



KR9900137

KAERI/TR-1256 /99

액체금속로 고온구조 설계해석을 위한
NONSTA 코드 개발

**Development of NONSTA Code
for the Design and Analysis
of LMR High Temperature Structures**

1999. 2

30 - 48



한국원자력연구소

제 출 문

한국원자력연구소소장 귀하

본 보고서를 “칼리머 기계설계기술개발”과제의 연구 일환으로 수행한 연구내용
기술보고서로 제출합니다.

제목 : 액체금속로 고온구조 설계해석을 위한 NONSTA 코드 개발

Development of NONSTA Code for the Design and Analysis of LMR High
Temperature Structures

1999년 2월 19일

과 제 명 : KALIMER 기계설계기술개발

주 저 자 : 김 종 범

공동저자 : 이 형 연, 김 석 훈, 유 봉

요 약 문

액체금속로는 고온(500~550°C)의 고온에서 운전되므로 구조물에 사용되는 금속 재료들이 고온 환경에서 확산(diffusion), 전위활주(dislocation glide) 등과 같은 온도 의존성 변형기구가 작동되면서 복잡한 변형 양상을 보인다. 또한 재료 내부에 발생된 캐비티가 반복 하중에 의한 고온 피로균열과 결합하면서 수명이 급속히 감소하게 된다. 따라서 고온 구조물의 신뢰성 있는 안전성 평가를 위해서는 체계적인 고온 구조 해석기술의 확립이 우선적으로 요구된다.

본 연구의 목적은 재료의 거동을 비교적 정확히 예측할 수 있는 구성방정식을 이용하여 이를 여러 형태의 복잡한 구조물에 대하여 범용적으로 사용할 수 있도록 하기 위하여 상용 유한요소해석코드(ABAQUS)의 부프로그램(NONSTA; NONlinear STructural Analysis code))으로 개발하고 해석체계를 정립하는 데 있다. 개발한 프로그램을 검증하기 위하여 맥급수 크립 모델을 적용한 인장해석과 Chaboche 점소성 모델을 이용한 반복 인장-압축 해석을 수행한 결과 작성된 프로그램의 정확성을 확인할 수 있었다. 그리고 구멍이 있는 평판이 인장 하중을 받는 경우를 해석하여 시간에 따른 응력의 재분포가 일어나는 현상을 관찰할 수 있었고 다축 적용성을 확인할 수 있었다.

향후 연구 수행방향은 개발한 프로그램을 개선하고 손상평가를 간편하게 수행할 수 있는 방법을 개발하는 것인데 이는 손상계수를 도입하여 비탄성해석의 결과로 바로 손상 정도를 알 수 있도록 하는 것이다. 이는 기존의 손상평가 방법들이 일차적으로 구조해석을 수행한 후 응력과 변형률의 결과를 갖고 제시된 여러가지 손상평가식을 이용하여 복잡한 계산 과정을 거쳐 이차적으로 손상평가를 수행하는 것에 비해 바로 손상평가를 할 수 있는 장점이 있다.

Summary

Liquid metal reactor(LMR) operates at high temperature(500~550°C) and structural materials undergo complex deformation behavior like diffusion and dislocation glide due to high temperature environment. And the material life reduces rapidly due to the interaction of cavities created inside structural materials and high temperature fatigue cracks. Thus the establishment of high temperature structure analysis techniques is necessary for the reliability and safety evaluation of such structures.

The objectives of this study are to develop NONSTA code as the subprogram of ABAQUS code adopting constitutive equations which can predict high temperature material behavior precisely and to build the systematic analysis procedures. The developed program was applied to the example problems such as the tensile analysis using exponential creep model and the repetitive tension-compression analysis using Chaboche unified viscoplastic model. In addition, the problem of a plate with a center hole subjected to tensile load was solved to show the applicability of the program to multiaxial problem and the time dependent stress redistribution was observed.

The future direction of the current study is to improve developed program and to develop convenient damage evaluation methodology adopting damage parameter which can predict structural damage directly as the result of inelastic analysis while the existing damage evaluation procedures require structure analysis and separate damage evaluation using complex calculation process.

목 차

1. 서론	1
2. 비탄성 구성식	3
2.1. 구성방정식의 개발 및 수치적 적용기술 현황	3
2.2. 상태변수를 도입한 통합형 점소성 구성식	4
3. 비탄성 구성식의 적분	10
3.1. 비탄성 구성식의 일반적 형태	10
3.2. 구성식의 선형화	12
3.3. Globally Convergent Newton Method	13
3.4. 접선 강성 행렬의 유도	15
4. NONSTA 의 사용법	19
4.1. 구성식의 입력	19
4.2. ABAQUS 와 NONSTA 를 결합한 유한 요소 해석 절차	33
5. NONSTA 의 구성 및 사용 예제	35
5.1 프로그램에 관한 설명	35
5.2 프로그램의 적용 예제	38
5.2.1 Power law 크립 모델을 이용한 단순 인장 해석	38
5.2.2 Chaboche 점소성 모델을 이용한 유한 요소 해석	39
5.2.3 원형 구멍이 있는 평판의 크립 해석	45
6. 결론	51
참고문헌	52

표 목 차

표 1. 요소에 따른 $ntens, ndi, nshr[3]$	21
표 2. Chaboche 모델의 재료 상수[11]	25

그림 목 차

그림 1. 인장 하중에 의한 응력과 역응력의 발전 양상	9
그림 2. 제하(unloading)에 의한 소성 변형률의 역전(reverse)	10
그림 3. 인장 곡선에서 나타나는 접성 강성의 변화	16
그림 4. Flow chart of NONSTA-VP	37
그림 5. 멱급수 크립 모델을 적용한 인장 해석	38
그림 6. Chaboche 점소성 모델을 적용한 인장 해석	39
그림 7. 인장 곡선에서 응력과 상태변수의 관계	40
그림 8. 인장 하중에 의한 역응력의 변화	41
그림 9. 인장 하중에 의한 Drag 응력의 변화	41
그림 10. 반복 인장 압축 해석의 하중 파형	42
그림 11. 반복 인장 압축 하중이 작용하는 재료의 응력-변형률 곡선	43
그림 12. 반복 인장 압축에 의한 Drag 응력의 발전 및 수렴	43
그림 13. 반복 인장 압축 하중에 의한 변형률 경화와 응력 진폭의 안정화	44
그림 14. 반복 인장 압축 하중 조건에서의 응력과 역응력의 관계	44
그림 15. 원형 구멍이 있는 판의 형상과 유한 요소 모델	45
그림 16. 원형 구멍이 있는 평판의 유한 요소 해석의 하중 조건	46
그림 17. 탄성 해석에 의한 판재의 응력의 분포	47
그림 18. 비탄성 해석에 의한 판재의 응력의 재분포	47
그림 19. 탄성 해석을 통해 얻은 응력의 분포(σ_{22}) (400 초)	48
그림 20. 비탄성 해석을 통해 얻은 응력의 분포(σ_{22}) (400 초)	48
그림 21. 구멍 근처의 응력 분포(σ_{22}) (탄성 해석, 400 초)	49
그림 22. 구멍 근처의 응력 분포(σ_{22}) (비탄성 해석, 400 초)	49
그림 23. 구멍 있는 평판의 Mises 응력 분포 (a) 탄성 해석, (b) 비탄성 해석	50
그림 24. 구멍 근처의 Mises 응력 분포 (a) 탄성 해석, (b) 비탄성 해석	51

1. 서론

발전소의 터어빈 로터나 보일러, 항공기의 가스 터어빈, 액체 금속로 기기 및 부품 등과 같은 구조물들은 고온상태에서 운전상태에 따라 복잡한 하중이력을 경험하게 된다. 이러한 고온 구조물에 사용되는 대부분의 금속 재료들은 고온 환경 하에서 확산(diffusion), 전위 활주(dislocation glide) 등과 같은 온도 의존성 변형 기구가 작동되면서 복잡한 변형 양상을 보인다. 게다가 입계 강도의 변화, 변형시효 및 석출물 등으로 인하여 금속학적으로 불안정해질 뿐만 아니라, 재료 내부에 발생된 캐비티(cavity)가 반복 하중에 의한 피로 균열과 결합하면서 수명이 급격히 감소하게 된다[1]. 따라서 고온 구조물의 신뢰성 있는 안전성 평가를 위해서는 체계적인 고온 구조 해석기술의 확립이 우선적으로 요구된다.

고온 구조물의 설계 및 해석기술은 미국, 프랑스, 일본 등의 선진국들에서는 이미 독자적으로 ASME Pressure Vessel and Boiler Code, RCC-MR 와 같은 설계지침을 확립하여 실제적으로 적용되고 있고, 우리나라에서도 독자적인 기술 확립을 위한 연구가 활발히 진행되고 있다. 각 나라의 설계 규정마다 다소간의 차이를 나타내지만 공통적으로 탄성 해석기술과 비탄성 해석기술을 포함하고 있다. ASME Boiler and Pressure Vessel Code NH [2]의 경우, 탄성 해석은 재료가 갖는 비탄성을 고려하지 않고 구조적인 특성에서 생겨나는 비선형성만을 고려하여 평가하는 방법으로 재료가 가지고 있는 비탄성 거동에 대한 영향을 보정하기 위하여 여러가지 안전계수를 도입하고 있다. 따라서 탄성 해석기술은 비교적 해석하기가 용이한 장점이 있지만 대개의 경우 너무 보수적인 결과를 유도함에 따라 필요 이상의 과도한 설계를 요구하게 된다. 이에 비하여 비탄성 해석기술은 재료가 갖는 비탄성 거동과 구조적 특성에 의한 비선형성을 함께 고려함으로써 복잡한 구조물에 대해선 해석이 어렵지만 재료의 거동에 대한 정확한 예측이 가능하여 탄성해석이 갖는 지나친 보수성을 피할 수 있다. 특히 복잡한 변형기구를 보이는 고온 구조물의 경우 신뢰성 있는 안전성 평가를 위해서는 정확한 비탄성 해석기술의 확립이 필요하다.

비탄성 해석 기술의 확립을 위해서는 첫째, 재료의 거동을 비교적 정확히 예측할 수 있는 구성 방정식의 개발과 재료상수의 결정을 위한 실험기술 및 검증기술의 확립이 필요하고, 둘째, 개발된 구성방정식을 적용하여 실제 구조물의 비탄성 해석을 수행할 수 있는 수치적 안정성과 정확성이 보장된 유한요소해석 프로그램의 개발이 필요하다. 그리고 마지막으로 이러한 비탄성 해석 결과를 이용하여 고온구조물의 수명예측과 안전성 평가를 할 수 있는 평가방법 체계 확립이 필요하다.

지난 수세기 동안 금속의 비탄성 거동을 표현하는 다양한 형태의 구성식들이 개발되었다. 이러한 구성식의 개발로 인하여 비탄성 거동의 예측이 상당히 발전되었으며, 특수한 하중 조건에 적용하기 위하여 기존의 모델을 수정하거나 새로운 모델을 개발하고 있다. 개발된 비탄성 구성식을 구조해석에 적용하기 위해 유한요소해석 프로그램을 개발하여야 하지만, 이것은 방대한 양의 작업이므로 대부분의 경우에는 상용 유한요소해석 코드를 이용하여 비탄성 해석을 수행하게 된다. 하지만 상용 유한요소해석 프로그램이 비탄성 구성식을 내부적으로 지원하지 않는 경우 비탄성 구조해석을 수행할 수 없게 된다. 이러한 문제점을 보완하기 위하여 ABAQUS나 ADINA와 같은 상용 유한요소 해석 프로그램은 사용자가 재료의 변형 거동을 정의할 수 있는 모듈을 제공하여 비탄성 해석 능력을 보완하고 있다[3].

따라서 본 연구에서는 고온구조물의 비탄성 해석기술 확립을 위한 연구를 수행하기 위하여 기존에 개발된 다양한 구성식을 상용유한요소 프로그램인 ABAQUS에서 사용될 수 있게 하는 NONSTA 코드를 작성하여 여러 형태의 복잡한 구조물에 대하여 범용적으로 사용될 수 있도록 하였다.

프로그램의 적용 예로 power law 크립 모델과 Chaboche가 제안한 점소성 구성식을 적용한 해석을 수행하여 결과를 설명하였으며 모델의 입력 방법과 Source code 를 수록하였다.

2. 비탄성 구성식

2.1 구성식의 개발 및 수치적 적용기술 현황

고온에서의 재료 거동을 예측하기 위한 구성방정식 모델은 분리형 모델 (separate type model)과 통합 점소성 모델(unified viscoplastic model)로 구분된다. 분리형 모델은 소성변형과 크립 변형을 분리해서 취급할 수 있다는 고전적인 가정에 바탕을 두고, 소성변형과 크립 변형에 대해서 각각의 구성방정식을 별도로 적용하는 모델로, 304 스테인레스강과 316 스테인레스강에 대한 ORNL(Oak Ridge National Laboratory) 모델[4]이 여기에 해당된다. 이와는 달리 통합 점소성 모델은 소성변형과 크립변형을 물리적으로 동일한 발생기구에 의해서 생겨나는 비탄성 변형으로 가정하고 하중상태와 상태변수(internal state variable)들의 동적 특성 및 내부이력에 의한 변화를 시간 적분법에 의하여 계산하는 모델이다. 이러한 통합 점소성 모델은 최근까지도 많은 연구자들에 의하여 개발되고 있는데, 현재까지 개발된 모델들은 대개 항복조건의 유무에 의하여 크게 두가지로 분류될 수 있다. 먼저 Perzyna[5,6], Phillips와 Wu[7], Robinson[8], Eisenberg와 Yen[9], Chaboche[10-12] 등에 의해서 개발된 모델들은 항복조건을 갖는 통합 점소성 모델로서 일정한 응력상태 하에서만 비탄성 변형이 생겨나는 것으로 가정한 모델이다. 반면에, Bodner와 Partom [13], Hart [14], Miller[15], Liu와 Krempl[16], Stouffer와 Bodner[17] 등에 의해서 개발된 모델들은 항복조건을 갖지 않는 모델로서 낮은 응력상태 하에서도 비탄성 변형을 가질 수 있게 구성되어 있다. 또한 이러한 모델 이외에도 다른 형태의 모델들이 많은 연구자들에 의하여 제안된 바 있으며, 기존의 모델을 부분적으로 수정 보완한 모델들도 발표되었다 [18-21]. 이러한 통합 점소성 모델의 경우에는 하중이력에 따른 상태변수들의 동적 특성 및 내부이력을 계산해야 하므로 분리형 모델에 비하여 계산량이 많아 비효율적이며, 또한 유한요소해석에 적용하기에 어려움이 있지만, 재료의 실제 거동을 정확하게 모사할 수 있는 장점이 있다.

이와 같이 많은 통합 점소성 모델들이 개발됨으로 인하여 각각의 모델들에 대한 비교 연구와 수치해석적 방법에 의한 비탄성해석에의 적용에 관한 연구도 활발히 진행되었다. Chernocky[22,23]는 단순하중(monotonic loading)과 제하(unloading) 조건에 대한 통합 점소성 모델들간의 비교연구를 수행한 바 있다. 또한 Abdel-Kader 등[24,25]은 Inconel 718을 사용하여 Chaboche, Bodner-Partom 및 Walker 모델에 대해서 실험결과와 각 이론에 의한 예측결과를 비교하였고, Inoue 등[26]은 크롬-몰리강에 대해서 여러가지 모델들의 다축 거동을 실험 결과와 비교하였다.

한편, 이러한 통합점소성 모델들을 수치해석적 방법에 의해서 비탄성해석에 적용하기 위한 연구도 활발히 진행되었다. Krieg[27], Schreyer[28], Yoder[29], Ortiz[30,31], Nagtegaal[32] 등은 탄성예측 소성보정법(elastic predictor plastic corrector algorithm)을 적용하여 통합 점소성 모델의 구성방정식을 구현하였으며, Tanaka와 Miller[33,34]는 Miller의 통합 점소성 모델에 대해서 시간적분법을 적용하여 NONSS(non-linear system solver)를 개발한 바 있고, Honberger 등 [35]은 GMR(generalized mid-point rule) 시간적분법과 투사법(projection method)을 사용하여 Robinson 통합 점소성 모델을 ABAQUS의 UMAT으로 구현한 바 있다.

2.2 상태변수를 도입한 비탄성 구성식

비탄성 변형은 미세 구조에서 발생하는 비가역 현상에 기인하며 이는 주로 전위의 운동에 기인하며 석출물, 결정립 미끌림, 확산 등의 현상들이 서로 상호 작용하면서 복잡한 양상을 보이게 된다. 미세구조의 비가역 현상을 기술하기 위해서는 많은 변수들이 필요하다. 각 전위 거동과 미세 구조와의 상호작용의 정확한 서술은 불가능하며 비효율적이다. 그것은 소성 변형이 발생한 재료 내에는 1cm^3 부피에 총길이가 $10^6 \sim 10^{12}$ cm 정도가 되는 전위선(dislocation line)이 존재하기 때문이다. 따라서 모델링에 사용되는 변수를 분류하고 제한하는 것이 필요하다.

상태변수는 크게 외연적 상태변수(explicit state variable)와 내연적 상태변수(implicit state variable) 의 두 종류로 나뉜다. 외연적 상태변수는 결정립의 크기, 석출물 방향, 전위 특성 등의 미세 구조의 세부 사항을 정의하는 데 사용된다. 미세구조를 완전히 기술하기 위해서는 많은 수의 외연적 상태변수가 필요하다. 하지만 내연적 상태변수는 미세구조 변화의 거시적 평균량으로 정의되며, 외연적 상태변수에 비하여 압도적으로 작은 수로 미세구조의 변화를 근사할 수 있다. 대부분의 구성 방정식 모델링에서는 내연적 상태변수가 사용되며, 일반적으로 ‘상태변수’라 표현함은 내연적 상태변수를 의미한다.

