



UY0200007

MIR UY--037

**Algunos modelos analíticos de diagnóstico
para procesos de transporte en estuarios y
aguas costeras.**

Dr. Roberto Suárez Ántola

Facultad de Ingeniería
Universidad Católica del Uruguay
Dirección Nacional de Tecnología Nuclear
Ministerio de Industria, Energía y Minería

Trabajo efectuado en el marco del Convenio
entre la Universidad Católica del Uruguay y
el Ministerio de Industria, Energía y Minería
de la República Oriental del Uruguay.

Marzo 2001 - Montevideo - Uruguay

**PLEASE BE AWARE THAT
ALL OF THE MISSING PAGES IN THIS DOCUMENT
WERE ORIGINALLY BLANK**

A. INTRODUCCION.

En el Proyecto URU/8/007 "Isótopos en Hidrología" que la Dirección Nacional de Tecnología Nuclear, del Ministerio de Industria, Energía y Minería, R.O.U., ejecutó con el apoyo del Organismo Internacional de Energía Atómica de N.N.U.U., descubrió en forma circunstancial, y luego se comenzó a estudiar experimentalmente, el efecto contaminante de las aguas de la Bahía de Montevideo sobre las playas, situadas al este de la mencionada Bahía.

La Bahía en cuestión (fig.1) conecta con las aguas del Río de la Plata, y recibe a su vez el aporte de dos arroyos, el Miguelete y el Pantanoso, cuyas aguas se encuentran altamente contaminadas.

Algunos kilómetros al este de la desembocadura de la Bahía de Montevideo, a la altura de Punta Brava (fig.1), se encuentra en operación un emisario subacuático que vierte en las aguas del Río de la Plata una parte significativa de las aguas residuales provenientes de la ciudad de Montevideo (de más de un millón y medio de habitantes).

Desde su construcción y puesta en operación ha habido controversia acerca del funcionamiento del emisario subacuático de Punta Brava (Punta Carretas). El descubrimiento efectuado como ya se dijo en el marco del PROYECTO URU/8/007 –de la influencia de la Bahía de Montevideo sobre la calidad de las aguas costeras del Departamento, ha contribuido a plantear el problema desde una nueva perspectiva.

La estabilidad de la pluma de ese emisario fue objeto de dos estudios previos, efectuados con Yodo-131, también en el marco del PROYECTO URU/8/007. (Ref.16).

Los estudios experimentales de estabilidad de la pluma del emisario se efectuaron simultáneamente con un estudio de los tiempos de residencia del agua de la bahía –marcada con tritio-, y con un estudio euleriano (con puntos de muestreo fijos) de los procesos de dispersión a lo largo de la costa del Departamento de Montevideo, utilizando nuevamente agua tritriada como trazador. (Ref.18).

De todas formas, una comprensión más profunda de los procesos de flujo y mezcla en las aguas costeras adyacentes en la desembocadura de la bahía, afectados por la marea y el régimen de vientos, es esencial tanto para valorar adecuadamente la actual situación como para el análisis del impacto ambiental de futuras obras de ingeniería, tales como el segundo emisario subacuático de la

ciudad de Montevideo y ciertas obras previstas en el Puerto de Montevideo que presumiblemente afectarán la calidad de las aguas de la región costera del Departamento de Montevideo.

Las aguas de la región costera del Departamento de Montevideo, están situadas en la margen izquierda y en el tramo inferior del Río de la Plata. Forma parte de la zona exterior, de estuario propiamente dicho y dentro de esta, de la subzona donde se producen las mayores variaciones de salinidad, asociadas a las combinaciones de efectos del mismo orden de magnitud debidos a la marea, a los vientos y al flujo de agua dulce que se dirige hacia el Océano Atlántico. En este contexto no cabe esperar que los coeficientes de difusión turbulenta y de dispersión (asociados a los gradientes de velocidad transversales a la dirección promedio del movimiento) puedan estimarse adecuadamente utilizando fórmulas semiempíricas.

Por esta razón, en abril y mayo de 1995 se efectuaron varias campañas destinadas a determinar en forma experimental los coeficientes de dispersión de contaminantes en varios puntos de las aguas costeras adyacentes a Montevideo.

Necesariamente la determinación de los parámetros de la dispersión debe ser específica para el sistema costero considerado, en las condiciones en que se encuentra en el momento en que se efectúan los experimentos de campo. No obstante las correlaciones disponibles para vincular los parámetros de la difusión turbulenta y la dispersión con las variables hidrodinámicas y geométricas del flujo, su estratificación con sus distribuciones de salinidad y temperatura asociadas, resultan fundamentales para interpretar los resultados experimentales, para diseñar los experimentos y para extrapolar -en la medida en que eso sea posible- los resultados obtenidos a otros escenarios.

La comprensión incompleta de los mecanismos básicos que controlan los procesos de dispersión en las aguas costeras y en los estuarios ha conducido muchas veces a realizar obras de ingeniería inadecuadas, lo cual ha terminado por comprometer seriamente la calidad de las aguas próximas a numerosas comunidades -sobre todo industrializadas- en muchas partes de nuestro planeta.

Los estudios experimentales de los procesos de advección y dispersión, junto con la determinación de los correspondientes coeficientes de dispersión en puntos adecuadamente escogidos, constituye una parte importante en el proceso de comprensión de dichos procesos de transporte.

Los coeficientes de dispersión pueden estimarse ajustando los parámetros de un modelo matemático de diagnóstico a las mediciones de campo efectuadas sobre la evolución temporal de la distribución espacial de un trazador tal como un pigmento, un isótopo radioactivo o un conjunto de biplanos.

Combinando los resultados obtenidos con el empleo de modelos matemáticos de pronóstico, numéricos, adecuadamente formulados y calibrados, es posible simular mediante ordenador aspectos del proceso de flujo y mezcla en los cuerpos estuarinos que son relevantes para la toma de decisiones referentes a

accidentes de contaminación o a la asignación de recursos para la construcción y operación de obras civiles.

Cuando el objetivo último de la determinación experimental de los coeficientes que caracterizan el transporte, empleando un modelo de diagnóstico, es la inserción de los datos obtenidos en el marco de un modelo de pronóstico, tanto el modelo de diagnóstico como los experimentos de campo deben ser compatibles con dicho modelo de pronóstico y con ciertos aspectos de la situación que conduce a efectuar un pronóstico, es decir, la necesidad de evaluar el impacto de un vertimiento accidental o intencional, una obra de ingeniería, etc.

En los trabajos que motivan esta memoria el objetivo fundamental fue hacer efectiva una transferencia de tecnología referente a la medición en el campo de coeficientes de dispersión en aguas costeras. Como consecuencia, la elección del modelo de diagnóstico a emplear no se guió tanto, en este caso, por el tipo de modelo de pronóstico disponible, como por el grado de detalle experimentalmente alcanzable en la resolución de las concentraciones mediante fluorimetría a bordo en condiciones de flujo continuo y a tiempo real.

Se comienza repasando los factores que determinan los procesos de transporte de contaminantes en cuerpos de agua estuarinos como el Río de la Plata, relacionados con la estructura del flujo turbulento en sistemas con marea y densidades variables en dirección vertical y en dirección horizontal. Luego se consideran los procesos de transporte desde el punto de vista matemático de modo que sus partes componentes queden claramente expuestas efectuando y valorando varias aproximaciones comunes en ingeniería ambiental hidráulica.

Esto hace aparecer en forma natural los parámetros de dispersión que se utilizarán para describir desde un punto de vista promedial los procesos de flujo y mezcla de contaminantes en las aguas costeras del Río de la Plata.

Se estudian a continuación los procesos a través de los cuales es posible obtener una estimación (basada en datos experimentales) de dichos parámetros de dispersión.

B. Procesos de transporte en cuerpos de agua estuarinos.

Los flujos en aguas costeras son turbulentos, no homogéneos y no estacionarios. El registro temporal de la velocidad del flujo en un punto fijo -tal como puede obtenerse mediante un correntómetro adecuadamente fondeado- puede siempre interpretarse como debida al efecto de un flujo promedio que arrastra un conjunto de vórtices de diferentes velocidades angulares, tamaños y orientaciones. Al pasar por el punto considerado, los vórtices originan fluctuaciones aleatorias en la velocidad local del flujo, que se superponen con una velocidad local promedio, de variación más lenta (asociada a los cambios producidos por la

marea astronómica, las corrientes producidas por la acción de los vientos y las modificaciones del gasto volumétrico que los cursos de agua afluentes vierten en el ambiente fluvio-marino costero). A su vez, el conjunto de vórtices característico de la turbulencia del fluido ambiental considerado, se han originado mediante un gran número de mecanismos: inestabilidades del flujo en el interior de la subcapa laminar en los límites del cauce, procesos de separación de flujo desde partículas de sedimentos e irregularidades del lecho o de la costa, entrantes significativas - como puntas y muelles- perturbaciones en interfases entre corrientes opuestas, movimientos ondulatorios producidos por el viento, turbulencia generada por el movimiento de barcos, etc.

Una vez que se ha originado un torbellino, se lo puede considerar como un tubo de vórtice separado, transportado con el fluido de modo tal que se reduce el área de su sección transversal y aumenta su velocidad angular. Esto ocurre en forma interactiva con los demás torbellinos, de modo que el efecto resultante es una reducción progresiva de tamaño hasta alcanzar las dimensiones para las que el efecto de la viscosidad del fluido transforma la energía cinética en calor. Así, un movimiento turbulento dado contendrá un espectro característico de vórtices, cuyos tamaños van desde algunos milímetros hasta una cota superior dada por las dimensiones que corresponden a los límites del fluido ambiental considerado (la profundidad, para el caso de vórtices que rotan con eje horizontal).

Este proceso de reducción del tamaño de los vórtices es conducido por los gradientes de la velocidad promedio presentes en el flujo. Si estos gradientes son grandes, la reducción de tamaño es rápida y conduce a la aparición de muchos vórtices pequeños en rotación rápida. Pero si los gradientes de velocidad media son pequeños, la reducción es lenta y los vórtices producidos rotan más despacio.

Como consecuencia, las fluctuaciones aleatorias de la velocidad local instantánea van a ser mucho mayores cerca de las fronteras sólidas en comparación con esas fluctuaciones cerca de la interfase agua-aire, donde los gradientes de la velocidad promedio son, en general, bastante menores que en las cercanías del lecho del estuario.

Introduciendo un sistema de coordenadas cartesianas x, y, z , con eje z vertical, las componentes locales e instantáneas de la velocidad -tal como se podrían determinar experimentalmente empleando un correntómetro adecuado- se pueden descomponer en una componente promedio ($\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ respectivamente) y una componente fluctuante (u', v', w' respectivamente). La componente promedio se construye seleccionando una duración T adecuada e integrando la correspondiente componente local instantánea sobre un intervalo de duración T centrado en el instante t . Para la componente x de la velocidad se tiene:

$$\bar{u}(t, x, y, z) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} u(s, x, y, z) ds$$

La componente fluctuante u' se construye, entonces, así:

$$u'(t, x, y, z) = u(t, x, y, z) - \bar{u}(t, x, y, z)$$

siendo en ambos casos $u(t, x, y, z)$ la componente local e instantánea de la velocidad del flujo en dirección del eje x . Una construcción similar se puede efectuar respecto de los ejes cartesianos y , z .

La barra colocada encima de un símbolo correspondiente a una componente de la velocidad, a una concentración, o en general a una función cualquiera del instante y de las coordenadas de posición, representa la operación de promediar respecto del tiempo en un intervalo centrado en el instante t y de radio $T/2$. Entonces la amplitud de las fluctuaciones aleatorias de la velocidad local e instantánea del fluido ambiental, con el paso del tiempo, pueden describirse mediante las varianzas

$$\sigma_u^2 = \overline{u'^2}, \quad \sigma_v^2 = \overline{v'^2}, \quad \sigma_w^2 = \overline{w'^2}$$

y las covarianzas

$$\overline{u'v'}, \quad \overline{u'w'}, \quad \overline{v'w'}$$

Si se introduce la velocidad de fricción

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_{b0}}{\rho}}$$

donde τ_{b0} es una estimación del esfuerzo cortante en el fondo del estuario y ρ es una estimación de la densidad del fluido ambiental, se puede definir la intensidad de la turbulencia como

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(\sigma_u + \sigma_v + \sigma_w)}{v_*}$$

(Este parámetro adimensionado toma valores comprendidos típicamente entre 1 y 3 (Ref. 12)). La intensidad de la turbulencia varía de un punto a otro sobre una misma sección transversal al flujo, y varía también al pasar de un punto a otro en la dirección del flujo cuando la componente espacial de la aceleración del fluido es significativa. En un punto fijo, la aceleración o desaceleración temporal del flujo también modifica la intensidad local de la turbulencia.

