

## PENENTUAN PARAMETER PENYEBARAN POLUTAN RADIOAKTIF DI DALAM AIR TANAH

P. Sidauruk, Barokah A., Syafalni, dan Wibagiyo

Pusat Aplikasi Isotop dan Radiasi, BATAN



ID0000128

### ABSTRAK

#### PENENTUAN PARAMETER PENYEBARAN POLUTAN RADIOAKTIF DIDALAM AIR TANAH.

Penentuan lokasi dari sumber radioaktif dan parameter parameter terkait dalam kawasan air tanah yang tercemar adalah sangat penting. Untuk dapat memperkirakan penyebaran dari zat polutan tersebut maka lokasi dari sumber dan parameter parameter terkait perlu diketahui. Dalam penelitian ini, sebuah model yang baru telah dikembangkan. Model ini didasarkan pada suatu fakta bahwa hubungan antara logaritma konsentrasi dengan koordinat kwadrat untuk kebanyakan masalah kontaminasi adalah linear. Dengan demikian, parameter parameter maupun lokasi dari sumber akan ditentukan dari fakta bahwa hubungan antara logaritma konsentrasi dengan koordinat kwadrat membentuk suatu garis lurus. Atau dengan kata lain, parameter parameter maupun lokasi dari sumber akan ditentukan sedemikian rupa sehingga koefisien korelasi linear antara logaritma konsentrasi dengan koordinat kwadrat menjadi optimal. Model ini telah dicoba dengan data sintetik dan hasilnya sangat memuaskan. Data sintetik yang digunakan dibuat sedemikian rupa sehingga dapat menyerupai keadaan lapangan yang sebenarnya. Data sintetik dipakai karena kesulitan mendapatkan data lapangan.

### ABSTRACT

#### PARAMETER DETERMINATION IN A GROUNDWATER FIELD POLLUTED BY RADIOACTIVE POLLUTANT.

The determination of source location and the corresponding parameters in a contaminated groundwater is very important. To be able to predict the distribution of radioactive contaminant in a contaminated field, the knowledge about the source location and the corresponding parameters is a necessity. The model developed in this paper is based on the fact that the relation between the logarithm of the concentration of the radio active contaminant with the squared coordinate is linear. The contaminant transport parameters as well as the source location is determined from the fact that the logarithm of the concentration and the squared coordinate makes a straight line. In other words, the parameters and the source location are determined in a such way that the linear correlation coefficient between the logarithm of the concentration of the radio active contaminant with the squared coordinate is optimized. The developed model is tested with a synthetic data with a satisfactory results. The syntethic data is generated such that can represent the real field. The synthetic data are generated because the real field data is not available.

### PENDAHULUAN

Pada umumnya masalah masalah yang berhubungan dengan penyebaran suatu polutan dalam air tanah dapat dibagi dua yaitu masalah *forward* (*forward problems*) dan masalah *inverse* (*inverse problems*). Masalah *forward* adalah masalah yang menyangkut perhitungan atau perkiraan penyebaran polutan tersebut jika parameter parameter yang terkait telah diketahui. Sebaliknya, masalah *inverse* adalah masalah yang berhubungan dengan perhitungan parameter parameter yang dibutuhkan jika data observasi penyebaran dari polutan pada suatu lokasi diberikan. Sehingga jelaslah bahwa kedua jenis masalah ini harus diselesaikan secara bersama sama untuk dapat menentukan atau memperkirakan penyebaran suatu polutan dalam air tanah. Perkembangan masalah *inverse* jauh tertinggal dibelakang masalah *forward*. Hal ini disebabkan oleh kesulitan-kesulitan perhitungan yang didapat dalam masalah *inverse*, seperti; masalahnya menjadi terlalu lebar sehingga tidak dapat diselesaikan secara praktis atau harus dibutuhkan perlakuan perlakuan khusus untuk dapat menyelesaikan masalahnya.

Sebagai konsekuensi dari sulitnya masalah *inverse* ini, selama berpuluh-puluh tahun para ilmuwan di bidang hidrologi telah mempercayakan penentuan parameter parameter hidrologi yang dibutuhkan secara *trial and error* atau dari percobaan laboratorium. Akan tetapi *trial and error* adalah cara yang sangat tergantung pada pelaku dan juga sangat bertele-tele (*e.g.*, Keidser and Rosbjerg, 1991) disamping itu beberapa peneliti menunjukkan bahwa parameter parameter yang didapat dari hasil percobaan di laboratorium adalah berbeda dengan hasil yang sebenarnya.

