 있다면 δ_n 은 고유진동수의 비라고 정의할 수 있다. 즉

$$\delta_n = \left(\frac{\Omega_{eff}}{\Omega} \right)^2 \quad (79)$$

여기서 $\Omega_{eff}^2 = [1 - (\bar{V} / \bar{V}_c)^2] \Omega_n^2$ 이다. 식 (78)에서 ε_n 이 영으로 갈 때 $\Omega / \Omega_{eff} > 2, 1, 2/3, \dots$ 이면 parametric 진동이 발생한다.

또한 Chen 은 다음과 같은 진폭식도 제안하였다.

$$\frac{y}{D_h} = \left[1 - \left(\frac{\bar{V}}{\bar{V}_c} \right)^2 \right]^{-1} \left(\frac{\beta \bar{V}}{\bar{V}_c} \right)^2 \quad (80)$$

여기서, β 는 이상적인 유동에서는 1/2, 일반적인 정상상태에서는 1, 그리고 유동상태가 상당히 불안정하고 좋지않을 때는 2를 사용한다.

Chen 은 그의 이론을 실험에 의하여 검증하였는데 다음의 Figure 23 과 같이 상당히 잘 일치하고있다.

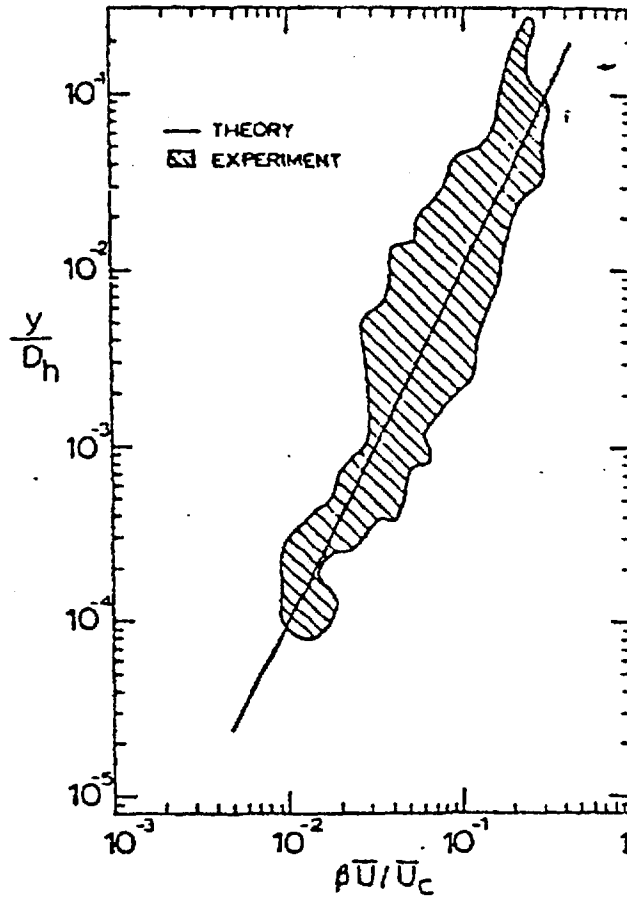


Figure 23 Measured and Predicted Amplitudes of Vibration (Y. N. Chen)

3 장. 결론 및 토의

축방향 유동에 의해 야기되는 진동기구 중 1970 년대에 발표된 연구만을 우선 고찰하였다. 원자로내 냉각수의 유속은 핵연료봉의 유체탄성 불안정을 일으키는 임계속도보다 상당히 작다. 이런 경우의 진동은 갑작스러운 구조재의 파괴를 가져오거나 우려할 만한 정도의 큰 진폭의 진동을 발생시키지는 않는다. 원자로내 축류유동에 의한 핵연료봉의 진동연구는 앞서 살펴본 바와 같이 크게 3 가지로 나눌 수 있다. 이런 3 가지의 진동모델 중에서 여러 연구자에 의해 폭 넓게 지지되는 이론은 난류경계층내의 random 압력섭동에너지를 원인으로 하여 진동이 발생한다는 힘기인 진동 기구(Forced vibration mechanism)이다. 축방향 유동에 의해 발생하는 미세진동의 경우, 횡류 유동에 의한 진동 기구중 nonresonant buffeting 의 경우와 같이 실린더는 자신의 일차모드 진동 주파수의 에너지를 마치 대역필터처럼 추출하여 반응한다. 앞서 살펴본 이론들은 단일 실린더에 대한 것들로서 유동장에 놓여있는 실린더 다발에서 발생하는 유체동적연성(Hydrodynamic coupling)을 고려하지 않은 것들이다. 현재까지는 실린더들 사이의 유체동적연성에 관하여 발표된 자료가 충분하지 않다. S.S. Chen 은 실린더 다발과 이를 가두는 벽간의 연성효과에 대한 연구결과[24]를 1983 년에 발표하였다. 그의 실험 결과에 의하면 간격비(Gap/D)가 0.5 일때 최대 4% 이내의 고유진동수 변화를 관찰하였고, 간격비가 더 커짐에 따라 그 영향이 상당히 감소하는 결과를 얻었다. 다음의 Figure 24 는 Chen 과 그의 동료들의 실험 결과이다.

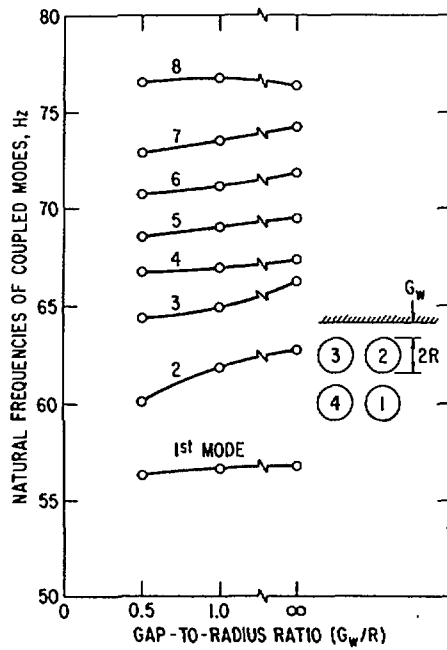


Figure 24 Natural Frequencies as a Function of the Gap to Radius ratio (G_w/R)

일반적으로 흐르는 물에서 실린더의 진동응답이 고여있는 물에서의 응답과 다른 것들은 다음과 같이 3 가지로 구분할 수 있다.

첫째, 감쇄는 유체유속에 비례하여 커진다. 본문에 있는 Kanazawa의 감쇄모델을 나타내는 식 (55)와 같이 유속이 커짐에 따라 감쇄가 커진다. 이것은 Chen 이나 다른 연구자의 결과와 일치한다.

둘째, 유체유속에 비례하여 고유진동수는 감소한다. 이것은 Kanazawa의 모델 (본문 56 식)에서 강성항인 두 번째 항이 유속 v^2 에 비례하여 커지는 것으로 알 수 있다. 반면 Quinn은 유속이 커지면 고유진동수가 감소한다고 하였으나, 그 외의 다른 연구자의 연구는 유속에 비례하여 고유진동수가

증가한다.

셋째, 고유모드들이 직교(Orthogonal) 하는 성질이 유지되지 않는다.