Por otra parte, si la densidad del fluido cerca del fondo es mayor que la densidad cerca de la superficie del agua, es necesario gastar energía para mezclar entre sí la parte más densa con la parte menos densa del fluido ambiental.

Esta energía adicional se obtiene fundamentalmente por una reducción en las fluctuaciones w' de la componente vertical w de la velocidad del flujo, que se acompaña con una disminución de la energía cinética de los vórtices asociados a la turbulencia.

Al disminuir el transporte vertical de cantidad de movimiento los gradientes verticales de las componentes horizontales de la velocidad media,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \text{ y } \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} ,$$

tenderán a aumentar, lo cual producirá a su vez un incremento en la intensidad de la turbulencia que se opondrá a la reducción producida por la estratificación estable.

De todos modos el efecto de reducción de la turbulencia vertical -y, por consiguiente, la disminución del proceso de mezcla en dirección vertical- debido a la estratificación vertical es muy grande, por lo que su influencia debe ser investigada en cada caso concreto de transporte de contaminantes en estuarios o en aguas costeras.

La estratificación estable surge, generalmente, de un gradiente de salinidad producido por la interacción entre el transporte advectivo horizontal y el mezclado vertical. (En muchos casos el flujo vertical de agua a través de la superficie libre - debido a las precipitaciones y a la evaporación- puede ser despreciado respecto de la advección horizontal).

La salinidad más baja en las proximidades de la superficie del fluido ambiental se mantiene por el influjo de agua dulce proveniente de los ríos y arroyos, estando asociada, por lo general, a corrientes de densidad horizontales.

La salinidad más elevada en las proximidades del fondo se mantiene por la entrada de agua oceánica desde la desembocadura del estuario, asociada a los ciclos de marea y al régimen de vientos.

La amplitud de las corrientes horizontales de densidad (asociadas a gradientes horizontales de densidad) es un orden de magnitud inferior a la amplitud de las corrientes debidas a la marea astronómica y meteorológica, de modo que ejercen un efecto secundario, respecto de estas últimas, sobre los procesos de mezcla en los estuarios (Ref. 1).

Por otra parte, los flujos asociados a las mareas, cuyas escalas de tiempo y espacio son mucho mayores que las escalas en las que se establece el movimiento turbulento, poseen una influencia de segundo orden sobre el patrón promedio de estratificación vertical, aunque el efecto de los accidentes locales en las fronteras del flujo (irregularidades en el fondo, canales, islas y puntas) puede producir movimientos locales en escalas lo suficientemente pequeñas como para modificar significativamente la estratificación del fluido ambiental en esa zona.

La descomposición de la velocidad local e instantánea del flujo en una componente promediada respecto del tiempo y una componente fluctuante dependiente de la estructura de la turbulencia del fluido ambiental, puede extenderse a las demás variables locales e instantáneas que describen el estado del sistema: salinidad, temperatura, concentraciones de nutrientes y de contaminantes, etc.

Consideremos en particular el campo de concentraciones de un trazador cuya evolución y distribución se supone que simula la de un contaminante. Es importante reparar en que tanto la toma de muestras como el proceso de medición (en el laboratorio o en el campo, a tiempo real) filtran ciertos detalles finos propios de la distribución espacial y la evolución temporal de la concentración del trazador.

A su vez, la interpretación de los resultados de las mediciones de la distribución del trazador exige el empleo de algún tipo de modelo matemático de diagnóstico, que resuma los resultados experimentales en un conjunto de parámetros significativos. Las limitaciones -en número y en calidad- de los datos experimentales de campo que deberán ser utilizados para el ajuste de los parámetros del modelo de diagnóstico, restringe considerablemente el conjunto de parámetros independientes a estimar.

Como consecuencia, por un lado se introduce una inevitable limitación en la capacidad de resolver detalles de la distribución y evolución del campo de concentraciones del trazador por parte del modelo de diagnóstico, pero por otro lado este último resulta, ahora sí, aplicable en la práctica para fines de ingeniería.

Descompongamos entonces el campo de concentraciones $c(t, x, y, z)$ en una parte promedio

$$\bar{c}(t, x, y, z) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} c(s, x, y, z) ds$$

y una parte fluctuante

$$c'(t, x, y, z) = c(t, x, y, z) - \bar{c}(t, x, y, z)$$

cuyas peculiaridades serán dejadas de lado.

Consideremos ahora la densidad de flujo advectivo en la dirección del eje x:

$$J_x = c u.$$

Promediándola a su vez y teniendo en cuenta que $\overline{u'}$ y $\overline{c'}$ pueden considerarse nulas, se obtiene:

$$\overline{J_x} = \bar{c} \cdot \bar{u} + \overline{c' u'}$$

Más en general, si $\vec{J} = c \vec{v}$ es la densidad de flujo advectivo y si

$$\vec{v} = \vec{u},$$

tenemos:

$$\vec{J} = \bar{c} \vec{u} + \overline{c' \vec{v}'} \quad [1]$$

de modo que el flujo advectivo promedio del trazador posee dos componentes aditivas: el flujo debido a la concentración promedio por un lado, y un término debido al transporte turbulento propiamente dicho, igual al promedio del producto de las fluctuaciones de la concentración y de la velocidad de transporte, por el otro.

Un enunciado bastante general sobre la conservación de la masa de una sustancia conservativa, sometida a flujos advectivos y difusivos puede resumirse en la siguiente ecuación, formulada en términos de variables locales e instantáneas:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c \vec{v}) = D_m \nabla^2 c \quad [2]$$

Aquí D_m es el coeficiente de difusión molecular. (Es una propiedad de la sustancia en cuestión y del fluido ambiental, pero no depende de las características hidrodinámicas de dicho fluido).

Promediando la ecuación [2] respecto del tiempo y teniendo en cuenta la descomposición [1], resulta:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{c} \vec{u}) = - \nabla \cdot (\overline{c' \vec{v}'}) + D_m \nabla^2 \bar{c} \quad [3]$$

Las oscilaciones rápidas y los movimientos erráticos afectan a la concentración promediada a través del término no lineal

$$\overline{c' \vec{v}'}$$

El efecto combinado de las fluctuaciones turbulentas es un proceso de dispersión de la sustancia considerada, parecida a la difusión molecular, pero mucho más efectiva. Consideraciones teóricas y resultados experimentales sugieren describir este proceso como un proceso de gradiente, introduciendo un operador de

difusividades turbulentas ε_{tur} para vincular el flujo (asociado con las fluctuaciones) con el gradiente de la concentración promedio:

$$\overline{c' \vec{v}'} = - \varepsilon_{tur} \cdot \nabla \bar{c} \quad [4].$$

En coordenadas cartesianas:

$$\overline{c' u'} = - \varepsilon_{xx} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} - \varepsilon_{xy} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} - \varepsilon_{xz} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}$$

y ecuaciones análogas para $\overline{c' v'}$ y $\overline{c' w'}$.

La ecuación [4] es una relación de clausura que suministra junto con la ecuación promediada [3], una descripción exclusivamente en términos de la concentración \bar{c} :

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{c} \vec{u}) = \nabla \cdot [(\varepsilon_{tur} + D_m I) \cdot \nabla \bar{c}]$$

Como $D_m I$ es despreciable respecto de ε_{tur} (aquí I es el operador o tensor identidad), se lo suele omitir.

Para un fluido incompresible, de $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ se desprende que $\nabla \cdot \vec{u} = 0$, de modo que finalmente se tiene la ecuación siguiente para describir la evolución de la concentración promediada respecto del tiempo:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \bar{c} = \nabla \cdot (\varepsilon_{tur} \cdot \nabla \bar{c}) \quad [5]$$

Al promediar las ecuaciones de Navier-Stokes respecto del tiempo aparecen términos en los que los productos de las fluctuaciones en las componentes de la velocidad local e instantánea son promediados, originando una descripción global de la transferencia de cantidad de movimiento.

Aquí también se introduce una relación de clausura para expresar el flujo turbulento de cantidad de movimiento en términos de las derivadas parciales de la velocidad promedio según las direcciones de los ejes de coordenadas, haciendo aparecer un operador de viscosidades turbulentas ε_{tur} .

Si se admite una equivalencia entre el transporte turbulento de cantidad de movimiento y el transporte turbulento de masa (hipótesis de Reynolds) los tensores ν_{tur} y ε_{turb} podrían igualarse.

De todos modos ε_{turb} depende fundamentalmente de la estructura de la turbulencia, por lo que cabe esperar que varíe de un punto a otro del cuerpo de

agua (p. e. : cerca del fondo o bien en las proximidades de la superficie; en la zona de rompientes o bien aguas adentro) y que en un mismo punto pueda presentar variaciones más o menos lentas con el paso del tiempo (p. e. : asociadas a las mareas o a las variaciones en el caudal de los afluentes al estuario).

La introducción del tensor de difusividades turbulentas y la descripción del transporte advectivo de masa originado en las fluctuaciones turbulentas de la hidrodinámica, como un proceso de gradiente, se puede justificar, por lo menos parcialmente, en la descripción clásica de G. I. Taylor del proceso de dispersión de un conjunto de partículas en un flujo turbulento homogéneo, estacionario e isótropo.

Taylor supone que se liberan todas las partículas en un mismo instante y en un mismo punto del flujo (Ref.11), constituyendo así una idealización de la situación en la que un trazador se inyecta en forma rápida y localizada en un fluido ambiental.

El problema de hallar el tamaño promedio de la nube de partículas en un instante dado fue reducido por Taylor al problema de calcular el desplazamiento cuadrático medio de una partícula, respecto de la posición promedio del grupo, tomando promedios sobre el conjunto (ensemble) de partículas considerado, para un instante fijo.

En el caso de un desplazamiento a lo largo del eje x se obtiene la siguiente expresión para la varianza en cuestión:

$$\sigma_x^2(t) = 2 \langle U^2 \rangle \int_0^t (t-s) R_{xx}(s) ds \quad [6]$$

Aquí $\langle U^2 \rangle$ representa el promedio sobre el ensemble de partículas del cuadrado de la velocidad de una partícula respecto de la posición promedio de la nube. Como la turbulencia se supone estacionaria y homogénea, $\langle U^2 \rangle$ es una constante característica de la intensidad de la turbulencia.

La función

$$R_{xx}(s) = \frac{\langle U(0)U(s) \rangle}{\langle U^2 \rangle}$$

se toma sobre el ensemble de partículas y mide la correlación entre la velocidad de una partícula en el instante inicial y esa misma velocidad en un instante posterior $t = s$, siempre respecto del centro de la nube.

Como $U(s)$ es observada siguiendo el movimiento de una partícula, $R_{xx}(s)$ se denomina función de autocorrelación lagrangiana de la velocidad (aleatoria) de la partícula tipo en el ensemble. Cabe esperar que resulte una función positiva decreciente, como sugiere la figura 2, que disminuye desde $R_{xx}(0) = 1$ hasta 0 para $t \geq t_0$.

La aproximación de $R_{xx}(t)$ a 0 cuando t aumenta, expresa el hecho de que los desplazamientos se hacen totalmente incorrelados cuando su separación en el tiempo es lo suficientemente grande.

Si t es muy pequeño, $\sigma_x^2(t) \cong 2 \langle U^2 \rangle t^2$ pues en ese caso $R_{xx}(t) \approx 1$.

Si t es mucho mayor que t_0 ,

$$\sigma_x^2(t) \cong 2 \langle U^2 \rangle T_{L,x} t \quad [7]$$

Aquí, por definición,

$$T_{L,x} = \int_0^{+\infty} R_{xx}(s) ds \quad [8]$$

es la denominada escala temporal lagrangiana de la turbulencia.

La ecuación [7] es, quizás, el resultado más importante del análisis de Taylor: significa que si esperamos lo suficiente la varianza de la nube de partículas aumentará en forma lineal con el tiempo, con una velocidad dada por $2 \langle U^2 \rangle T_{L,x}$.

Esta velocidad es una propiedad de la estructura de la turbulencia y no del fluido. Pero una característica de los procesos de gradiente es, precisamente, que la varianza de la distribución en cuestión (contaminantes, calor, etc.) aumenta proporcionalmente con el tiempo.

Definiendo la difusividad turbulenta

$$\varepsilon_{tur,x} = \frac{1}{2} \frac{d \sigma_x^2}{dt}(t)$$

obtenemos:

$$\varepsilon_{tur,x} = \langle U^2 \rangle T_{L,x} = \sqrt{\langle U^2 \rangle} l_{L,x}$$

donde

$$l_{L,x} = \sqrt{\langle U^2 \rangle} T_{L,x}$$

es la denominada escala espacial lagrangiana de la turbulencia.

Puede considerarse como una medida de la distancia máxima dentro de la cual los desplazamientos de las partículas se hallan correlacionados.