상태변수에 추가하여, 거시적으로 정의되거나 관찰되며, 제어 혹은 측정되는 외부변수들이 있다. 이러한 외부변수들은 변형하는 재료 상태변수와 연관되어 있다. 전형적인 외부변수로는 응력, 압력, 변형률, 변형률 속도, 비탄성 변형률 속도, 일, 변형률 에너지 밀도, 온도 등이 있다.

상태변수를 사용한 구성식 모델링의 목적은 외부변수와 상태변수와의 상관관계를 유도하는 데 있다. 이 상관 관계로부터 변형 이력중의 비탄성 변형률 속도(inelastic strain rate)를 유도할 수 있게 된다. 현재 상태의 비탄성 변형률 속도는 기계적, 열적 하중과 현재 상태의 상태변수들에 의하여 결정된다. 이것의 과거의 모든 변형 이력은 미세 구조의 현재 상태에 의해 기술된다는 가정에 기인한다. 따라서 상태변수들은 반드시 미세구조의 변화를 고려하기 위하여 연속적으로 수정되어야 하며 현재의 미세 구조와 이전의 변형 이력의 관계는 상태변수의 발전을 통하여 모델에 포함된다.

수학적으로 상태변수를 이용한 모델링은 다음의 세가지 형태의 방정식으로 기술된다 [36].

- 1) 변형률 분리(kinematic equation)
- 2) 유동 법칙(kinetic equation)
- 3) 상태변수의 발전 방정식(evolution equations)

변형률 분리 식은 다음과 같이 표현되는데 전체 변형률(ϵ_{ij})은 미소 변형의 가정하에

탄성 성분(ϵ_{ij}^E)과 비탄성 성분(ϵ_{ij}^I) 그리고 열 변형 성분(ϵ_{ij}^{TH})으로 분리된다. 여기서 비탄성 변형률은 비탄성 변형률 속도($\dot{\epsilon}_{ij}^I$)를 적분하여 구한다.

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^E + \int_0^t \dot{\epsilon}_{ij}^I d\tau + \epsilon_{ij}^{TH} \quad (2.1)$$

여기서 t 는 하중 이력중의 특정 시간이고 소성 변형률과 크립 변형률은 따로 분리하여 사용하지 않으므로 통합된 비탄성 변형률로써 모든 비탄성 효과를 기술한다. 전체 변형률과 비탄성 변형률은 큰 값일 수 있으나 탄성 변형률과 열 변형률은 작다고 가정하면 선형 탄성 응력-변형률 법칙을 사용할 수 있다.

비탄성 유동 법칙(kinetic equation)은 다음과 같이 적을 수 있다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^I = \dot{\epsilon}_{ij}^I(\sigma_{ij}, T, \xi_k, \dots) \quad (2.2)$$

여기서 $\dot{\epsilon}_{ij}^I$ 은 비탄성 변형률 속도이며 응력(σ_{ij}), 온도(T), 그 외의 상태변수(ξ_k)들의 함수이다.

상태변수는 미세구조의 거시적 특성을 나타내는 척도로 사용되며 하중 이력에 의한 미세 구조의 변화는 현재의 상태변수로 표현될 수 있다. 상태변수의 발전 방정식(evolution equation)은 다음과 같이 현재의 상태변수와 외부변수의 함수로 표현된다.

$$\dot{\xi}_k = \dot{\xi}_k(\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}^I, T, \xi_i, \dots) \quad (2.3)$$

상태변수들은 반드시 중요한 미세구조의 변화를 기술할 수 있도록 선정되어야 하며 넓은 범위의 하중과 온도에 대하여 거시적 비탄성 변형의 예측이 실제 거동과 정확히 일치해야 한다. 여기서 상태변수와 외부변수의 관계를 결정하는 데 사용되는 중요한 금속학적, 실험적인 관찰 결과를 정리하면 다음과 같다[36]

1. 저온에서 발생하는 비탄성 변형은 슬립에 의하여 일어난다. 슬립은 최대 전단응력이 걸리는 평면에 가장 가까운 평면에서 일어난다.

2. 고온에서의 비탄성 변형은 평면슬립(planar slip)과 전위상승(dislocation climb), 확산에 의한 변형 기구에 의해서 발생한다.
3. 누적된 비탄성 변형은 부피 변화를 크게 일으키지 않는다. 여러 합금의 인장 실험에서 부피 변형률(volumetric strain)은 인장 변형률(tensile strain)의 1% 이하이다.
4. 누적 비탄성 변형률과 변형률 속도는 정수압에 무관하다.
5. 역응력(back stress: 슬립에 대한 저항)은 전위, 입계면, 석출물, 기타 장벽들과 전위의 상호작용에 의한 것이다. 슬립이나 비탄성 변형률을 발생시키는 전응력(net stress)은 전단응력과 역응력의 차이이다. 역응력은 단축 하중에서 전단 응력의 반대 방향으로 작용하므로 방향 의존성을 갖는다.
6. 금속의 초기 경도는 슬립에 대한 저항으로 결정된다. 이 저항은 초기 미세구조의 입계면, 석출물, 틈새 원자(interstitial atoms)와 같은 장애물에 의하여 발생된다. 이러한 영향은 다결정 금속의 경우 등방성을 나타내며 Drag 응력의 초기값으로 모사된다.
7. 경화(hardening)는 변형에 대한 저항이 증가하는 것이다. 이것은 주로 전위, 석출물, 입계면과 전위의 상호 작용에 의한 것이다.
8. 동적회복(dynamic recovery)은 변형 중에 전위의 소멸이며 경화의 속도를 늦춘다. 온도와 변형률 속도 의존성은 경화와 회복의 균형에 의한 것이다.
9. 회복(recovery)은 cell 과 subgrain 의 구성에 의해서 이루어진다. cell 과 subgrain 은 방향 의존적이고 일정 하중 조건에서 임계값에 도달한다.
10. 크립은 확산, 전위활주, 전위상승 등과 같은 온도 의존성 변형 기구에 의해 발생한다. 인장과 압축에서의 크립은 서로 다르며 이는 격자 팽창 혹은 압축이 확산 속도에 미치는 영향 때문이다.
11. 정적회복(static recovery)은 전위 사이의 상호 응력에 의해 발생한다. 온도가 높을수록 전위의 운동성이 향상되고 확산이 활발해진다. 정적회복은 크립 변형 중의 정상

상태 경화(effective steady-state hardening)를 낮춘다. 동적회복과 열적, 정적회복의 속도는 매우 다르다.

경화와 연화의 복합효과(net effect)는 수학적으로 비등방성과 등방성으로 구별할 수 있다. 따라서 최소한 두 개의 경화 상태변수가 필요하다. 역응력 텐서(back stress tensor)는 전위의 다중충돌(pileups)과 관련된 경화와 연화를 모사한다. Drag 응력은 점결함(point defect), 석출물, cell 과 subgrain, 결정립과 같은 등방성 효과를 모사해 준다. 다른 scalar 상태변수들은 크립 변형 중에 나타나는 경화와 정적, 열적회복의 복합 효과를 모사하기 위하여 필요하다.

역응력 효과는 Robinson[8], Chaboche[10], Miller[15], Walker[37], Stouffer[38] 등에 의하여 상태변수 모델링에 고려되었다. 역응력 효과는 그림 1 과 그림 2에서는 인장 하중을 가한 후(A-B), 제하(B-C) 시의 비탄성 유동의 방향이 역응력 효과로 인해 역전(C-D)되는 것과 소성 변형률의 방향이 바뀌는 것을 보여주고 있는데 반복 하중에 대한 변형을 모사하기 위해서는 이러한 역응력 효과가 반드시 고려되어야 한다.

역응력을 도입한 모델의 경우 비탄성 유동 법칙은 식 (2.4)와 같이 표현된다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda(\sigma_{kl}, T, \zeta_k, \dots)(S_{ij} - \Omega_{ij}) \quad (2.4)$$

여기서 S_{ij} 는 편차응력, Ω_{ij} 는 역응력을 의미하며 함수 λ 는 다른 거시적 상태변수에 의존한다. 식 (2.4)에서 역응력 텐서는 이차 편차 텐서이므로 비탄성 변형률의 비압축성과 방향 의존성을 모사할 수 있다. 슬립이 발생하기 전에는 전위의 상호작용이 발생하지 않기 때문에 역응력의 초기값을 보통 영이라고 가정한다.

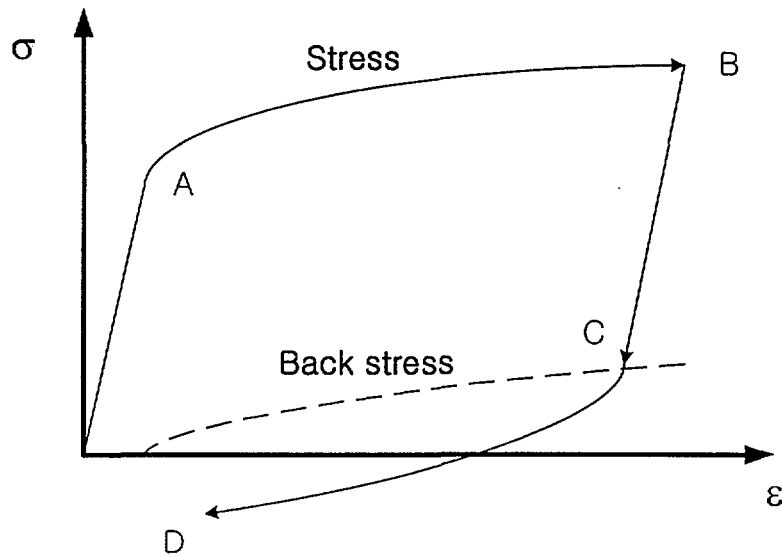


그림 1. 인장 하중에 의한 응력과 역응력의 발전 양상

Drag 응력은 초기 경도와 반복 하중에 의해 발생하는 경화나 연화를 모사하기 위하여 도입되었다. Drag 응력의 초기값은 변형 전의 미세 구조가 갖는 슬립의 초기 저항을 의미하며 Drag 응력의 발전은 방향에 의존하지 않는 점결합과 cell 구조와 subgrain의 발전, 전위의 상호작용에 의한 것이다. Cell 구조와 subgrain은 방향에 의존하지 않으므로 Drag 응력은 스칼라 값으로 가정한다. Drag 응력은 등진폭 반복하중에서 단조 증가하거나 단조 감소하여 임계값에 도달한다. Bodner[1]는 Drag 응력과 비슷한 스칼라 변수를 사용하여 등방성과 비등방성 경화를 누적 비탄성 일(accumulated inelastic work)의 함수로 모델화하였다. Walker[37], Miller[15], Robinson[8] 등의 연구자들은 Drag 응력을 등방성 경화 또는 연화를 누적 소성 변형률(accumulated plastic strain)의 함수로 모델화하였다.

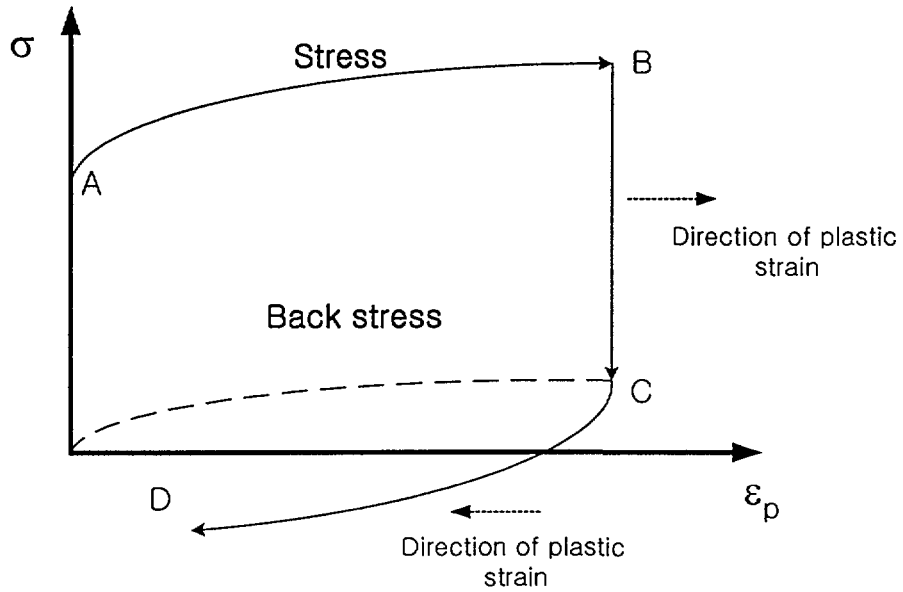


그림 2. 제하(unloading)에 의한 소성 변형률의 역전(reverse)

3. 비탄성 구성식의 적분

3.1 점소성 구성식의 일반적 형태

먼저 전체 변형률 속도($d\epsilon$)는 작은 변형률을 가정하여 탄성 변형률($d\epsilon^e$)과 비탄성 변형률($d\epsilon^p$), 및 열 변형률($d\epsilon^{th}$)로 분리할 수 있다.

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p + d\epsilon^{th} \quad (3.1)$$

이 식을 속도 형태로 바꾸면 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p + \dot{\epsilon}^{th} \quad (3.2)$$

분리된 변형률은 각각 다른 상태변수들의 함수로 정의된다. 먼저 소성 변형률 속도는 유동법칙에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}^p(\sigma, \xi) \quad (3.3)$$

여기서 ξ 는 상태변수를 의미한다. 예를 들어 Power Law 크립의 경우 유동 법칙은 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{3}{2} A (\sigma_{eq})^{n-1} \sigma' \quad (3.4)$$

여기서 σ' 와 σ_{eq} 는 각각 편차 응력과 Mises 등가 응력을 의미한다. 열변형률 속도는 일반적으로 현재의 온도와 온도 변화율에 비례한다.

$$\dot{\epsilon}^{th} = \alpha(T) \dot{T} \quad (3.5)$$

여기서 $\alpha(T)$ 는 온도에 의존하는 열팽창 계수를 의미한다.

비탄성 변형률과 열변형률이 정의되면 탄성 변형률은 그 차이값으로 정의된다.

$$\dot{\epsilon}^e = \dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p - \dot{\epsilon}^{th} = \dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p(\sigma, \xi) - \alpha(T) \dot{T} \quad (3.6)$$

식 (3.6)을 일반적인 함수 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}^e = \dot{\epsilon}^e(\sigma, \xi; \epsilon, T, \dot{\epsilon}, \dot{T}) \quad (3.7)$$

식 (3.7)의 오른쪽 항에서 탄성 변형률의 독립 변수를 ‘;’로 분리한 것은 ABAQUS와 같은 변위 기반 유한요소 해석 코드에서는 변위 증분이나 온도 증분이 먼저 주어지고 이에 해당하는 응력 증분을 계산하므로 온도와 변형률은 이미 알고 있는 값이고 수치적분을 통하여 계산해야 할 변수는 응력과 상태변수 뿐임을 나타내기 위함이다.

Hooke's Law는 탄성 변형률과 응력의 관계를 규정하는데 식(3.7)에 적용하면 비탄성 변형의 경우로 확대시킬 수 있다.

$$\dot{\sigma} = \mathbf{E}(T) \cdot \dot{\epsilon}^e(\sigma, \xi; \epsilon, T, \dot{\epsilon}, \dot{T}) \quad (3.8)$$

여기서 \mathbf{E} 는 탄성 강성 행렬(elastic stiffness matrix)이다. 식(3.8)을 외부변수와 상태변수들의 함수 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{\sigma} = \mathbf{f}(\sigma, \xi; \epsilon, T, \dot{\epsilon}, \dot{T}) \quad (3.9)$$

상태변수의 발전식은 앞의 응력의 발전식과 유사한 형태로 정의된다.

$$\dot{\xi} = g(\sigma, \xi; \epsilon, T, \dot{\epsilon}, \dot{T}) \quad (3.10)$$

3.2 구성식의 선형화

비선형 상미방 방정식의 형태로 정리되는 구성방정식을 적분하기 위한 방법으로는 Euler Method, Runge-Kutta Method, Gear Method, Stoer-Blush Method 등이 있다[39]. 하지만 적분 방법이 유한 요소 해석과 결합하여 사용되기 위해서는 여러가지 제한 조건에 구속을 받게 된다. 먼저 유한 요소 해석 코드가 평형 방정식(equilibrium equation)을 계산하는 데 있어 외연적 방법을 사용하는지, 내연적 방법을 사용하는지 여부가 중요하다. 외연적 방법을 사용하는 경우, 각 요소의 응력 값만 수정하고 반복 계산 없이 바로 다음 상태로 가기 때문에 기존의 다양한 방법을 적용할 수 있다. 하지만 내연적 방법을 사용하는 경우에는, 전체 시스템의 평형 방정식을 만족시키기 위하여 모든 비선형성을 작은 증분에 대하여 선형화하여야 하므로 Euler Method 와 같은 One-step method 를 적용시킬 수 있다[40]. ABAQUS 는 내연적 계산법을 사용하기 때문에 Euler Method 를 이용한 비선형 거동을 선형화시켜야 한다.

먼저 Euler 방법을 이용한 선형화 과정을 정리하면 다음과 같다. 상미분 방정식의 일반형을 식 (3.1)과 같이 적으면

$$\dot{y} = f(t, y) \quad (3.11)$$

이고 시간 증분 Δt 에 대하여 선형화 하면

$$\Delta y = [(1 - \theta)\dot{y}_t + \theta\dot{y}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (3.12)$$

이 된다. 여기서 θ 가 0 이면 forward gradient method, θ 가 1 이면 backward gradient method, θ 가 1/2 이면 central difference method 가 되는데, θ 가 $0 \leq \theta \leq 1$ 사이의 임의의 수가 될 경우 일반 중간점 법(General Midpoint Rule, 이하 GMR)이라고 한다. 식 (3.12)를 이용하여 다음 상태의 값을 계산하면

$$\begin{aligned} y_{t+\Delta t} &= y_t + \Delta y \\ &= y_t + [(1 - \theta)f(t, y_t) + \theta f(t + \Delta t, y_{t+\Delta t})]\Delta t \end{aligned} \quad (3.13)$$

이다.