Perkembangan masalah *inverse* baru terlihat secara menyolok beberapa tahun terakhir ini. Publikasi publikasi yang berhubungan dengan masalah ini berkembang dengan pesat. Publikasi tersebut telah mencakup model dua-dimensi (*i.e.*, Gorelick *et al.*, 1983 dan Gorelick, 1982) hingga model tiga-dimensi (*i.e.*, Garabedian, *et al.*, 1991, LeBlanc, *et al.*, 1991).

Makalah ini membahas masalah *inverse* dalam suatu air tanah yang tercemar dari sumber zat radio aktif yang terinjeksi secara sesaat. Lebih lanjut, studi ini memakai solusi analitik dari suatu sumber yang diinjeksikan secara

sesaat dalam air tanah. Masalah yang dibahas ini adalah masalah dua-dimensi secara lateral.

Untuk dapat mensimulasikan penyebaran suatu polutan radio aktif dalam air tanah, maka pertanyaan berikut ini harus dijawab lebih dahulu "dimana letak sumber?". Gorelick *et al.* (1983) mencoba menjawab pertanyaan ini dengan menggunakan regresi kwadrat terkecil (*least squares regression*) dan untuk memperkirakan besar dari sumber yang diinjeksikan. Makalah ini mencoba menjawab pertanyaan di atas dengan pertolongan suatu fakta hubungan antara log *c* dengan kwadrat ordinat dan antara log *c* dengan kwadrat absis adalah linear, dimana *c* adalah konsentrasi dari polutan radio aktif yang bersangkutan. Karena hubungan antara log *c* dengan kwadrat absis secara matematis adalah linear dengan gradien negatif, lokasi dari sumber dalam model ini didapat dengan cara meminimalkan koefisien korelasi antara kedua hubungan di atas. Parameter parameter yang lain ditentukan dari kemiringan dan perpotongan dari kedua garis tersebut di atas.

Walaupun model ini dapat dikembangkan ke data yang dikumpulkan secara acak, akan tetapi dalam makalah ini, data konsentrasi diambil sepanjang sumbu *x* dan sepanjang sumbu *y*. Dengan cara ini, formula akhir yang didapat adalah eksplisit dan eksak. Harus juga dijelaskan disini bahwa pengambilan data konsentrasi sepanjang ordinat dan absis harus dilakukan paling sedikit dua kali dalam waktu yang berbeda.

Untuk menguji keandalan model ini maka satu set data buatan telah dibuat. Hal ini dilakukan karena kesulitan mendapatkan data dari lapangan yang sesuai dengan desain model ini. Akan tetapi pembuatan data tersebut telah diusahakan agar bisa menggambarkan data lapangan yang sebenarnya seperti dengan cara menambahkan random noise kepada konsentrasi konsentrasi yang dibuat tersebut. Parameter parameter yang dapat ditentukan adalah massa dari zat radio aktif yang diinjeksikan *M*, koefisien dispersi *D<sub>L</sub>* dan *D<sub>T</sub>*, kecepatan air tanah *v*, waktu kapan zat radio aktif tersebut di injeksikan *t<sub>o</sub>*, serta lokasi dari sumber tersebut *x<sub>o</sub>* and *y<sub>o</sub>*. }

**TINJAUAN TEORI**

**Sumber Dua-dimensi dengan injeksi sesaat.**

Solusi analitik untuk sumber radio aktif dengan injeksi sesaat dalam dua-dimensi dapat dilihat dalam banyak buku text (i.e., Bear, 1979).

$$c(x, y, t) = \frac{M}{4\pi\rho\sqrt{D_L D_T (t-t_o)}} \exp\left\{-\frac{(x-x_o-v(t-t_o))^2}{4D_L(t-t_o)} - \frac{(y-y_o)^2}{4D_T(t-t_o)} - \lambda(t-t_o)\right\} \quad (1)$$

Dalam rumus di atas, *c* adalah konsentrasi tanpa satuan, *M* adalah massa polutan yang diinjeksikan per satuan kedalaman dari reservoir air tanah, *D<sub>L</sub>* dan *D<sub>T</sub>* adalah longitudinal dan transversal koefisien dispersi, *x* dan *y*

adalah absis dan ordinat dari data konsentrasi relatif terhadap referensi tertentu, *x<sub>o</sub>* dan *y<sub>o</sub>* adalah absis dan ordinat dari lokasi sumber, *v* kecepatan rata rata dari air tanah. Selanjutnya absis dianggap sejajar dengan absis *x*, *t<sub>o</sub>* adalah waktu injeksi, dan adalah koefisien peluruhan dari polutan radio aktif tersebut.