En cuerpos de agua confinados en forma natural esta distancia es, a lo sumo, del orden de la profundidad, para los movimientos turbulentos en dirección vertical.

Pero la escala espacial lagrangiana de la turbulencia en dirección horizontal puede ser considerablemente mayor que la escala correspondiente a la dirección vertical.

Cuando las dimensiones de la nube son mucho mayores que las escalas espaciales lagrangianas de la turbulencia, o bien, cuando el tiempo transcurrido desde la inyección es mucho mayor que la escala temporal lagrangiana de la turbulencia, cabe esperar que el proceso de transporte debido a las fluctuaciones hidrodinámicas se pueda modelar por medio de un proceso de gradiente (por lo menos cuando la turbulencia es estacionaria, homogénea e isotrópica).

La teoría de procesos estocásticos permite justificar hasta cierto punto el empleo de un proceso gradiente para describir en forma aproximada el transporte de masa en un fluido cuya estructura de turbulencia es no estacionaria, no homogénea y anisótropa (Ref. 8).

El tensor u operador de difusividades turbulentas puede ser diagonalizado. En un cuerpo de agua cuya profundidad es muy pequeña respecto de sus dimensiones horizontales es razonable esperar que el eje de coordenadas vertical z coincida, aproximadamente al menos, con uno de los ejes principales de dicho tensor.

En ese caso aparece un coeficiente de difusión turbulenta en dirección vertical ε_v que, en general, depende de las coordenadas de posición, particularmente de z.

Cuando el flujo advectivo posee una dirección bien definida en un plano horizontal, uno de los ejes principales restantes puede considerarse alineado aproximadamente con él y el otro eje resulta entonces perpendicular.

Surgen así dos nuevos coeficientes de difusión turbulenta: ε_l longitudinal y ε_t transversal.

Si el eje x se dispone en la dirección del flujo, la ecuación que describe la distribución de un contaminante o de un trazador se puede escribir de la forma:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + u_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + u_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + u_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon_l \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\varepsilon_t \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\varepsilon_v \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}) \quad [9]$$

donde u_x , u_y y u_z son las componentes de la velocidad \vec{u} del flujo advectivo promediado.

Una simplificación adicional que a menudo se efectúa en la práctica, consiste en suponer que la difusión turbulenta en un plano horizontal es isotrópica. (Ref.20)

En ese caso ε_l y ε_t son iguales a un único coeficiente de difusividad turbulenta horizontal ε_h y el transporte turbulento de masa se parametriza en cada punto mediante ε_h y ε_v solamente.

La disparidad entre las escalas de movimiento en dirección horizontal y en dirección vertical que existe en las aguas costeras, se traduce en una diferencia significativa entre ε_h y ε_v , siendo, por lo general, ε_h bastante mayor que ε_v .

Más aún, en grandes cuerpos de agua y a gran distancia de sus confines, la distancia sobre la cual los movimientos turbulentos con eje vertical se hallan correlacionados, puede ser mayor que el tamaño horizontal de la nube de trazador o de contaminante.

En ese caso, el crecimiento lineal de la varianza de dicha nube puede no ser alcanzado, por lo cual la descripción del proceso de transporte como un proceso de gradiente no está justificada.

No obstante, puede mantenerse ésta última introduciendo una difusividad horizontal efectiva que crece con el tamaño de la nube.

Si la turbulencia horizontal es homogénea e isotrópica, la aplicación de la denominada descripción ε - k de la turbulencia y la hipótesis de Reynolds para vincular el coeficiente de viscosidad turbulenta con la difusividad, da una expresión del tipo

$$\varepsilon_h \approx \varepsilon \frac{1}{3} \frac{4}{3}$$

donde l es la escala de la nube y ε es la energía transferida por unidad de masa y por unidad de tiempo desde vórtices en la escala considerada hacia escalas de movimiento inferiores (Ref. 2).

En ríos y aguas costeras el tamaño de los vórtices está acotado, esencialmente, por la profundidad del fluido ambiental, de modo que cabe esperar que la difusividad turbulenta horizontal efectiva se estabilice relativamente rápido, luego de un período inicial de aumento en función de las dimensiones de la nube de trazador.

La difusividad turbulenta vertical es, esencialmente, no homogénea, puesto que suele variar significativamente con la cota z , aún en un cuerpo de agua cuya densidad no varía apreciablemente con la profundidad.

Si el medio presenta una estratificación estable, la difusividad turbulenta vertical se ve afectada por la interacción de dos procesos antagónicos que se describieron previamente: uno asociado a las fuerzas arquimedeanas que surgen cuando un elemento del fluido es transferido verticalmente por una fluctuación turbulenta hacia una región vecina de diferente densidad, el otro asociado con el gradiente vertical en la velocidad media de advección horizontal.

El efecto combinado de los dos procesos se puede resumir en un número adimensional, el número de Richardson, empleando dos enfoques alternativos (Ref. 1).

En uno de ellos se utiliza un número de Richardson global

$$Ri_0 = \frac{h g \Delta \rho}{\rho_0 U^2}$$

donde h es la profundidad (el tirante) del flujo, U es su velocidad promedio (temporal y espacial), ρ_0 es la densidad promedio del fluido ambiental y $\Delta\rho$ es la diferencia entre la densidad en el fondo y la densidad en la superficie.

En el otro enfoque se emplea un número de Richardson local

$$Ri = \frac{N^2}{M^2}$$

que es una función de la cota z del punto considerado.

Aquí

$$M = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2}$$

es la denominada frecuencia de Kelvin-Helmholtz, mientras que

$$N = \sqrt{-\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}}$$

es la denominada frecuencia de Brunt-Vaisala (habiéndose dispuesto el eje z hacia arriba).

Como siempre, \bar{u} y \bar{v} son las componentes horizontales de la velocidad media de advección y ρ es la densidad local del fluido ambiental.

La liberación de energía del campo medio de velocidades hacia el movimiento turbulento aumenta con el aumento en la frecuencia de Kelvin-Helmholtz, mientras que la remoción de energía cinética del campo de turbulencias para transformarla en energía potencial a través del efecto de las fuerzas arquimedeanas, aumenta con el aumento de la frecuencia de Brunt-Vaisala.

Se dispone de algunas correlaciones empíricas entre ε_v y el número de Richardson global (por ejemplo la que se desprende de la relación empírica de French entre la viscosidad turbulenta vertical promedio y Ri_0 ; Refs. 1 y 4).

Asimismo se tienen, entre otras, las fórmulas de Mamayev (Ref. 17)

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{v,0} e^{-0.8 Ri}$$

y de Munk y Anderson (Ref. 12)

$$\varepsilon_v = \frac{\varepsilon_{v0}}{(1 + 3.33 Ri)^{3/2}}$$

para relacionar ε_v con el número de Richardson local.

Aquí ε_{v0} representa la difusividad turbulenta vertical cuando el fluido ambiental no se encuentra estratificado.

A medida que Ri crece, ε_v disminuye.

En una región donde la densidad sufre una variación brusca con la profundidad -como en una halóclina de separación entre una capa superior de agua más dulce y una capa inferior de agua más salada- la disminución en ε_v

puede ser muy significativa, hasta el punto de aparecer una verdadera barrera difusiva frente al transporte turbulento vertical.

Este hecho debe ser tenido en cuenta al estimar la cantidad de trazador a emplear en un experimento de campo, y si se trata de un trazador radioactivo, debe tenerse presente en los aspectos referidos al ambiente del estudio de protección radiológica y seguridad (Ref. 21).

En los flujos turbulentos ambientales el campo de velocidades, filtrado de fluctuaciones mediante una operación de promediado en el tiempo, todavía presenta variaciones significativas al desplazarnos en dirección transversal a los vectores de velocidad promediados.

Se produce así una advección diferencial debida al campo medio: dos partículas que en un instante dado se encuentran próximas y son advectadas con velocidades promedio más o menos paralelas, luego de un tiempo se habrán alejado debido a la diferencia en la magnitud de sus correspondientes velocidades de advección medias.

Pero a la advección diferencial se le añade el transporte turbulento transversal a la dirección local del campo de velocidades medias.

De la interrelación de ambos procesos resulta un nuevo mecanismo de mezcla denominado dispersión por advección diferencial.

Considerando los procesos de transporte en escalas espaciales grandes, éste es sin duda el mecanismo de dispersión globalmente más importante.

Como en la práctica muchas veces no se dispone de datos suficientes acerca del perfil vertical de velocidades en aguas costeras estratificadas o parcialmente estratificadas, se lo vuelve a filtrar sometiendo a la ecuación de transporte advectivo-difusivo promediada respecto del tiempo, a un nuevo proceso de promediado, ahora respecto de una dimensión espacial: la profundidad del flujo o de una de sus capas, si la capa es lo suficientemente neta como para poder ser tratada en forma independiente en la escala de interés.

Se obtiene nuevamente una ecuación de campo para las concentraciones promediadas doblemente respecto del tiempo y de una coordenada espacial (ecuación de advección-dispersión).

Nuevamente se descomponen los campos en un campo medio, función del instante t y de las coordenadas de posición x e y en un plano horizontal (pues la dependencia de la cota z ha desaparecido al promediar en profundidad), y un término que expresa la desviación local del campo respecto de ese valor medio:

$$\begin{aligned}\bar{c}(t, x, y, z) &= \tilde{c}(t, x, y) + c''(t, x, y, z) \\ \vec{u}(t, x, y, z) &= \vec{u}(t, x, y) + \vec{u}''(t, x, y, z)\end{aligned}$$

Al promediar la ecuación del transporte del contaminante o trazador partiendo su versión para difusión turbulenta, aparece el término $\overline{c'' u''}$.

Un análisis cuidadoso de la ecuación del transporte (Ref. 8) conduce a una nueva relación de clausura que permite expresar la componente del flujo advectivo que origina la dispersión por advección diferencial, es decir $\overline{c'' u''}$.

Como un nuevo proceso de gradiente, ahora en términos del campo de concentraciones doblemente promediado respecto del tiempo y de la profundidad.

En general se obtiene

$$\overline{c'' u''} = -K \cdot \nabla \tilde{c} \quad [10]$$

donde el operador o tensor K , denominado tensor de coeficientes de dispersión, se representa por una matriz de 2×2 .

En componentes [10] se puede escribir así:

$$\overline{c'' u_x''} = -K_{xx} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x} - K_{xy} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial y} \quad [11a]$$

$$\overline{c'' u_y''} = -K_{yx} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x} - K_{yy} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial y} \quad [11b]$$

Teniendo en cuenta que el efecto de la turbulencia longitudinal es generalmente mucho menor que el de la dispersión por advección diferencial y que en todo caso puede ser incluido en los coeficientes de la matriz del operador de dispersión, se obtiene finalmente la siguiente ecuación para el transporte de una sustancia conservativa:

$$\frac{\partial}{\partial t} (h \tilde{c}) + \nabla \cdot (h \tilde{c} \vec{u}) = \nabla \cdot (h K \cdot \nabla \tilde{c}) \quad [12]$$

Esta ecuación debe considerarse en conjunto con la ecuación de conservación del volumen (que se deduce a su vez de la ecuación $\nabla \cdot \vec{u} = 0$ que expresa la incompresibilidad del fluido ambiental luego de haber filtrado las fluctuaciones aleatorias asociadas a la turbulencia):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h \vec{u}) = 0 \quad [13]$$

De ambas se desprende la ecuación de advección-dispersión

$$\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \vec{u}_{ap} \cdot \nabla \tilde{c} = \nabla \cdot (K \cdot \nabla \tilde{c}) \quad [14]$$

donde, por definición

$$\vec{u}_{ap} = \vec{u} - \frac{1}{h} \nabla h \cdot K \quad [15]$$

es una velocidad de advección aparente que tiene en cuenta las variaciones en la cota del fondo del flujo (Ref. 1 y Ref. 17).

Si se dispone de información sobre cómo varía el coeficiente de difusión turbulenta en dirección vertical y sobre las desviaciones $u_x''(z)$ y $u_y''(z)$ de la velocidad de advección respecto de su valor promedio en profundidad, los coeficientes de dispersión se pueden calcular mediante las expresiones aproximadas siguientes (Ref. 8)

$$K_{xx} = - \int_0^h u_x''(z_1) \left(\int_0^{z_1} \frac{1}{\varepsilon_v(z_2)} \left(\int_0^{z_2} u_x''(z_3) dz_3 \right) dz_2 \right) dz_1 \quad [16a]$$

$$K_{xy} = - \int_0^h u_x''(z_1) \left(\int_0^{z_1} \frac{1}{\varepsilon_v(z_2)} \left(\int_0^{z_2} u_y''(z_3) dz_3 \right) dz_2 \right) dz_1 \quad [16b]$$

$$K_{yx} = - \int_0^h u_y''(z_1) \left(\int_0^{z_1} \frac{1}{\varepsilon_v(z_2)} \left(\int_0^{z_2} u_x''(z_3) dz_3 \right) dz_2 \right) dz_1 \quad [16c]$$

$$K_{yy} = - \int_0^h u_y''(z_1) \left(\int_0^{z_1} \frac{1}{\varepsilon_v(z_2)} \left(\int_0^{z_2} u_y''(z_3) dz_3 \right) dz_2 \right) dz_1 \quad [16d]$$

(Estas expresiones no incluyen el aporte (de orden inferior) debido a la difusión turbulenta horizontal).

