

PREMIER MINISTRE

COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE

13.2

APPLICATION DE LA SOUS-OPTIMALITE
EN PROGRAMMATION DYNAMIQUE
A LA LOCALISATION
ET LA CADENCE OPTIMALES
DE CONSTRUCTION DES EQUIPEMENTS

par

Lucien THIRIET, André DELEDICQ

DIRECTION DES RELATIONS EXTERIEURES

ET DES PROGRAMMES

ÉTUDES
ÉCONOMIQUES

Centre d'Etudes Nucléaires de Fontenay-aux-Roses

Rapport CEA - R - 3592

SEPTEMBRE 1968

Da

SERVICE CENTRAL DE DOCUMENTATION DU C.E.A

C.E.N. - SACLAY B.P. n°2, 91 - GIF-sur-YVETTE - France

CEA-R-3592 - THIRIET Lucien, DELEDICQ André

APPLICATION DE LA SOUS-OPTIMALITE EN PROGRAMMA-
TION DYNAMIQUE A LA LOCALISATION ET A LA CADENCE
OPTIMALES DE CONSTRUCTION DES EQUIPEMENTS

Sommaire. - On rappelle d'abord l'intérêt de la Programma-
tion Dynamique dans les problèmes d'optimisation et de Re-
cherche Opérationnelle dans les industries chimiques, et les
conditions de représentation d'un programme dynamique par
un graphe séquentiel.

On expose ensuite un nouvel algorithme de détermination
de politiques sous-optimales dans un graphe séquentiel.

On montre enfin les applications du concept de sous-opti-
malité à la prise en compte d'effets indirects liés aux poli-
tiques possibles, aux choix dans l'aléatoire, à des problèmes

./.

CEA-R-3592 - THIRIET Lucien, DELEDICQ André

APPLICATIONS OF SUB-OPTIMALITY IN DYNAMIC PRO-
GRAMMING TO LOCATION AND CONSTRUCTION OF
NUCLEAR FUEL PROCESSING PLANT

Summary. - First, the point of applying Dynamic Programming
to optimization and Operational Research problems in chemi-
cal industries are recalled, as well as the conditions in which
a dynamic programm is illustrated by a sequential graph.

A new algorithm for the determination of sub-optimal poli-
tics in a sequential graph is then developed.

Finally, the applications of sub-optimality concept is shown
when taking into account the indirect effects related to pos-
sible strategies, or in the case of stochastic choices and of

./.

de localisation optimale d'usineset on donne des exemples d'utilisation.

1968

41 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

problems of the siting of plants ... application examples are given.

1968

41 p.

Commissariat à l'Energie Atomique - France

A partir de 1968, les rapports CEA sont classés selon les catégories qui figurent dans le plan de classification ci-dessous et peuvent être obtenus soit en collections complètes, soit en collections partielles d'après ces catégories.

Ceux de nos correspondants qui reçoivent systématiquement nos rapports à titre d'échange, et qui sont intéressés par cette diffusion sélective, sont priés de se reporter à la lettre circulaire CENS/DOC/67/4690 du 20 décembre 1967 que nous leur avons adressée, et qui précise les conditions de diffusion.

A cette occasion nous rappelons que les rapports CEA sont également vendus au numéro par la Direction de la Documentation Française, 31, quai Voltaire, Paris 7e.