식(3.8) 과 식(3.9)을 GMR 법에 의해 증분 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\sigma_{t+\Delta t} = \sigma_t + [(1-\theta) f(\sigma_t, \xi_t) + \theta f(\sigma_{t+\Delta t}, \xi_{t+\Delta t})] \Delta t \quad (3.14)$$

$$\xi_{t+\Delta t} = \xi_t + [(1-\theta) g(\sigma_t, \xi_t) + \theta g(\sigma_{t+\Delta t}, \xi_{t+\Delta t})] \Delta t \quad (3.15)$$

$$\mathbf{F}(\sigma_{t+\Delta t}, \xi_{t+\Delta t}) = \begin{bmatrix} \sigma_{t+\Delta t} - \sigma_t - [(1-\theta) f(\sigma_t, \xi_t) + \theta f(\sigma_{t+\Delta t}, \xi_{t+\Delta t})] \Delta t \\ \xi_{t+\Delta t} - \xi_t - [(1-\theta) g(\sigma_t, \xi_t) + \theta g(\sigma_{t+\Delta t}, \xi_{t+\Delta t})] \Delta t \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.16)$$

여기서 $\varepsilon, T, \dot{\varepsilon}, \dot{T}$ 는 증분 초기에 주어지는 값이어서 미지수라고 볼 수 없으므로 함수의 인자에서 생략하였다. 결과적으로 구성식의 적분은 선형화 과정을 거쳐서 벡터 함수 \mathbf{F} 를 최소화 시키는 최종 상태의 응력 $\sigma_{t+\Delta t}$ 과 상태변수 $\xi_{t+\Delta t}$ 를 결정하는 비선형 연립 방정식을 푸는 문제로 귀결되며 이는 다음 절에서 설명하기로 한다.

3.3 Globally Convergent Newton Method

비선형 방정식을 풀기위해 흔히 사용되는 Newton 방법은 초기값이 해에 충분히 가깝지 않으면 잘 수렴하지 않는 경향을 보인다. 이러한 문제점을 보완하기 위하여 Newton 방법의 빠른 local convergence와 매 반복 계산마다 해로의 수렴을 보장하는 globally convergent strategy를 결합하는 알고리즘[39]을 사용하였다.

비선형 연립 방정식 \mathbf{F} 의 Newton step은 다음과 같다

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{x}_{new} = \mathbf{x}_{old} + \delta \mathbf{x} \quad (3.18)$$

$$\delta \mathbf{x} = -\mathbf{J}^{-1} \cdot \mathbf{F} \quad (3.19)$$

여기서 \mathbf{J} 는 자코비안 행렬이다. 이때 이 Newton step이 함수 f 를 감소시키면 식(3.18)에 의하여 정의된 \mathbf{x}_{new} 가 새로운 시작점 \mathbf{x}_{old} 이 되어 계산을 반복한다.

$$f = \frac{1}{2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{F} \quad (3.20)$$

해에 충분히 가깝지 않을 때, Full Newton step($\delta \mathbf{x}$)을 택하는 것이 함수 f 를 항상 감소

시키는 것이 아니다. 하지만 확실한 것은 Newton 방향을 따라 움직일 경우, 함수 f 는 항상 감소한다는 것이다.

$$\nabla f \cdot \delta \mathbf{x} = (\mathbf{F} \cdot \mathbf{J})(-\mathbf{J}^{-1} \cdot \mathbf{F}) = -\mathbf{F} \cdot \mathbf{F} < 0 \quad (3.21)$$

이러한 성질을 이용하여 Newton 스텝의 방향을 따라 움직이면서 함수 f 를 감소시키는 새로운 점 \mathbf{x}_{new} 을 찾으면 된다.

$$\mathbf{x}_{\text{new}} = \mathbf{x}_{\text{old}} + \lambda \mathbf{p}, \quad 0 < \lambda \leq 1 \quad (3.22)$$

여기서 \mathbf{p} 는 full Newton step($\delta \mathbf{x}$)을 의미한다. 선추적(line search)의 목적은 $f(\mathbf{x}_{\text{old}} + \lambda \mathbf{p})$ 를 충분히 감소시키는 λ 값을 찾는 것이다. \mathbf{p} 는 항상 Newton 스텝 방향이므로 처음에는 λ 를 1로 잡는다. Full Newton 스텝에 의한 \mathbf{x}_{new} 가 해에 충분히 근접했을 경우 quadratic convergence를 보일 것이다. 하지만 그렇지 않을 경우, 더 작은 λ 를 선택하여 적절한 점을 찾을 때까지 Newton 스텝 방향을 따라 역회귀한다.

역회귀(back tracking)의 절차는 다음과 같다. 먼저 λ 를 변수로 하는 함수 $g(\lambda)$ 를 정의한다.

$$g(\lambda) \equiv f(\mathbf{x}_{\text{old}} + \lambda \mathbf{p}) \quad (3.23)$$

$$g'(\lambda) = \nabla f \cdot \mathbf{p} \quad (3.24)$$

만약 역회귀를 해야 할 경우 이미 알고 있는 $g(0), g'(0)$ 와 가장 최근의 정보를 이용하여 함수 g 를 근사화하고 함수 g 를 최소화하는 λ 를 결정한다. 처음 계산은 Full Newton 스텝을 취하는 것이므로 $g(1)$ 를 알게 된다. 여기서 $g(\lambda)$ 를 2차 함수로 근사화한다.

$$g(\lambda) \approx [g(1) - g(0) - g'(0)]\lambda^2 + g'(0)\lambda + g(0) \quad (3.25)$$

식 (3.25)를 미분하며 최적의 λ 를 결정할 수 있다.

$$\lambda = -\frac{g'(0)}{2[g(1) - g(0) - g'(0)]} \quad (3.26)$$

여기서 λ 가 너무 작아지지 않게 하기 위하여 $\lambda_{\text{min}}=0.1$ 로 정한다. 두번째와 그 이후의 역회귀를 수행하면서 이전에 얻은 $g(\lambda_1)$ 와 최근에 얻은 $g(\lambda_2)$ 값을 이용하여 g 를 다시 3차 함수로 근사화 할 수 있다.

$$g(\lambda) = a\lambda^3 + b\lambda^2 + g'(0)\lambda + g(0) \quad (3.27)$$

$g(\lambda_1)$ 와 $g(\lambda_2)$ 를 이용하여 연립방정식을 풀면 계수 a 와 b 를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \begin{bmatrix} 1/(\lambda_1)^2 & -1/(\lambda_2)^2 \\ -\lambda_2/(\lambda_1)^2 & \lambda_1/(\lambda_2)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g(\lambda_1) - g'(0)\lambda_1 - g(0) \\ g(\lambda_2) - g'(0)\lambda_2 - g(0) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

식 (3.27)를 최소로 만드는 λ 는 식 (3.27)을 미분한 이차 방정식의 근이다.

$$\lambda = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 3ag'(0)}}{3a} \quad (3.29)$$

여기서 λ 는 $\lambda_{\max} = 0.5\lambda_1$, $\lambda_{\min} = 0.1\lambda_1$ 사이에 있도록 조절한다. 결정된 λ 를 받아들일지 여부의 결정하기 위한 조건은 함수 f 의 표준 감소율이 최소한 f 의 초기 감소율($\nabla f \cdot \mathbf{p}$)보다 일정비 (α) 이상이어야 한다는 것이다.

$$f(\mathbf{x}_{\text{new}}) \leq f(\mathbf{x}_{\text{old}}) + \alpha \nabla f \cdot (\mathbf{x}_{\text{new}} - \mathbf{x}_{\text{old}}) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (3.30)$$

λ 가 식(3.30)의 조건을 만족시키면 $\mathbf{x}_{\text{new}} = \mathbf{x}_{\text{old}} + \lambda \mathbf{p}$ 를 \mathbf{x}_{old} 로 취환한 후 계산을 반복한다.

3.4 접선 강성 행렬의 유도

유한요소해석에서 전체 시스템의 평형 방정식을 풀기 위하여 선형화된 강성행렬(stiffness matrix)을 구성하게 되는데, 이것은 각 요소의 강성 행렬을 결합한 형태이다. 탄성 해석의 경우 요소의 강성 행렬이 일정하므로 각 요소의 강성 행렬을 매번 계산할 필요가 없지만 비탄성 해석의 경우 현재 상태에 따라 강성 행렬이 달라지게 된다.

그림 3은 전형적인 단순 인장 곡선을 나타내는 것으로 탄성 영역에서는 기울기(영률)가 일정하지만 비탄성 변형이 발생하면 그 기울기가 급격히 감소하는 경향을 보인다. 따라서 비탄성 거동을 보이는 재료의 경우 현재 상태에서 변형률 증분에 대한 응력의 증분의 비로써 강성행렬을 정의하게 되며 이를 접선 강성 행렬(tangent stiffness modulus)이라고 한다. 현재 상태의 접선 강성 행렬을 결정하기 위해서는 재료의 거동을 선형화하여 응력 증분과 변형률 증분의 비를 결정하여야 한다. 이때 유도된 접선 강성 행렬은 반드시 선형화된 계산

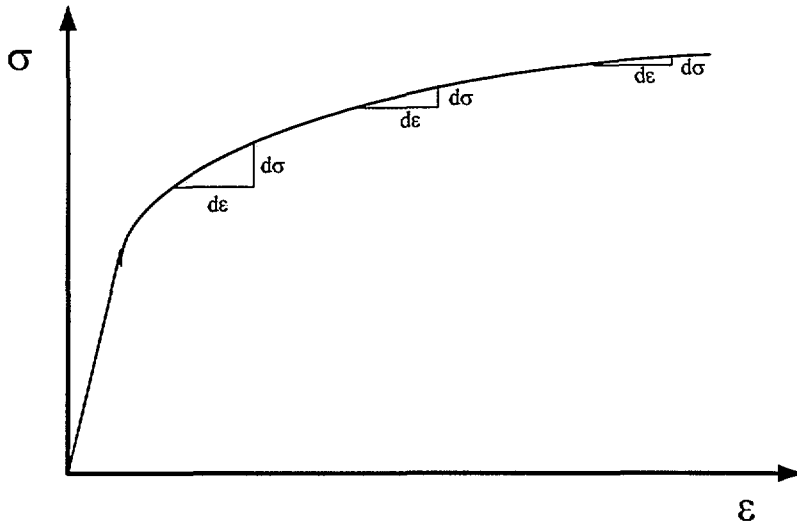


그림 3. 인장 곡선에서 나타나는 접선 강성의 변화

과정과 일관되게 계산되어야 한다.

선형화된 식(3.14), 식(3.15)을 $t + \Delta t$ 에서 각 독립 변수에 대하여 미분한 뒤 행렬 연산을 통하여 접선 강성 행렬을 유도한다. 이 때 식(3.14), 식(3.15)의 독립 변수로는 최종 상태에서의 응력($\sigma_{t+\Delta t}$), 상태변수($\xi_{t+\Delta t}$), 변형률 ($\epsilon_{t+\Delta t}$), 및 온도($T_{t+\Delta t}$)가 있으며 나머지 변수들은 이 독립 변수로부터 유도할 수 있다. 즉 변형 속도와 온도 변화 속도는 주어진 $\Delta \epsilon, \Delta T$ 에 의하여 나타낼 수 있다.

$$\dot{\epsilon}_t = \frac{\Delta \epsilon}{\Delta t} = \dot{\epsilon}_{t+\Delta t} \quad (3.31)$$

$$\dot{T}_t = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \dot{T}_{t+\Delta t} \quad (3.32)$$

여기서 주목해야 할 것은 최종 상태($t+\Delta t$)의 변형률이 최종 상태의 변형률 속도는 물론 초기 상태의 변형률 속도까지 정의한다는 점이다. 온도의 경우도 마찬가지인데 이것은 변형률 속도나 온도 변화 속도가 증분(Δt)사이에서는 일정하다고 가정하기 때문이다. 따라서 초기 상태의 응력 및 상태변수의 속도는 변형률 증분(혹은 최종 상태의 변형률)에 의존하며 초기 응력 속도에 대한 변형률의 비는 0 이 아닐 수 있게 된다. 즉 초기 응력 속도($\dot{\sigma}_t$)는 고정된 값이 아니라 $\epsilon_{t+\Delta t}, T_{t+\Delta t}$ 에 의하여 변한다. 이를 초기 상태와 최종 상태의 응력 속도를 독

립 변수의 함수로 표현하며 다음과 같다.

$$\dot{\sigma}_t = \dot{\sigma}_t(\boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}, T_{t+\Delta t}) \quad (3.33)$$

$$\dot{\sigma}_{t+\Delta t} = \dot{\sigma}_{t+\Delta t}(\boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}, \boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}, \boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}, T_{t+\Delta t}) \quad (3.34)$$

따라서 식(3.14)과 식(3.15)을 독립변수($\boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}, \boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}, \boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}, T_{t+\Delta t}$)에 대하여 variation 을 취하면

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{\sigma}_{i+1} = \Delta t & \left[(1-\theta) \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_i} d\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial T_i} dT_{i+1} \right) + \theta \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}} d\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial T_{i+1}} dT_{i+1} \right) \right] \\ & + \theta \Delta t \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i+1}} d\boldsymbol{\sigma}_{i+1} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\xi}_{i+1}} d\boldsymbol{\xi}_{i+1} \right] \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{\xi}_{i+1} = \Delta t & \left[(1-\theta) \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_i} d\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial T_i} dT_{i+1} \right) + \theta \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}} d\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial T_{i+1}} dT_{i+1} \right) \right] \\ & + \theta \Delta t \left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i+1}} d\boldsymbol{\sigma}_{i+1} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\xi}_{i+1}} d\boldsymbol{\xi}_{i+1} \right] \end{aligned} \quad (3.36)$$

이 된다. 여기서 시간 t 에서의 상태변수나 함수값을 i 첨자로, 시간 $t+\Delta t$ 에서의 상태변수나 함수값을 $i+1$ 첨자로 나타내기로 한다. 식(3.35)와 식(3.36)을 행렬 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} d\boldsymbol{\sigma}_{i+1} \\ d\boldsymbol{\xi}_{i+1} \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{pmatrix} d\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1} \\ dT_{i+1} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

여기서 행렬 \mathbf{A}, \mathbf{B} 는

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \Delta t \theta \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i+1}} & -\Delta t \theta \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\xi}_{i+1}} \\ -\Delta t \theta \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\xi}_{i+1}} & \mathbf{I} - \Delta t \theta \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{i+1}} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \Delta t \left((1-\theta) \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_i} + \theta \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}} \right) & \Delta t \left((1-\theta) \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial T_i} + \theta \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial T_{i+1}} \right) \\ \Delta t \left((1-\theta) \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_i} + \theta \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}} \right) & \Delta t \left((1-\theta) \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial T_i} + \theta \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial T_{i+1}} \right) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

이다. 식(3.37)의 양변에 역행렬 \mathbf{A}^{-1} 를 취하면 접선 강성 행렬을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} d\sigma_{i+1} \\ d\xi_{i+1} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \begin{pmatrix} d\epsilon_{i+1} \\ dT_{i+1} \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\sigma_{i+1}}{\partial\epsilon_{i+1}} & \frac{\partial\sigma_{i+1}}{\partial T_{i+1}} \\ \frac{\partial\xi_{i+1}}{\partial\epsilon_{i+1}} & \frac{\partial\xi_{i+1}}{\partial T_{i+1}} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

본 연구에서는 지금까지 설명한 과정을 ABAQUS에서 제공되는 UMAT 루틴으로 구현하여 프로그램을 작성하였으며 전체적인 진행과정을 설명하면 UMAT에서 계산된 최종 상태의 응력(σ_{i+1})과 상태변수(ξ_{i+1}), 및 응력 증분과 변형을 증분의 비 $\frac{\partial\sigma_{i+1}}{\partial\epsilon_{i+1}}$, 응력 증분과 온도 증분의 비 $\frac{\partial\sigma_{i+1}}{\partial T_{i+1}}$ 를 ABAQUS의 메인 프로그램으로 넘겨주고, 이를 이용하여 전체 요소의 강성 행렬을 구성하고 나면 시스템의 평형 방정식을 풀게 된다[3].

4. NONSTA 사용법

본 연구에서 개발한 프로그램인 NONSTA(NONlinear STructural Analysis code)와 ABAQUS를 결합하여 비탄성 유한요소 해석을 수행하기 위해서는 구성식을 사용자 부프로그램에 입력하여야 하고 ABAQUS 입력파일을 수정해야 한다. 넓은 범용성을 확보하기 위하여 비교적 까다로운 입력 작업을 거쳐서 구성식을 입력하게 되지만 여기서는 행렬 연산을 수행하는 보조 부프로그램을 추가하여 사용의 편의성을 보강하였다.

4.1 구성식의 입력

구성식의 입력은 응력과 상태변수의 발전식, 자코비안 행렬을 상태변수의 함수로 나타내어 다음의 부프로그램에 입력하면 된다.

USERINIT, USERFUNC, USERDERV

작성된 프로그램에서는 여러 개의 구성식이 이미 입력이 되어 있으므로 새로운 구성식을 추가하기 위해서는 일련번호를 위의 부프로그램 뒤에 붙인다. 예를 들어 Chaboche model의 경우 일련 번호가 03 이므로 이때의 함수이름은 다음과 같다.