La descripción de la dispersión por advección diferencial como un proceso de gradiente en términos de campos promediados en dirección vertical, para el caso de una nube de trazador inyectado en forma súbita y puntual, se puede aplicar luego de un tiempo que puede estimarse del orden de $\frac{h_*^2}{\tilde{\varepsilon}_v}$, donde h_* es una

estimación del tirante promedio del flujo y

$$\tilde{\varepsilon}_v = \frac{1}{h_*} \int_0^{h_*} \varepsilon_v(z) dz$$

es una estimación del valor promedio del coeficiente de difusión turbulenta en dirección vertical (Ref.11).

Este tiempo característico constituye una medida del intervalo luego del cual la distribución de trazador alcanza una equirrepartición significativa en dirección vertical.

Si la dirección local del flujo, promediado en profundidad, forma un ángulo θ con el eje x, algunas veces se expresan los coeficientes de dispersión así:

$$K_{xx} = K_L \cos^2 \theta + K_T \sin^2 \theta \quad [17a]$$

$$K_{yy} = K_L \sin^2 \theta + K_T \cos^2 \theta \quad [17b]$$

$$K_{xy} = K_{yx} = (K_L - K_T) \sin \theta \cos \theta \quad [17c]$$

donde K_L y K_T son coeficientes de dispersión en dirección paralela y perpendicular al flujo, respectivamente (Ref. 10).

Por último, para estudiar procesos de transporte a grandes distancias del punto de vertimiento, en cuerpos de agua muy largos respecto de sus dimensiones transversales, se suelen emplear coordenadas curvilíneas longitudinales y transversales al cauce y se efectúa luego una segunda operación de promediado, ahora respecto de la coordenada transversal a la dirección del flujo.

El término no lineal de la ecuación de transporte advectivo-dispersivo bidimensional, es decir $\bar{c} \vec{u}$, origina un flujo de sustancia expresado en términos del promedio espacial del producto de las desviaciones de la concentración y la velocidad respecto de sus valores promedio correspondientes a la sección transversal considerada.

Se introduce una nueva relación de clausura para expresar dicho flujo como un proceso de gradiente, con lo cual aparece un último coeficiente de dispersión (coeficiente de dispersión global unidimensional) D_L .

Este coeficiente engloba los efectos de la circulación secundaria y depende de la geometría del cauce (curvaturas, perfiles, batimetrías transversales), pero, los fundamentos teóricos en los que se basa su introducción no siempre resultan aplicables en los casos de interés práctico.

Si A es el área de una sección transversal al flujo de abscisa curvilínea x , si Q es el gasto volumétrico a través de dicha sección y $C(t, x)$ es la concentración promediada respecto del tiempo y promediada respecto de la sección transversal de abscisa x , la ecuación de transporte se reduce entonces a la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t}(AC) + \frac{\partial}{\partial x}(QC) = \frac{\partial}{\partial x}(AD_L \frac{\partial C}{\partial x}) \quad [18]$$

que debe considerarse junto con la ecuación de conservación del volumen:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad [19]$$

Los modelos globales unidimensionales se han aplicado con cierto éxito en estuarios de geometrías apropiadas (Ref. 13). (Cabe señalar que han sido aplicados para describir algunos aspectos globales de las variaciones de salinidad con el ciclo de marea, aún en el caso del Río de la Plata. (Ref. 5).

De las ecuaciones [18] y [19] se desprende la siguiente ecuación global de advección-dispersión para una sustancia conservativa:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_{ap} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(D_L \frac{\partial C}{\partial x}) \quad [20]$$

donde U_{ap} es una velocidad global aparente de advección:

$$U_{ap} = U - \frac{D_L}{A} \frac{\partial A}{\partial x} \quad [21]$$

Pero cuando la sustancia o población cuyo transporte se considera, se degrada (contaminantes, nutrientes o trazadores químicos) o se desintegra (contaminantes o trazadores radioactivos) o muere (población de microorganismos) en forma significativa en la escala del proceso considerado, es necesario tener en cuenta la cinética de desaparición del componente no conservativo al escribir la ecuación de advección-dispersión correspondiente.

Si la cinética de desaparición sigue una ley de primer orden (es decir, si la velocidad local de desaparición viene dada por una expresión del tipo

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t} \right)_{dr} = - \lambda c)$$

esto se tiene en cuenta añadiendo un término lineal en \bar{c} , \tilde{c} o C , según corresponda, al segundo miembro de la ecuación de advección-dispersión de que se trate, con coeficiente cinético negativo.

En todos los casos de ecuaciones para el transporte de trazadores o contaminantes que revisamos hasta este momento, los procesos de transporte se clasificaron en dos categorías: procesos advectivos y procesos dispersivos propiamente dichos.

Comenzamos con una ecuación en la que los únicos procesos de flujo no resueltos en forma advectiva eran los de difusión molecular (Ec. [2]).

Todo lo demás es advección, cuya descripción exige un nivel de detalle que no es accesible en la práctica.

Por eso se pasa a una segunda etapa, en la que se filtran los movimientos turbulentos que forman parte de los flujos advectivos de la primera etapa y que poseen escalas de tiempo y espacio inferiores a un valor dado.

Los movimientos advectivos no resueltos se clasifican ahora como difusión turbulenta y se describen mediante un proceso de gradiente, parametrizándolos mediante el tensor de difusibilidades turbulentas (Ec. [4]).

Pero aún así filtrados, los procesos advectivos remanentes pueden implicar un nivel de detalle que es todavía grande en demasía para fines prácticos.

Entonces, en una tercer etapa, se procede a una nueva operación de filtrado, promediando sobre la profundidad del flujo y clasificando los movimientos advectivos ahora ya no resueltos, como dispersión por advección diferencial, describiéndolos como un nuevo proceso de gradiente parametrizado por un tensor de coeficientes de dispersión en el plano horizontal (Ec. [10]), obteniendo un modelo bidimensional del transporte.

Por último, en una cuarta etapa, promediando respecto de la dimensión transversal al flujo (cuando su cauce posee una longitud mucho mayor que su ancho) se efectúa una nueva operación de filtrado, ahora de los detalles de la advección diferencial transversal al flujo que pasan a ser incorporados al proceso

de dispersión propiamente dicha, considerado como un proceso de gradiente parametrizado por un único coeficiente de dispersión longitudinal (Ec. [20]).

Con el propósito de describir los procesos de transporte en aguas costeras es conveniente utilizar los marcos conceptuales que suministran la segunda y tercera etapa de filtrado de los movimientos advectivos con sus parametrizaciones correspondientes de la difusión turbulenta y de la dispersión por advección diferencial en dirección vertical.

Tal como se dijo previamente, la difusión en aguas costeras es esencialmente anisótropa, por lo que como mínimo es necesario emplear dos coeficientes de difusión turbulenta: ε_h en un plano horizontal y ε_v en dirección vertical.

Este último coeficiente aparece, a su vez, en la expresión de las componentes del tensor que parametriza el proceso de dispersión por advección diferencial combinada con el transporte turbulento vertical (fórmulas [16]), que en gran escala termina por ser el proceso dominante.

Entonces la distribución espacial del coeficiente ε_v adquiere gran importancia.

Suponiendo que no se aleja mucho del comportamiento del coeficiente de viscosidad turbulenta vertical correspondiente al mismo flujo, es posible establecer algunas características cualitativas de la distribución de ε_v como función de la cota z .

En un medio no estratificado y con circulación debida fundamentalmente a la marea cabe esperar que $\varepsilon_v(z)$ se comporte como sugiere la fig. 3 a presentando un valor máximo a una distancia de aproximadamente la tercera parte del tirante medio del flujo, respecto del fondo.

Al aproximarnos a la superficie ε_v disminuye hasta un valor aproximadamente igual a la mitad de su valor máximo.

Cuando la circulación se genera por acción del viento, perpendicular a la costa, se pueden generar perfiles de velocidad como el que muestra la fig. 3b, en el cual el sentido del flujo se invierte al descender desde las capas superficiales arrastradas por el viento hacia las capas profundas sometidas a un flujo de retorno originado en el efecto de los confines del cuerpo de agua.

En este caso la distribución vertical de ε_v se comporta como sugiere la misma figura: presenta un máximo a una distancia de aproximadamente la tercera parte del tirante promedio del flujo, pero ahora referida a la superficie, y tanto al aproximarnos a la superficie como al fondo, ε_v tiende a cero.

Si el medio se encuentra significativamente estratificado, tanto la distribución vertical de la componente horizontal de la velocidad de flujo como la

distribución vertical de ε_v se modifican significativamente respecto de los casos recién descritos.

En presencia de dos capas de diferente salinidad, como muestra la figura 4, la distribución vertical de ε_v presenta dos máximos bien marcados, uno en cada capa, haciéndose ε_v muy pequeño en la zona de transición (picnóclina), para el caso de una circulación inducida por el viento.

Para el caso de una circulación generada por la marea descendente en un cuerpo de agua también estratificado en forma estable en dos capas, el perfil vertical de la magnitud de la velocidad horizontal puede comportarse como muestra la figura 5.

En este caso la distribución vertical de ε_v puede adoptar el comportamiento que sugiere esa misma figura.

Nuevamente se desarrollan gradientes muy grandes de velocidad en la zona de transición entre capas, debido a que la difusión turbulenta de cantidad de movimiento se encuentra allí muy disminuida.

El perfil del flujo en cada capa se encuentra distribuido en forma relativamente uniforme en dirección vertical (excepto en la zona de transición y en las proximidades del fondo).

La velocidad media en la capa dulce superior es sensiblemente mayor que la velocidad media en la capa salada inferior, debido al mayor efecto de fricción causado por el fondo en comparación con la fricción en la interfase entre capas y en la interfase aire-agua.

Los casos más o menos idealizados que acabamos de revisar dan una idea de la complejidad de la tarea de caracterizar paramétricamente el campo de difusión turbulenta en un cuerpo de aguas costeras como el que motiva esta memoria, aún introduciendo simplificaciones considerables desde el comienzo.

Una meta más fácilmente accesible es sin duda la determinación de los parámetros de dispersión asociados a la combinación de advección diferencial con difusión turbulenta.

Pero aún en este caso es necesario un estudio experimental bastante detallado de las condiciones hidrodinámicas y meteorológicas del escenario en que se llevan a cabo las mediciones del proceso de advección y dispersión del trazador.

La determinación del perfil vertical de densidades y de velocidades de flujo en un conjunto adecuado de lugares de muestreo a lo largo y a lo ancho de la región considerada, así como la medición de la velocidad del viento en esos lugares, junto con los datos pertinentes sobre la marea astronómica, suministran un marco necesario para interpretar las mediciones del trazador e incluso planificar in situ, en forma secuencial, modificaciones complementarias en las mediciones.

C. Modelos analíticos para diagnóstico.

Para determinar los parámetros de dispersión, así como para obtener algunos valores de orientación preliminares -destinados a dimensionar las experiencias de campo- se dispone de algunos modelos analíticos que han sido aplicados muchas veces al estudio del transporte en estuarios y aguas costeras.

En esta sección se revisarán brevemente los modelos utilizados para la preparación de las campañas y el análisis de datos obtenidos en las aguas costeras del Departamento de Montevideo.

C.1. Dispersión horizontal dependiente de la escala.

Comencemos considerando el transporte de un trazador o de un contaminante confinado en una capa delgada y homogénea, al nivel en que fue vertido, de modo que su dispersión se produce esencialmente en un plano horizontal.

Si el campo de velocidades de advección horizontales se puede suponer uniforme en toda la extensión en la que se intenta describir el proceso de transporte, y si el proceso de difusión turbulenta horizontal se puede considerar isótropo, la ecuación de campo [5] se reduce a la siguiente:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \nabla_{ho} (\epsilon_h \nabla_h \bar{c}) \quad [1]$$

donde el eje x se colocó paralelo a la dirección de la velocidad de advección \bar{u} y ∇_h representa la componente horizontal del operador gradiente.