이와 같이 유속에 따라 더해지는 세가지 성질의 두드러지는 효과는 다음과 같이 정의되는 무차원유속 u 가 0.5 보다 상당히 클 때 나타나며, 일반적인 공학계에서 사용하는 영역에서는 그 효과가 미미한 것으로 알려져 있다.

$$u = \left(\frac{\rho A}{EI} \right)^{(1/2)} VL \quad (81)$$

원자로 조건에서 무차원 유속 u 는 0.15 근처가 된다.

본 보고서에서 살펴본 축류유체유발 진동기구 3가지 중에서 많은 연구자들에 의하여 폭 넓게 지지되는 이론은 난류유체경계층내의 압력섭동을 에너지원으로 하는 힘기인 진동 모델이다. 이 이론은 이론과 실험 데이터의 우수한 일치성 뿐만 아니라, 실험적인 검증이 쉽고 이론적인 모델로 전개하기가 쉽다는 장점이 있다. 힘기인 진동 이론은 난류유동을 다루는 특성상 결정론적인 방법이 아닌 확률론적인 방법을 사용하게 된다. 따라서 기계적인 진동 이론도 이와 상응하게 Random 진동이론을 이용한다. 대부분의 연구자들은 기계적인 Random 진동 이론에다 실험에 의하여 얻은 난류경계층내의 압력섭동의 상관밀도함수를 결합하여 이론적인 모델을 만들었다. 초기의 Reavis에 의하여 도입된 이러한 기법은 Gorman, Kanazawa, Paidoussis, Chen, Wambsganss 등에 의하여 받아들여져서 각각의 이론적인 모델이 발표된다. 각 연구자들이 제시한 최대 진폭의 예측하는 식들 중 주요한 것들을 보면 다음과 같다.

Table 2. The maximum Amplitude of the Cylinders in axial Flow proposed by Researchers

| 연구자 | 최대진폭을 예측하는 식 | 비고 |
|-------------------------|---|---|
| Reavis [4] | $y_{rms} = C\eta_D\eta_{Dh}\eta_L \frac{\rho D v^{1/2} N^{1/2}}{M f^{1.5} \zeta^{1/2}} V$ | N: 실린더 수 v: 동점성계수 |
| Paidoussis [6] | $\frac{y}{D} = 5 \times 10^{-4} K \alpha_1^{-1} \left\{ \frac{u^{1.6} \varepsilon^{1.8} \text{Re}^{0.25}}{1+u} \right\} \left(\frac{D_h}{D} \right)$ | ε : L/D β : $\rho A / (\rho A + m)$ A: area of cyl M: mass/L |
| Kanazawa [21] | $\sqrt{y^2(x/L)} = 11.0 \left(\frac{d}{D_0} \right)^{-6} \left(\frac{V}{f_0 L} \right)^{1.84} \sin \frac{\pi x}{L}$ | d/D ₀ : 오리피스 직경 비 |
| Y. N. Chen [9] | $\frac{y}{D_h} = \left[1 - \left(\frac{\bar{V}}{V_c} \right)^2 \right]^{-1} \left(\frac{\beta \bar{V}}{V_c} \right)^2$ | V _c : 임계좌굴유속 식 (74) \bar{V} : 평균유속 β : 1/2, 1, 혹은 2 |
| Chen and Wambsganss [6] | $y_{rms} = \frac{0.018 K D^{1.5} D_h^{1.5} V^2 \phi_1(x)}{L^{0.5} f^{1.5} (m_1 + m) \zeta^{0.5} Q}$ $\text{Where, } Q = \left\{ 1 - \frac{\beta_1 m_r V^2 L^2}{EI + \beta_1 TL^2} \right\}^{0.75}$ | K=2.56×10 ⁻³ β_1 : End cond. S-S=0.101 C-C= 0.0246 $\phi_1(x)$: Eigen-F'n |

힘기인 함수모델의 정확성의 관건은 압력섭동의 밀도함수를 어떻게 정확하게 측정하느냐에 달려있다. 이런 압력섭동함수는 측정자마다 다르고 따라서 각 연구자들이 제시한 진동모델의 예측성이 다르게 된다. 이런 이유로 힘기인 함수를 근간으로 하는 모델은 범용성이 약하다는 결점이 있다. 이런 범용성이 결여되는 주요 이유는 결국 압력섭동함수가 잡음(Noise)에 민감하며, 각 연구자들의 실험장치마다 잡음의 정도가 상당히 다르기 때문으로 귀착되었다.

힘기인 진동모델에서 사용하는 주요한 가정은 다음과 같다.

첫째, 일차 모드가 지배적이다.

둘째, 실린더의 운동은 압력장에 영향을 미치지 않는다.

셋째, 진동과정이 최소한 Weakly Stationary, Ergodic 이고, 압력장이 균일하다.

현재까지 연구에 의하면 힘기인 진동모델로 실린더 1 개의 양 끝단이 고정 혹은 단순 지지된 경우에 상기 세 가지의 가정에 의하여 상당히 정확한 해를 얻을 수 있다.

핵연료봉의 유체유발 진동 문제로 돌아오면 앞서의 구미에 맞는 경계조건과는 거리가 있다. 원자로내 핵연료의 경우 무차원 유속이 상당히 작고, 봉간 간격이 다소 커서 봉 다발이 연계되는 문제를 무시하는 계산이 가능할 수 있으나, 핵연료봉이 지지격자로 연속 지지되어 있다는 것과 지지격자가 유체유동을 불균일하게 한다는 면이 고려된 연구는 거의 없는 실정이다. 핵연료봉의 지지점이 양끝단 이외에 중간점에 있을 경우 고유모드가 복잡하게 되고 일차 이후의 진동수 간의 차도 상당히 작아지게 된다. 이러한 경우 일차모드

가 지배적이라는 가정을 재고해야 할지도 모른다. 일차모드가 지배적이라는 가정을 쓸 수 없는 경우 일차모드 이후의 최소 몇개의 모드라도 고려해야 한다. 단일 스펜으로 전체 핵연료봉의 진동을 대표하지 못하는 또 다른 이유가 존재한다. 실린더의 유체유발 진동에서 고유진동수와 스펜 길이의 영향은 실로 크다. 핵연료봉의 지지점 거리를 고려하면 실제 핵연료봉의 고유진동수를 정확히 고려할 수 없고, 고유진동수를 정확히 고려하면 핵연료봉의 실제 지지점거리를 맞출 수 없다.

핵연료봉의 내압과 원자로내 냉각수 압력차에 의하여 핵연료봉은 축방향 힘을 받게 된다. 핵연료봉의 내압은 연소이력에 따라 증가함으로 이에 따라 축방향 힘도 변하게 된다. 초기 핵연료봉의 내압은 대략 380 psi 그리고 냉각수 압력은 2250 psi 이므로 원자로 장전 직후 최대 압축력을 받게 된다. 연소가 진행됨에 따라 봉 내압이 서서히 증가하여 핵연료봉 수명말에 최대가 되며 이때 압력은 거의 냉각수압력과 동일하게 된다. 따라서 핵연료봉에 작용하는 압축력도 장전초기에 최대가 되고 수명말까지 서서히 감소하는 양상을 나타낸다. 이러한 압축력은 핵연료봉의 고유진동수에 상당히 영향을 주는데 압축력의 크기에 비례하여 고유진동수는 감소하게 된다[25].