Jika logaritma dari persamaan 1 diambil untuk konstan absis (*y=0*) dan ordinat (*x=0*) maka persamaan akhir untuk *t=0* dapat ditulis sebagai berikut:

untuk *y=0*,

$$\ln c_i = m_x (x - x_m)^2 + n_x \quad (2)$$

dan untuk *x=0*,

$$\ln c_i = m_y (y - y_o)^2 + n_y \quad (3)$$

di mana:

1.  $n_x = \ln \frac{-M\sqrt{m_x m_y}}{\pi\rho} + m_y y_o^2 + \lambda t_o$
2.  $n_y = \ln \frac{-M\sqrt{m_x m_y}}{\pi\rho} + m_x x_m^2 + \lambda t_o$
3.  $m_x = \frac{1}{4D_L t_o}$
4.  $m_y = \frac{1}{4D_T t_o}$
5.  $x_m = x_o - vt_o$

Tingkat kelinearan dari ln *c* dengan (*x-x<sub>m</sub>*)<sup>2</sup> atau dengan (*y-y<sub>o</sub>*)<sup>2</sup> dalam persamaan 2 dan 3 adalah tergantung pada *x<sub>m</sub>* dan *y<sub>o</sub>*. Sehingga dengan mengoptimasi koefisien korelasi linear *r(x<sub>m</sub>, y<sub>o</sub>)* antara ln *c* dengan (*x-x<sub>m</sub>*)<sup>2</sup> dan dengan (*y-y<sub>o</sub>*)<sup>2</sup> relatif terhadap *x<sub>m</sub>* dan terhadap *y<sub>o</sub>*, maka akan diperoleh hubungan berikut:

$$x_m = \frac{b_x d_x - 2a_x e_x}{b_x e_x - 2d_x c_x} \quad (4)$$

$$y_o = \frac{b_y d_y - 2a_y e_y}{b_y e_y - 2d_y c_y} \quad (5)$$

Dimana parameter parameter *a<sub>x</sub>*, *b<sub>x</sub>*, *c<sub>x</sub>*, *d<sub>x</sub>* dan *e<sub>x</sub>* didefinisikan di bawah ini:

$$\left. \begin{aligned}
 a_x &= \sum_{i=1}^N x_i^4 - \frac{1}{N_x} \left( \sum_{i=1}^{N_x} x_i^2 \right)^2 \\
 b_x &= 4 \sum_{i=1}^N x_i^3 - \frac{4}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} x_i \sum_{i=1}^{N_x} x_i^2 \\
 c_x &= 4 \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{4}{N_x} \left( \sum_{i=1}^{N_x} x_i \right)^2 \\
 d_x &= \sum_{i=1}^N x_i^2 \ln c_i - \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} \ln c_i \sum_{i=1}^{N_x} x_i^2 \\
 e_x &= 2 \sum_{i=1}^N x_i \ln c_i - \frac{2}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} \ln c_i \sum_{i=1}^{N_x} x_i
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 n_{x1} &= \ln \frac{-M \sqrt{m_x m_y}}{\pi \rho} + m_{y1} y_o^2 + \lambda (\Delta t + t_o) \\
 n_{y1} &= \ln \frac{-M \sqrt{m_x m_y}}{\pi \rho} + m_{x1} x_{m1}^2 + \lambda (\Delta t + t_o) \\
 m_{x1} &= \frac{1}{4D_L (\Delta t + t_o)} \\
 m_{y1} &= \frac{1}{4D_T (\Delta t + t_o)} \\
 x_{m1} &= x_o - v (\Delta t + t_o)
 \end{aligned}$$

dimana  $N_x$  adalah jumlah data sepanjang sumbu  $x$  dan  $N_y$  adalah jumlah data sepanjang sumbu  $y$ . Dengan cara yang sama  $a_y, b_y, c_y, d_y,$  dan  $e_y$  dapat didefinisikan seperti di atas dengan menggantikan variabel  $x$  dengan variabel  $y$ . Seperti disinggung sebelumnya bahwa parameter parameter yang lain dapat ditentukan melalui kemiringan ( $m_x$  dan  $m_y$ ) dan perpotongan ( $n_x$  dan  $n_y$ ) dari garis garis regresi yang terbentuk dengan tata cara pengambilan contoh air sebagai berikut:

1. Tentukan arah dari aliran airtanah.
2. Pilih sumbu- $x$  paralel dengan arah aliran airtanah dan sumbu- $y$  tegak lurus dengan aliran airtanah tersebut.
3. Kumpulkan ssampel air tanah sepanjang sumbu- $x$  dan sepanjang sumbu- $y$ .
4. Ulangi langkah 3 di atas untuk waktu yang berbeda.

Jika tata cara pengambilan sampel air tanah seperti diuraikan di atas telah dipenuhi maka parameter-parameter akan ditentukan sebagai berikut :

Dari sampel 1 ( $t = 0$ ) akan diperoleh :

$$n_x = \ln \frac{-M \sqrt{m_x m_y}}{\pi \rho} + m_{y1} y_o^2 + \lambda t_o$$

$$n_y = \ln \frac{-M \sqrt{m_x m_y}}{\pi \rho} + m_{x1} x_{m1}^2 + \lambda t_o$$

$$m_x = \frac{1}{4D_L t_o}$$

$$m_y = \frac{1}{4D_T t_o}$$

$$x_m = x_o - v t_o$$

Dari sampel 2 ( $t = \Delta t$ ) akan diperoleh :

Dengan demikian dari analisis kedua set data akan diperoleh seluruh parameter-parameter yang dicari.

### CONTOH APLIKASI

Untuk menguji keandalan model ini, satu set data telah dibuat secara simulasi melalui persamaan 1 dan dengan parameter parameter berikut:  $x_o = -10.00 \text{ m}$ ;  $y_o = 3.00 \text{ m}$ ; koefisien dispersi longitudinal  $D_L = 1.0 \text{ m}^2/\text{hari}$ ; koefisien dispersi transversal  $D_T = 0.1 \text{ m}^2/\text{hari}$ ; kecepatan rata rata air tanah  $v = 1.0 \text{ m}/\text{hari}$ ; massa polutan yang diinjeksi  $M = 50.0 \text{ kg}/\text{m}$ , waktu setelah penginjeksian  $t_o = -10.0$  hari, koefisien peluruhan untuk contoh aplikasi ini diasumsikan sama dengan nol ( $\lambda = 0$ ). Dua set data dikumpulkan yaitu pada saat ( $t = 0$ ) dan ( $t = 5$  hari). Perlu juga ditambahkan bahwa data data yang diperoleh dari hasil simulasi ditambah dengan suatu bilangan acak. Hal ini dilakukan supaya data yang diperoleh dapat mewakili proses yang terjadi di alam. Model yang dikembangkan dalam makalah ini kemudian digunakan untuk mencari dari parameter parameter yang terkait berdasarkan data data yang diperoleh.

Perbandingan parameter parameter yang didapat dari model dan input yang dipakai dalam simulasi dapat dilihat dalam Tabel 1. Gambar 1 dan 2 menunjukkan perbandingan antara data hasil simulasi dengan parameter input dan hasil simulasi dengan model baru ini sepanjang sumbu- $x$  dan  $y$ .

Perlu juga ditambahkan di sini, walaupun dalam contoh ini telah dipakai  $\lambda = 0$  (koefisien peluruhan dianggap nol) namun perhitungan perhitungan dengan harga harga  $\lambda$  lain dapat dilakukan dengan model ini dengan tidak menambah tingkat kesulitan.

### KESIMPULAN

Untuk dapat mempergunakan model ini, pengambilan sampel air tanah yang tercemar harus mengikuti syarat khusus seperti: sampel harus diambil sepanjang sumbu  $x$  dan sepanjang sumbu  $y$  untuk dua kali pengulangan dalam waktu yang berbeda.