Utilizando un sistema de coordenadas que se desplaza con la velocidad de advección a lo largo del eje x, la ecuación [1] se puede reescribir de la siguiente forma, respecto de las nuevas coordenadas:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = \nabla_{ho}' (\epsilon_h \nabla_h' \bar{c}) \quad [2]$$

donde ∇_h' es la componente horizontal del gradiente respecto de las coordenadas del sistema en movimiento.

Si en un instante t_0 se libera, en forma puntual e instantánea, una cierta masa de trazador o de contaminante en el origen del sistema de coordenadas móvil, luego de un cierto tiempo el campo de concentraciones vendrá dado por la ecuación:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\varepsilon_h \frac{\partial \bar{c}}{\partial r} \right] \quad [3]$$

en la que r es la distancia del punto considerado al origen del sistema de coordenadas móvil.

Al revisar la dependencia del coeficiente de difusión turbulenta ε_h de la escala del proceso de mezcla, en la sección (B), hemos mencionado relaciones que son, todas ellas, casos particulares de la siguiente:

$$\varepsilon_h = \alpha r^q \quad [4]$$

para el caso de una nube con simetría cilíndrica que estamos considerando por el momento.

Aquí la escala l de mezcla es del orden de la distancia r .

Sustituyendo [4] en [3] se obtiene finalmente:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\alpha r^{q+1} \frac{\partial \bar{c}}{\partial r} \right) \quad [5]$$

Cabe esperar que esta ecuación pueda utilizarse para el cálculo del campo de concentraciones siempre que se pueda asumir homogeneidad vertical en la capa delgada en la que el trazador se supone confinado, isotropía horizontal respecto de ejes que se mueven con el origen coincidente con el centro de la mancha, y homogeneidad en cierta región que comprende a la totalidad de la mancha de trazador.

Si M/h es la cantidad total liberada por unidad de espesor de la capa en la que se produce el transporte, la solución de la ecuación [5] para un vertimiento instantáneo y puntual es la siguiente:

$$c(t,r) = \frac{(2-q) \frac{M}{h}}{2\pi \Gamma\left(\frac{2}{2-q}\right)} \sigma^{\frac{2}{2-q}} e^{-\sigma r^{2-q}} \quad [6]$$

donde

$$\sigma(t) = \frac{1}{(2-q)^2 \int_{t_0}^t \alpha(t') dt'} \quad [7]$$

y $\Gamma(z)$ representa la función gamma (Ref. 3). (En general se admite que α puede ser una función del tiempo).

Si $q = 0$ y $\alpha = \varepsilon_{h,0}$ es constante, la [6] se reduce a la relación correspondiente a la difusión fickiana:

$$\bar{c}(t,r) = \frac{M}{4\pi h \varepsilon_{h,0} (t-t_0)} e^{-\frac{r^2}{4\alpha(t-t_0)}} \quad [8]$$

Si $q = 1$ y $\alpha = P$ se obtiene la fórmula de Joseph y Sedner (Ref. 3)

$$\bar{c}(t,r) = \frac{M}{2 \pi h P^2 t^2} e^{-\frac{r}{Pt}} \quad [9]$$

Si $q = 4/3$ y $\alpha = \alpha_0$ se obtiene la fórmula de Ozmidov (Ref. 3)

$$\bar{c}(t,r) = \frac{M}{6 \pi h t^3} \left(\frac{q}{4 \alpha_0} \right) e^{-\frac{q r^{3/4}}{4 \alpha_0 t}} \quad [10]$$

La concentración en el centro de la mancha ($r = 0$) viene dada por la fórmula:

$$c_0 = \frac{(2 - q)M}{2 \pi h \Gamma\left(\frac{2}{2 - q}\right)} \sigma^{\frac{2}{2 - q}} \quad [11]$$

Entonces, de [6] y [11] se obtiene la siguiente relación lineal entre

$$\ln \left[\ln \frac{c_0}{c} \right] \text{ y } \ln \left(\frac{r}{r_1} \right)$$

donde r_1 es un valor de referencia que puede tomarse como el menor r para el cual se efectuaron medidas de la concentración:

$$\ln \left[\ln \left(\frac{c_0}{c} \right) \right] = (2 - q) \left(\ln \frac{r}{r_1} \right) + \varphi_1 \quad [12]$$

Si la descripción del transporte que suministra la ecuación [6] es correcta, graficando los datos como sugiere la fórmula [12] se debería obtener una recta con pendiente $(2 - q)$.

De esta forma se puede hallar el parámetro q que caracteriza la dependencia del proceso de mezclado turbulento con la escala de la mancha.

En experimentos que involucran manchas cuyas dimensiones crecen considerablemente durante el proceso de medición, se obtiene a menudo un valor de q variable, próximo a 1 en las etapas tempranas de la dispersión y aproximándose a cero a medida que la mancha crece.

Cuando se examinan visualmente las manchas de trazador que se obtienen en los experimentos de campo, se advierte que por lo general no presentan simetría radial, sino que adoptan formas alargadas e irregulares.

Esto puede deberse a varias causas, dependiendo del tamaño de la mancha (originada en un vertimiento lo más puntual e instantáneo que sea prácticamente posible) y de la distribución de velocidades de flujo en el área estudiada.

Pero aún si se verifican, al menos con suficiente aproximación, las hipótesis de confinamiento en una capa delgada con velocidad de advección uniforme, las manchas que se obtienen son irregulares.

La correlación entre los desplazamientos de las partículas de fluido marcadas y la distribución inicial del trazador que necesariamente es más o menos irregular y extensa, explican el aspecto que presentan las manchas durante las primeras etapas del proceso de transporte.

Más adelante, las irregularidades remanentes pueden interpretarse teniendo en cuenta que la ecuación de la difusión turbulenta es el fruto de una operación de promediado para eliminar las fluctuaciones en pequeña escala.

Como consecuencia $\bar{c}(t,r)$ representa ya sea un valor promedio sobre un ensemble de manchas similares; ya sea un promedio temporal sobre un intervalo de tiempo adecuado.

Solo si superponemos varios patrones instantáneos de dispersión o si promediamos un mismo patrón visual a lo largo del tiempo, podemos esperar que la distribución resultante se aproxime a una distribución simétrica.

De todos modos las soluciones para $\bar{c}(t,r)$ permiten una estimación simple de la velocidad del transporte y de su extensión, de modo que se suelen utilizar para obtener valores de orientación de las concentraciones que es dable esperar o de las actividades, si se trata de un trazador radioactivo.

Así, suponiendo que $\varepsilon_h \approx Pr$ y tomando $P \approx 1 \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$, se obtuvieron las curvas que se muestran en las figuras 6, 7, 8 para la distribución de uranina de acuerdo con el modelo de Joseph y Sedner. (En las capas superficiales de océanos y grandes lagos $P = 1,0 \pm 0,5 \text{ cm/seg}$, mientras que P se reduce hasta $0,1 \text{ cm/sg}$ en las termóclinas o halóclinas y en aguas profundas).

En aguas superficiales, como las que motivan los trabajos que se relatan en la Ref. 19, se puede tomar $P \approx 1,0 \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$ como un valor razonable, a priori, para la estimación del proceso de transporte (Ref. 21).

Puesto que las manchas no presentan una simetría cilíndrica estricta, la determinación del parámetro q del coeficiente de difusión turbulenta horizontal se suele enfrentar en la práctica de la siguiente forma.

Se eligen varios contornos de igual concentración y se calcula el área encerrada por cada uno de ellos.

Luego se determinan los radios equivalentes de los círculos de igual área que cada uno de esos contornos y se procede como se explicó previamente, tomando dos veces el logaritmo neperiano del cociente de una concentración de

referencia y de la concentración considerada, graficándolo contra el logaritmo del radio equivalente y estimando la pendiente de una recta de mejor ajuste a esos resultados.

El número así obtenido puede considerarse como una estimación de $2 - q$.

(C2) Dispersión por advección acoplada con difusión turbulenta, en régimen de proceso de gradiente.

Si el transporte se produce en una capa de espesor h en la que las velocidades de advección presentan variaciones significativas con la profundidad y si ha transcurrido un tiempo suficiente como para que se haya podido alcanzar un grado significativo de homogeneización en dirección vertical, el campo de concentraciones correspondiente a un vertimiento instantáneo y puntual de una masa total M vendrá dado por (donde r es un vector de posición en un plano horizontal):

$$\tilde{c}(t, r) = \frac{M_0}{4 \pi h t \sqrt{\text{Det } K}} e^{-\frac{(r - vt) \cdot K^{-1} (r - vt)}{4t}} \quad [13]$$

Esto presupone además que la dispersión se produce en un medio que se puede considerar como no acotado en dirección horizontal y que la velocidad de advección promediada en profundidad se puede considerar constante en toda la región de interés. La [13] es solución de la ecuación de campo bidimensional [14]. Aquí K^{-1} es el operador inverso y $\text{Det } K$ es el determinante del operador K . Si las direcciones principales del tensor de coeficientes de dispersión coinciden con las direcciones paralela y perpendicular a la dirección del flujo promedio, la [] puede reescribirse así, disponiendo el eje x paralelo al flujo advectivo resuelto, de modo tal que la inyección del trazador se produzca en el origen de coordenadas.

$$\tilde{c}(t, x, y) = \frac{M}{4 \pi h t \sqrt{K_L K_T}} e^{-\left(\frac{(x - vt)^2}{4K_L t} + \frac{y^2}{4K_T t}\right)} \quad [14]$$

Aquí v es la velocidad del flujo, mientras que K_L y K_T son los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal respecto del flujo.

La concentración máxima en cada instante es $\tilde{c}_M(t) = \frac{M}{4 \pi h t \sqrt{K_L K_T}} \quad [15]$

de modo que tiende a cero como la inversa del tiempo transcurrido desde el instante del vertimiento.

De [14] y [15] se obtiene que las líneas de isoconcentración son elipses:

$$\frac{(x - vt)^2}{4K_L t \ln \left[\frac{c_M}{c_0} \right]} + \frac{y^2}{4K_T t \ln \left[\frac{c_M}{c_0} \right]} = 1$$

de semiejes mayor $a = \sqrt{4K_L t \ln \left[\frac{c_M}{c_0} \right]}$ y menor $b = \sqrt{4K_T t \ln \left[\frac{c_M}{c_0} \right]}$

Entonces $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{K_L}{K_T}}$ [16]. Por otro lado, el área de la elipse es

$$A = \pi a b.$$

Entonces: $A = 4\pi t \sqrt{K_L K_T} \ln \left[\frac{c_M}{c_0} \right]$

Reordenando: $\ln c_0 = -\frac{1}{(4\pi t \sqrt{K_L K_T})} \cdot A + \ln c_M$ nos da el

logaritmo de la concentración característica de una misma línea de isoconcentración, en un instante t dado, como función lineal del área encerrada. La pendiente $m = \frac{1}{4\pi t \sqrt{K_L K_T}}$ [17] de esa recta nos da una segunda relación

entre los coeficientes de dispersión principales. A partir de [16] y [17] se obtiene finalmente la siguiente estimación de los coeficientes de dispersión:

$$K_L = -\frac{a}{4\pi m t b} \quad [18], \quad K_T = -\frac{b}{4\pi m t a} \quad [19]$$

Estas relaciones son la base de un método simple de determinación de los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal a partir de las curvas de isoconcentración medidas en el campo, en un instante dado, a partir de un vertimiento o inyección súbito y puntual. En la parte donde se describe la técnica experimental se retoma este método. Obsérvese que tanto en este caso como en el caso correspondiente a la determinación del efecto de escala descrito en (C.1), la duración total Δt del proceso de medición de la nube del trazador debe ser mucho menor que el tiempo t transcurrido desde la inyección.

Naturalmente, todo este procedimiento de estimación de parámetros presupone la uniformidad de los parámetros de la dispersión en toda la región de interés, cosa que puede no cumplirse en aguas costeras. En ese caso, los parámetros estimados pueden pensarse como valores correspondientes a un proceso uniforme equivalente, en el nivel de resolución alcanzado por las mediciones que se hayan podido efectuar.

Generalmente se llevan a cabo varios cruces a través de la nube de trazador aproximadamente paralelas entre sí y transversales a la velocidad local de advección

media, y luego se cruza la mancha en dirección longitudinal paralelamente a la velocidad del flujo.