지지점의 수를 고려하는 문제 이외에 지지격자는 핵연료봉 주위의 압력을 변화시키고, 자체의 진동을 핵연료봉에 직접 기계적인 진동형태로 전달한다. 이러한 문제의 이론적인 규명은 대단히 어려워 보인다. 최근에 개발되는 지지격자에는 대부분 횡류를 고의로 유발하는 혼합날개를 부착하게 된다. 서론에서 언급한 바와 같이 횡류의 영향은 축류에 비하여 직접적이기 때문에 크기가 작아도 그 영향을 무시할 수 없다. 그렇지만 이런 혼합날개가 핵연료봉의

지지점 근처에 존재하여 횡류의 영향도 지지점 근처에서 발생하는 것이 그나마 다행스러운 일이다. 지지격자가 핵연료봉에 미치는 영향은 상당할 것으로 짐작되나 이의 영향을 실제적으로 규명한 연구는 전무한 실정이다.

앞서 살펴본 바와 같이 현재까지 핵연료봉의 축류 유체유발 진동 연구에 축방향 힘과 연속지지조건 등과 같은 실제 핵연료봉의 경계조건이 고려된 것은 없는 것 같다. 이런 이유는 지지격자가 핵연료봉의 유체유발 진동에 기여하는 역할 규명이 어렵기 때문인 것 같다. 후발로 연구를 수행할 국내의 실정을 감안하면 전 연구자들의 이론 및 실험의 충분한 검토가 선행된 후 이보다 진전된 연구를 수행하는 두(2) 단계를 거치는 것이 바람직하나 시간과 비용을 감안하여 앞선 연구의 검토단계에서는 실제 실험에 의한 검증보다 이론적인 검증에 노력을 기울이고 두 번째 단계에서 현재까지의 연구보다 진전된 형태로 이론과 실험을 병행하는 연구를 수행하는 것이 바람직해 보인다. 두 번째 단계의 연구에서는 일차적으로 실제 핵연료봉의 경계조건을 고려한 연구를 선행하고 그 후 지지격자의 영향을 규명하는 후행 연구를 수행하는 것이 바람직할 것으로 판단된다.

References

- [1] Burgreen D., Byrnes J. J. And Benforado D. M.,
"Vibration of Rods Induced by Water in Parallel Flow",
Trans. Am. Soc. Mech. Engineers 80, 991 (1958)
- [2] E. P. Quinn, "Vibration of Fuel Rods in Parallel
Flow", GEAP-4058 (1962)
- [3] Rayleigh, Lord, "The Theory of Sound", Dover
Publications, New York, (1945)
- [4] J. R. Reavis, "Vibration Correlation for Maximum
Fuel-Element Displacement in Parallel Flow", Nuclear
Science and Engineering, 38, 63-69 (1969)
- [5] D. J. Gorman, "An Analytical and Experimental
Investigation of the Vibration of Cylindrical Reactor
Fuel Elements in Two-Phase Parallel Flow", Nuclear
Science and Engineering, 44, 277-290 (1971)
- [6] M. P. Paidoussis, "The Dynamical Behavior of
Cylindrical Structure in Axial Flow", Annals of
Nuclear Science and Engineering, Vol. 1. Pp 83 to 106
(1974)
- [7] M. P. Paidoussis, "Vibration of Cylindrical
Structures induced by Axial Flow", J. Of Engineering
for Industry, 547 (1974)
- [8] S. S. Chen, "Vibration of Nuclear Fuel Bundles",
Nuclear Engineering and Design, 35, 399-422 (1975)

- [9] Y. N. Chen, "Flow-Induced Vibrations in Tube Bundle Heat Exchangers with Cross and Parallel Flow; Part 1: Parallel Flow", Flow-Induced Vibrations in Heat Exchangers, ASME, pp 57 to 66 (1970)
- [10] G. M. Corcos, "Pressure Fluctuations in Shear Flows", pp 65 to 66, U. Of Cal. Berkeley, Inst. Of Engineering Research, Series No. 193, Issue no. 2 (July 1962)
- [11] H. P. Bakewell, Jr, "Wall Pressure Fluctuations in Turbulence Pipe Flow", U. S. Navy Underwater Sound Lab. Report No. 559 (1962)
- [12] J. Kadlec and E. Ohlmer, "On the Reproducibility of the parallel-Flow Induced Vibration of Fuel Pins", Nuclear Engineering and Design 17, 355 (1971)
- [13] S. S. Chen, "Dynamic Response of Two Parallel Circular Cylinders in a Liquid", ASME J. Of Pressure Vessel Technology, Vol. 97, pp 78 to 83 (1975)
- [14] S. S. Chen, "Vibration of a Row of Circular Cylinders in a Liquid", ASME J. Of Engineering for Industry, Vol. 97, pp 1212 to 1217 (1975)
- [15] Chung, H. and S. S. Chen, "Vibration of A Group of Circular Cylinders in confined fluid", J. Of Applied Mechanics, Vol. 44, pp 213 to 217 (1977)
- [16] F. Hara and O. Kohgo, "Added mass and Damping of a Vibrating Rod in a Two-Phase Air-water Mixed Fluid", ASME Flow-Induced Vibration of Circular Cylindrical

- Structures, (1982)
- [17] F. Hara, "Two-Phase Fluid Damping in a Vibrating Circular Structure", ASME Damping (1988)
- [18] H. J. Connors, S. J. Savorelli, "Hydrodynamic Damping of Rod bundles in Axial Flow", ASME Flow-Induced Vibration of Circular Cylindrical Structures, (1982)
- [19] W. T. Thomson, "Vibration Theory and Applications", Prentice-Hall Inc., Ch. 10., 1965.
- [20] S. S. Chen and M. W. Wambsganss, "Parallel-Flow-Induced Vibration of Fuel Rods", Nuclear Engineering and Design(18), pp 253 to 278, 1972.
- [21] R.M. Kanazawa, "Hydroelastic Vibration of Rods in Parallel Flow" Ph.D. dissertation, University of Illinois, 1969.
- [22] P. M. Gerhart and R. J. Gross, "Fundamentals of Fluid Mechanics", Addison-Wesley Publishing Company, pp. 521-522, 1985
- [23] R.M. Kanazawa, "calculation of the Response of Rods to boundary Layer Pressure Fluctuations" Proceedings of Conference on Flow-Induced Vibrations in Reactor Systems Components, Argonne National Lab. Report, ANL-7685, 1970.
- [24] S. S. Chen, J. A. Jendrzejczyk, and M/ W. Wambsganss, "An Experimental and Theoretical Investigation of Coupled Vibration of Tube Banks", Fluid Structure Interaction Phenomena in Pressure

Vessel and Piping systems, ASME, 1983.

- [25] 강홍석 외 4인, "회전 및 굽힘스프링 기구로 연속지지된 핵연료봉의 진동 연구", 한국소음진동공학회 1998년 춘계학술대회논문집, pp 454~460, 1998년 5월.