USERINIT03, USERFUNC03, USERDERV03

본 절에서는 사용자의 이해를 돕기 위하여 Chaboche viscoplastic model 을 일례로 입력 과정을 설명하였다. Chaboche viscoplastic model 은 문헌[11]에 수록된 형태를 사용하였다. 이 모델은 AISI 304, AISI 316 스테인레스강의 비탄성 거동을 표현하기 위하여 개발되었다. 대표적인 특성으로는 비선형 이동 경화 응력과 비선형 등방 경화를 나타내는 상태변수를 가지고 있으며 멱급수 형태의 유동 법칙으로 소성 변형량의 크기를 규정한다.

a) USERINIT

USERINIT에서는 상태변수의 수와 초기값, 구성식에 사용되는 재료 상수 등을 정의한다.

먼저 부프로그램의 기본적인 형태는 다음과 같다.

```
Userinit03 (stress, tv, sv, ntens, ndi, nshr, ntv, nsv, itvar,
*          param, nparam)
implicit real*8 (a-h, o-z)
parameter (np = 50, nv=10)
dimension stress (ntens), tv (ntens, ntv), sv (nsv)
dimension param (np)
dimension itvar (nv)
```

변수에 대한 설명

- ◇ **stress** : 응력 성분을 저장하는 배열
- ◇ **tv** : 텐서 상태변수(Tensorial state variable)를 저장하는 배열
- ◇ **sv** : 스칼라 상태변수(Scalar state variable)를 저장하는 배열

- ◇ **ntens** : 텐서 변수의 크기 혹은 응력 성분의 수
- ◇ **ndi** : 수직 응력의 수 (응력의 경우 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ 의 수를 의미)
- ◇ **nshr** : 전단 응력의 수 (응력의 경우 $\sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}$ 의 개수를 의미)
- ◇ **ntv** : 텐서 상태변수의 수
- ◇ **nsv** : 스칼라 상태변수의 수
- ◇ **itvar** : 텐서 상태변수의 단위계(dimension)를 저장하는 배열
(0: stress dimension, 1: strain dimension, 2: other dimension)
- ◇ **param** : 재료 상수를 저장하는 배열
- ◇ **nparam** : 재료 상수의 수

변수 **ntens**, **ndi**, **nshr**는 해석에 사용하는 요소에 따라서 값이 달라지며 구조 해석에 주로 사용되는 요소에 대하여 이 변수들을 표 1에 정리하였다.

표 1. 요소에 따른 **ntens**, **ndi**, **nshr**[3]

Element type	ntens	ndi	nshr
Beam element	1	1	0
Plane stress element	2	1	3
Plane strain element	3	1	4
Axisymmetric element	3	1	4
3-D element	3	3	6

USERINIT에서 정의하여야 할 변수는 **ntv**, **nsv**, **itvar**, **tv**, **sv**, **stress**, **nparam**, **param** 이며 나머지 변수들은 정보의 전달만을 수행한다.

◆ Chaboche 점소성 모델의 입력

Chaboche model의 경우 한 개의 텐서 변수(**ntv**:1)와 한 개의 스칼라 상태(**nsv**:1)를 가지고

있으며 텐서 변수의 단위계는 응력과 같다(itvar(1):1). 초기의 응력과 상태변수의 값은 모두 0이다. 재료 상수의 수는 10개이고(nparma:10) 재료 상수는 param에 저장하였다.

★ Chaboche model 을 입력한 USERINIT

```
Subroutine serinit03(stress,tv,sv,ntens,ndi,nshr,ntv,nsv,itvar,
*
      param,nparam)
implicit real*8 (a-h,o-z)
parameter (np = 50,nv=10)
dimension stress(ntens),tv(ntens,ntv),sv(nsv)
dimension param(np)
dimension itvar(nv)

c   number of tensorial components
ntv = 1
c   number of scalar components
nsv = 1

c   type of tensorial components
do 1 i=1,1
1   itvar(i) = 1

c   Initial value of state variables
do 10 i=1,ntens
stress(i) = 0.d0
10  continue

do 20 j=1,ntv
do 20 i=1,ntens
tv(i,j) = 0.d0
20  continue

do 30 i=1,nsv
sv(i) = 0.d0
30  continue

c   number of parameters
nparam = 10

c   Value of parameter value
param(1)= 196000
param(2)= 0.3
param(3)= 1.d-5
param(4)= 151
param(5)= 24
param(6)= 82
param(7)= 162400
param(8)= 2800
param(9)= 60
param(10)= 8

return
end
```

b) USERFUNC

USERFUNC 은 외부변수와 상태변수의 상관관계, 즉 구성식을 입력하는 부프로그램이다. 외부변수의 상태변수의 발전식을 외부변수와 상태변수를 변수로 갖는 함수형태로 표현하되 rate 형태로 입력하여야 한다. 참고로 대부분의 비탄성 구성식은 rate 형태로 정의된다.

먼저 부프로그램의 기본적인 형태는 다음과 같다.

```
Subroutine userfunc03 (srate, tvrate, svrate,
*                    stress, tv, sv,
*                    stran, dstran, dtime, temp, dtemp, props,
*                    ntens, ntv, nsv, nprop)

implicit real*8(a-h, o-z)
dimension props (nprop)
dimension srate (ntens), tvrate (ntens, ntv), svrate (ntv)
dimension stress (ntens), stran (ntens), dstran (ntens)
dimension tv (ntens, ntv), sv (nsv)
```

변수에 대한 설명

(편의상 텐서 상태변수를 \mathbf{X} , 스칼라 변수를 R 로 표기한다.)

- ◇ **srate**: 현재의 응력 속도($\dot{\sigma}$)를 저장하는 배열
- ◇ **tvrate**: 현재의 텐서 상태변수의 발전 속도($\dot{\mathbf{X}}$)를 저장하는 배열
- ◇ **svrate**: 현재의 스칼라 상태변수의 발전 속도(\dot{R})를 저장하는 배열
- ◇ **stress**: 현재의 응력을 저장하는 배열
- ◇ **tv**: 현재의 텐서 상태변수(\mathbf{X})를 저장하는 배열
- ◇ **sv**: 현재의 스칼라 상태변수(R)를 저장하는 배열
- ◇ **stran**: 현재의 변형률을 저장하는 배열
- ◇ **dstran**: 계산하고 있는 스텝에서의 변형률 증분을 저장하는 배열

- ◇ **dtime** : 계산하고 있는 스텝에서의 시간 증분
- ◇ **temp** : 현재의 온도
- ◇ **dtemp** : 계산하고 있는 스텝에서의 온도 증분
- ◇ **props** : 재료 상수를 저장하는 배열
- ◇ **ntens** : 텐서 변수의 크기 혹은 응력 성분의 수
- ◇ **ntv** : 텐서 상태변수의 수
- ◇ **nsv** : 스칼라 상태변수의 수
- ◇ **nprop** : 재료 상수의 수

USERFUNC에서는 응력과 상태변수의 발전식을 현재 상태의 변형률, 응력, 상태변수, 변형률 증분, 시간 증분, 온도 증분의 함수로 나타낸다. 정의하여야 할 변수는 **srate**, **tvrate**, **svrate** 이며 나머지 변수들은 정보의 전달만을 수행한다.

텐서 변수(**tv**)는 크기는 **ntens*ntv** 인 2 차원 배열이고 **tvrate(i,j)**의 **i**는 텐서 요소의 첨자이고 **j**는 텐서 변수의 번호가 된다. 스칼라 변수(**sv**)는 크기가 **nsv** 인 배열이고 **sv(i)**에서 **i**는 스칼라 변수의 번호가 된다. **tvrate** 와 **svrate** 도 각각 **tv** 와 **sv** 와 같은 크기와 첨자를 갖는다.

◆ Chaboche 점소성 모델의 입력

먼저 소성 변형률은 유동 법칙에 의해 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \dot{p} \mathbf{n} \quad (4.1)$$

$$\dot{p} = \left\langle \frac{J(\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}) - \kappa - \sigma_y}{K} \right\rangle^n \quad (4.2)$$

$$\mathbf{n} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}}{J(\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha})} \quad (4.3)$$

여기서 \mathbf{s} 는 편차 응력 성분을 나타내며 $J(\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha})$ 는 초과응력(ovestress) $\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}$ 에 대한 Mises 유효 응력을 나타내고 있다. \mathbf{n} 은 소성 변형률의 방향을 의미한다.

$$J(\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{s}_{ij} - \alpha_{ij})(\mathbf{s}_{ij} - \alpha_{ij})} \quad (4.4)$$

응력의 발전식은 식(4.5)에 의하여 정의된다.

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{E}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p) = \mathbf{E} \left\{ \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \frac{3}{2} \left\langle \frac{J(\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}) - \kappa - \sigma_y}{K} \right\rangle^n \frac{\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}}{J(\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha})} \right\} \quad (4.5)$$

이동 경화 응력의 발전식은 식(4.6)에 의하여 정의된다.

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{2}{3} C \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p - \gamma \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \left(\frac{2}{3} C \mathbf{n} - \gamma \dot{\boldsymbol{\alpha}} \right) \dot{\mathbf{p}} \quad (4.6)$$

등방 경화 응력의 발전식은 식(4.7)에 의하여 정의된다.

$$\dot{\kappa} = b(Q - \kappa) \dot{\mathbf{p}} \quad (4.7)$$

응력, 이동 경화 응력, 등방 경화 응력의 발전식을 현재의 상태변수의 형태로 입력하면 된다. 해석에는 20°C의 316 스테인레스 강의 재료상수를 사용하였으며 재료상수는 식(4.1)에서 식(4.7)까지 표기된 문자의 형태로 표 2에 정리하였다.

표 2. Chaboche 모델의 재료 상수[11]

기호	재료 상수	비고	기호	재료 상수	비고
E	196GPa	Young's modulus	σ_y	82	식 (4.2)
ν	0.3	poisson's ratio	C	162400	식 (4.6)
α		CTE	γ	2800	식 (4.6)
K	151 MPa	식 (4.2)	b	8	식 (4.7)
n	24	식 (4.2)	Q	60	식 (4.7)

✧ Chaboche model 을 입력한 USERFUNC

```

      subroutine userfunc03 (srate,tvrate,svrate,
*           stress,tv,sv,
*           stran,dstran,dtime,temp,dtemp,props,
*           ntens,ntv,nsv,nprop)
c
c   tv : tensorial variable           tvrate : rate of tv
c   sv : scalar variable             svrate : rate of sv
c
      implicit real*8(a-h,o-z)

      dimension props(nprop)
      dimension srate(ntens),tvrate(ntens,ntv),svrate(ntv)
      dimension stress(ntens),stran(ntens),dstran(ntens)
      dimension tv(ntens,ntv),sv(nsv)

      dimension eerate(ntens),devstr(ntens),devmat(ntens,ntens)
      dimension dummy(ntens),dmat(ntens,ntens),direct(ntens)

c   material parameter
      young = props(1)
      enu   = props(2)
      gamma = props(3)
      eK    = props(4)
      en    = props(5)
      yield = props(6)
      C     = props(7)
      ro    = props(8)
      Q     = props(9)
      b     = props(10)

      shydro = (stress(1)+stress(2)+stress(3))/3.d0
      xhydro = (tv(1,1) + tv(2,1) + tv(3,1))/3.d0

      do 10 i=1,3
10     devstr(i) = ( stress(i) - shydro ) - ( tv(i,1)-xhydro )
      do 11 j=4,ntens
11     devstr(j) = stress(j) - tv(j,1)

      call kmulvv(devstr,devstr,smises,ntens)
      smises = dsqrt(1.5d0*smises)

      perate = ( dmax1(smises-sv(1)-yield,0.d0)/eK )**en
      if (smises.ne.0.d0) then
      do 12 i = 1,ntens
12     direct(i) = 1.5d0*devstr(i)/smises
      else
      do 13 i = 1,ntens
13     direct(i) = 0.d0
      endif

c   define stress rate
      do 30 k=1,ntens
30     eerate(k) = dstran(k)/dtime-perate*direct(k)
      do 31 k=1,3

```

```

31  eerate(k) = eerate(k) - gamma*dtemp/dtime

    call estiff(dmat,young,enu,ntens,3)
    call kmultv(dmat,eerate,srate,ntens,ntens)

c   define the rate of tensorial components
do 40 i=1,ntens
40  tvrate(i,1) = ( 2.d0/3.d0*C*direct(i) - ro*tv(i,1) )*perate

c   define the rate of scalar components
svrate(1) = b*( Q - sv(1) )*perate

    return
    end

```

c) USERDERV

USERDERV는 Newton method의 자코비안 행렬을 구성하기 위하여 응력과 상태변수의 발전식의 미분값을 입력하는 부프로그램이다. 이 부프로그램은 접선 강성 행렬을 유도하는 데에도 사용된다. 미분함수들은 USERFUNC에서 정의된 발전방정식을 독립 변수로 미분하여 입력한다.

기본적인 파일 형식은 다음과 같다.

```

subroutine userderv03 (DstrDst, DstrDtv, DstrDsv, DstrDe, DstrDtp,
*                   DtvrDst, DtvrDtv, DtvrDsv, DtvrDe, DtvrDtp,
*                   DsvrDst, DsvrDtv, DsvrDsv, DsvrDe, DsvrDtp,
*                   stress, tv, sv,
*                   stran, dstran, dtime, temp, dtemp, props,
*                   ntens, ntv, nsv, nprop)
implicit real*8(a-h,o-z)

dimension DstrDst (ntens,ntens), DstrDtv (ntens,ntens,ntv),
*         DstrDsv (ntens,nsv), DstrDe (ntens,ntens), DstrDtp (ntens),
*         DtvrDst (ntens,ntv,ntens), DtvrDtv (ntens,ntv,ntens,ntv),
*         DtvrDsv (ntens,ntv,nsv), DtvrDe (ntens,ntv,ntens),
*         DtvrDtp (ntens,ntv),
*         DsvrDst (nsv,ntens), DsvrDtv (nsv,ntens,ntv),
*         DsvrDsv (nsv,nsv), DsvrDe (nsv,ntens), DsvrDtp (nsv)

```


변수에 대한 설명

(편의상 텐서 상태변수를 X, 스칼라 변수를 R, 온도를 T로 표기한다.)

- ◇ DstrDst : $\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma}$, 응력 속도를 응력으로 미분한 행렬
- ◇ DstrDtv : $\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial X}$, 응력 속도를 텐서 상태변수로 미분한 행렬
- ◇ DstrDsv : $\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial R}$, 응력 속도를 스칼라 상태변수로 미분한 행렬
- ◇ DstrDe : $\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \epsilon}$, 응력 속도를 변형률로 미분한 행렬
- ◇ DstrDtp : $\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial T}$, 응력 속도를 온도로 미분한 행렬
- ◇ DtvrDst : $\frac{\partial \dot{X}}{\partial \sigma}$, 텐서 상태변수 속도를 응력으로 미분한 행렬
- ◇ DtvrDtv : $\frac{\partial \dot{X}}{\partial X}$, 텐서 상태변수 속도를 텐서 상태변수로 미분한 행렬
- ◇ DtvrDsv : $\frac{\partial \dot{X}}{\partial R}$, 텐서 상태변수 속도를 스칼라 상태변수로 미분한 행렬
- ◇ DtvrDe : $\frac{\partial \dot{X}}{\partial \epsilon}$, 텐서 상태변수 속도를 변형률로 미분한 행렬
- ◇ DtvrDtp : $\frac{\partial \dot{X}}{\partial T}$, 텐서 상태변수 속도를 온도로 미분한 행렬
- ◇ DsvrDst : $\frac{\partial \dot{R}}{\partial \sigma}$, 스칼라 상태변수 속도를 응력으로 미분한 행렬
- ◇ DsvrDtv : $\frac{\partial \dot{R}}{\partial X}$, 스칼라 상태변수 속도를 텐서 상태변수로 미분한 행렬
- ◇ DsvrDsv : $\frac{\partial \dot{R}}{\partial R}$, 스칼라 상태변수 속도를 스칼라 상태변수로 미분한 행렬
- ◇ DsvrDe : $\frac{\partial \dot{R}}{\partial \epsilon}$, 스칼라 상태변수 속도를 변형률로 미분한 행렬
- ◇ DsvrDtp : $\frac{\partial \dot{R}}{\partial T}$, 스칼라 상태변수 속도를 온도로 미분한 행렬

모든 행렬의 첨자는 앞에서 정의된 응력, 텐서 상태변수, 스칼라 상태변수의 첨자 체계를

그대로 이용하고 있다. 예를 들면 $\mathbf{D}t\nu r\mathbf{D}st$ 의 경우 $t\nu$ 가 크기가 $ntens*ntv$ 인 배열이고 st 는 크기가 $ntens$ 인 배열이므로 $\mathbf{D}t\nu r\mathbf{D}st$ 는 크기가 $ntens*ntv*ntens$ 인 배열이 된다.

해당되는 미분값이 모두 0인 경우 정의하지 않고 넘어가면 된다.

◆ Chaboche 점소성 모델의 입력

0) 비탄성 변형률 속도에 대한 미분

('0'이라고 표기한 이유는 반드시 정의해야 할 미분은 아니지만 다른 미분 값들을 정의하는 데 쓰이기 때문에 참조로 붙인 번호이다.)

$$\frac{\partial \dot{p}}{\partial \sigma_j} = \frac{m}{K} \left\langle \frac{J(s-\alpha) - \kappa - \sigma_y}{K} \right\rangle^{m-1} \mathbf{n}_j \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial \dot{p}}{\partial X_j} = (-) \frac{\partial \dot{p}}{\partial \sigma_j} \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \dot{p}}{\partial \kappa} = (-) \frac{m}{K} \left\langle \frac{J(s-\alpha) - \kappa - \sigma_y}{K} \right\rangle^{m-1} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial n_k}{\partial \sigma_j} = \frac{1}{J(s-\alpha)} \left(\frac{3}{2} \frac{\partial s_k}{\partial \sigma_j} - n_k n_j \right) \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial n_k}{\partial X_j} = (-) \frac{\partial n_k}{\partial \sigma_j} \quad (4.12)$$

1) 응력 속도에 대한 미분

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_i}{\partial \sigma_j} = (-) E_{ik} \left(\dot{p} \frac{\partial n_k}{\partial \sigma_j} + n_k \frac{\partial \dot{p}}{\partial \sigma_j} \right) \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_i}{\partial \alpha_j} = (-) \frac{\partial \dot{\sigma}_i}{\partial \sigma_j} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_i}{\partial \kappa} = (-) E_{ik} n_k \frac{\partial \dot{p}}{\partial \kappa} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_i}{\partial \varepsilon_j} = \frac{1}{\Delta t} E_{ij} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_i}{\partial T} = (-) \frac{1}{\Delta t} E_{ij} \alpha_j \quad (4.17)$$

식 (4.17)의 α_j 는 열팽창률을 벡터 형태로 나타낸 것이다.