Usualmente, si el trazador químico fluorescente se mide mediante un sistema de flujo continuo que en forma permanente toma agua, y la devuelve al fluido ambiental, o bien si se mide la actividad local de una nube de trazador radioactivo mediante detectores sumergidos, se obtienen numerosos datos a lo largo de cada transecta. Si estas son aproximadamente perpendiculares al flujo (paralelas al eje y) en general se puede suponer que los datos de concentración pueden describirse mediante una

expresión del tipo: $c = c_m(x_i, z, t) e^{-\frac{(y-y_c)^2}{2\sigma_y^2}}$ donde $c_m(x_i, z, t)$ es el máximo de concentración en la transecta de abscisa x_i , con toma de muestras o el detector a una profundidad z . Si la trayectoria es longitudinal y pasa por $y = y_j$ puede suponerse que

$$c = c_m(y_j, z, t) e^{-\frac{(x-x_c)^2}{2\sigma_x^2}}$$

Es posible estimar los parámetros x_c , y_c , σ_x y σ_y mediante los datos disponibles, siempre muy numerosos en este tipo de experiencias. La mitad de las velocidades de aumento de las varianzas σ_x^2 y σ_y^2 permiten estimar dos parámetros D_x y D_y . Si se ha producido una homogeneización vertical en un grado suficiente, las concentraciones máximas $c_m(x_i, z, t)$ y $c_m(y_j, z, t)$ no dependen de z . En ese caso D_x y D_y permiten estimar K_L y K_T respectivamente. Pero si no ha ocurrido esta homogeneización D_x y D_y deben ser interpretados en forma diferente. De todos modos debe señalarse que, debido a los inevitables movimientos verticales asociados al oleaje que actúa sobre el barco, el punto de toma del fluorímetro o la cota del detector de radiación sufren variaciones más o menos significativas a medida que se desplazan horizontalmente. Por ello la medición se efectúa en una capa que no es idealizable por un plano horizontal. (El detector de radiación, aún si pudiera permanecer inmóvil, promedia sobre un cierto volumen de influencia cuyas dimensiones pueden ser considerables).

En base a una extensión de los resultados del análisis de Elder para el coeficiente de dispersión longitudinal (análisis basado en el perfil de velocidad vertical de von Karman), se supone algunas veces que

$$K_L = \alpha_L v \text{ y } K_T = \alpha_T v, \text{ con } \alpha_L \text{ y } \alpha_T$$

proporcionales al tirante del flujo, siendo por lo general $\frac{\alpha_L}{\alpha_T}$ del orden de 30. (El

análisis de Elder involucra la denominada velocidad de fricción v_* , que resulta estar relacionada con la velocidad media v por una relación de proporcionalidad.

En aguas costeras v_* es aproximadamente un 6 % de v (Ref. 6). Se ha observado no obstante que $\sqrt{\frac{K_L}{K_T}}$ crece al crecer v , aproximadamente en forma lineal:

$\frac{K_L}{K_T} \approx (1 + k_1 v)^2$. Se ha observado también que $K_L K_T \approx (k_2 v)^2$ de modo que

los coeficientes de dispersión se pueden relacionar aproximadamente a través de las relaciones: $K_L \approx (1 + k_1 v) k_2 v$ [20], $K_T \approx \frac{k_2 v}{1 + k_1 v}$ [21]

En caso de no tener estimaciones para k_1 y k_2 sobre la base de datos experimentales adecuados, pueden utilizarse los siguientes valores de orientación para una evaluación preliminar del transporte, si v se expresa en m/hora: $k_1 \approx 0.009$ y $k_2 \approx 0.0002$ (resultando K_L y K_T en m^2/seg).

Debe tenerse en cuenta que la suposición subyacente en todo lo anterior, según la cual un eje principal del tensor de dispersión es paralelo a la velocidad media del flujo, no siempre se corresponde con lo que ocurre en el fluido ambiental, aún en plena etapa en la que la dispersión por advección diferencial y difusión turbulenta opera como un proceso de gradiente.

En efecto, aunque la velocidad de flujo promedio en profundidad resulte siempre en una misma dirección, la velocidad de flujo no promediado puede tener componentes transversales a dicha dirección, que se eliminan entre sí al promediar. Así, por efecto del viento puede existir un flujo superficial hacia la costa, compensado por un flujo profundo desde la costa y ambos combinados con un transporte advectivo paralelo a la costa. En ese caso los ejes principales del tensor de dispersión, cuando la homogenización vertical involucra el total del tirante del flujo y el transporte dispersivo se puede estudiar como un proceso de gradiente, ya no coinciden con la dirección de la costa y su transversal sino que forman un cierto ángulo. H.Fischer (Ref. 7), partiendo de un modelo muy simplificado de flujo calculó los coeficientes de dispersión mediante las fórmulas (B) [16], obteniendo expresiones analíticas para esos coeficientes en función de los parámetros del flujo. En ese caso se encuentra que las expresiones $K_L = \alpha_L v$ y $K_T = \alpha_T v$ no son estrictamente aplicables. No obstante, los coeficientes de dispersión pueden estimarse a partir de los datos experimentales como se explicó anteriormente, aunque una de las direcciones principales no coincida con la dirección de la velocidad media, siempre que dicha dirección principal pueda ser aproximadamente determinada. En todo caso, dada una mancha de trazador en un instante t dado a partir del vertimiento, siempre es posible ajustar por mínimos cuadrados los parámetros de una distribución gaussiana bivariable, a los resultados experimentales obtenidos midiendo el campo de concentraciones, obteniendo así una estimación de las coordenadas (x_c, y_c) del centro de la mancha y de las varianzas σ_{xx}^2 , σ_{yy}^2 y la covarianza σ_{xy}^2 .

A partir de las varianzas y de la covarianza se pueden hallar los coeficientes de dispersión respecto del sistema de ejes de coordenadas utilizado, determinando luego las direcciones principales y los coeficientes de dispersión en esas direcciones. En principio, esto permite aprovechar la totalidad de la información potencialmente disponible en los datos de campo, con la única restricción impuesta desde el inicio que consiste en emplear una expresión analítica derivada de un proceso de gradiente.

(D) Comentarios finales sobre la turbulencia, la dispersión de contaminantes y la determinación de los parámetros de la dispersión.

En la actualidad no hay una definición uniformemente aceptada de la turbulencia en los fluidos ambientales. No obstante se está de acuerdo que se trata del tipo denominado "turbulencia fuerte que aparece en sistemas mecánicos con un gran número de grados de libertad, en oposición a la "turbulencia débil" que aparece en sistemas no lineales con solo tres grados de libertad. No obstante, como dijimos en la parte (B), la turbulencia en las aguas costeras y en otros fluidos ambientales parece surgir de la interacción de un elevado número de torbellinos, que se estiran, se estrechan y se pliegan una y otra vez hasta que su energía se desvanece por disipación viscosa. Como consecuencia debe existir un aporte de energía cinética sobre cada elemento de volumen. La disipación no se da uniformemente repartida en ese volumen, como asumían Kolmogorov y Obukhov, sino que se produce en un subconjunto que posee características fractálicas. Esta conclusión viene sugerida por los resultados experimentales que se obtienen promediando el producto de las densidades de energía disipadas en puntos próximos del fluido y viendo como esta correlación varía con la distancia entre puntos. De ser cierta la hipótesis de turbulencia homogénea e isotrópica, no debería haber variación, pero la hay. De esa variación y de la teoría fractálica, se puede obtener una estimación aproximada de las dimensiones asociadas a los soportes de la turbulencia en el fluido. Estos detalles de la microcirculación inciden sobre los detalles de la dispersión de contaminantes en pequeña escala. Por su misma naturaleza escapan a las posibilidades de medición fluorométricas o radioactivas convencionales. No obstante, el estudio detallado de la distribución del trazador en los bordes de las manchas, registrando imágenes mediante grabaciones de video de alta calidad y tratando posteriormente los datos con técnicas digitales de análisis de señales, podría contribuir a esclarecer algunos aspectos de la microcirculación que poseen importancia en las primeras etapas de la dispersión de un contaminante. (Ref. 19).

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- [1] Abbot M. y W. A. Price (eds) (1992) "The coastal, estuarial and harbour engineer's reference book" (Chapman y Hall, London).

- [2] Adams E. y A. Baptista (1990) "Ocean Dispersion Modeling" (en D. Hannes y B. Le Méhauté (eds), "The Sea", vol. 9).
- [3] Bowden K. (1983) "Physical Oceanography of Coastal Waters" (Ellis Horwood, London).
- [4] Bowles D. y P. O'Connell (eds) (1990) "Recent advances in the modelling of hydrological systems" (Kluwer, Amsterdam).
- [5] Comisión Administradora del Río de la Plata (1989) "Estudios sobre Evaluación de la Contaminación en el Río de la Plata" (Informe de Avance, Tomo 1).
- [6] Danish Hydraulic Institute (1991) Mike 21 Sc. Back. App. A.
- [7] Fischer H. (1978) "On the tensor form of the bulk dispersion coefficient in a bounded skewed shear flow" J. Geophys. Res., 83, pp 2373-2375.
- [8] Fischer H., B. List, A. Koh y otros (1979) "Mixing in Inland and Coastal Waters" (Academic Press, NY).
- [9] Gilath Ch. y R. Gonfiantini (1983) "Lake dynamics" (en Guidebook on Nuclear Techniques in Hydrology, IAEA, Viena, Austria).
- [10] Holly F. y J. Usseglio-Polatera (1984) "Dispersion simulation in two-dimensional tidal flow" (J. Hydraul. Eng. ASCE, 110(7), pp 905-926).
- [11] Holly F. (1985) "Dispersion in Rivers and Coastal Waters. 1. Physical Principles and Dispersion Equations" (en P. Novak (ed), "Developments in Hydraulic Engineering, vol 3, Elsevier, London).
- [12] Mc Dowell y B. O'Connor (1977) "Hydraulic behavior of estuaries" (Mc Millan, London).
- [13] Officer Ch. (1976) "Physical oceanography of estuaries and associated coastal waters" (Wiley, NY).
- [14] Plata A. y A. Moser (1990) "Guide to the safe handling of radioisotopes in Hydrology" (OIEA, Viena, Austria).
- [15] Plata A. y otros (1992) "Circulación y renovación del agua en la Bahía de Montevideo" (Informe de avance, Viena, Austria).
- [16] Plata A. y otros (1993) "Estudio de la contaminación costera de la zona de Montevideo mediante técnicas de trazadores" (Informe de avance, Viena, Austria).
- [17] Suárez Antola R. y otros (1993) "Metodología de la Seguridad Radiológica en el empleo de trazadores radioactivos en estudios hidrodinámicos y ambientales" (II Congreso Regional de Protección Radiológica y Seguridad Nuclear, Zacatecas, Méjico).

[18] Suárez Antola R. y otros (1994) "Estudio experimental, mediante trazadores, de la dispersión de contaminantes vertidos en la Bahía de Montevideo, en las playas del este de la ciudad" (XXIV Congreso Panamericano de Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Buenos Aires, Argentina).

[19] Suárez Antola y otros (1997) "Determinación de los parámetros de la dispersión de contaminantes en las aguas costeras adyacentes al emisario subacuático de Punta Carretas" (presentado en el I congreso Nacional de la Sección Uruguay de la Asociación Interamericana de Ingeniería Sanitaria y Ambiental, Montevideo, Uruguay).

[20] West J. y A. Cotton (1981) "The measurement of Diffusion coefficients in the Conwy Estuary" (Estuarine, Coastal and Shelf Science, 12, pp 323-336).

[21] White K. (1983) "Dispersion in surface waters" (en Guidebook on Nuclear Techniques in Hydrology, IAEA, Viena, Austria).