Appendix A: vibration model used by Quinn

Beam vibration equation is written as follows

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (\text{A-1})$$

Assumed $y(x,t) = \phi(x)q(t)$, then

$$-EI \frac{1}{\phi} \frac{d^4 \phi}{dx^4} = \frac{1}{q} \frac{d^2 q}{dt^2} = -\omega^2 \quad (\text{A-2})$$

$$\frac{d^4 \phi}{dx^4} = \frac{\omega^2}{EI} \phi = \frac{r^4}{l^4} \phi \quad (\text{A-3})$$

Where, $r^4 = \frac{\omega^2}{EI} l^4$

If there is no intermediate support, like pinned-pinned, then, the displacement with spatial and time becomes the following.

$$y(x,t) = \phi(x)q(t) = y_m \sin \frac{\pi x}{l} \sin \omega t \quad (\text{A-4})$$
$$y_0(x) = y_{0m} \sin \frac{\pi x}{l}$$

Appendix B: Autonomous and Limit cycle

◆ Autonomous

If we consider a one-degree-of-freedom system as follows:

$$\ddot{x} + f(x, \dot{x}, t) = 0 \quad (\text{B-1})$$

It is the general form. If the independent variable t does not appear explicitly in the equation and only as differential dt , the system is called **autonomous** and equation becomes

$$\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = 0 \quad (\text{B-2})$$

◆ Self-excitation

Self-excitation is due to an excitation that is a function of the motion itself, such as displacement and/or velocity. If the excitation force is $F\dot{x}$, then

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F\dot{x} \quad (\text{B-3})$$

or

$$m\ddot{x} + (c - F)\dot{x} + kx = 0$$

(B-4)

The Equation is autonomous. If $(c-F) > 0$, the system is stable. If $(c-F) < 0$, one have negative damping and the amplitude increase with each oscillation. If $(c-F) = 0$, sustained oscillation is possible.

◆ Limit-cycle

In contrast with the conservative linear system, a limit cycle is a nonconservative and nonlinear phenomenon. As illustrated in the following figure B1, there is only one closed trajectory, which is independent of the initial conditions. The initial conditions may be inside or outside of the closed trajectory. Once started, the system will eventually 'lock' itself into a limit cycle with constant amplitude and frequency.

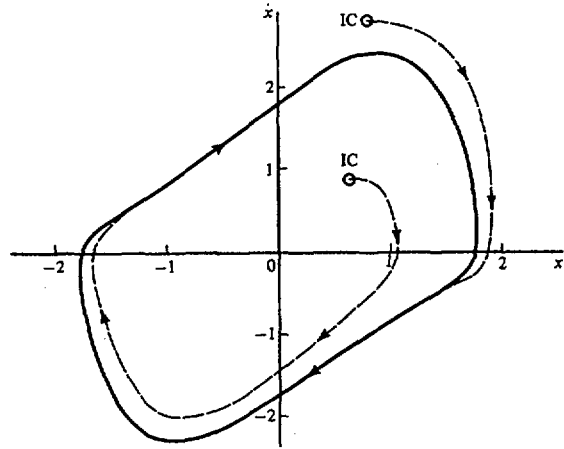


Figure B1 limit Cylce

Appendix C: Routh-Hurwitz Criterion

Routh-Hurwitz criterion states that *the necessary and sufficient conditions for all the roots λ_i of the characteristic equation to possess negative real parts is that all the determinants $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_m$ be positive.* If eigenvalues of a system possess negative real parts, the system is asymptotically stable.

$$\lambda^m + a_1 \lambda^{m-1} + a_2 \lambda^{m-2} + \dots + a_m = 0 \quad (c-1)$$

The coefficients a_i ($i = 1, 2, \dots, m$) are all real.

Next we form the array

$$\begin{array}{cccccc} a_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 1 & \dots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 \\ a_7 & a_6 & a_5 & a_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_m \end{array}$$

Where a_i are the coefficients of the characteristic equation (c-1). Next we form the principle minor determinants associated with the array, and denote them by

$$\Delta_1 = a_1, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix}, \dots, \quad (c-2)$$

Appendix D: Kanazawa 의 등가 점성감쇄 모델

다음의 세가지 힘을 점성감쇄력과 등가로 놓는다.

유체부가질량에 의한 감쇄력 (Coriolis Force) 은 다음과 같이 단위길이 당의 힘으로 표시할 수 있다.

$$F_{VM} = 2m_f V \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} \quad (D-1)$$

실린더 표면 항력과 전 항력에 의한 감쇄력은 다음의 두식으로 표시할 수 있다.

$$F_{SD} = \frac{1}{2} \rho D V C_f \left[\frac{\partial y}{\partial t} + 2V - V \left(\frac{L}{2} - x \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] \quad (D-2)$$

$$F_D = \frac{1}{2} \rho D C_D \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \quad (D-3)$$

앞의 세 식을 다음과 같이 $F_s(x, y, t)$ 로 놓고 점성감쇄력 F_v 로 표시하면 임의시간 τ 동안 전체 실린더의 길이 L 에서 발산되는 에너지는 등가일 것이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_0^L \int_0^r F_s(x, y, t) |y| dt dx = C \int_0^L \int_0^r \frac{\partial y}{\partial t} |y| dt dx \quad (D-4)$$

연료봉의 변위는 기본모드가 지배적인 narrow-band random process 로 간주할 수 있으므로 진동 변위함수를 다음과 같이 가정한다.

$$y(x, t) = a(t) \sin \frac{\pi x}{L} \sin \omega_0 t \quad (D-5)$$

진폭함수 $a(t)$ 는 변위함수 $y(x, t)$ 에 비하여 시간에 대한 변화가 상당히 느리다고 가정한다. 식 (D-5)를 식 (D-1) ~ (D-3)에 대입하면 이들의 합 F_s 는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} F_s(x, y, t) &= 2m_f V \frac{\pi}{L} \omega_0 a \cos \frac{\pi x}{L} \cos \omega_0 t \\ &+ \rho DV^2 C_f \frac{\pi}{L} a \cos \frac{\pi x}{L} \sin \omega_0 t \\ &+ \frac{1}{2} \rho DVC_f \omega_0 a \sin \frac{\pi x}{L} \cos \omega_0 t \\ &+ \frac{1}{2} \rho DV^2 C_f \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 a \left(\frac{L}{2} - x \right) \sin \frac{\pi x}{L} \sin \omega_0 t \\ &+ \frac{1}{2} \rho DC_o \omega_0^2 a^2 \left(\sin \frac{\pi x}{L} \right)^2 |\cos \omega_0 t| \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (D-6)$$

식 (A-6)은 구간 $0 \leq x \leq L$ 에서 $\left| \sin \frac{\pi x}{L} \right| = \sin \frac{\pi x}{L}$ 을 반영한 것임.

진동 한 사이클동안 점성감쇄력이 수행한 일은 영(zero)이 되기 때문에

공간적분 구간은 $0 \leq x \leq L/2$, 그리고 시간 적분구간은 $0 \leq t \leq \pi/2\omega_0$ 으로 제한한다. 이러한 임의의 가정아래서 식 (D-4)를 감쇄계수 C에 대하여 풀고 먼저 분모를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_0^L \int_0^{\pi/2\omega_0} \frac{\partial y}{\partial t} |y| dt dx &= \omega_0 a^2 \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} \left(\sin \frac{\pi x}{L}\right)^2 \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t dt dx \\ &= \frac{La^2}{8} \end{aligned} \quad (D-7)$$

(D-6), (D-7)을 (D-4)식에 대입하고 C에 대하여 풀면 다음의 결과를 얻을 수 있다. Taylor에 의하면 항력계수는 횡류에서 평가되어야만 한다고 한다. 이런 이유로 Kanazawa는 표면 항력은 난류의 횡류 성분과 진동에 의해 실린더의 축방향에 유체가 일정한 각만큼 기울어져 흐름으로 발생한다고 가정하고 이 경우에 횡류와 축류에 의해 발생하는 표면항력은 동일하다고 간주하였다.