PLAN DE CLASSIFICATION

- | | |
|---|---|
| 1. APPLICATIONS INDUSTRIELLES DES ISOTOPES ET DES RAYONNEMENTS | 8. PHYSIQUE |
| | 8.1 Accélérateurs |
| | 8.2 Electricité, électronique, détection des rayonnements |
| | 8.3 Physique des plasmas |
| | 8.4 Physique des états condensés de la matière |
| | 8.5 Physique corpusculaire à haute énergie |
| | 8.6 Physique nucléaire |
| | 8.7 Electronique quantique, lasers |
| 2. BIOLOGIE ET MEDECINE | |
| 2.1 Biologie générale | |
| 2.2 Indicateurs nucléaires en biologie | |
| 2.3 Médecine du travail | |
| 2.4 Radiobiologie et Radioagronomie | |
| 2.5 Utilisation des techniques nucléaires en médecine | |
| 3. CHIMIE | 9. PHYSIQUE THEORIQUE ET MATHEMATIQUES |
| 3.1 Chimie générale | |
| 3.2 Chimie analytique | |
| 3.3 Procédés de séparation | |
| 3.4 Radiochimie | |
| 4. ETUDES DU DOMAINE DE L'ESPACE | 10. PROTECTION ET CONTROLE DES RAYONNEMENTS. TRAITEMENT DES EFFLUENTS |
| | 10.1 Protection sanitaire |
| | 10.2 Contrôle des rayonnements |
| | 10.3 Traitement des effluents |
| 5. GEOPHYSIQUE, GEOLOGIE, MINERALOGIE ET METEOROLOGIE | 11. SEPARATION DES ISOTOPES |
| 6. METAUX, CERAMIQUES ET AUTRES MATERIAUX | 12. TECHNIQUES |
| 6.1 Fabrication, propriétés et structure des matériaux | 12.1 Mécanique des fluides - Techniques du vide |
| 6.2 Effets des rayonnements sur les matériaux | 12.2 Techniques des températures extrêmes |
| 6.3 Corrosion | 12.3 Mécanique et outillage |
| 7. NEUTRONIQUE, PHYSIQUE ET TECHNOLOGIE DES REACTEURS | 13. UTILISATION ET DEVELOPPEMENT DE L'ENERGIE ATOMIQUE |
| 7.1 Neutronique et physique des réacteurs | 13.1 Centres d'études nucléaires, laboratoires et usines |
| 7.2 Refroidissement, protection, contrôle et sécurité | 13.2 Etudes économiques, programme |
| 7.3 Matériaux de structure et éléments classiques des réacteurs | 13.3 Divers (documentation, administration, législation, etc...) |

Les rapports du COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE sont, à partir du n° 2200, en vente à la Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 31, quai Voltaire, PARIS VIIème.

The C.E.A. reports starting with n° 2200 are available at the Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 31, quai Voltaire, PARIS VIIème.

C O N T E N T S

	<u>Pages</u>
INTRODUCTION	1
I - <u>DEFINITION AND DETERMINATION OF THE SUB-OPTIMUM POLICIES IN A SEQUENTIAL GRAPH</u>	3
A - Sub-optimum policy in a sequential graph	3
B - Algorithms for determination of sub-optimum policies	5
1 - BELLMAN and KALABA's algorithm	5
2 - KAUFMANN and CRUON's algorithm	5
3 - "Reflection" algorithm	6
4 - Speed of algorithms	7
II - <u>APPLICATIONS OF THE CONCEPT OF SUB-OPTIMALITY TO THE PROBLEMS OF OPTIMISATION AND OPERATIONAL RESEARCH</u>	8
A - Preliminary considerations	8
B - Indirect economic effects	9
C - The problem of optimum size, location and rate of construction of plants to meet certain requirements	11
1 - Statement of the problem	11
2 - Representation of reprocessing plant policies in the form of graphs	12
3 - Allowance for transport costs	13
4 - Method of solving the problem	13
D - Stochastics and k-optimality	14
CONCLUSIONS	15
REFERENCES	16

Section des Etudes Economiques Générales
DREP - DPg

APPLICATION DE LA SOUS-OPTIMALITE EN PROGRAMMATION DYNAMIQUE
A LA LOCALISATION ET LA CADENCE OPTIMALES DE CONSTRUCTION DES EQUIPEMENTS

par

L. THIRIET - A. DELEDICQ

Commissariat à l'Energie Atomique
Section des Etudes Economiques Générales
DREP - DPg

APPLICATIONS OF SUB-OPTIMALITY IN DYNAMIC PROGRAMMING TO
LOCATION AND CONSTRUCTION OF NUCLEAR FUEL PROCESSING PLANTS

by

L. THIRIET - A. DELEDICQ

Commissariat à l'Energie Atomique
FRANCE

"Ce rapport a été présenté au Symposium International de FRANCFORT-SUR-LE-MAIN
sur les applications de la recherche opérationnelle dans les industries chimiques

