



Математическая модель 2-го порядка ротора центрифуги на магнитном или электромагнитном верхнем и вязкостном нижнем демпферах, учитывающая гибкость и вязкость ротора и программа расчёта динамики ротора центрифуги.

Андронов И Н

РНИЦ "Курчатовский институт"

123182 Москва, пл Курчатова, 1 FAX 095 194-19-94, e-mail mandronov@usa.net

Введение.

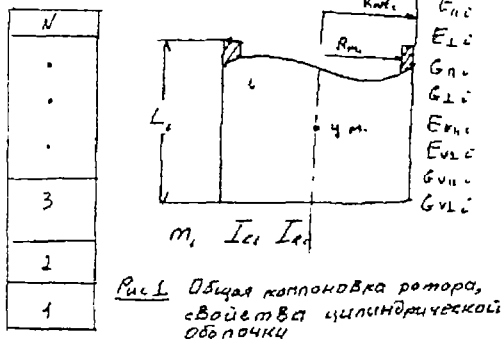
Известно, что некоторые ротора центрифуг ведут себя неустойчиво при скоростях вращения порядка 10000 радиан в секунду [1]. На устойчивость ротора могут влиять следующие факторы: внутренняя вязкость ротора [1], несимметричная компоновка системы ротор—демпфера [1], ветвление устойчивых состояний ротора [1].

По предположениям, ротора Юренко имеют характерную длину около трех метров при диаметре в пятнадцать сантиметров, что даёт непосредственную выгоду, т.к. производительность центрифуги прямо пропорциональна ее длине, а затраты на демпфирование ротора остаются прежними. Поэтому имело бы смысл рассмотреть в модели ротора с такими параметрами. Однако это означает, что мы будем иметь дело с резонансным режимом работы ротора. Что в свою очередь заставляет нас рассчитывать систему ротор—демпфера на прохождение изгибных резонансов.

В процессе разработки резонансных роторов выдвигались различные конструкции роторов и демпферов. К примеру, ротора с сильфонами и без, магнитные, электромагнитные демпфера, демпфера обката, комбинированные демпфера, многочастотные демпфера и другие.

По выше указанным причинам имела бы смысл разработка универсальной модели системы ротор—демпфера, с возможностью быстрой коррекции параметров модельных ротора и демпферов, а

также их конструкции, которая бы учитывала вязкоупругие характеристики материала ротора центрифуги и позволяла бы численно исследовать поведение ротора в процессе раскрутки. Автор предлагает такую модель.



Описание модели.

Общая компоновка ротора.

Ротор в модели (Рис 1), рассматривается как совокупность цилиндрических оболочек $1..N_{\text{цил}}$, связанных друг с другом. Каждая цилиндрическая оболочка характеризуется следующими величинами: m_i , масса; L_i , длина; R_{in_i} , внутренний радиус; R_{out_i} , внешний радиус; $h_i = R_{out_i} - R_{in_i}$, толщина стенки; I_{c_i} , основной момент инерции относительно оси осевой симметрии; I_{\perp_i} , основной момент инерции относительно оси перпендикулярной оси осевой симметрии; E_{\parallel_i} , модуль Юнга параллельно оси осевой симметрии; E_{\perp_i} , модуль Юнга перпендикулярно оси осевой симметрии; G_{\parallel_i} , модуль сдвига параллельно оси осевой симметрии; G_{\perp_i} , модуль сдвига перпендикулярно оси осевой симметрии; $E_{v\parallel_i}$, вязкостный аналог модуля Юнга параллельно оси осевой симметрии; $E_{v\perp_i}$, вязкостный аналог модуля Юнга перпендикулярно оси осевой симметрии; $G_{v\parallel_i}$, вязкостный аналог модуля сдвига параллельно оси осевой симметрии; $G_{v\perp_i}$, вязкостный аналог модуля сдвига перпендикулярно оси осевой симметрии. Областью действия модулей Юнга, сдвига и их аналогов, а также внутреннего и внешнего радиуса считается область между центрами масс i -й и $i+1$ -й оболочки, что позволяет рассчитать все коэффициенты упругости и вязкости между оболочками. Вязкостные аналоги модулей Юнга и сдвига определяются так: любой силе или моменту сил зависящих от модулей сдвига, Юнга и смещения соответствуют вязкостным силам и моментам сил с заменой в уравнениях модулей их вязкостными аналогами и смещений—скоростями этих смещений.