축류에 의한 표면 항력계수의 계산은 마찰에 의해 발생하는 메끈한 관의 전단응력으로 발생하는 실린더 표면의 힘과 정의된 표면항력을 같다고 놓고 구하였다.

$$\begin{aligned} C &= \frac{4m_f V}{L} + \frac{8\rho DV^2 \pi}{L^2} \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} C_f \sin \frac{\pi x}{L} \cos \frac{\pi x}{L} (\sin \omega_0 t)^2 dt dx \\ &+ \frac{4\rho DV}{L} \omega_0 \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} C_f \left(\sin \frac{\pi x}{L}\right)^2 \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t dt dx \\ &+ \frac{4\pi^2 \rho DV^2}{L^3} \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} C_f \left(\frac{L}{2} - x\right) \left(\sin \frac{\pi x}{L}\right)^2 (\sin \omega_0 t)^2 dt dx \\ &+ \frac{4\rho D \omega_0^2 a}{L} \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} C_D \left(\sin \frac{\pi x}{L}\right)^3 \sin \omega_0 t (\cos \omega_0 t)^2 dt dx \end{aligned} \quad (D-8)$$

매끈한 원관에 발생하는 마찰에 의한 전단응력은

$$\tau_0 = \frac{1}{8} \lambda \rho V^2 \quad (D-9)$$

$$\text{여기서, } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log_{10}(\text{Re} \sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (D-10)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho S V}{\nu} \quad (D-11)$$

Kanazawa 는 유체유발 진동시험을 위하여 유체유동 부분에 환형 (Annulus) 관을 사용하였기 때문에 A. Quarmby 의 결과를 이용하였다.

$$\frac{\tau_0}{\tau_i} = b^p \frac{b^{p-1}(b+1)+2}{2b^p+b+1} \quad (D-12)$$

여기서 $b = D_0/D$, 그리고, $p=0.366$

한편, 붕의 단위길이 당 항력은

$$F_f = \pi D \tau_i = \frac{\lambda \rho V^2 \pi D}{8(\tau_0 / \tau_i)} \quad (D-13)$$

그리고 표면항력을 다음과 같이 식 (D-14)로 정의하면 식 (D-13)과 등가로 놓고 표면마찰 항력계수를 (D-15)와 같이 얻을 수 있다.

$$F_f = \frac{1}{2} \rho DV^2 C_f \quad (D-14)$$

$$C_f = \frac{\pi}{4} \frac{\lambda}{\tau_o / \tau_i} \quad (D-15)$$

Kanazawa 는 횡류에 의한 항력계수 C_D 로 H. Schlichting 과 J. Kestin 의 실험식을 사용하였다.

$$C_D = \begin{cases} 10 \text{Re}^{-0.773}, & 0.1 \leq \text{Re} \leq 1 \\ 10 \text{Re}^{-0.587}, & 1 \leq \text{Re} \leq 7 \\ 4.9 \text{Re}^{-0.215}, & 7 \leq \text{Re} \leq 10^3 \end{cases} \quad (D-16)$$

상기의 실험식은 핵연료봉의 유동환경과 다소 거리가 있다. 참고로 White[22]가 제시한 매끈한 실린더의 항력계수식은 다음과 같다.

$$C_D = 1.0 + 10.0 (\text{Re})^{-0.67}, \quad \text{Re} \leq 2 \times 10^5 \quad (D-17)$$

앞의 결과들을 식 (D-8)에 대입하면 점성감쇄계수 C 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} C &= \frac{4m_f V}{L} + \frac{\pi \rho DV^2}{\omega_o L} C_f + \frac{\rho DV}{2} C_f + \frac{\pi^2 - 4}{16} \frac{\rho DV^2}{\omega_o L} C_f \\ &= \frac{4\rho D}{L} \omega_o a \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_o} C_D \left(\sin \frac{\pi x}{L} \right)^3 \sin \omega_o t (\cos \omega_o t)^2 dt dx \end{aligned} \quad (D-18)$$

여기서 임계 감쇄비는 $\zeta = C/2\omega_0 M$, 그리고 $m_f = \rho\pi D^2/4$ 의 관계를 이용하고 다음과 같은 3개의 무차원수를 도입하면 임계감쇄비는 식 (D-22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$A1 = \frac{\rho L^2}{M}, \quad A2 = \frac{V}{f_0 L}, \quad A3 = \frac{D}{2L} \quad (D-19) \sim (D-21)$$

$$\begin{aligned} \zeta = & (A1)(A2)(A3)^2 + \frac{1}{4\pi} C_f (A1)(A2)^2 (A3) + \frac{1}{4} C_f (A1)(A2)(A3) \\ & + C_f \left(\frac{\pi^2 - 4}{64\pi} \right) (A1)(A2)^2 (A3) \quad (D-22) \\ & + 4C_b \alpha (A1)(A3) \int_0^{1/2} \int_0^{1/4} \left(\sin \frac{\pi \xi}{L} \right)^3 \sin \omega_0 \tau (\cos \omega_0 \tau)^2 d\tau dx \end{aligned}$$

Appendix E: Random Vibration

1) Terminology[E1]:

1. Ensemble - All Samples (sample 1, 2,)

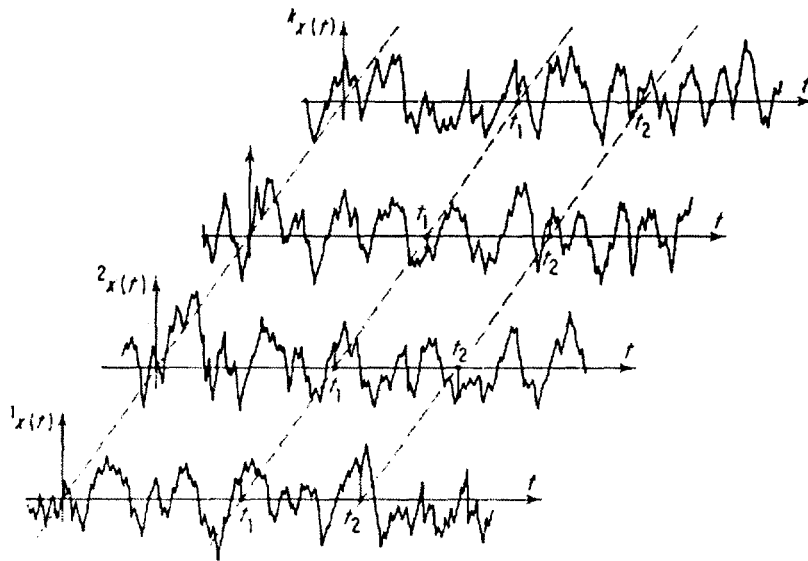


Figure E1 Random Process

2. Mean values and variance

- . Mean value at $t=t_1$

$$\mu_x(t_1) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k(t_1) \quad (\text{E-1})$$

- . Variance

$$\rho_{xx} = \langle ({}^k x(t) - \mu_x(t))({}^k x(t+\tau) - \mu_x(t+\tau)) \rangle \quad (= \sigma_x^2(t) \text{ at } \tau=0) \quad (\text{E-2})$$

3. Stationary

The random process ${}^k x(t)$ is said to be weakly stationary if the quantities $\mu_x(t)$ and $\rho_{xx}(t, \tau)$ do not depend on time t , which means that their values are not affected by a translation of the time origin.