- Septembre 1968 -

S O M M A I R E

	<u>Pages</u>
INTRODUCTION	1
I - <u>DEFINITION ET DETERMINATION DES POLITIQUES SOUS-OPTIMALES DANS UN GRAPHE SEQUENTIEL</u>	3
A - Politique sous-optimale dans un graphe séquentiel	3
B - Algorithmes de détermination des politiques sous-optimales	5
1 - Algorithme de MM. BELLMAN et KALABA	5
2 - Algorithme de MM. KAUFMANN et CRUON	5
3 - Algorithme "à réflexion"	6
4 - Rapidité des algorithmes	7
II - <u>APPLICATIONS DU CONCEPT DE SOUS-OPTIMALITE AUX PROBLEMES D'OPTIMISATION ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE</u>	8
A - Considérations préliminaires	8
B - Les effets économiques indirects	9
C - Le problème de la taille, de la localisation et de la cadence optimale de construction d'équipements dans le cas d'une demande	11
1 - Exposé du problème	11
2 - Représentation sous forme de graphes des politiques d'usines de traitement	12
3 - Prise en compte des coûts de transport	13
4 - Méthode de résolution du problème	13
D - L'aléatoire et la k-optimalité	14
CONCLUSIONS	15
BIBLIOGRAPHIE	16

INTRODUCTION

The discovery of the principle of optimality, as well as its first application, resulted from studies of the operation of hydroelectric reservoirs (1). It led to the recurrence method of optimisation, generalised and considerably developed by R. BELLMAN, who gave it the name : Dynamic Programming. MM. ARIS (8), ROBERTS (9), NEMHAUER (10) (11), WILDE in particular, have studied its applications to the problems of optimisation in chemical engineering.

A chemical plant often consists of equipments connected in series.

For each item "i" of the plant it may be possible to derive the cost function $f_i(x_i, q_i)$ where x_i is the decision variable, the establishment of which defines the size of component i for the production capacity q_i .

The total optimised cost of the installation will be of the form

$$F(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n, q_1, \dots, q_i, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^{i=n} f_i(x_i, q_i)$$

it can be determined by various methods, in particular the Dynamic Programming method. The object of economic optimisation in chemical engineering is to determine this function $F(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n, q_1, \dots, q_i, \dots, q_n)$ for definite values of q_n , the planned production levels.

The cost functions $f_i(x_i, q_i)$ must not only cover the capital expenditure needed for the construction and commissioning of the plant, but also the operating costs required by actual operation. These operating costs are inescapably bound up with the development of the technical and economic situation up to the horizon (variation in costs of materials, labour, productivity...); the time factor is therefore an essential part of the optimisation of a single item of chemical engineering plant, as well as of that of a complete works, or a programme of works, and the influence of time is essentially the same.

INTRODUCTION

La découverte du principe d'optimalité, en même temps que sa première mise en oeuvre, ont découlé d'études sur l'exploitation des réservoirs hydro-électriques (1). Elle a conduit à la méthode d'optimisation par récurrence, généralisée et développée considérablement par R. BELLMAN, qui lui a donné le nom : Programmation Dynamique. MM. ARIS (8), ROBERTS (9), NEMHAUER (10)(11) WILDE notamment, ont étudié ses applications aux problèmes d'optimisation en génie chimique.

Une installation consiste en effet souvent en équipement connecté en série.

On peut en général établir pour chacun des équipements "i" de l'installation, la fonction de coût $f_i(x_i, q_i)$ où x_i est la variable de décision, dont la fixation définit le dimensionnement de l'équipement pour la capacité de production q_i .

Le coût total optimisé de l'installation sera de la forme :

$$F(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n, q_1, \dots, q_i, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^{i=n} f_i(x_i, q_i)$$

il peut être déterminé par diverses méthodes, notamment par celle de Programmation Dynamique. L'objet de l'optimisation économique en génie chimique, est de déterminer cette fonction $F(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n, q_1, \dots, q_i, \dots, q_n)$ pour des valeurs définies de q_n , niveaux de production prévus.

Les fonctions de coût, $f_i(x_i, q_i)$ devront comprendre non seulement les dépenses en capital nécessaires à la construction et à la mise en service des équipements, mais aussi les dépenses d'exploitation qu'exige le fonctionnement effectif. Ces dépenses d'exploitation sont, inéluctablement liées à l'évolution du contexte technique et économique, jusqu'à l'horizon (variation des coûts des matières, de la main-d'oeuvre, des productivités...); le facteur temps y est donc inéliminable de l'optimisation d'un simple équipement de génie chimique, aussi bien que de celle d'une usine complète, ou d'un programme d'usines, et l'intervention du temps y est essentiellement la même.

Once assumptions have been made as to the life of each equipment and the development of the cost situation up to the horizon in question, it is possible to optimise the processes. This optimisation, although well defined, is limited to the determination of the optimum configuration of the parameters characterising the production plant with absolute precision.