2) 텐서 상태변수에 대한 미분

$$\frac{\partial \dot{\alpha}_i}{\partial \sigma_j} = \left(\frac{2}{3} C n_i - \gamma \dot{\alpha}_i \right) \frac{\partial \dot{p}}{\partial \sigma_j} + \frac{2}{3} C \frac{\partial n_i}{\partial \sigma_j} \dot{p} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \dot{\alpha}_i}{\partial \alpha_j} = \left(\frac{2}{3} C n_i - \gamma \dot{\alpha}_i \right) \frac{\partial \dot{p}}{\partial \alpha_j} + \left(\frac{2}{3} C \frac{\partial n_i}{\partial \alpha_j} - \gamma \delta_{ij} \right) \dot{p} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \dot{\alpha}_i}{\partial \kappa} = \left(\frac{2}{3} C n_i - \gamma \dot{\alpha}_i \right) \frac{\partial \dot{p}}{\partial \kappa} \quad (4.20)$$

여기서 δ_{ij} 는 i 와 j 가 같을 때만 1 이고 나머지 경우에는 항상 1 이다.

3) 스칼라 상태변수에 대한 미분

$$\frac{\partial \dot{\kappa}}{\partial \sigma_i} = b(Q - \kappa) \frac{\partial \dot{p}}{\partial \sigma_i} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial \dot{\kappa}}{\partial \alpha_i} = b(Q - \kappa) \frac{\partial \dot{p}}{\partial \alpha_i} \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial \dot{\kappa}}{\partial \kappa} = -\dot{p} + b(Q - \kappa) \frac{\partial \dot{p}}{\partial \kappa} \quad (4.23)$$

☆ Chaboche model 을 입력한 USERDERV

```

subroutine userderv03 (DstrDst, DstrDtv, DstrDsv, DstrDe, DstrDtp,
*                   DtvrDst, DtvrDtv, DtvrDsv, DtvrDe, DtvrDtp,
*                   DsvrDst, DsvrDtv, DsvrDsv, DsvrDe, DsvrDtp,
*                   stress, tv, sv,
*                   stran, dstran, dtime, temp, dtemp, props,
*                   ntens, ntv, nsv, nprop)

```

```

implicit real*8(a-h,o-z)

dimension DstrDst(ntens,ntens),DstrDtv(ntens,ntens,ntv),
*         DstrDsv(ntens,nsv),DstrDe(ntens,ntens),DstrDtp(ntens),
*         DtvrDst(ntens,ntv,ntens),DtvrDtv(ntens,ntv,ntens,ntv),
*         DtvrDsv(ntens,ntv,nsv),DtvrDe(ntens,ntv,ntens),
*         DtvrDtp(ntens,ntv),
*         DsvrDst(nsv,ntens),DsvrDtv(nsv,ntens,ntv),
*         DsvrDsv(nsv,nsv),DsvrDe(nsv,ntens),DsvrDtp(nsv)

dimension stran(ntens),dstran(ntens),props(nprop)
dimension stress(ntens),tv(ntens,ntv),sv(nsv)
dimension thrate(ntens)
dimension dummy(ntens),dmat(ntens,ntens)
dimension amat(ntens,ntens),devstr(ntens)
dimension bmat(ntens,ntens),cmat(ntens,ntens)
dimension direct(ntens),xvec(ntens),gamma(ntens,ntens)

young = props(1)
enu   = props(2)
alpa  = props(3)
eK    = props(4)
en    = props(5)
yield = props(6)
C     = props(7)
ro    = props(8)
Q     = props(9)
b     = props(10)

shydro = (stress(1)+stress(2)+stress(3))/3.d0
xhydro = (tv(1,1) + tv(2,1) + tv(3,1))/3.d0

do 10 i=1,3
10  devstr(i) = ( stress(i) - shydro ) - ( tv(i,1) - xhydro )
do 11 j=4,ntens
11  devstr(j) = stress(j) - tv(j,1)

call kmulvv(devstr,devstr,smises,ntens)
smises = dsqrt(1.5d0*smises)

perate = ( dmax1(smises-sv(1)-yield,0.d0)/eK )**en

call zero1d(direct,ntens)
if (smises.ne.0.d0) then
do 12 i = 1,ntens
12  direct(i) = 1.5d0*devstr(i)/smises
endif

beta = (en/eK)*( dmax1(smises-sv(1)-yield,0.d0)/eK )**en

call ddsdds(amat,ntens)
call kdiadic(direct,direct,bmat,ntens)

call zero2d(gamma,ntens,ntens)
if(smises.ne.0.d0) then
do 13 i = 1,ntens
do 13 j = 1,ntens

```

```

13  gamma(i,j) = ( 1.5d0*amat(i,j) - bmat(i,j) )/smises
    endif
c
c  define jacobians of stress rate
c
    do 20 i=1,ntens
    do 20 j=1,ntens
cmat(i,j) = -1.d0*( perate*gamma(i,j) + beta*bmat(i,j) )
20  continue

    call estiff(dmat,young,enu,ntens,3)
    call kmultt(dmat,cmat,dstrdst,ntens,ntens,ntens)

    do 21 i=1,ntens
    do 21 j=1,ntens
21  dstrdtv(i,j,1) = -1.d0*dstrdst(i,j)

    call kmultv(dmat,direct,dstrdsv,ntens,ntens)
    do 22 i=1,ntens
22  dstrdsv(i,1) = beta*dstrdsv(i,1)

c
c  define jacobians of tensorial component rate
c
    do 30 i=1,ntens
30  xvec(i) = 2.d0/3.d0*C*direct(i) - ro*tv(i,1)

    call kdiadic(xvec,direct,amat,ntens)
    do 31 i=1,ntens
    do 31 j=1,ntens
31  dtvrdst(i,1,j) = beta*amat(i,j)+2.d0/3.d0*C*perate*gamma(i,j)

    do 32 i=1,ntens
    do 32 j=1,ntens
32  dtvrdtv(i,1,j,1) = -1.d0*dtvrdst(i,1,j)
    do 33 i=1,ntens
33  dtvrdtv(i,1,i,1) = dtvrdtv(i,1,i,1)-ro*perate

    do 34 i=1,ntens
34  dtvrdsv(i,1,1)= -1.d0*xvec(i)*beta

c
c  define the jacobian of the scalar component rate
c
    do 40 j=1,ntens
40  dsvrdst(1,j) = b*(Q-sv(1))*beta*direct(j)

    do 41 j=1,ntens
41  dsvrdtv(1,j,1) = -1.d0*dsvrdst(1,j)

    dsvrdsv(1,1) = b*perate + b*( Q - sv(1) )*beta
    dsvrdsv(1,1) = (-1.d0)*dsvrdsv(1,1)

    do 100 i = 1,ntens
    do 100 j = 1,ntens

```

```

DstrDe(i,j) = dmat(i,j)/dtime
100  continue

      do 110 i=1,ntens
110   thrate(i) = 0.d0
      do 120 i=1,3
120   thrate(i) = -1.d0*alpa

      call kmultv(dmat,thrate,dummy,ntens,ntens)
      do 140 i=1,ntens
140   dstrdtp(i) = dummy(i)/dtime

      return
      end

```

4.2. ABAQUS 와 NONSTA 를 결합한 유한 요소 해석 절차

앞절에서 설명한 샤보시 구성식을 이용하여 구조해석을 수행하기 위해서는 ABAQUS 입력 파일을 작성해야 한다. 입력 파일에서 재료의 거동을 정의하는 부분은 다음과 같다.

```

*material,name=316ss
*depvar
  10,
*user material, constants=4
  3, 0.5, 0.001, 0
*user subroutines, input=nonsta_vp.f

```

입력 파일의 내용을 설명하면 다음과 같다.

```

*material,name=316ss

```

재료의 이름을 입력하는 부분이다.

```

*depvar
  10,

```

상태변수들의 개수를 정의한다. 이 수를 너무 크게 하면 메모리의 낭비를 가져올 수 있으므로 적절한 수를 선택해야 한다. 만약 상태변수중에서 텐서 성분이 1개 이고 스칼라 성분이 1개 일 경우는 depvar 를 10 정도로 하면 된다. 일반적으로 텐서 성분과 스칼라 성분의

개수를 각각 ntv, nsv 라고 하면 depvar 는 6*ntv+nsv 보다 크면 된다.

```
*user material,constants=4  
3, 0.5, 0.001, 0,
```

첫번째 열 : 구성식의 일련 번호를 적는다. Chaboche model 의 경우 3 번이다.

두번째 열 : GMR 법의 중간점 상수(midpoint coefficient: θ)를 의미한다. 이 값이 1 이면 완전 내연적 방법이 되고, 0 이 되면 외연적 방법이 된다.

세번째 열 : Newton 방법의 수렴 한계(RTOL)를 의미한다.

$$\frac{x^{i+1} - x^i}{x^i} < RTOL \quad (4.1)$$

여기서 x^i 는 반복 계산 전의 변수값이고 x^i 와 x^{i+1} 는 각각 i 번째, i+1 번째 반복 계산한 변수값을 의미한다.

네번째 열 : 구성식의 적분을 수행할 때 선형화에 의한 truncation error 가 지나치게 커지는 것을 막기 위해서 요소 단계의 계산에서 시간을 조절할 것인지 아닌지를 지정한다. 이 값이 0 이면 요소 단계의 계산에서는 시간을 조절하지 않고 평형 방정식의 해를 구하는 과정에서만 시간 조절을 하는 경우이다. 이 값이 1 이면 요소 단계의 계산 뿐만 아니라 전체 시스템의 계산에서도 시간 조절을 하게 된다.

```
*user subroutines, input=nonsta_vp.f
```

nonsta_vp 코드에 의하여 재료의 거동이 정의됨을 의미한다.

5. NONSTA 의 구성 및 사용 예제

5.1 프로그램에 관한 설명

본 절에서는 NONSTA_VP 에 의해 호출되는 부프로그램들을 제시하고 각 부프로그램에

대하여 간단히 설명하였다.

[PROCEDURE ROUTINE]

이 부프로그램들은 프로그램의 중요 과정들을 처리하는 부프로그램으로 개략적인 흐름은 그림 4.에 나타나 있다.

MEM_MAP : 구성 방정식 적분에 필요한 정보를 common block 에 저장한다.

INITIAL : 상태변수의 형태, 초기값, 재료 상수를 초기화한다.

CORRECTOR : 구성식을 적분하여 소성 변형량과 상태변수 증분을 계산한다.

CONSISTENT : 접선 강성 텐서를 계산한다.

UPDATE : 외부변수와 상태변수의 변화를 ABAQUS 에 넘겨주기 위한 형태로 바꾼다.

KTIME : Time step 을 조절한다.

[UTILITY ROUTINE]

REFORM : 상태변수 또는 상태변수의 발전식을 하나의 행렬에 저장한다.

LUBKSB : 행렬의 역치환(back substitution)을 수행한다.

LUDCMP : LU decomposition 을 수행한다.

ESTIFF : 탄성 강성 행렬을 구성한다.

SINV : 응력 성분의 first invariant 와 second invariant 를 구한다.

KMULVV : 벡터와 벡터의 내적 계산을 수행한다.

KMULVT : 벡터와 텐서의 곱을 수행한다.

KMULTV : 텐서와 벡터의 곱을 수행한다.

KMULTT : 텐서와 텐서의 곱을 수행한다.

KDIADIC : 벡터(x_1)와 벡터(y_j)를 이용하여 ($x_1 y_j$) 행렬을 구성한다.

ESTIFF : 영 계수와 포아송 비를 이용하여 탄성 강성 행렬을 구성한다.

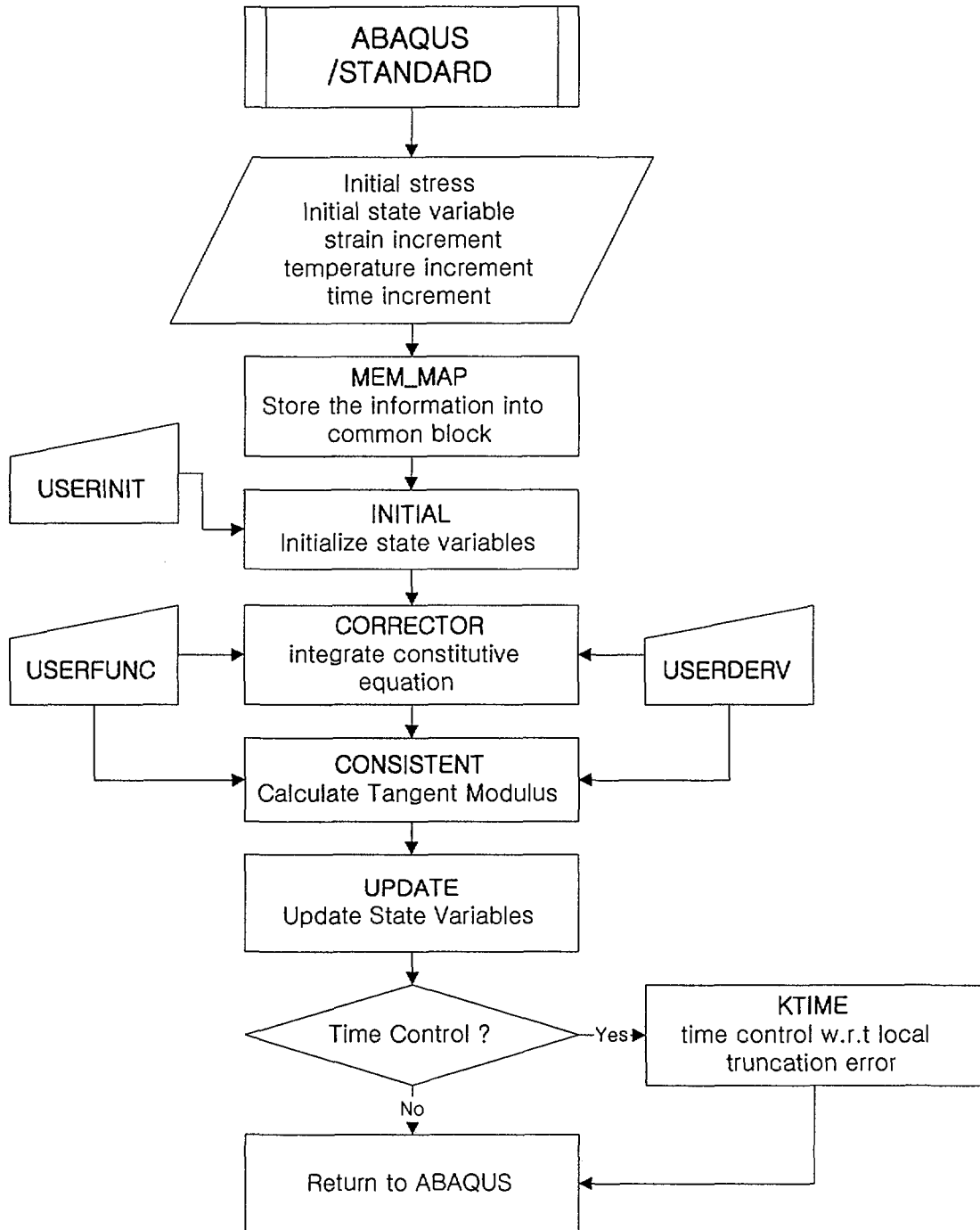


그림 4. Flow chart of NONSTA-VP

5.2 프로그램 적용 예제

5.2.1 Power law 크립 모델을 이용한 인장 해석

작성된 프로그램의 수치적 정확성을 평가하기 위하여 기존의 멱급수 크립 모델의 단축 인장 해석을 수행하였다. 멱급수 크립 모델의 유동법칙은 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{3}{2} A (\sigma_{eq})^{n-1} \sigma' \quad (A.1)$$

A, n 은 재료 상수이며 여기서는 각각 2.e-20 와 7 을 사용하였다. 영률과 포아송 비는 각각 196 GPa 와 0.3 을 사용하였다.

유한 요소 해석은 8 절점 3 차원 brick 요소를 사용하였으며 변형률 속도를 2.e-5 /sec 로 유지하였을 때의 인장 곡선을 NONSTA 코드를 이용하여 구하였다. 그리고 수치적 정확성을 비교검증하기 위하여 4 차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 적분을 수행하여 얻은 결과와 NONSTA 유한요소 해석 결과와 비교한 결과가 그림 5 에 나타나 있다.