4. Ergodic

The stationary random process $\{ {}^k x(t) \}$ is said to be ergodic if the statistical average over the sample spaces (ensemble average) is equal to the time average over the sample functions ${}^k x(t)$ evaluated over sample functions of long duration. \rightarrow *Central Limit Theorem*

The ergodic assumption allows that ${}^k x(t)$ can be taken as representatives of the random process {ensemble: ${}^k x(t)$ }, and subscript k can be dropped.

2) Stationary and Ergodic process

1. Mean (time average or temporal average)

$$E[x] = \bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (\text{E-3})$$

2. Mean square value (temporal)

$$E[x^2] = \overline{x^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt \quad (\text{E-4})$$

3. Correlation functions(temporal)

- Autocorrelation function

$$\psi_x(\tau) = \overline{x(t)x(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t+\tau) dt \quad (\text{E-5})$$

$$\psi_y(\tau) = \overline{y(t)y(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t) y(t+\tau) dt \quad (\text{E-6})$$

- Cross-correlation function

$$\psi_{xy}(\tau) = \overline{x(t)y(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) y(t+\tau) dt \quad (\text{E-7})$$

- $\psi_x(\tau) = R_x(\tau)$, $\psi_y(\tau) = R_y(\tau)$ and $\psi_{xy}(\tau) = R_{xy}(\tau)$
- Autocorrelation function is an even function.

<Prove>

$$\begin{aligned}
 R_x(-\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t-\tau) dt \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{(T/2)-\tau}^{(T/2)} x(\lambda) x(t+\lambda) d\lambda,
 \end{aligned}$$

Where, $t - \tau = \lambda$, $dt = d\lambda$

$$\therefore R_x(-\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t+\tau) dt$$

4. Power spectral density function

(= mean square spectral density)

When we consider a stationary random process, Power Spectral Density Function $S_f(\omega)$ is the Fourier transform of the autocorrelation function, $R_f(\tau)$

$$S_f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_f(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{E-8})$$

Therefore, autocorrelation function can be written as the inversion integral

$$R_f(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (\text{E-9})$$

$S_f(\omega)$ can be considered as always positive (or zero),
 $S_f(\omega) \geq 0$, and an even function of ω because $R_f(\tau)$ is an
 even function of τ . → reference 1

$$\begin{aligned}
 S_f(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_f(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} R_f(\tau) \cos\omega\tau d\tau \\
 &= 2 \int_0^{\infty} R_f(\tau) \cos\omega\tau d\tau
 \end{aligned}
 \tag{E-10}$$

Also, s_f is a real function of ω , because it is the
 integral of a real function. It follows that $S_f(\omega)$ is
 an even, real function of ω , so

$$R_f(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_f(\omega) \cos\omega\tau d\omega
 \tag{E-11}$$

Example) band-limited white noise

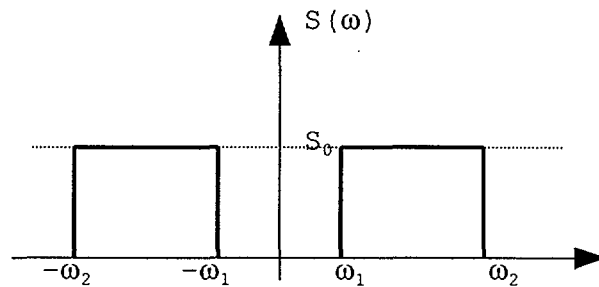


Figure E2 Band-limited white noise

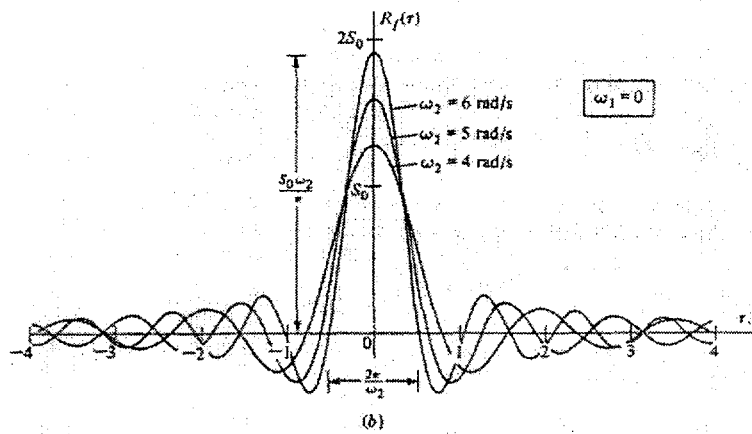


Figure E3 Autocorrelation Function

3) Fourier Series[E2]

Any arbitrary periodic function $f(x)$ can be expressed in a series of trigonometric functions which are easy to manipulate. Such expressions are known as Fourier's series.

It is very powerful method to express the *steady-state response of a system to harmonic excitation*. If a system can be considered as linear, any transient response due to the initial conditions could be obtained separately, such as *impulse response method*, and then added to the steady-state response by invoking the superposition principle.

-. Fourier series(traditional form)

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (\text{E-12})$$

Where ω_0 is fundamental frequency under steady-state

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{E-13})$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{E-14})$$

-. Fourier series(complex form) [E2 and E3]

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega_0 t} \quad (\text{E-15})$$

$$\text{Where, } C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-in\omega_0 t} dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{E-16})$$

Also, $f(t)$ is represented by the real part of $f(t)$

$$f(t) = \text{Re} \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{in\omega_0 t} \right) \quad (\text{E-17})$$

$$\text{Where, } A_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-in\omega_0 t} dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{E-18})$$

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega_0 t} = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{in\omega_0 t} + \sum_{n=-1}^{-\infty} C_n e^{in\omega_0 t} \\ &= C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n e^{in\omega_0 t} + C_n^* e^{-in\omega_0 t}) \end{aligned} \quad (\text{E-19})$$

Where $C_n^* = C_{-n}$ is the complex conjugate of C_n .

4) Parseval's Theorem[E1]

Consider two pairs of Fourier transform

$$F_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (\text{E-20})$$

$$f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (\text{E-21})$$

$$F_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (\text{E-22})$$

$$f_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (\text{E-23})$$

Where $f_1(t)$ and $f_2(t)$ are nonperiodic functions.

Let's form the integral.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t+\tau) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega(t+\tau)} d\omega \right] dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega\tau} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{i\omega t} dt \right] d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) F_1(-\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1^*(\omega) F_2(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad (\text{E-24})$$

Where $F_1^*(\omega) = F_1(-\omega)$ is the complex conjugate of $F_1(\omega)$.