Telah ditunjukkan melalui contoh aplikasi di atas bahwa model ini dapat dipakai untuk menentukan lokasi

suatu sumber polutan air tanah maupun parameter parameter terkait seperti koefisien dispersi dengan mudah dan efisien. Dengan tidak dibutuhkannya suatu iterasi dalam model ini. model ini adalah sangat cocok dipakai bagi para hydrologist untuk menentukan parameter parameter dengan secara dini di lapangan.

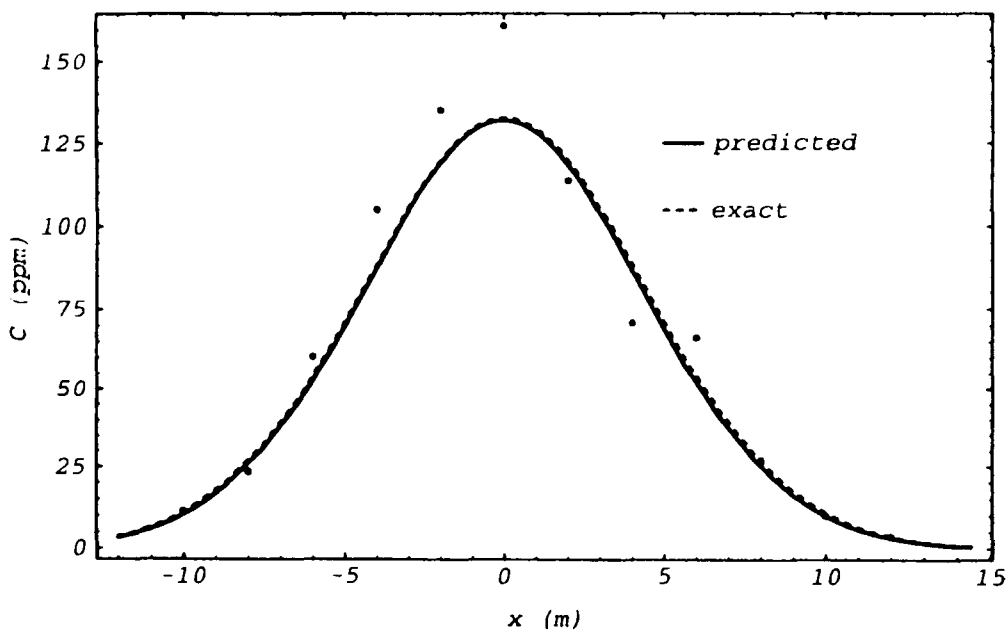
**DAFTAR PUSTAKA**

1. BEAR, J., *Hydraulics of Groundwater*, McGraw-Hill, Inc., New York. (1979).
2. GORELICK, S.M., A model for managing sources of groundwater pollution, *Water Resources Research* 18(4), (1982) 773.
3. GARABEDIAN, S. P., LEBLANC, D. R., GELHAR, L. W., and CELIA, M. A., Large Scale natural gradient tracer test in sand and gravel, Cape Cod, Massa chusetts: Analysis of spatial moments for a