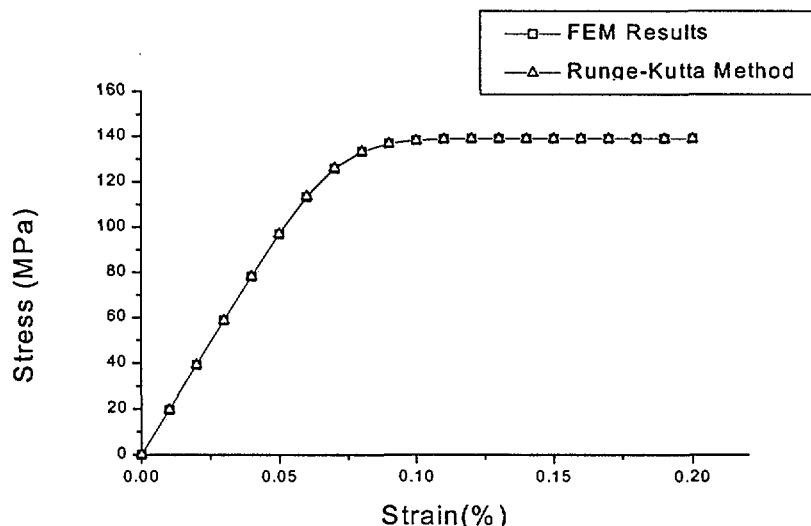


그림 5. 멱급수 크립 모델을 적용한 인장 해석

그림 5에서 보듯이 유한 요소 해석 결과와 수치 해석의 결과가 거의 일치함을 알 수 있었고 따라서 본 연구에서 작성된 프로그램의 수치적 정확성을 알 수 있었다.

5.2.2 Chaboche 점소성 모델을 이용한 유한 요소 해석

앞 절에서 수행한 해석은 상태변수를 갖지 않는 모델을 사용하였기 때문에 작성된 프로그램의 유용성을 명확히 보여주지는 못하였다. 따라서 여기서는 텐서 상태변수와 스칼라 상태변수를 포함하고 있는 Chaboche 점소성 모델을 이용한 단축 해석과 반복 인장-압축 해석을 수행하여 결과를 분석하였다. 모델에 대한 설명과 재료 상수는 4장에 자세히 언급되어 있으므로 여기서는 생략하겠다. 그림 6은 4장에서 예를 들어 설명한 재료상수와 앞 절의 예제와 같은 하중 조건에 대하여 인장 해석을 수행한 결과를 보여주고 있다.

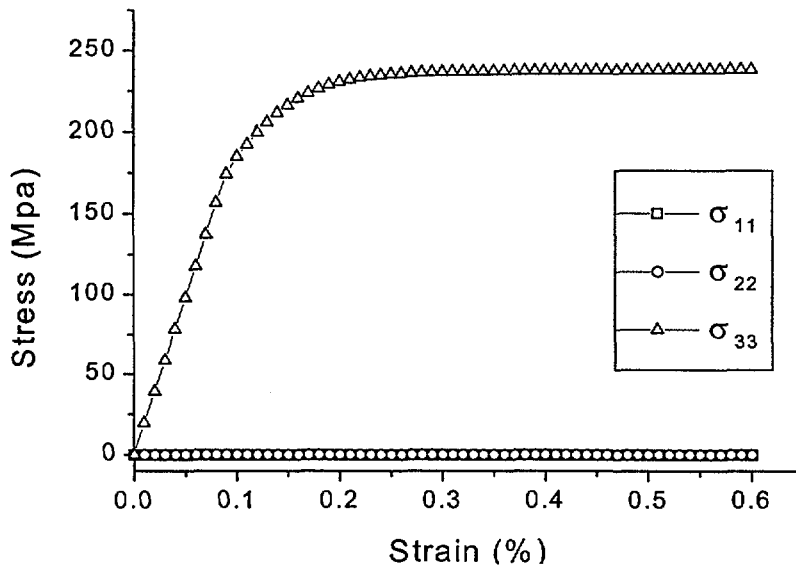


그림 6. Chaboche 점소성 모델을 적용한 인장 해석

이 예제에서는 제 3 방향으로만 인장 하중을 작용하였기 때문에 σ_{33} 를 제외한 응력 성분은 모두 영이다. 응력과 상태변수의 관계를 보기 위하여 인장 곡선에 영향을 주는 역응력

성분과 Drag 응력을 서로 비교하면 상태변수의 의미를 명확히 볼 수 있다.

그림 7은 인장 곡선에서 응력과 상태변수와의 관계를 나타낸 것이다.

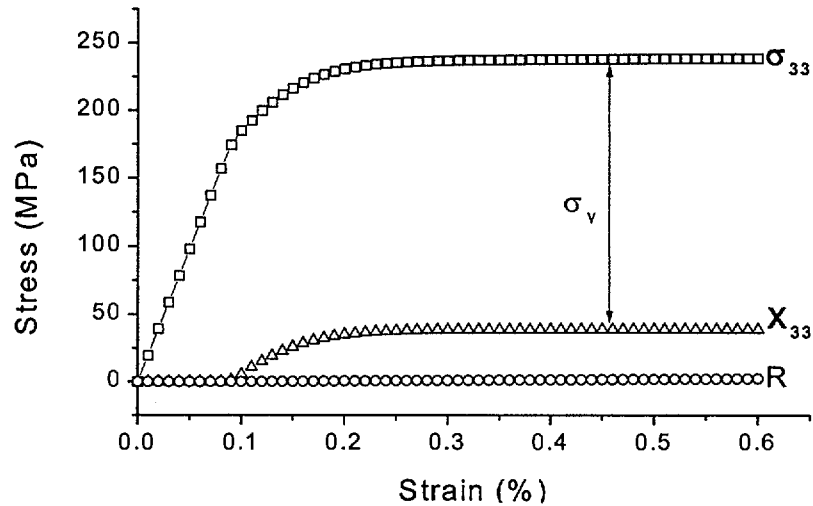


그림 7. 인장 곡선에서 응력과 상태변수의 관계

여기서 알 수 있는 점은 인장 곡선에서 응력이 초기 항복 응력(σ_y) 이하에서는 탄성 거동을 보이지만 그 이상이 되면 소성 변형이 발생하여 역응력이 발전하게 되고 응력의 거동은 역응력(X_{33})에 초기 항복 항복응력 만큼을 더한 것과 같게 된다. 따라서 항복 이후의 응력 거동은 주로 역응력에 의하여 묘사됨을 알 수 있다. 여기서 또한 주목 해야 할 점은 인장 하중과 같은 작은 변형률이 발생하면 Drag 응력이 거의 발전하지 않는다는 점이다.

상태변수의 거동을 좀더 자세히 보기 위하여 그림 8에 역응력의 거동을 성분별로 나타내었는데 하중 작용 방향이 아닌 방향의 역응력 성분은 서로 같은 값을 갖게 되고 세 성분의 합이 영이 됨을 알 수 있다. 이것은 역응력 텐서가 편차 텐서이고 비탄성 변형률의 비압축성을 묘사하고 있음을 나타내는 것이다.

그림 9에서는 Drag 응력이 작은 값이지만 변형률에 따라 증가되고 있음을 알 수 있다.

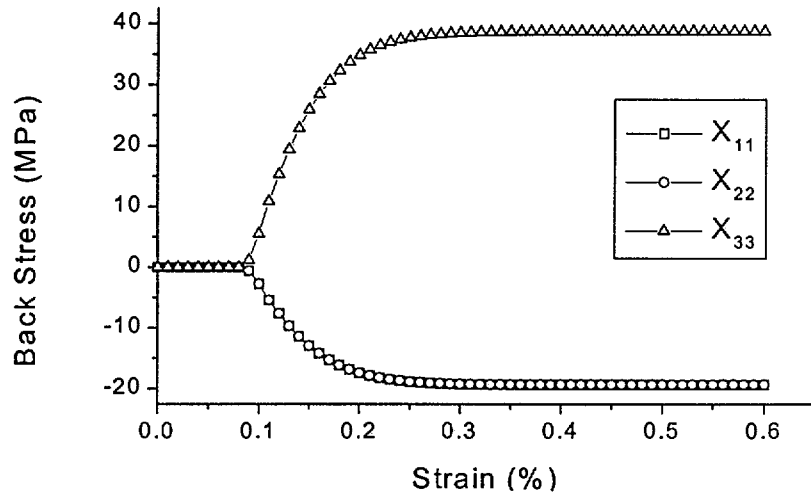


그림 8. 인장 하중에 의한 역응력의 변화

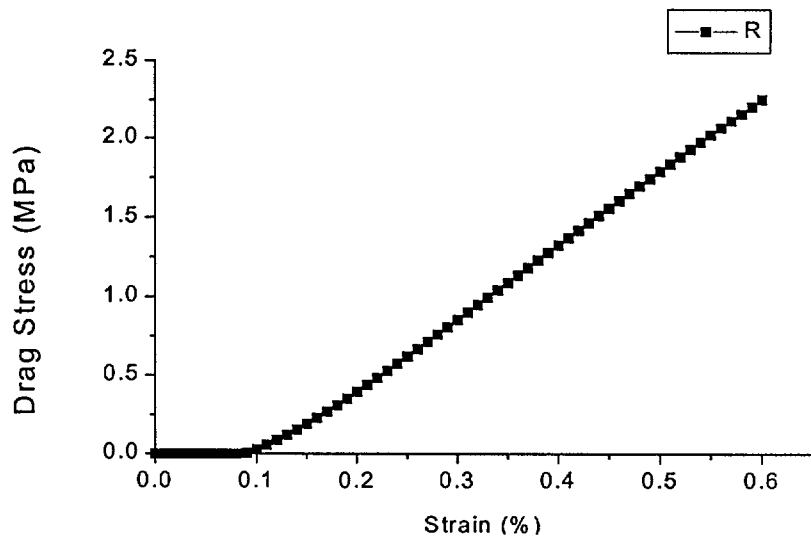


그림 9. 인장 하중에 의한 Drag 응력의 변화

Chaboche 점소성 모델은 역응력을 고려하여 반복하중에 대한 모사가 가능하다. 그림 10은 반복 인장 압축 해석의 하중 파형이다. 변형률 속도를 $2.e-5$ /초로 유지하면서 방향을 계속 바꾸어 주었으며 주기는 400 초이고 그 외는 이전 해석과 동일한 조건을 적용하였다.

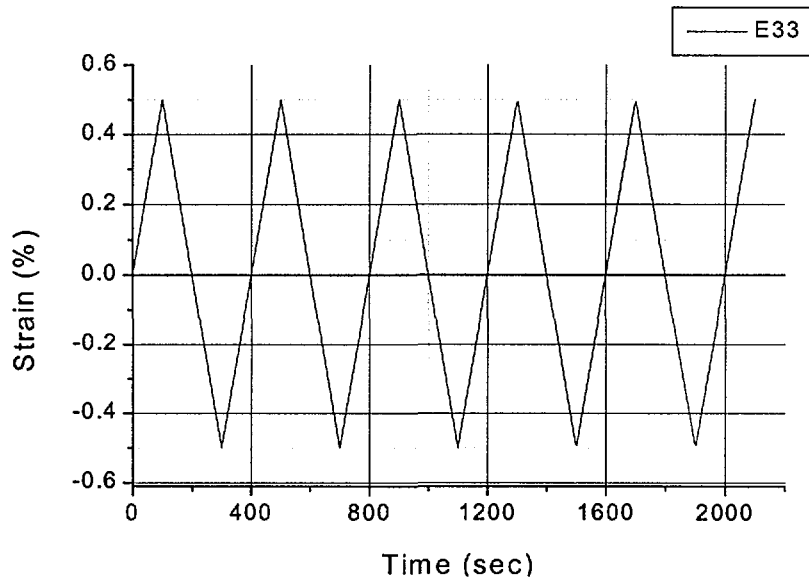


그림 10. 반복 인장 압축 해석의 하중 파형

그림 11은 반복 하중을 가할 때의 응력-변형률 선도를 나타내고 있는데 사이클 수가 증가할수록 응력의 진폭이 서서히 증가하다가 일정 사이클 이후로는 거의 같은 진폭을 유지함을 알 수 있다. 이와 같이 반복 하중에 의한 경화 또는 연화현상은 주로 Drag 응력에 의하여 모사되는데 그림 11은 그 경향을 잘 나타내고 있다. 즉 반복수가 증가하면서 혹은 누적 비탄성 변형률이 증가하면서 Drag 응력이 단조 증가하여 그림 12에서와 같이 일정값 (60MPa)에 이르게 되면 그림 13에서 보이듯이 응력 진폭이 거의 일정하게 유지됨을 알 수 있다. 이때 응력(S33)과 역응력(SDV3)과의 관계는 그림 14에 나타나 있다.

여기서 주의할 점은 그림 12에 SDV7로 표시된 것은 상태변수 7번을 의미한다. 그리고 SDV1은 역응력의 11 성분(X_{11}), SDV2는 역응력의 22 성분(X_{22}), SDV3은 역응력의 33 성분(X_{33}), SDV4는 역응력의 12 성분(X_{12}), SDV5는 역응력의 23 성분(X_{23}), SDV6는 역응력의 13 성분(X_{13})을 의미하게 된다.

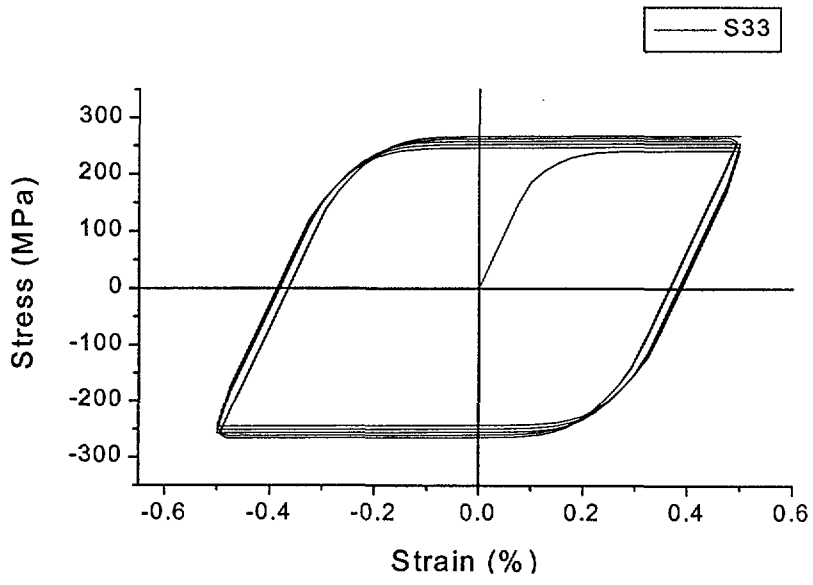


그림 11. 반복 인장 압축 하중이 작용하는 재료의 응력-변형을 곡선

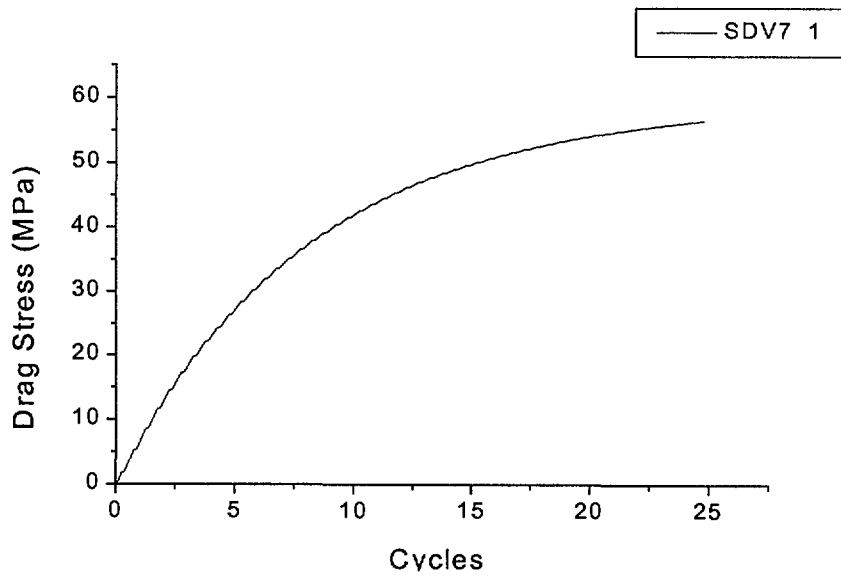


그림 12. 반복 인장 압축에 의한 Drag 응력의 발전 및 수렴

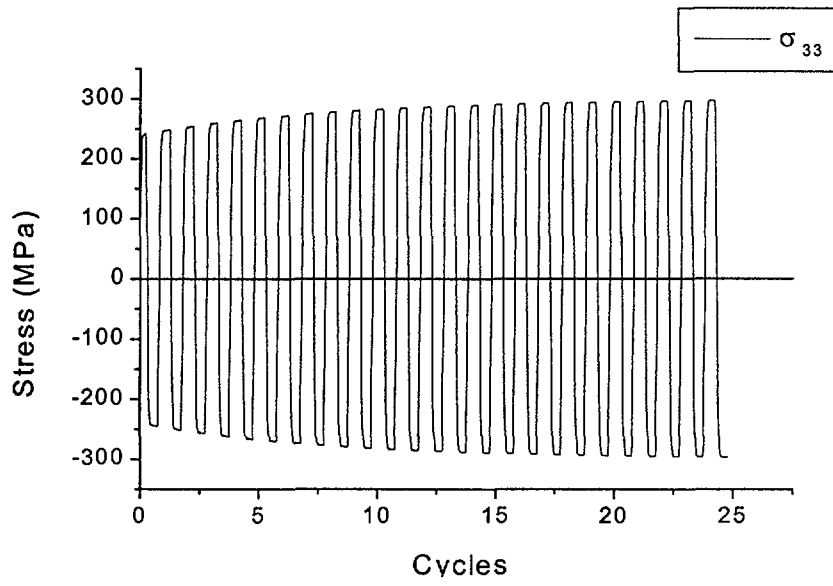


그림 13. 반복 인장 압축 하중에 의한 변형률 경화와 응력 진폭의 안정화

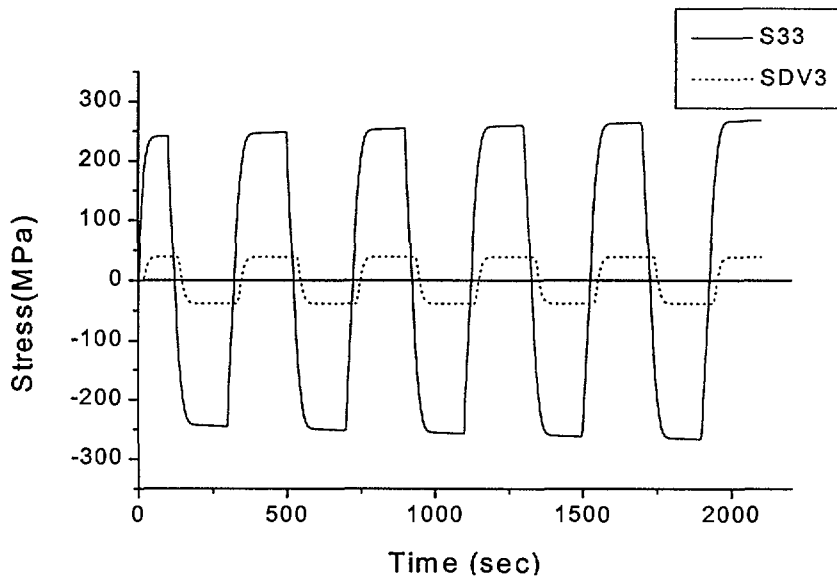


그림 14. 반복 인장 압축 하중 조건에서의 응력과 역응력의 관계

5.2.3 원형 구멍이 있는 평판의 크립 해석

앞 절에서의 예제들을 통해서 작성된 프로그램의 유용성을 평가할 수 있었다. 하지만 작성한 프로그램을 실제 구조물의 해석에 적용하기 위해서는 많은 수의 요소를 사용하는 경우에 대해서도 유용한 결과를 도출할 수 있어야 한다.