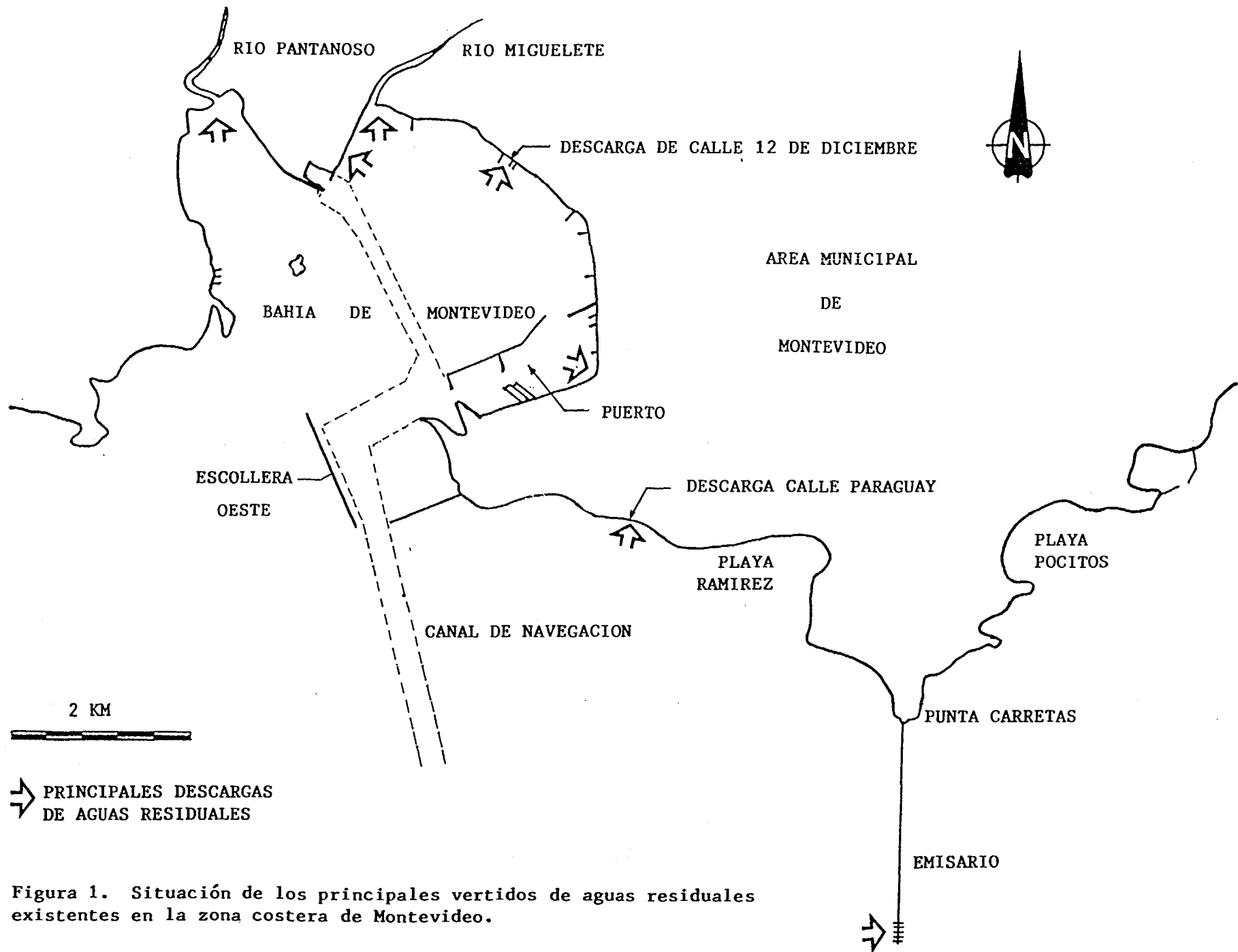


Figura 1. Situación de los principales vertidos de aguas residuales existentes en la zona costera de Montevideo.

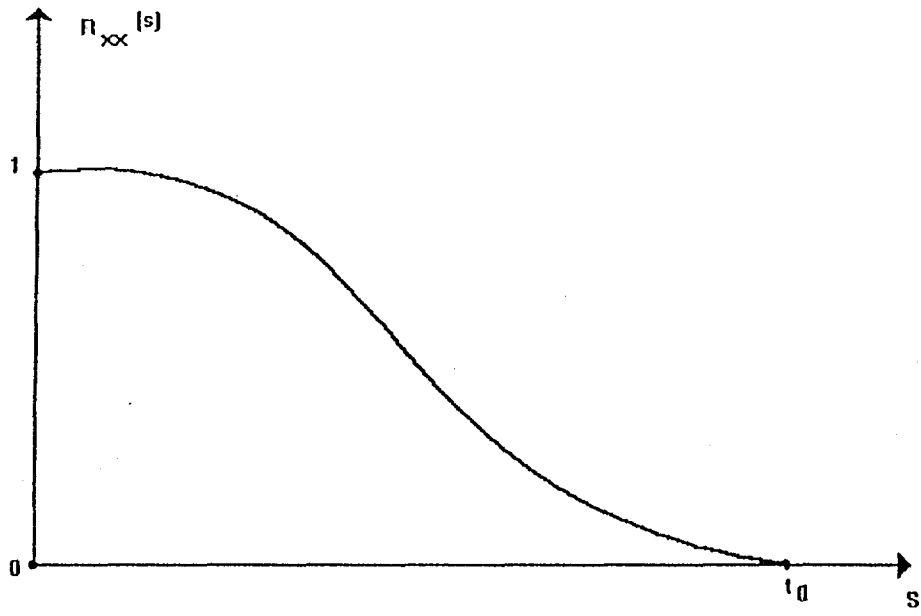


Fig.2 : La función de autocorrelación para una partícula.