However, such ever simplification is rarely acceptable in real decision problems. It is regrettable and often dangerous to ignore not only political or other aspects of the problems, but even certain indirect economic effects linked with the choice of the size of the items of plant. These additional decision elements are usually taken into account intuitively and seldom quantitatively at the moment of choice. Therefore quantification and inclusion of them into the optimisation model, at least as regards certain indirect economic effects represents progress in the sense of the determination of a more total optimum.

This paper shows how to take account, in the optimisation, of such indirect economic effects. The proposed method is based on the concept of sub-optimality and its application to of processes which can be represented by sequential graphs.

First, we recall how to represent a dynamic program by a sequential graph. Then describe a new algorithm for determining sub-optimal policies in a sequential graph. Finally we apply the concept of sub-optimality to the taking into account of indirect effects linked with alternate policies, to the problem of decision making under uncertainty, and to problems of optimum plant location.

Des hypothèses ayant été formulées sur les durées de vie des équipements et l'évolution des contextes des coûts jusqu'à l'horizon considéré, l'optimisation des procédés est possible. Cette optimisation, si elle est bien définie, est limitée à la détermination de la configuration optimale des paramètres caractérisant les équipements de production avec une précision absolue .

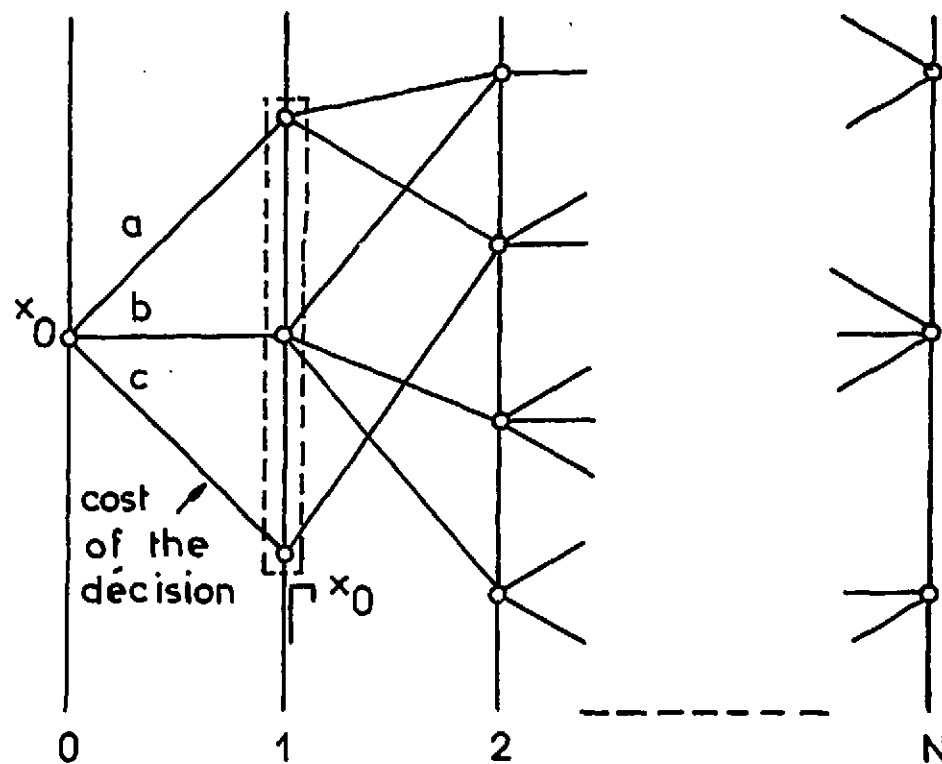
Mais, une telle simplification est rarement acceptable dans les problèmes de décision réels. Il est regrettable et souvent dangereux de se résigner à négliger non seulement des aspects politiques ou autres des problèmes mais même certains effets économiques indirects, liés au choix de la taille des équipements. Ces éléments complémentaires de décision sont pris en compte en général, d'une manière intuitive, et rarement quantitative à l'instant du choix, donc leur quantification et leur aggrégation au modèle d'optimisation, au moins en ce qui concerne certains effets économiques indirects, représentent un progrès dans le sens de la détermination d'un optimum plus global.

Cette communication montre comment tenir compte dans l'optimisation de tels effets économiques indirects. La méthode proposée est basée sur le concept de sous-optimalité et son application, aux processus représentables par des graphes séquentiels.