작성된 프로그램의 다축 적용성을 평가하기 위하여 그림 15와 같은 원형 구멍이 있는 평판에 대하여 일정한 크기의 유지 응력을 작용 시켰을 때의 비탄성 해석 결과를 탄성 해석 결과와 비교 하였다. 모델은 가로 세로 6cm 의 평판에 반경 2cm 의 원형 구멍이 있는 형상이다. 모델의 대칭성을 고려하여 전체의 4분의 1만을 유한 요소 모델로 구성하였다.

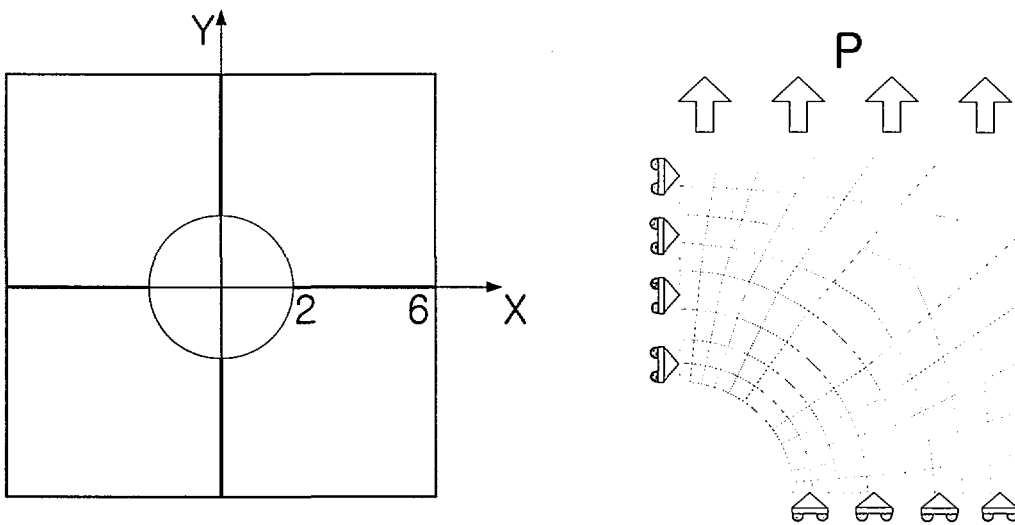


그림 15. 원형 구멍이 있는 판의 형상과 유한 요소 모델

해석에는 8절점 평면 변형률 요소를 사용하였으며 왼쪽 변은 y 축에 대하여 대칭 조건을, 아래 변은 x 축에 대칭인 조건을 부가하였다. 작용 하중 P는 그림 16와 같이 일정 응력 속도로 하중을 증가 시킨 후 50MPa에 이르면 일정하게 유지하도록 하였다.

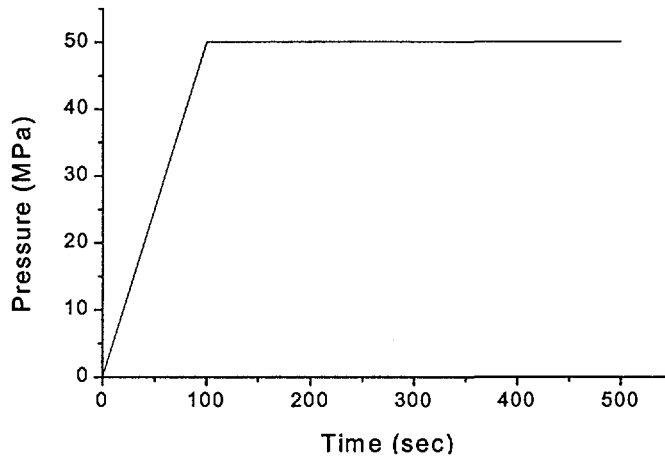


그림 16. 원형 구멍이 있는 평판의 유한 요소 해석의 하중 조건

동일한 유한 요소 모델과 하중 조건에 대하여 탄성 해석과 비탄성 해석을 수행하였다. 탄성 구성식은 NONSTA 에서 지원하는 가장 기본적인 구성식으로 일련 번호는 01 이며 따라서 USERINIT01, USERFUNC01, USERDERV01 루틴들에서 정의된다. 비탄성 구성식은 앞 절의 해석에 사용한 Chaboche 점소성 모델을 사용하였다.

그림 17 은 탄성 해석에 의해서 시간이 100 초일 때의 응력(σ_{22})의 분포를 나타낸 것이다. 이 분포는 그림 15 의 좌표축에서 x 축 위에 있는 노드에서의 응력분포를 나타내는데 탄성해석의 경우 작용 하중이 바뀌지 않으면 항상 일정한 값을 갖기 때문에 100 초 이후의 응력은 항상 일정하다. 그림 18 은 비탄성 해석을 수행하여 탄성 해석과 같은 위치에서의 응력 분포를 나타낸 것이다. 시간이 100 초일 때는 비탄성 해석의 분포와 탄성 해석의 분포가 거의 구분이 안될 정도로 유사하다. 이것은 그림 6 의 단순 인장 곡선에서 작용 응력이 거의 200MPa 이상이 되어야만 현격한 비탄성 변형이 발생하는데 탄성 해석의 결과 응력이 가장 큰 점의 값이 200MPa 보다 약간 크게 되므로 비탄성 해석시 100 초에는 심각한 비탄성 변형이 발생하지 않았을 것으로 판단된다. 때문에 비탄성 해석의 결과도 탄성 해석의 결과와 거의 일치하게 되지만 시간이 지날수록 그 차이가 점점 커짐을 알 수 있다. 즉 지속적인

크립 변형에 의하여 응력의 재분포가 발생하고 그림 18에서 100 초에서 응력이 가장 높았던 부분의 응력이 완화되어 상당히 감소한 것을 관찰할 수 있다.

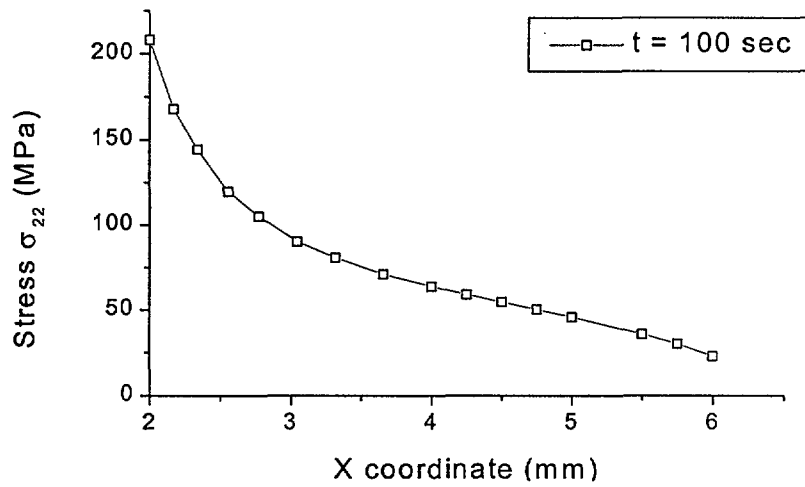


그림 17. 탄성 해석에 의한 판재의 응력의 분포

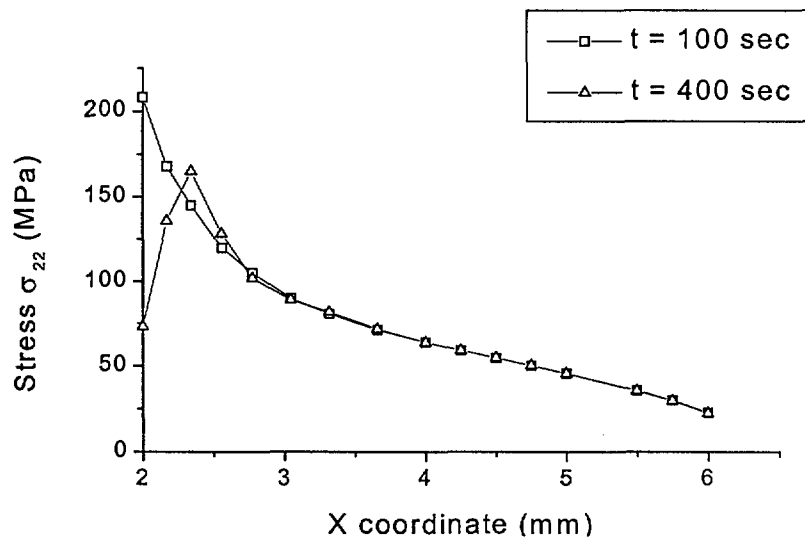


그림 18. 비탄성 해석에 의한 판재의 응력의 재분포

크립 변형에 의한 응력의 재분포 양상을 더 자세히 관찰하기 위하여 탄성 해석과 비탄성 해석에 의한 판재 전체의 응력 분포(σ_{22})를 각각 그림 19과 그림 20에 나타내었다.

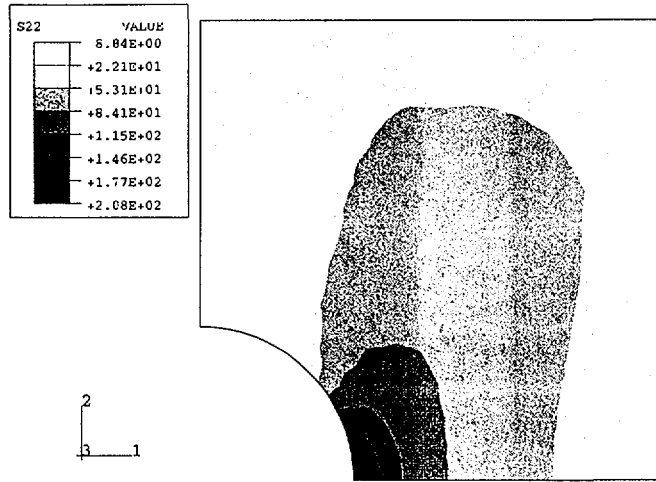


그림 19. 탄성 해석을 통해 얻은 응력의 분포(σ_{22}) (400 초)

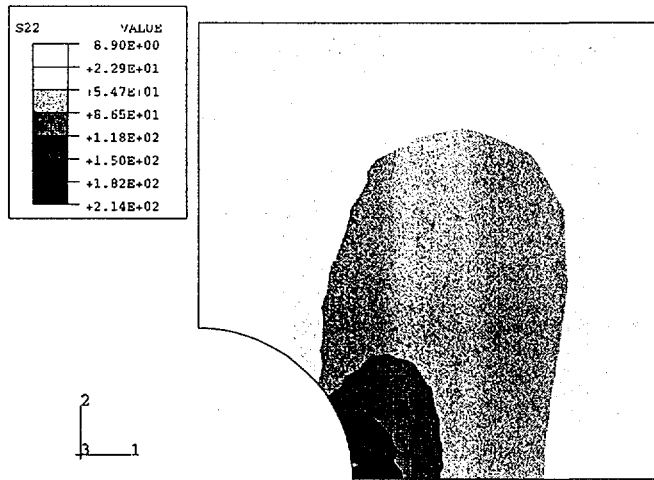


그림 20. 비탄성 해석을 통해 얻은 응력의 분포(σ_{22}) (400 초)

그림 19 과 그림 20 를 비교하면 전체적인 경향이나 최고값, 최저값이 서로 별 차이가 없음을 알 수 있다. 다만 구멍 근처의 응력 분포가 상당히 많이 변화했음을 관찰할 수 있고

구멍 근처의 응력 분포를 확대하여 그림 21 과 그림 22 에서 비교하였다.

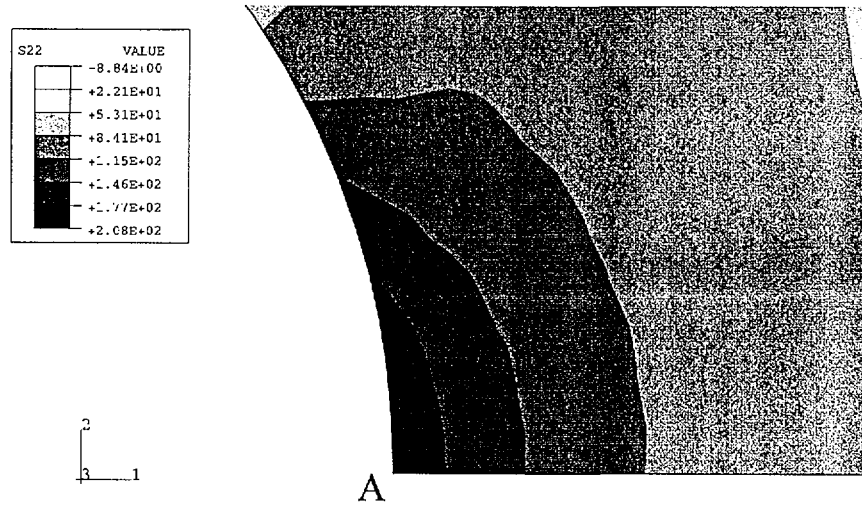


그림 21. 구멍 근처의 응력 분포(σ_{22}) (탄성 해석, 400 초)

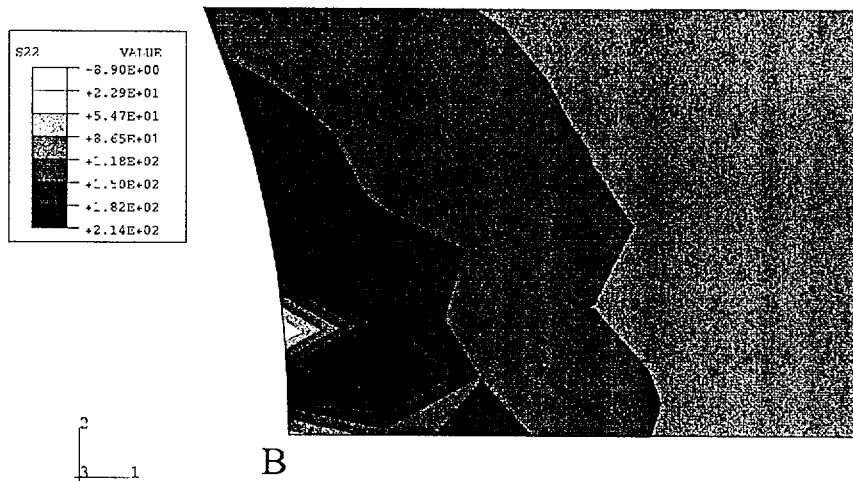
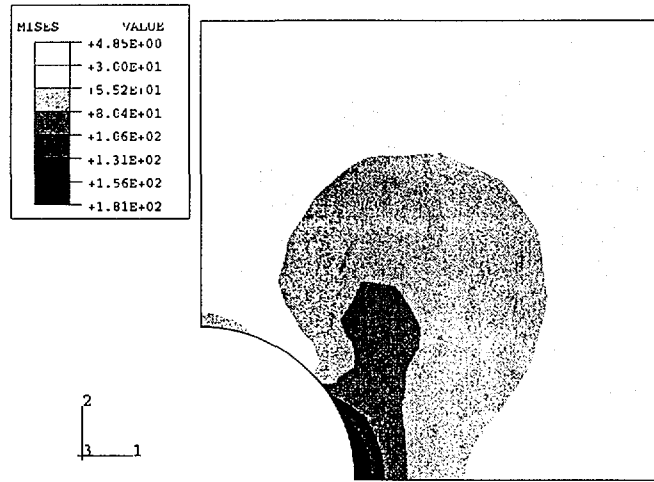


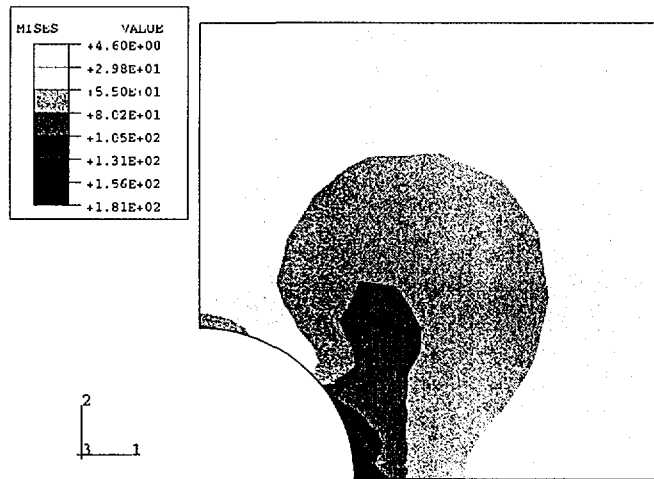
그림 22. 구멍 근처의 응력 분포(σ_{22}) (비탄성 해석, 400 초)

구멍 근처의 응력장을 비교하면 탄성 해석의 경우 A 점에서 0° 방향의 응력이 가장 높고 A 점에서 멀어질수록 응력이 완만하게 작아지는 분포를 이루고 있지만 비탄성 해석의 경

우에는 응력의 최고점이 B 점에서 0° 방향이 아니라 45° 방향으로 이동하였음을 알 수 있다. 이것은 크립 변형에 의한 응력의 재분포 양상을 여실히 보여 주는 것이다. 그림 23 와 그림 24 는 탄성 해석과 비탄성 해석 결과로부터 Mises 응력 분포를 비교한 그림이다.