Вводимые системы координат.

В модель вводятся следующие системы координат (Рис 2)

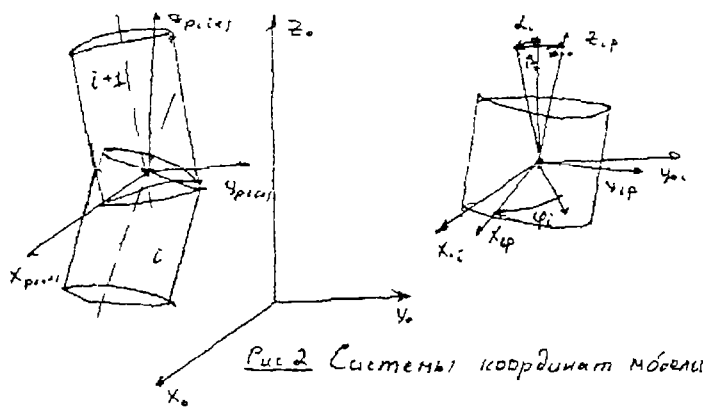


Рис 2 Системы координат модели

Базовая (в дальнейшем обозначаемая 000) x_0, y_0, z_0 — система координат выбираемая так ось z_0 направлена противоположно параллельно вектору ускорения свободного падения, начало координат выбирается произвольно (местоположение этой точки не оказывает влияния на ход расчетов, но автор в модели вырал в качестве этой точки—место опоры иглы на массу нижнего демпфера (описано далее)), оси x_0, y_0 располагаются произвольно, но исходя из соображений удобства, считается, что ось x_0 параллельна оси

симметрии датчика 1 электромагнитного демпфера (показан далее)

Для каждой цилиндрической оболочки вводятся следующие оси координат

x_{1i}, y_{1i}, z_{1i} —вспомогательные оси центр координат которых совпадает с центром масс 1-й цилиндрической оболочки, а оси параллельны аналогичным в системе 000 (эти оси обозначаются далее как 111)

x_{pi}, y_{pi}, z_{pi} —оси Резаля связанные со вспомогательными осями 111 1-й оболочки Вводятся углы Резаля α, β, ϕ , как показано на (Рис 2)

Вводятся также промежуточные оси $x_{pi+1}, y_{pi+1}, z_{pi+1}$ —обладающие всеми свойствами осей Резаля таким образом, что центр координат совпадает с точкой пересечения осей симметрий цилиндрических оболочек 1 и 1+1, при отсутствии относительного сдвига одной оболочки относительно, а оси направлены так, чтобы соблюдались следующие соотношения

$$\alpha_{i+1} = \frac{\alpha + \alpha_{i+1}}{2}, \beta_{i+1} = \frac{\beta + \beta_{i+1}}{2}, \phi_{i+1} = \frac{\phi + \phi_{i+1}}{2}$$

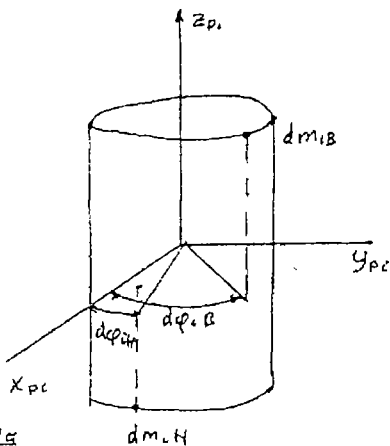


Рис 2а
Дисбалансы

Ввод в модель дисбалансов.

Ввод дисбалансов показан на рисунке 2а Для каждой цилиндрической оболочки вводится две дисбалансные массы— верхняя и нижняя Они располагаются соответственно на краях верхнего и нижнего торца цилиндрической оболочки Вводятся следующие величины $dm_{ш}$, масса верхнего дисбаланса, $dm_{н}$, масса нижнего дисбаланса, $d\phi_{ш}$, фазовый угол верхнего дисбаланса, $d\phi_{н}$, фазовый угол нижнего дисбаланса Фазовые углы считаются в осях Резаля от оси x_{pi} в плоскости $x_{pi}y_{pi}$ против вращения часовой стрелки если смотреть с конца оси z_{pi} .