Premièrement, nous rappelons comment représenter un programme dynamique par un graphe séquentiel. Nous exposons ensuite un nouvel algorithme pour déterminer des politiques sous-optimales dans un graphe séquentiel. Nous appliquons enfin le concept de sous-optimalité à la prise en compte d'effets indirects liés aux politiques possibles, aux choix dans l'aléatoire, à des problèmes de localisation optimale d'usines.

I - DEFINITION AND DETERMINATION OF THE SUB-OPTIMUM POLICIES IN A SEQUENTIAL GRAPH

An optimisation problem can be represented by a sequential graph, and consequently is amenable to Dynamic Programming, if and only if the function to be optimised can be put in the form of a finite sum of terms, each term being a function of a decision variable which can assume a finite number of discrete values. Figure shows such a sequential graph .



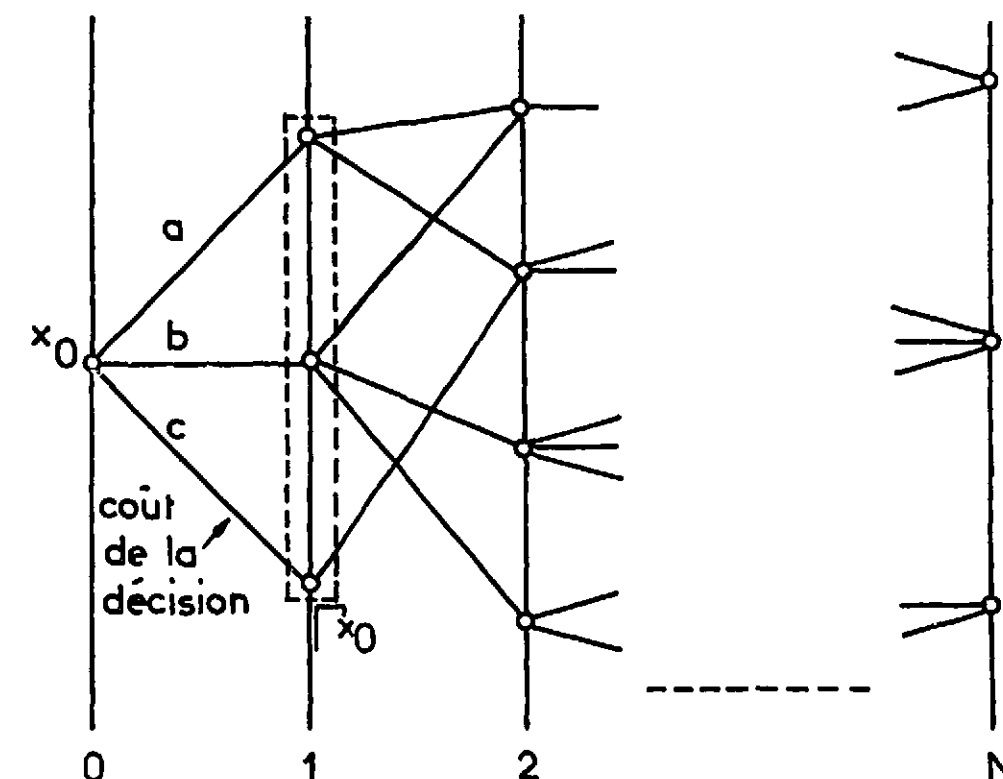
A - SUB-OPTIMUM POLICY IN A SEQUENTIAL GRAPH

Let 0, 1, 2, 3, ... n ... N, be the moments when the state of the process is being considered and when a decision has to be taken. At the time n the state of the process is marked by a vertex

$$x_n^j \left[j=1,2,\dots,p(n) \right]$$

I - DEFINITION ET DETERMINATION DES POLITIQUES SOUS-OPTIMALES DANS UN GRAPHE SEQUENTIEL

Un problème d'optimisation peut être représenté par un graphe séquentiel, et par suite, justiciable de la Programmation Dynamique, si et seulement si la fonction à optimiser peut être mise sous la forme d'une somme finie de termes, chaque terme étant fonction d'une variable de décision, pouvant prendre un nombre fini de valeurs discrètes. La figure montre un tel graphe séquentiel :



A - POLITIQUE SOUS-OPTIMALE DANS UN GRAPHE SEQUENTIEL

Soient 0, 1, 2, 3, ... n ... N, les instants où l'on considère l'état du processus et où l'on doit prendre une décision. A l'instant n, l'état du processus est repéré par un sommet

$$x_n^j \left[j=1,2,\dots,p(n) \right]$$

From which it is possible at time $n + 1$ to be in one of the states of a set of new vertices Γx_n^j reachable directly from x_n^j . The decision taken at time n consists of choosing the state $x_{n+1}^i \in \Gamma x_n^j$. The cost of this decision is written $V(x_n^j, x_{n+1}^i)$.