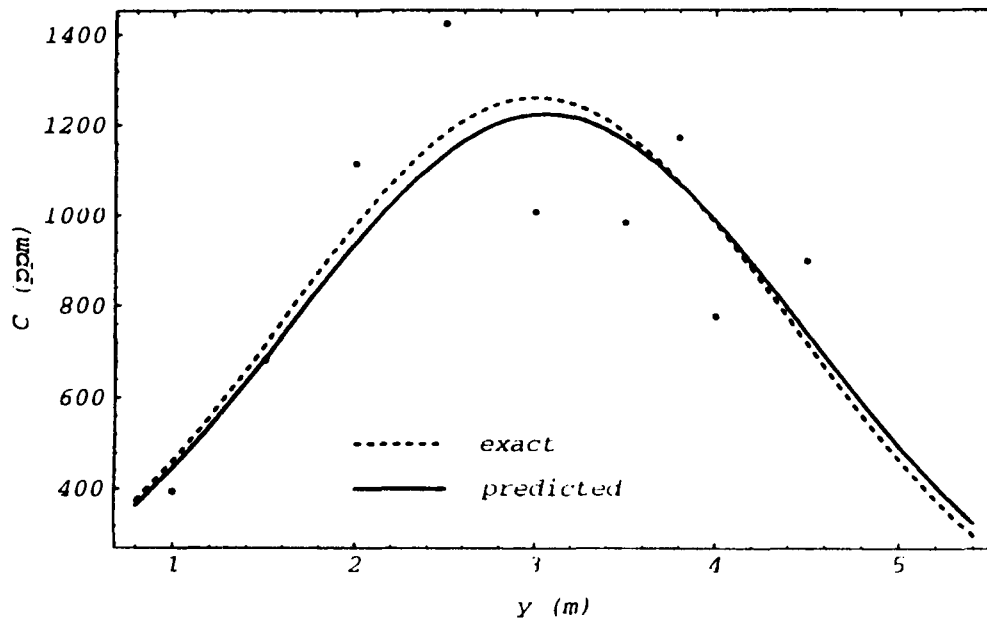
- non-reactive tracer, *Resources Research* 27(5), (1991) 911.
4. GORELICK, S. M., EVANS, B., and REMSON, I., Identifying sources of groundwater pollution: An optimization approach, *Water Resources Research* 19(3), (1983) 779.
5. KEIDSER, A. and ROSBJERG, D., A comparison of four inverse approaches to groundwater flow and transport parameter identification, *Water Resources Research* 27(9), (1983) 2219.
6. LEBLANC, D. R., GARABEDIAN, S. P., HESS, K. M., GELHAR, L. W., QUADRI, R. D., STOLLENWERK, K. G., and WOOD, W. W, Large Scale natural gradient tracer test in sand and gravel, Cape Cod, Massachusetts: xperimental design and observed tracer movement, *Water Resources Research* 27(5), (1991) 895.

Tabel 1. Perbandingan antara parameter input dan yang diperoleh dari model

	$M$ (kg/m)	$v$ (m/h)	$D_L$ (m <sup>2</sup> /h)	$D_T$ (m <sup>2</sup> /h)	$T_0$ (h)	$X_0$ (m)	$Y_0$ (m)
Input	50.0	1.00	1.00	0.10	-10.0	-10.0	3.0
Model	49.0	0.98	0.95	0.10	-10.4	-10.2	3.1



Gambar 1. Perbandingan simulasi konsentrasi (predicted=model, exact= input) sepanjang sumbu x untuk t=0



Gambar 2. Perbandingan simulasi konsentrasi (predicted=model, exact= input) sepanjang sumbu y untuk  $t=0$

### DISKUSI

TOMMY H.

Dalam abstrak dijelaskan bahwa koefisien korelasi linear antara logaritma konsentrasi dengan kordinat kuadrat menjadi optimal. Apakah optimal yang dimaksud merupakan suatu nilai koefisien korelasi yang terbaik, diantara model-model lainnya yang masih dapat dikembangkan ? mohon penjelasan.

PASTON S.

Ya, Tapi karena hubungan antara logaritma konsentrasi dengan kordinat kwadrat mempunyai slope negatif, maka optimal disini akan berarti meminimalkan.

HENDING W.

Persamaan yang diajukan adalah persamaan linear, sedangkan kenyataan di lapangan menunjukkan bahwa aliran air tanah tidak akan pernah linear. Bagaimana pengaruh ini terhadap persamaan linear yang Anda ajukan?

PASTON S.

Memang dalam paper ini kami telah mengasumsikan beberapa asumsi seperti : isotropik,

homogen, dan linear velocity (Darcy law). Jika asumsi-asumsi ini tidak dapat dipenuhi, maka ini dapat dipakai sebagai alat pertama untuk mengetahui gambaran penyebaran polutan secara dini minimal orde besarnya sebelum model lain yang biasanya jauh lebih kompleks.

SUWIRMA S.

Bagaimana kaitannya model yang dibuat dengan kesimpulan no 2 ?

PASTON S.

Kesimpulan no:2 "Model ini dapat digunakan untuk menentukan lokasi dan parameter terkait dengan mudah dan efisien". "Mudah dan efisien" maksudnya adalah dalam model ini kita tidak perlu menggunakan iterasi sebagaimana dalam kebanyakan model numerik yang lain. Dan telah didemonstrasikan di dalam paper kemampuan model ini untuk menentukan lokasi dan parameter terkait seperti berat dan waktu injeksi.