Medio homogéneo sin efectos de confinamiento asociados a la costa

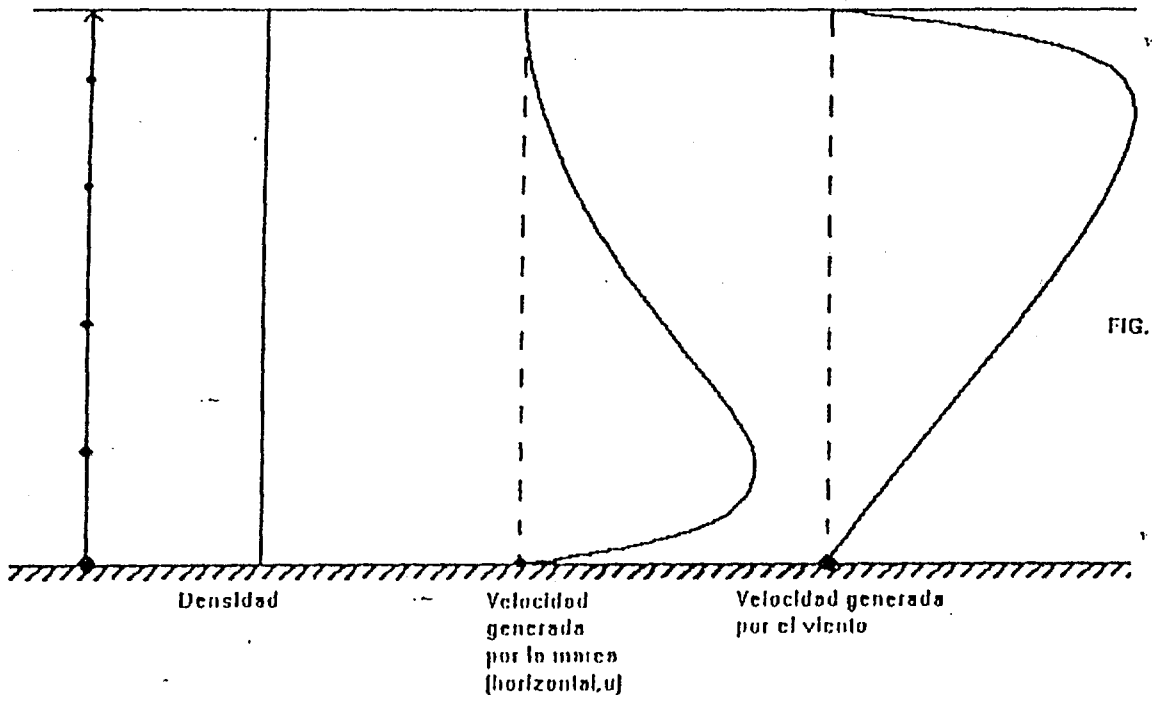


FIG. 3A

Medio homogéneo $E_v \approx V_v$

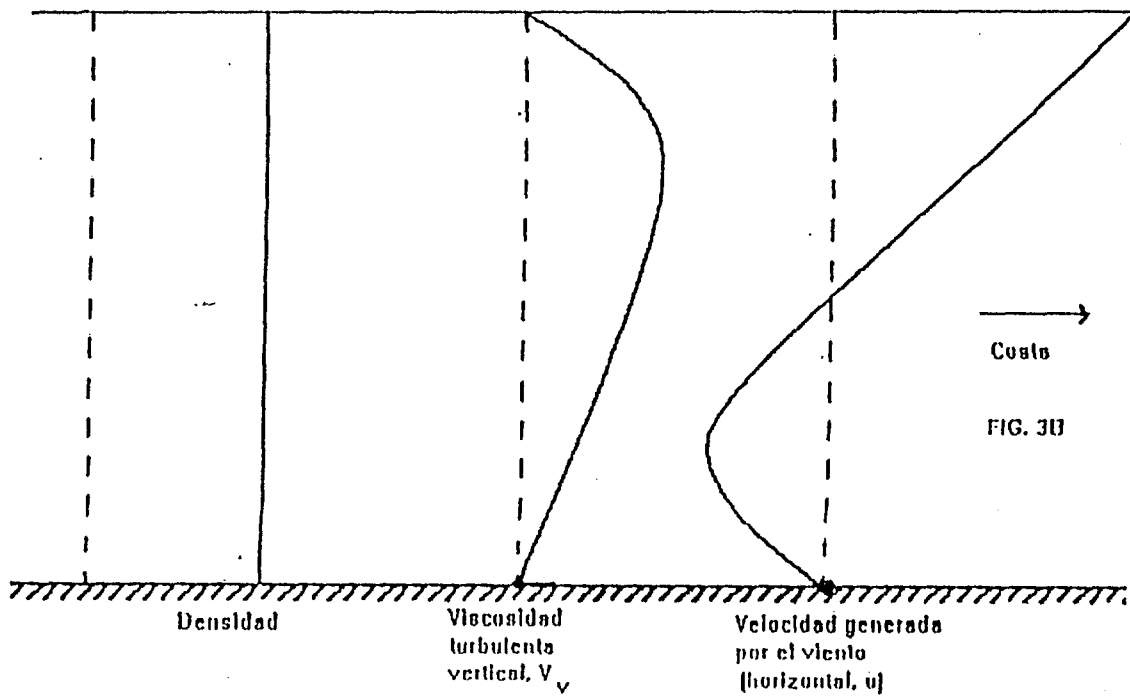


FIG. 3B

Medio estratificado en dos capas

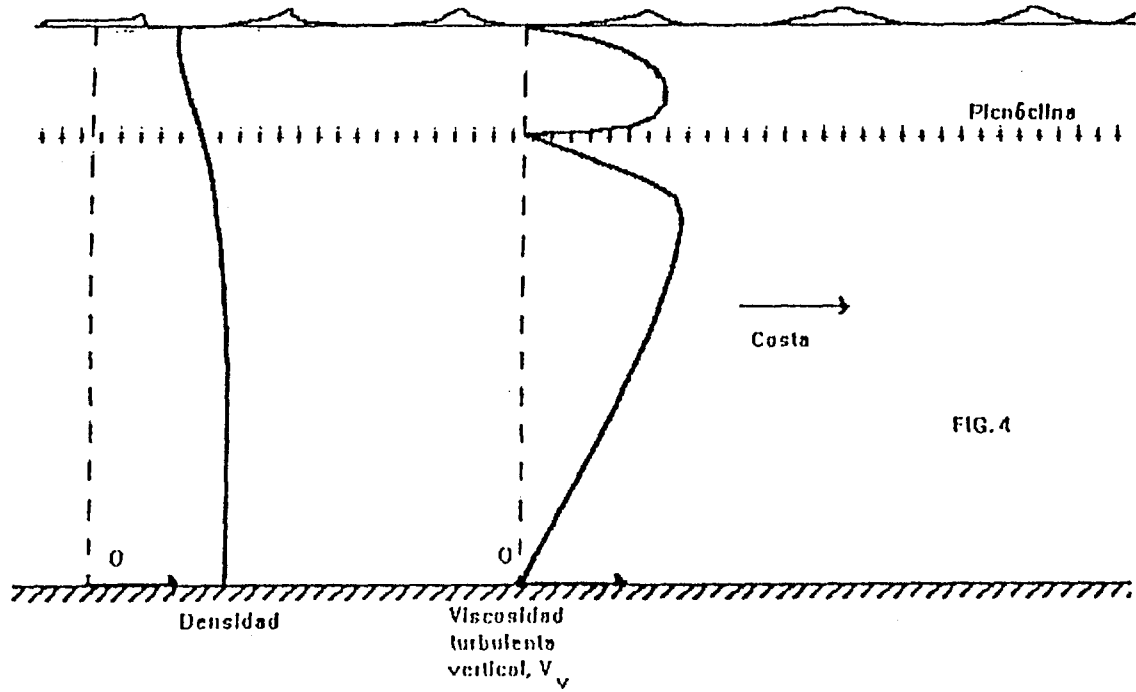


FIG. 4

Medio estratificado en dos capas

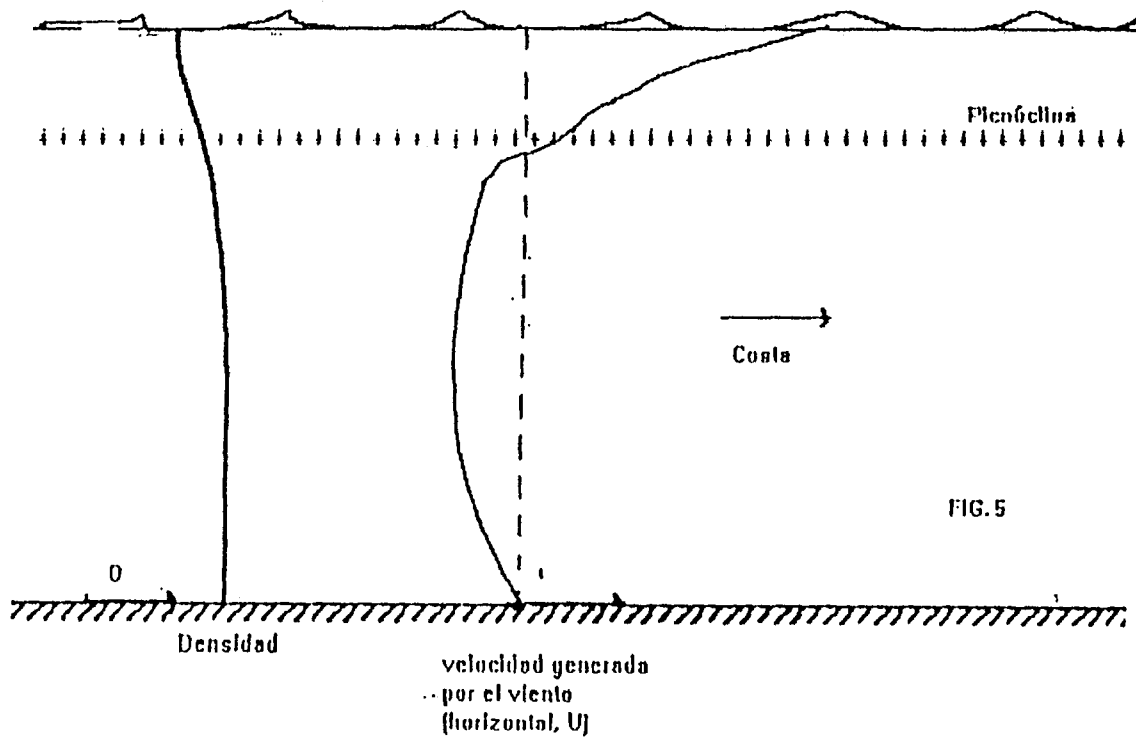


FIG. 5

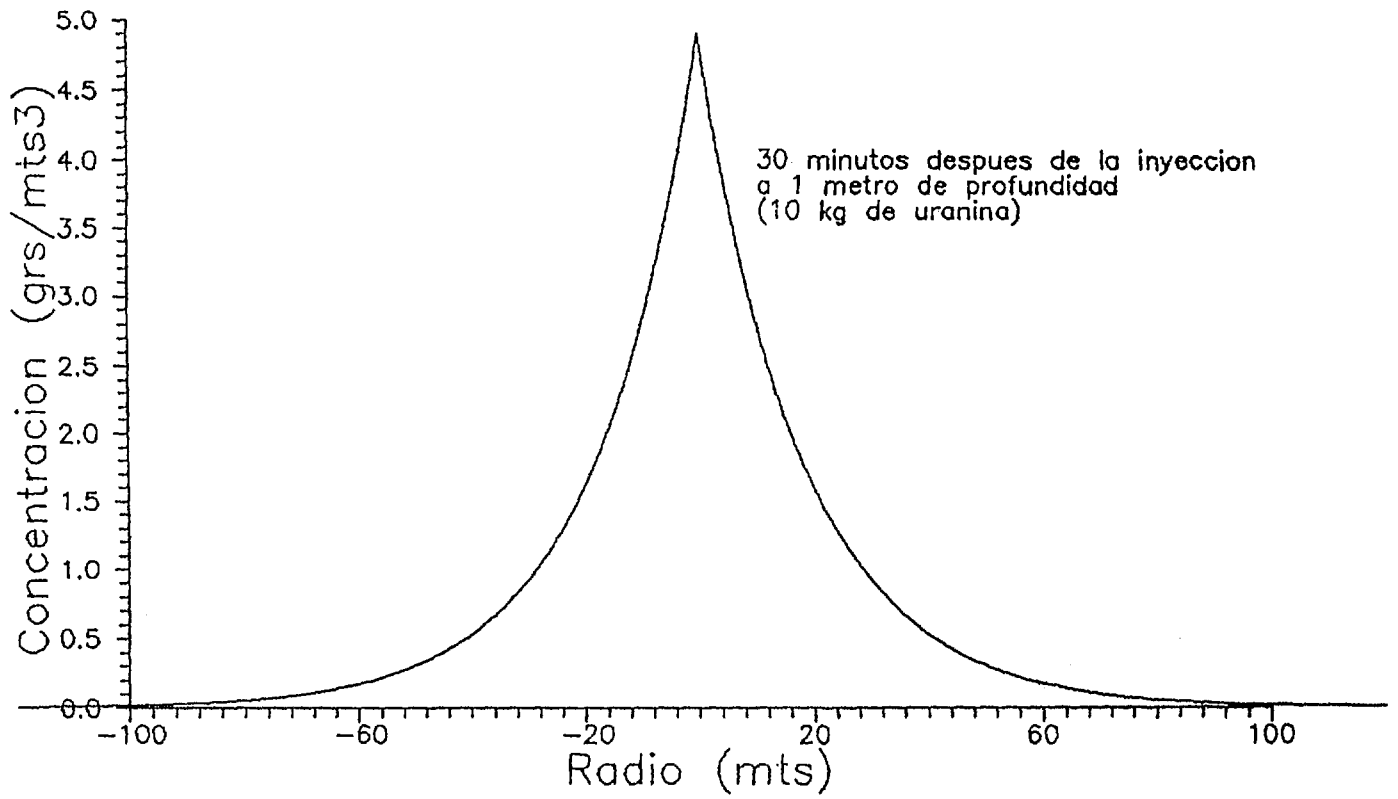
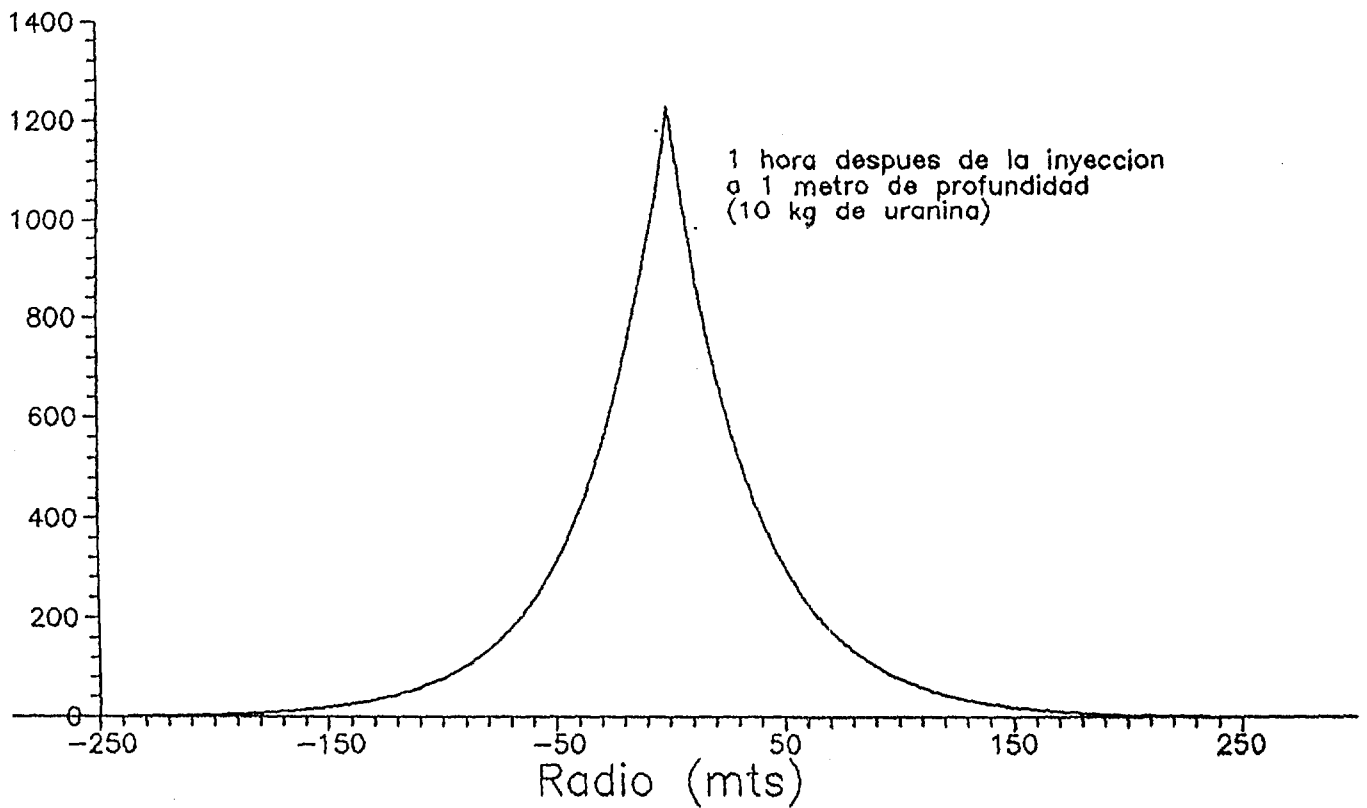


Fig. 6a



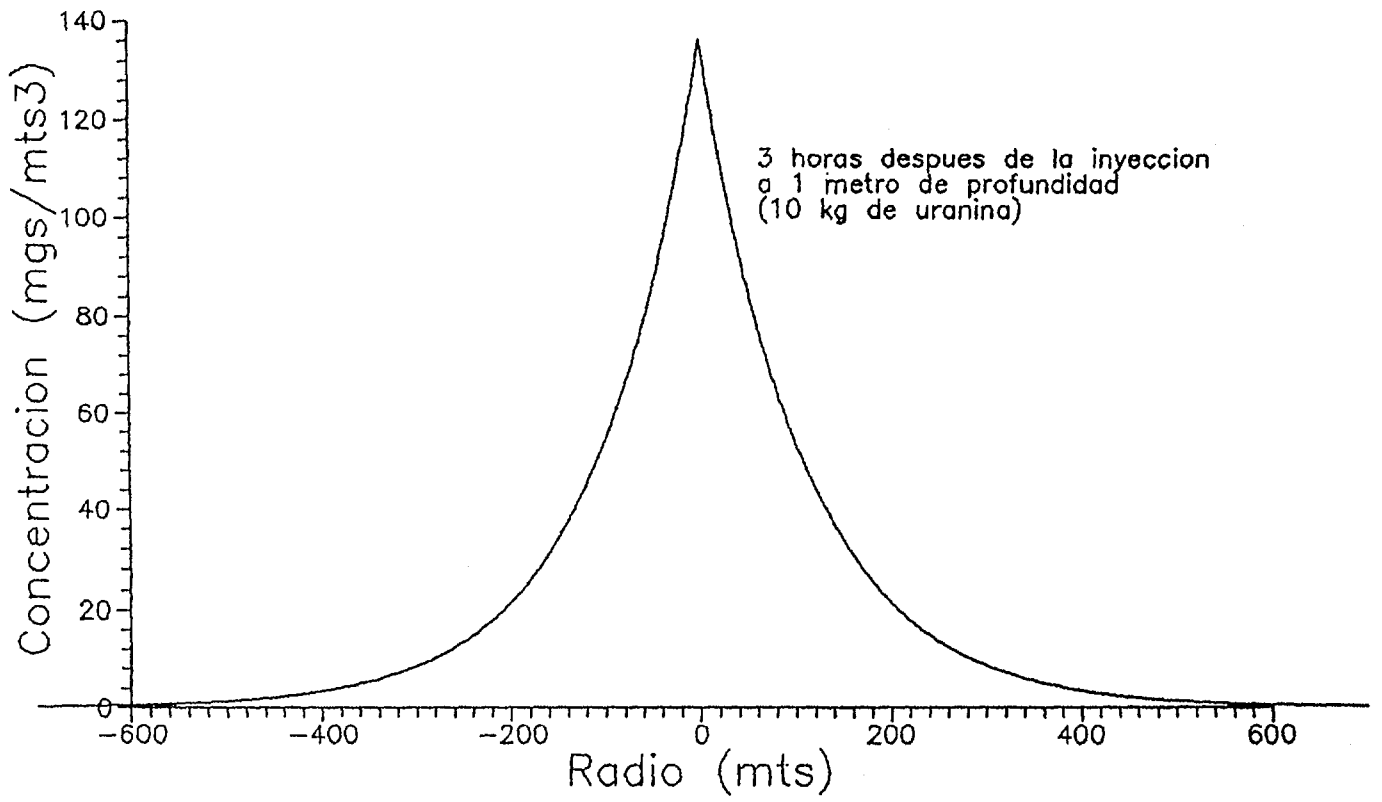


Fig. 7