This equation resembles in structure an inverse Fourier transform formula, so

$$F_1^*(\omega)F_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2(t+\tau)dt \right] e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{E-25})$$

is the Fourier transform of the integral, []. In the special case in which $\tau = 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2(t+\tau)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1^*(\omega)F_2(\omega) d\omega \quad (\text{E-26})$$

This equation represents a relation concerning the integral of two products of two nonperiodic functions and is called *Parseval's theorem*. If the function $f_2(t)$ is identical to the function $f_1(t)$, this equation becomes

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{E-27})$$

5) Response of Linear Systems to stationary random excitation

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) f(t - \tau_1) d\tau_1, \\
 x(t + \tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) f(t + \tau - \tau_2) d\tau_2
 \end{aligned}
 \tag{E-28}$$

So the autocorrelation function of the response is

$$\begin{aligned}
 R_x(\tau) &= \langle x(t)x(t + \tau) \rangle \\
 &= \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) f(t - \tau_1) d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) f(t + \tau - \tau_2) d\tau_2 \right\rangle \\
 &= \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) f(t - \tau_1) f(t + \tau - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \right\rangle \tag{E-29} \\
 &= \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) \langle f(t - \tau_1) f(t + \tau - \tau_2) \rangle d\tau_1 d\tau_2 \right\rangle
 \end{aligned}$$

It is possible because Expectation ' $\langle \rangle$ ' means an average in terms of time.

For stationary process

$$\begin{aligned}
 \langle f(t - \tau_1) f(t + \tau - \tau_2) \rangle &= \langle f(t) f(t + \tau + \tau_1 - \tau_2) \rangle \\
 &= R_f(\tau + \tau_1 - \tau_2)
 \end{aligned}
 \tag{E-30}$$

Where the latter is recognized as the autocorrelation

function of the excitation.

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) R_f(\tau + \tau_1 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (\text{E-31})$$

For expression of $R_x(\tau)$ in a different form,

$$\begin{aligned} S_x(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) [h(\tau_2) R_f(\tau + \tau_1 - \tau_2) d\tau_2] d\tau_1 \right\} d\tau \end{aligned} \quad (\text{E-32})$$

Also

$$R_f(\tau + \tau_1 - \tau_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) e^{-i\omega(\tau + \tau_1 - \tau_2)} d\omega \quad (\text{E-33})$$

Introducing (R-6) in (R-5), interchanging the order of integration, and rearranging, we can write

$$\begin{aligned} S_x(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) e^{i\omega(\tau + \tau_1 - \tau_2)} d\omega \right) d\tau_2 \right] d\tau_1 \right\} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) e^{i\omega\tau} \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) e^{i\omega\tau_1} \left(\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) e^{-i\omega\tau_2} d\tau_2 \right) d\tau_1 \right] d\omega \right\} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) H(\omega) H(-\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \right\} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) |H(\omega)|^2 e^{i\omega\tau} d\omega \right\} d\tau \end{aligned} \quad (\text{E-34})$$

Where $H(-\omega) = H^*(\omega)$ is the complex conjugate of the complex frequency response $H(\omega)$.

$$S_x(\omega) = |H(\omega)|^2 S_f(\omega) \quad (\text{E-35})$$

Eq. (R-8) means that P.S.D. of response equals to the square of complex frequency response multiplied by P.S.D. of excitation.

$$\begin{aligned} R_x(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_f(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad (\text{E-36})$$

In particular, for $\tau=0$,

$$R_x(0) = \langle [x(t)]^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_f(\omega) d\omega \quad (\text{E-37})$$

Hence, for a stationary process, it is vital importance to know the power spectral density, $S_f(\omega)$, of the excitation process.

Reference

- E1. Leonard Meirovitch, "Analytical Methods in Vibrations",
Macmillan Publishing Co., 1967, Ch. 11.
- E2. Leonard Meirovitch, "Elements of Vibration Analysis",
McGraw-Hill Inc., 1975, Ch. 2.8 and Appendix A.
- E3. W. T. Thomson, "Theory of Vibration with Applications",
Ch. 1 and 13.

Appendix F: Transient Vibration (Convolution Integral)

Transient vibration due to an arbitrary excitation $F(t)$ can be obtained by means of superposition.

Consider the equation of motion with excitation $F(t)$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (F-1)$$

The $F(t)$ can be approximated by a sequence of pulses. Therefore, if the system response to a typical pulse input is known, the system response to $F(t)$ is the sum of the response due to each of the pulses in the sequence. It is shown in Figure F1

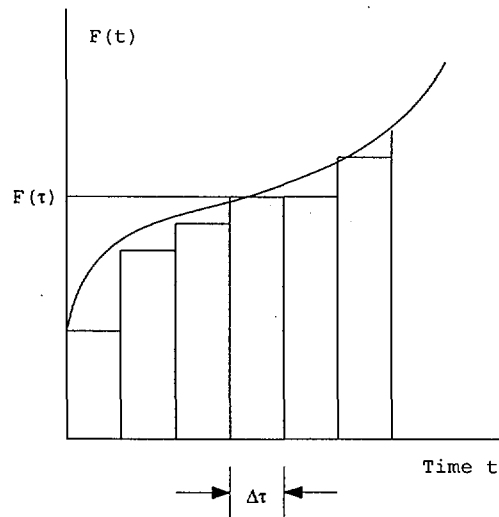


Figure F1 $F(t)$ approximated by pulse and steps

1) Impulse Response

The system response due to a unit impulse input with zero initial conditions is called its impulse response. The area of the rectangular pulse shown in Fig. 2(a) is unity. The unit impulse definition is

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1, \quad \delta(t) = 0 \text{ for } t \neq 0 \quad (\text{F-2})$$

This impulse occurs at $t=0$ as shown in Fig. 2(b). If this impulse occurs at $t=\tau$, it is defined by the relations

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-\tau) dt = 1, \quad \delta(t-\tau) = 0 \text{ for } t \neq \tau \quad (\text{F-3})$$

This is shown Figure F2(b) also.

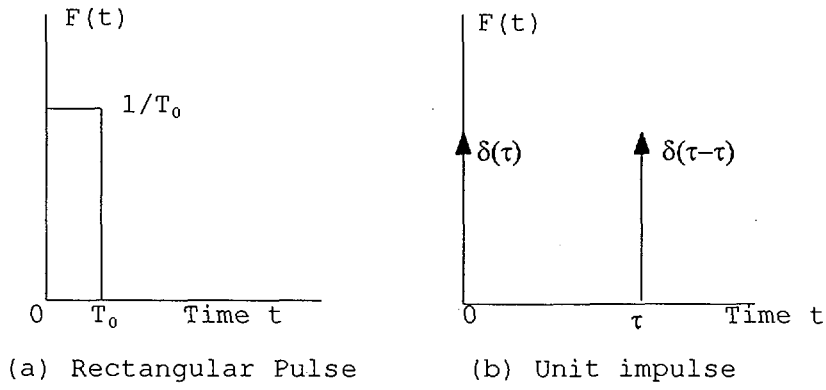


Figure F2 Rectangular pulse and unit impulse

Any function, not necessarily a rectangular pulse, having the properties above can be used as a unit impulse and is called the *Dirac delta function*. This impulse can not be realized in applications. In pulse testing of real system, an excitation can be considered as an impulse if its duration is very short compared with the natural period(=1/f_n) of the system.