Конструкция нижнего демпфера.

Нижний демпфер (Рис 3) включает иглу

выходящую из центра нижнего торца ротора, где она жестко закреплена Она опирается на нижнюю массу, которая связана с упругим элементом и помещена в вязкую среду Нижняя масса, также связана с демпфером обката Общее расположение всех этих элементов показано на рисунке Нижняя масса считается жестко закрепленной по вертикали Игла не может выскочить из места опоры на нижнюю массу (Это

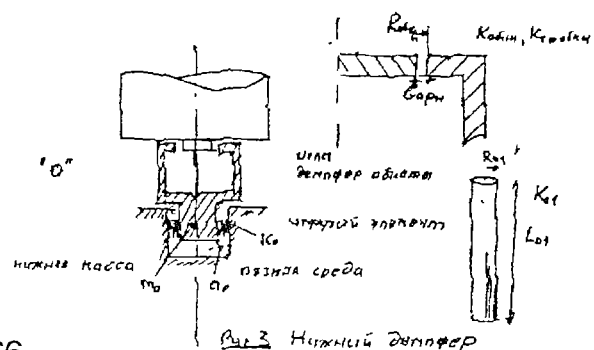
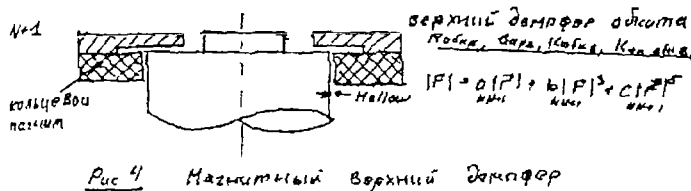


Рис 3 Нижний демпфер

ограничения данной модели нижнего демпфера) Вводятся следующие величины m_0 , величина нижней массы, k_0 , жесткость упругого элемента, a_0 , вязкость вязкой среды, R_{01} , радиус иглы, L_{01} , длина иглы, k_{01} , коэффициент поперечной упругости иглы, $R_{обкн}$, радиус обката, Gar_n , зазор обката, $K_{обкн}$, коэффициент упругости демпфера обката, $K_{тр обкн}$, коэффициент трения между ротором и демпфером обката

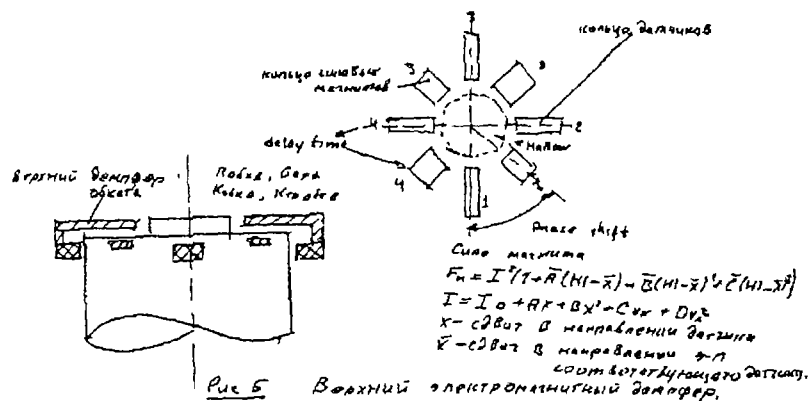
Конструкция магнитного верхнего демпфера.



Конструкция (Рис 4) представляет собой кольцевой магнит непосредственно связанный с верхним демпфером обката Их расположение показано на рисунке Вводятся следующие величины Hollow, зазор магнита («нулевой»), a_{n+1} , коэффициент упругости магнита 1 степени, b_{n+1} ,

коэффициент упругости магнита 3 степени, c_{n+1} , коэффициент упругости магнита 5 степени $R_{обкн}$, радиус обката, Gar_n , зазор обката, $K_{обкн}$, коэффициент упругости демпфера обката, $K_{тр обкн}$, коэффициент трения между ротором и демпфером обката

Конструкция электромагнитного верхнего демпфера.