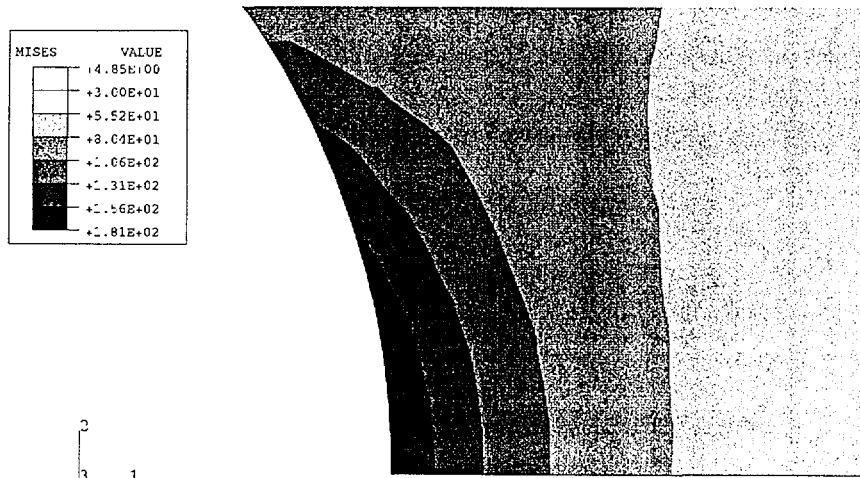


(a)

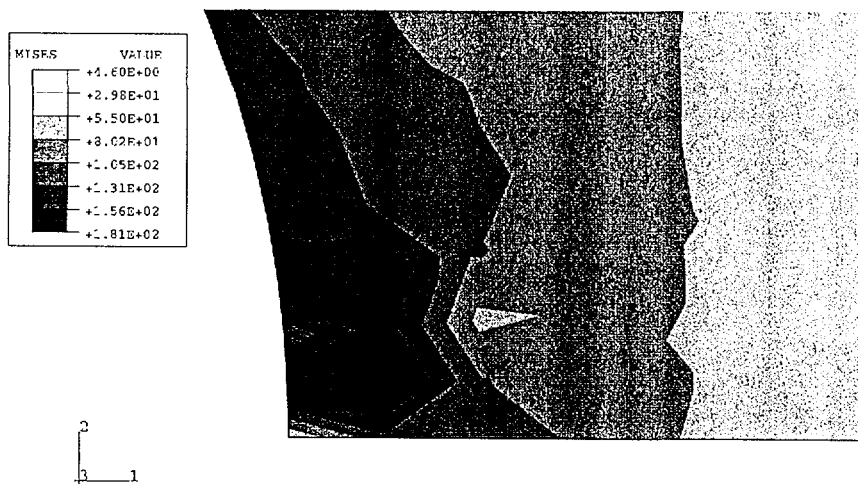


(b)

그림 23. 구멍 있는 평판의 Mises 응력 분포 (a) 탄성 해석, (b) 비탄성 해석



(a)



(b)

그림 24. 구멍 근처의 Mises 응력 분포 (a) 탄성 해석, (b) 비탄성 해석

6. 결론

본 연구에서는 재료의 거동을 비교적 정확히 예측할 수 있는 구성방정식을 이용하여 이

를 여러 형태의 복잡한 구조물에 대하여 범용적으로 사용할 수 있도록 하기 위하여 상용 유한요소 해석코드(ABAQUS)의 부프로그램(NONSTA)으로 개발하고 사용자의 편의를 위하여 프로그램의 구성과 사용법을 자세히 설명하였다. 그리고 개발한 프로그램을 검증하기 위하여 몇가지 예제 해석을 수행하였다. 멱급수 크립 모델을 적용한 인장해석을 수행하여 수치적 정확성을 검증하기 위하여 4차 Runge-Kutta 방법을 이용한 수치적분값과 개발한 유한요소 부프로그램 사용 결과를 비교하였는데 거의 일치하는 결과를 얻어 작성한 프로그램의 정확성을 확인할 수 있었다. 상태변수를 갖는 Chaboche 점소성 모델을 이용한 반복 인장-압축 해석을 수행한 결과로부터는 비탄성 변형의 특성을 잘 파악할 수 있었고 구멍이 있는 평판이 인장 하중을 받는 경우를 해석하여 시간에 따른 응력의 재분포가 일어나는 현상을 관찰할 수 있었고 또한 작성한 프로그램의 다축 적용성을 확인할 수 있었다.

향후 연구 수행방향은 개발한 프로그램을 개선하고 고온 구조물의 손상평가를 간편하게 수행할 수 있는 방법을 개발하는 것인데 이는 손상계수를 도입하여 비탄성해석의 결과로부터 바로 손상 정도를 알 수 있도록 하는 것이다. 이 방법은 아직까지 기존의 손상평가 방법들이 대부분 일차적으로 구조해석을 수행한 후 나온 응력과 변형률의 결과를 갖고 제시된 여러가지 손상평가식을 이용하여 복잡한 계산 과정을 거쳐 이차적으로 손상평가를 수행하는 것에 비해 바로 손상평가를 할 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 앞으로도 액체금속로 고온구조물의 설계해석에 활용할 수 있는 프로그램을 개발하고 검증하는데 지속적인 노력을 기울일 예정이다.

참고문헌

- [1] Miller, A. K., Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity, 1987, Elsevier Applied Science, London.
- [2] ASME Code Case N-47, Class 1 Components at Elevated Temperature, ASME, New York, 1990.
- [3] ABAQUS, *User's manual*, Version 5.4, 1995, HKS, USA
- [4] Nuclear Standard NE F9-5T, "Guidelines and Procedures for Design of Class 1 Elevated Temperature Nuclear System Components," USDOE Technical Information Center, Oak Ridge, Tennessee, March

1981

- [5] P. Perzyna, "The Constitutive Equations for Rate Sensitive Plastic Materials," *Quarterly Appl. Math.*, Vol. 20, p. 321, 1963
- [6] P. Perzyna, "Fundamental Problems in Viscoplasticity," in *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 9, p. 243, 1966.
- [7] A. Phillips and H. C. Wu, "A Theory of Viscoplasticity," *Int. J. Solids and Struc.*, Vol. 9, p. 15, 1973.
- [8] D. N. Robinson, "A Unified Creep-Plasticity Model for Structural Metals at High Temperatures," ORNL/TM 5969, 1978.
- [9] M. A. Eisenberg and C. R. Yen, "A Theory of Multiaxial Anisotropic Viscoplasticity," *Trans. ASME*, Vol. 48, p. 276, 1981.
- [10] J. L. Chaboche and G. Rousselier, "On the plastic and viscoplastic constitutive equations - Part 1 : Rules developed with internal variable concept," *J. of Press. Vess. Tech.*, Vol. 15, p. 153, 1983.
- [11] J. L. Chaboche, *Mechanics of solid materials*, Cambridge University Press, 1990.
- [12] J. L. Chaboche, "Cyclic Viscoplastic Constitutive Equations, Part I : A Thermodynamically Consistent Formulation," *J. Appl. Mech.*, Vol. 60, p. 813, 1993.
- [13] S. R. Bodner and Y. Partom, "Constitutive Equations for Elasto-Viscoplastic Strain Hardening Materials." *J. Appl. Mech.*, Vol. 42, p. 235, 1975.
- [14] E. C. Hart, "Constitutive Relations for the Nonelastic Deformation of Metals," *J. Engng. Mat. and Tech.*, Vol. 98, p.193, 1976.
- [15] A. K. Miller, "An Inelastic Constitutive Model for Monotonic, Cyclic and Creep Deformation: Part 1, Equations, Development and Analytical Procedures and Part 2, Application to type 304 stainless steel," *J. Engng. Mat. and Tech.*, Vol. 98, p. 97, 1976.
- [16] M. C. Liu and E. Krempl, "A Uniaxial Viscoplastic Model Based on Total Strain and Overstress," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 27, p. 377, 1979.
- [17] D. C. Stouffer and S. R. Bodner, "A Constitutive Model for the Deformation Induced Anisotropic Plastic Flow of Metals," *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 17, p. 727, 1979.
- [18] N. Ohno, "A Constitutive Model of Cyclic Plasticity with a Nonhardening Strain Region," *J. Appl. Mech.*, Vol. 49, p. 721, 1982.
- [19] J. D. Wang and N. Ohno, "Two Equivalent Forms of Nonlinear Kinematic Hardening : Application to Nonisothermal Plasticity," *Int. J. of Plasticity*, Vol. 7, p. 637, 1991.
- [20] C. Tsakmakis, "Formulation of Viscoplasticity Laws using Overstress," to be appeared in *Acta Mechanica*.
- [21] C. Tsakmakis, "An Analysis of rate- and material parameter-dependent limiting cases in viscoplasticity laws," to be appeared in *Int. J. Solids and Structures*.
- [22] E. P. Chernocky, "An Examination of Four Viscoplastic Constitutive Theories in Uniaxial Monotonic Loading," *Int. J. Solids and Struc.*, Vol. 18, p. 989, 1982.

- [23] E. P. Chernocky, "Comparison of the Unloading and Reversed Loading Behavior of Three Viscoplastic Constitutive Theories," *Int. J. Non-Linear Mech.*, Vol. 17, p. 225, 1982.
- [24] J. Eftis, M. S. Abdel-Kader, and D. L. Jones, "Comparisons between the modified Chaboche and Bodner-Partom viscoplastic constitutive theories at high temperatures," *Int. J. of Plasticity*, Vol. 5, p. 1, 1989.
- [25] M. S. Abdel-Kader, N. N. El-Hefnawy, and A. M. Eleiche, "A Theoretical comparison of three unified viscoplasticity theories, and application to the uniaxial behavior of Inconel 718 at 1100 °F," *Nuclear Engng. and Design*, Vol. 128, pp. 369-381, 1991.
- [26] T. Inoue, F. Yoshida, N. Ohno, M. Kawai, and Y. Niitsu, "Evaluation of inelastic constitutive models under plasticity-creep interaction in multiaxial stress state," *Nuclear Engng. and Design*, Vol. 126, pp. 1-11, 1990.
- [27] R. D. Krieg and D. B. Krieg, "Accuracies of numerical solutions for the elastic-perfectly plastic model," *J. Press. Vess. Technol.*, Vol. 99, p. 510, 1977.
- [28] H. L. Schreyer, R. L. Kulak, and J. M. Kramer, "Accurate numerical solutions for elastic-plastic models," *J. Press. Vess. Tech.*, Vol. 101, p. 226, 1979.
- [29] P. J. Yoder and R. G. Whirley, "On the numerical implementation of elastoplastic models," *J. Appl. Mech.*, Vol. 51, p. 282, 1984.
- [30] M. Ortiz and E. P. Popov, "Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 21, p. 1561, 1985
- [31] M. Ortiz and J. C. Simo, "An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive equations," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 23, pp. 353-366, 1986.
- [32] J. C. Nagtegaal, "On the implementation of inelastic constitutive equations with special reference to large deformation problems," *Comp. Methods Appl. Mech. Engng.*, Vol. 33, p. 469, 1982.
- [33] T. G. Tanaka and A. K. Miller, "Development of a method for integrating time-dependent constitutive equations with large, small or negative strain rate sensitivity," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 26, pp. 2457-2485, 1988.
- [34] A. K. Miller and T. G. Tanaka, "NONSS: A new method for integrating unified constitutive equations under complex histories," *J. Engng. Mater. Technol.*, Vol. 110, pp. 205-211, 1988.
- [35] K. Honberger and H. Stamm, "An Implicit Integration Algorithm with A Projection Method for Viscoplastic Constitutive Equations," *J. for Num. Meth. Engng.*, Vol. 28, p. 2397, 1989.
- [36] Stouffer D.C. and L. T. Dame, *inelastic deformation of metals*, 1996, John Wiley & sons
- [37] Walker, K. P., *Research and development program for nonlinear structural modeling with advanced time-temperature dependent constitutive relations ship*, NASN CR 165533, 1981
- [38] Stouffer, D. C., V. G. Ramaswamy, J. H. Laflen, R. H. Van Stone, and R. Williams, "A constitutive model for the inelastic multiaxial response of Rene 80 at 871C and 982C," *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 112, pp. 241-246, 1990

[39] *Numerical recipes in Fortran*, 1992, Cambridge Press.

[40] L. M. Taylor and E. B. Becker, 1983, ' Some computational aspects of large deformation, rate-dependent plasticity problems, ' *Comp. Meth. App. Mech. Eng.*, Vol.41, p.251-277.

서 지 정 보 양 식					
수행기관보고서번호	위탁기관보고서번호	표준보고서번호	INIS 주제 코드		
KAERI/TR-1256/99					
제목/부제	액체금속로 고온구조 설계해석을 위한 NONSTA 코드 개발				
연구책임자 및 부서명 (TR, AR 인 경우 주저자)	김종범 / KALIMER 기계설계기술개발				
연구자 및 부서명	이형연, 유 봉/ KALIMER 기계설계기술개발				
출판지	한국, 대전	발행기관	한국원자력연구소	발행년	1999.2
페이지	53 p.	도 표	있음(V), 없음()	크 기	26cm
참고사항					
비밀여부	공개(V), 대외비(), __ 급비밀		보고서종류	기술보고서	
연구위탁기관			계약 번호		
초록 (15-20 줄내외)	<p>액체금속로는 고온(500~550°C)의 고온에서 운전되므로 구조물에 사용되는 금속 재료들이 고온 환경에서 확산, 전위활주나 전위 상승 등과 같은 온도 의존성 변형기가 작동되면서 복잡한 변형 양상을 보인다. 또한 재료 내부에 발생된 캐비티가 반복 하중에 의한 고온 피로균열과 결합하면서 수명이 급속히 감소하게 된다. 따라서 고온 구조물의 신뢰성 있는 안전성 평가를 위해서는 체계적인 고온 구조 해석기술의 확립이 우선적으로 요구된다.</p> <p>본 연구의 목적은 재료의 거동을 비교적 정확히 예측할 수 있는 구성방정식을 이용하여 이를 여러 형태의 복잡한 구조물에 대하여 범용적으로 사용할 수 있도록 하기 위하여 상용 유한요소해석코드(ABAQUS)의 부프로그램(NONSTA)으로 개발하고 해석체계를 정립하는 데 있다. 개발한 프로그램을 검증하기 위하여 먹급수 크립 모델을 적용한 인장해석과 Chaboche 점소성 모델을 이용한 반복 인장-압축 해석을 수행한 결과 작성된 프로그램의 정확성을 확인할 수 있었다. 그리고 구멍이 있는 평판이 인장 하중을 받는 경우를 해석하여 시간에 따른 응력의 재분포가 일어나는 현상을 관찰할 수 있었고 다축 적용성을 확인할 수 있었다.</p>				
주제명키워드 (10 단어내외)	액체금속로, 고온설계해석, 비탄성프로그램, NONSTA, 점소성 구성방정식				

BIBLIOGRAPHIC INFORMATION SHEET				
Performing Org. Report No.	Sponsoring Org. Report No.	Standard Report No.	INIS Code	Subject

KAERI/TR-1256/99					
Title/ Subtitle		Development of NONSTA Code for the Design and Analysis of LMR High Temperature Structures			
Project Manager and Department (Main Author)		Jong-Bum Kim/ KALIMER Mechanical Structure Design Development			
Researcher and Department		H.Y. Lee, B. Yoo / KALIMER Mechanical Structure Design Development			
Pub.Place	Taejon, Korea	Publisher	KAERI	Pub.Date	1999.2
Page	53 p.	Fig. & Tab.	Yes(V), No ()	Size	26cm
Note					
Classified	Open(V), Restricted(), ___ Class Document	Report Type	Technical Report		
Sponsoring Org.				Contract No.	
Abstract (15-20 Lines)		<p>Liquid metal reactor(LMR) operates at high temperature(500~550°C) and structural materials undergo complex deformation behavior like diffusion, dislocation glide, and dislocation climb due to high temperature environment. And the material life reduces rapidly due to the interaction of cavities created inside structural materials and high temperature fatigue cracks. Thus the establishment of high temperature structure analysis techniques is necessary for the reliability and safety evaluation of such structures.</p> <p>The objectives of this study are to develop NONSTA code as the subprogram of ABAQUS code adopting constitutive equations which can predict high temperature material behavior precisely and to build the systematic analysis procedures. The developed program was applied to the example problems such as the tensile analysis using exponential creep model and the repetitive tension-compression analysis using Chaboche unified viscoplastic model. In addition, the problem of a plate with a center hole subjected to tensile load was solved to show the applicability of the program to multiaxial problem and the time dependent stress redistribution was observed.</p>			
Subject Keywords (About 10 words)		LMR(Liquid Metal Reactor), High Temperature Structure Design Analysis, Inelastic Program, NONSTA, Viscoplastic Constitutive Equation			