The equation of motion with an excitation $F(t)=\delta(t)$ is

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \delta(t) \quad (\text{F-4})$$

with the initial conditions at $t=0^+$ as follows

$$x(0^+) = 0 \quad \text{and} \quad \dot{x}(0^+) = 1/m \quad (\text{F-5})$$

The solution of the homogeneous equation is of form

$$X_c = Be^{st} \quad (\text{F-6})$$

Therefore, the characteristic equation will be

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (\text{F-7})$$

The roots of the characteristic equation are

$$s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (\text{F-8})$$

Where ,

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2$$

$$\frac{c}{m} = 2\zeta\omega_n, \quad \zeta = C/C_c$$

ζ : damping factor

C : damping coefficient

(subscript c means critical)

When $\zeta < 1$, the roots are complex conjugates.

$$s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm j\omega_d \quad (\text{F-9})$$

$$\text{Where, } \omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n \quad (\text{F-10})$$

Thus, x_x is

$$x_c = e^{-\zeta \omega_n t} (A_1 \cos \omega_d t + A_2 \sin \omega_d t) \quad (\text{F-11})$$

Impulse response $h(t)$ is obtained by substituting the B.C's into the equation above .

$$h(t) = \frac{1}{\omega_d m} e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_d t, \quad \text{for } t > 0 \quad (\text{F-12})$$

If a unit impulse $\delta(t-\tau)$ occurs at $t=\tau$, the response is delayed by an amount τ , that is,

$$h(t-\tau) = \frac{1}{\omega_d m} e^{-\zeta \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) \quad \text{for } t > \tau \quad (\text{F-13})$$

Where $h(t-\tau) = 0$ for $t < \tau$

2) Convolution Integral

Let an excitation $F(t)$ be approximated by a sequence of pulse as shown in Fig. 1. The strength of a pulse is defined by the pulse area. The strength of a typical pulse of sequence at time τ is the area $F(\tau)\Delta\tau$. The system response to a typical pulse is the product of its unit impulse response and the pulse strength, that is, $h(t-\tau)F(\tau)\Delta\tau$. By the superposition, we sum the responses due to each of the pulses in the sequence and obtain

$$x(t) = \sum h(t-\tau)F(\tau)\Delta\tau \quad (\text{F-14})$$

As $\Delta\tau$ approaches zero, the summation becomes the *convolution integral*

$$x(t) = \int_0^t F(\tau)h(t-\tau) \Delta\tau = \frac{1}{\omega_d m} \int_0^t F(\tau) e^{-\zeta \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \quad (\text{F-15})$$

Borel's Theorem:

The response of a linear system to an arbitrary excitation is the convolution of its impulse response and the excitation.

서 지 정 보 양 식

| | | | |
|-------------------------------|---|---------|----------------|
| 수행기관보고서번호 | 위탁기관보고서번호 | 표준보고서번호 | INIS 주제코드 |
| KAERI/TR-12498 | | | |
| 제목/부제 | 축방향 유동에 의한 핵연료봉의 유체유발진동 기구 | | |
| 연구책임자 및 부서명 (TR,AR인경우 주저자) | 강홍석(핵연료설계기술개발팀) | | |
| 연구자 및 부서명 | 윤경호, 김형규, 송기남(핵연료설계기술개발개발팀) | | |
| 출판지 | 대전 | 발행기관 | 한국원자력연구소 |
| 페이지 | 102 p | 도표 | 있음(V), 없음() |
| 발행년 | 크기 | | 1998.08 |
| 26 Cm. | | | |
| 참고사항 | 일체형원자로용 핵연료 개발과제 | | |
| 비밀여부 | 공개(V), 대외비(), _급비밀 | 보고서종류 | 기술보고서 |
| 연구위탁기관 | | 계약번호 | |
| 초록(15-20줄내외) | <p>핵연료봉의 축류유체유발진동 기구에 대한 여러 이론들을 고찰하였다. 축류 유체유발진동 기구는 Burgreen 과 Quinn 등에 의한 자려진동 기구, Reavis, Gorman, Kanazawa, 그리고 S. Chen 등의 힘기인진동 기구, 그리고 Y. Chen의 Parametric진동 기구 등으로 구분할 수 있다. 자려진동 기구는 실린더의 초기 힘이 원인이 되어 유체의 원심력과 실린더의 탄성력이 반복적으로 작용하여 진동이 일어난다는 이론이며 힘기인진동 기구는 난류경계층내의 압력섭동력이 실린더를 진동시킨다는 이론이다. 또한 변수공진 기구는 유체가 평균유속을 중심으로 주기적으로 작은 유속변화 싸이클을 이루고 이러한 싸이클에 의해 작은 공진이 발생하여 실린더를 진동시킨다는 이론이다. 이러한 기존의 연구는 단일 스팬, 양단 지지 혹은 양단 고정과 같은 단순한 경계조건에 관한 것이다. 핵연료봉의 유체유발진동 현상의 연구에는 이러한 이론들에 실제 핵연료봉에 발생하는 축방향 힘과 지직격자에 의한 연속지지조건 등의 경계조건을 반영하여야 한다.</p> | | |
| 주제명키워드 (10단어내외) | 핵연료봉, 유체유발진동, 축류, Random 진동, 제곱스펙트럼밀도함수, | | |

| BIBLIOGRAPHIC INFORMATION SHEET | | | | | | |
|--------------------------------------|--|--|---|------------------------|--------------|-------------------|
| Performing Org. Report No. | | Sponsoring Org. Report No. | | Standard Report No. | | INIS Subject Code |
| KAERI/TR-1124/98 | | | | | | |
| Title/Subtitle | Axial-Flow-Induced Vibration Mechanism of Fuel Rod | | | | | |
| Project Manager and Department | | Kang, Heung-Seok(LWR Fuel Development Team) | | | | |
| Researcher and Department | | Yoon, Kyung-Ho , Kim, Hyung-Kyu, Song, Kee-Nam(LWR Fuel Development Team) | | | | |
| Publication Place | Taejon | Publisher | KAERI | Publication Date | 1998. 08. | |
| Page | 102p. | Ill. & Tab. | Yes(<input checked="" type="checkbox"/>), No (<input type="checkbox"/>) | Size | 26 Cm. | |
| Note | | | | | | |
| Classified | Open(<input checked="" type="checkbox"/>), Restricted(<input type="checkbox"/>), ___ Class Document | | Report Type | Research Report | | |
| Sponsoring Org. | | | | Contract No. | | |
| Abstract(15-20 Lines) | | <p>This is a review on the previous researches for the vibration of fuel rod induced by axial flow. The analytical methods are classified into three categories accordingly as the researchers postulate the vibration to be self-excited, forced and parametric; the self-excited mechanism by Burgreen and Quinn, the forced one by Reavis, Gorman, Kanazawa, and S. Chen, and the parametric one by Y. Chen. Quinn supposed that the centrifugal force by flow exaggerated the natural bow in the cylinder, and the flexural force by it diminished the bow by turns; this interactive motion leded cylinder to vibration. The supporters to the forced mechanism considered the forces arising from pressure perturbation within the boundary layer as vibrating sources. Y. Chen insisted that the cylinder could only be excited to vibration in resonance by the small oscillation of mean flow velocity. The previous studies were based on the simple boundary conditions such as hinged-hinged or fixed-fixed single span. Therefore, for the more accurate prediction of the fuel rod vibration in reactor, the further studies need to reflect the actual boundary conditions of the fuel rod like axial force and continuous supports by grids.</p> | | | | |
| Subject Keywords (About 10 words) | | Fuel Rod, Flow-Induced Vibration, Axial Flow, Random Vibration, Power Spectral Density Function | | | | |