Электромагнитный демпфер (Рис 5) представляет собой совокупность кольца четырех датчиков, кольца четырех электромагнитов и демпфера обката Их взаимное расположение показано на рисунке. Вводятся следующие величины. Hollow (H), зазор электромагнита («нулевой»), Phase shift (Ps), Угол между

осями симметрии датчика и соответствующего ему электромагнита, Delay time, Время задержки, I_0 , Нулевой приведенный ток, A, Коэффициент первой степени силы приведенного тока по отклонению, B, Коэффициент второй степени силы приведенного тока по отклонению, C, Коэффициент первой степени силы приведенного тока по скорости отклонения, D, Коэффициент второй степени силы приведенного тока по скорости отклонения, A_p , Коэффициент первой степени рассеяния магнитного потока, B_p , Коэффициент второй степени рассеяния магнитного потока, C_p , Коэффициент третьей степени рассеяния магнитного потока, $R_{обкн}$, радиус обката, Gar_n , зазор обката, $K_{обкн}$, коэффициент упругости демпфера обката, $K_{тр обкн}$, коэффициент трения между ротором и демпфером обката

Основная система уравнений модели.

Полная система уравнений модели представляет собой комбинацию уравнений движения центров масс цилиндрических оболочек, уравнений вращения цилиндрических оболочек вокруг их центров масс, а также уравнений движения массы нижнего демпфера Согласно [2] во втором приближении можно б-эт записать

$$\begin{aligned}
 m_i x_{0,i} &= F_{x,0,i} \\
 m_i y_{0,i} &= F_{y,0,i} \\
 m_i z_{0,i} &= F_{z,0,i} \\
 I_i \beta_i - I_c \phi_i \alpha &= -L_{x,p,i} \\
 I_i \dot{\alpha} + I_c \phi_i \beta_i &= L_{y,p,i} \\
 I_c (\dot{\phi}_i + \alpha \beta_i + \alpha \beta) &= L_{z,p,i} \\
 m_0 x_0 &= F_{x,шн,10} - k_0 x_0 - a_0 \dot{x}_0 \\
 m_0 y_0 &= F_{y,шн,10} - k_0 y_0 - a_0 \dot{y}_0
 \end{aligned} \quad (1)$$

Где все F—проекции суммы всех сил действующих на i-ю цилиндрическую массу на соответствующие оси координат системы 000, а все L—проекции суммы всех моментов сил

относительно центра масс 1-й массы на соответствующие оси координат 1-й системы осей Резаля. Эта система замкнута и будет полной если ее дополнить начальными условиями. Таким образом, мы получим задачу Коши с начальными условиями, которая как известно, имеет решение

Способ численного решения основной системы уравнений модели.

Система (1) представляет собой нелинейную систему дифференциальных уравнений второго порядка, если не учитывать того факта, что силы и моменты сил представляют собой в общем случае произвольные зависимости от координат и их производных, что может только усилить нелинейность системы

Для решения этой системы вводится равномерное разбиение по времени с шагом dt и возможностью ступенчатого автоматического уменьшения шага по времени, что представляет собой переход с одного шага по времени в равномерном разбиении к другому. Этот процесс будет рассмотрен далее, а сейчас будем рассматривать равномерное разбиение без всяких перерасчетов. Введем коэффициент j которым будем обозначать порядок шага по времени (при $t=0, j=0$). Тогда для любой величины X_i^j в параболическом приближении по методу Лагранжа можно будет записать

$$X_i^j = \frac{3X_i^j - 4X_i^{j-1} + X_i^{j-2}}{2dt} \quad (2)$$

$$X_i^j = \frac{X_i^j - 2X_i^{j-1} + X_i^{j-2}}{dt^2} \quad (3)$$

Тогда система (1) может быть приведена к следующему виду

$$\begin{aligned} m_i \frac{x_{0_i}^j}{dt^2} &= F_{x_{0_i}}^j + X_{0_i}^j \\ m_i \frac{y_{0_i}^j}{dt^2} &= F_{y_{0_i}}^j + Y_{0_i}^j \\ m_i \frac{z_{0_i}^j}{dt^2} &= F_{z_{0_i}}^j + Z_{0_i}^j \\ I_{r_i} \frac{\beta_i^j}{dt^2} &= -L'_{x_{-P_i}} + B_i^j \\ I_{r_i} \frac{\alpha_i^j}{dt^2} &= L'_{y_{-P_i}} + A_i^j \\ I_{c_i} \frac{\phi_i^j}{dt^2} &= L'_{t_{-P_i}} + \Phi_i^j \\ m_0 x_0^j + k_0 x_0^j + a_0 \frac{x_0^j}{2dt} &= F_{x_{-мкм}_{10}}^j + X_0^j \\ m_0 y_0^j + k_0 y_0^j + a_0 \frac{y_0^j}{2dt} &= F_{y_{-мкм}_{10}}^j + Y_0^j \end{aligned} \quad (4) \quad i=1..N$$

Где все последние слагаемые в правой части уравнений представляют собой сумму всех оставшихся и не указанных в уравнениях разложений уравнений системы (1). Независимо от вида сил в правой части с ними можно будет проделать следующие описанные ниже операции (и в этом проявляется универсальность модели, т.к. способ решения не зависит от вида и способа ввода сил как внешних, так и внутренних)

Введем обобщенную координату \hat{X}_i^j , и ее разбиение по времени \hat{X}_i^j , где $k=1..6N+2$, и эта координата последовательно соответствует $x_0, y_0, x_i, y_i, z_i, \alpha_i, \beta_i, \phi_i$ (простое обобщение)

Тогда, если в разностном представлении сил и моментов сил в правой части (4) присутствуют линейные члены по \hat{X}_i^j , то эти члены мы перенесем в левую часть системы уравнений. Таким образом получим

$$\sum_k \hat{A}_{ki} \hat{X}_i^j = \hat{F}_i^j, k, i=1..6N+2 \quad (5) \text{ или}$$

$$\hat{A} \hat{X}^j = \hat{F}^j \quad (6)$$

где \hat{A}_{ki} — постоянные линейные коэффициенты, \hat{F}_i^j — приведенная сила, в общем случае нелинейная функция от $\hat{X}_i^j, \hat{X}_i^{j-1}, \hat{X}_i^{j-2}$. Система (6) — матрично-векторное представление системы (5). Если бы приведенная сила не зависела бы от \hat{X}_i^j , то мы бы имели простой способ определения вектора \hat{X}_i^j , путем умножения левой и правой части уравнения (6) на матрицу \hat{A}^{-1} . Однако и в нашем случае можно воспользоваться похожим способом, если воспользоваться методом последовательных

приближений. Определим $\vec{F}^{j,l} = \vec{F}^j(\vec{X}^{j,l-1}, \vec{X}^{j,l-1}, \vec{X}^{j,l-2})$, $l=1, N$, где l -номер шага последовательного приближения, а N_l —число шагов последовательного приближения, $\vec{X}^{j,0}$ —нулевое приближение решения системы (6), а $\vec{X}^{j,l}$ определяется так $\vec{X}^{j,l} = \vec{A}^{-1} \vec{F}^{j,l}$ (7)

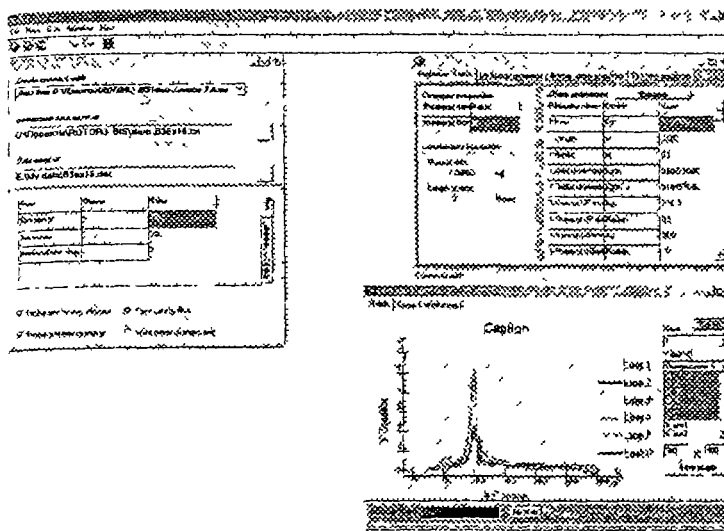


Рис 6 Общий вид интерфейса программы Rotor Explorer

величины ошибок определения состояния ротора. Чтобы не допустить этого, автор предлагает схему изменения шага по времени, когда при изменении скорости вращения ротора более чем в заданное число раз мы начинаем использовать разбиение по времени с меньшим шагом, пользуясь уже вычисленными данными как начальными условиями решения системы уравнений (4).

По выше описанному порядку расчета автором была создана программа с удобным пользовательским интерфейсом, общее описание особенности которой будет проведено ниже

Краткое описание работы программы и её интерфейса.

Программа Rotor Explorer представляет собой MDI приложение в состав которого входит

1. Блок редактирования параметров модели с возможностью сохранения
2. Блок задания параметров расчета с возможностью сохранения
3. Блок контроля хода расчета
4. Блок просмотра результатов расчетов в табличном и графическом виде с возможностью редактирования графики и ее сохранения
5. Блок расчета
6. Блок контроля закикливания программы

В блоке расчета реализован алгоритм приведенный выше. Общий вид интерфейса программы приведен на рисунке 6

Примеры расчётов

Рассмотрим динамику раскрутки ротора со следующими основными данными: длина ротора 3 метра, внутренний диаметр 0,15 м, толщина стенки

$\vec{X}^{j,N}$ мы будем считать за ответ на j -ом шаге по времени. Точность такого решения будет зависеть от точности нулевого приближения $\vec{X}^{j,0}$, а также от скорости сходимости ряда последовательного приближения и числа шагов итерации (если этот ряд вообще сходится, тогда если он расходится, то лучше всего ограничиться первым шагом последовательного приближения)

Теперь рассмотрим процесс автоматического перерасчета шага по времени. В процессе расчета раскрутки ротора может наступить момент, когда ранее заданный шаг по времени будет представлять собой значительную величину по сравнению с периодом вращения ротора, что приведет к росту

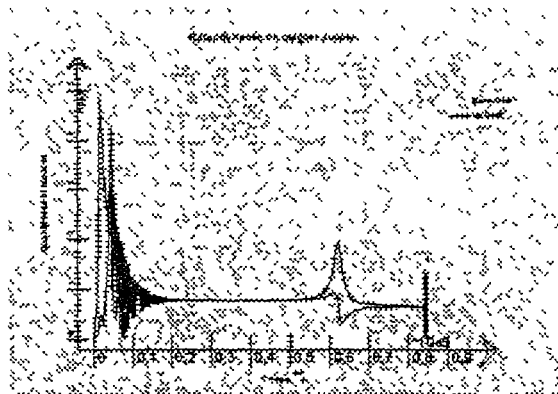


Рис 7 Динамика ротора на магнитном верхнем демпфере

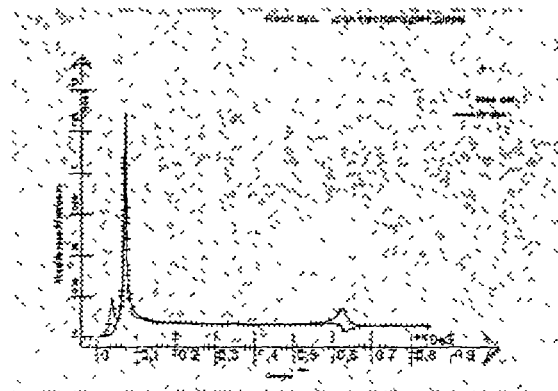


Рис 8 Динамика ротора на электромагнитном верхнем демпфере

трубы 2 мм, материал ротора—углепластик. Основные параметры нижнего демпфера масса 0,2 кг, жесткость иглы 3000 Н/м, вязкость 1,5 Н·м/с, жесткость опоры 1000 Н/м. Основные параметры магнитного верхнего демпфера жесткость 300 Н/м. Основные параметры электромагнитного верхнего демпфера линейная часть жесткости 3000 Н/м, линейная часть коэффициента обратной связи по производной по току $2 \text{ Н}^{0,5} \text{ м/с}^{-1}$

На рисунках 7 и 8 представлена динамика исследуемого ротора в диапазоне 0-130 Гц (Дисбалансы 0,05 г на радиус ротора)

На рисунках 9 и 10 показано прохождение второго изгибного резонанса (Дисбалансы 0,1 г на радиус ротора)

На рисунках 11 и 12 показано прохождение третьего изгибного резонанса. (Дисбалансы 0,1 г на радиус ротора)

На всех вышеперечисленных рисунках показана динамика центров масс верхней и нижней цилиндрической оболочки

Из представленных данных можно сделать вывод о благотворном влиянии электромагнитного демпфирования на динамику ротора центрифуги, в частности электромагнитное демпфирование эффективно гасит нутационные колебания, четко видимые в случае использования магнитного верхнего демпфера

Литература

- 1 Ишлинский А.Ю., Стороженко В.А., Темченко М.Е. Об устойчивости высокоскоростной центрифуги на электромагнитном подвесе М. 1997. 48с.
- 2 Андронов И.Н. Модель ротора центрифуги на демпферах, учитывающая время задержки реакции электромагнитного демпфера и позволяющая оптимизировать способ управления им. ИАЭ-6128/16 Москва 1999 г.
- 3 Андронов И.Н. Математический анализ совместной работы электромагнитного и вязкостного демпферов на концах гибкого ротора. Сборник докладов 2^й Всероссийской конференции «Физико-химические процессы при селекции атомов и молекул» ЦНИИАТОМИНФОРМ 1997 г
- 4 В.Б. Метлин. Магнитные и магнитогидродинамические опоры. Москва «Энергия» 1968 г. 192 с.
- 5 А.П. Соколов. Сферическое движение твердого тела и элементы теории гироскопа. Москва 1961г
- 6 Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. Численные методы. Москва «Наука» 1987,

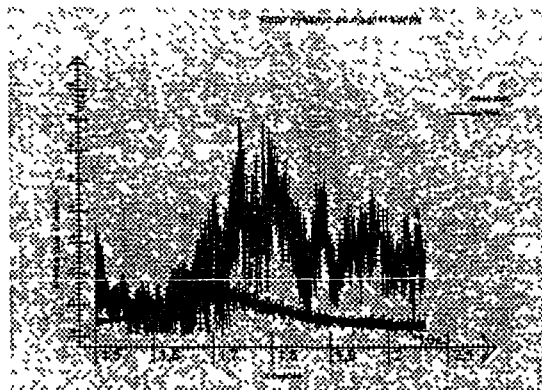


Рис 9 Динамика ротора на магнитном верхнем демпфере

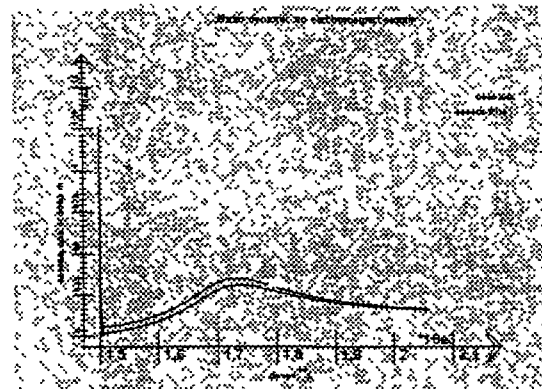


Рис 10 Динамика ротора на электромагнитном верхнем демпфере

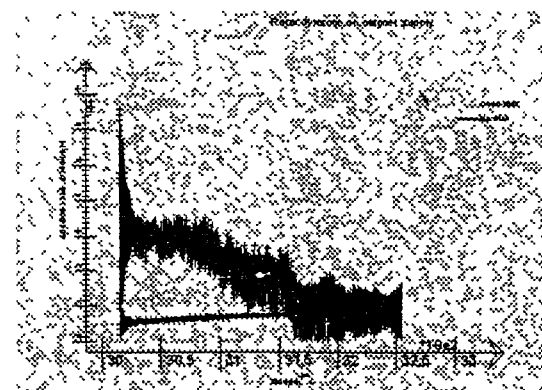


Рис 11 Динамика ротора на магнитном верхнем демпфере

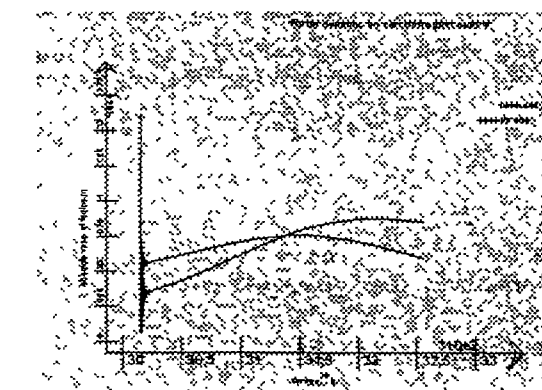


Рис 12 Динамика ротора на электромагнитном верхнем демпфере