A policy is a set of vertices $x_0, x_1^{i_1}, \dots, x_N^{i_N}$ which mark the successive movements of the process from the time 0 to the time N. The objective is to determine a policy allowing one to go from the initial state x_0 to a final state x_N^L , while minimising the total cost C :

$$C = V(x_0, x_1^{i_1}) + V(x_1^{i_1}, x_2^{i_2}) + \dots + V(x_{N-1}^{i_{N-1}}, x_N^{i_N})$$

We assume a single initial state x_0 ; if it were not so, it would be sufficient to introduce a state x_{-1}^i connected to all the states x_0^i by zero cost arcs.

We write $f_{0,N}^{(k)}(x_0)$ for $\left\{ \begin{array}{l} \text{the value of sub-optimum policy of} \\ \text{rank } k \text{ (there are } k - 1 \text{ better policies} \\ \text{than this sub-optimum policy).} \\ \text{This is the } k \text{ best value of } C \\ \text{starting from } x_0 \end{array} \right.$

Similarly $f_{n,N}^{(k)}(x_n^j)$ is the value of the x_n^j best policy from

A partir de ce sommet, on peut à l'instant $n + 1$ être dans un des états de l'ensemble de sommets notés Γx_n^j . La décision prise à l'instant n consiste à choisir l'état $x_{n+1}^i \in \Gamma x_n^j$. Le coût de cette décision est écrite : $V(x_n^j, x_{n+1}^i)$.

Une politique est un ensemble de sommets $x_0, x_1^{i_1}, \dots, x_N^{i_N}$ qui repèrent les écarts successifs du processus de l'instant 0 à l'instant N. L'objectif est de déterminer une politique permettant d'aller de l'état initial x_0 à un état final x_N^L , minimisant le coût total "C" :

$$C = V(x_0, x_1^{i_1}) + V(x_1^{i_1}, x_2^{i_2}) + \dots + V(x_{N-1}^{i_{N-1}}, x_N^{i_N})$$

Nous supposons un état initial x_0 unique ; s'il ne l'était pas, il suffirait d'introduire un état x_{-1}^i relié à tous les états x_0^i par des arcs de coût nuls.

On écrit $f_{0,N}^{(k)}(x_0)$ pour $\left\{ \begin{array}{l} \text{la valeur de la politique sous-optimale} \\ \text{de rang } k \text{ (il existe } k - 1 \text{ meilleures} \\ \text{politiques que cette politique sous-} \\ \text{optimale).} \\ \text{C'est le } k\text{-optimum de } C, \text{ à partir de } x_0 \end{array} \right.$

De même $f_{n,N}^{(k)}(x_n^j)$ la valeur de la meilleure politique à partir de x_n^j

B - ALGORITHMS FOR DETERMINATION OF SUB-OPTIMUM POLICIES

1 - BELLMAN and KALABA's algorithm consists of a systematic exploration of all possible policies from all the vertices of the graph.

The i-optimum policy from x_n^j is the i-th of the policies which consist in choosing a vertex $x_{n+1}^k \in \Gamma x_n^j$ and from this vertex following an m-optimum policy such that : $m \leq i$

We then calculate by recurrence from the vertices x_{N-1}^q to the vertex x_0 the 1 - 2, ... k-optimum policies from all the vertices of the graph.

2 - KAUFMANN and CRUON's algorithm (3) is as follows :

Assume the 1-optimum policy from x_n^j to be found and assume that it consists in first choosing x_{n+1}^1 and following the 1-optimum policy from this vertex. Then the 2-optimum policy from x_n^j is the best of the following policies : either choose x_{n+1}^1 and follow the 2-optimum policy from this vertex, or choose x_{n+1}^L differing from x_{n+1}^1 and follow the 1-optimum policy from this vertex.

The number of policies to be compared at each stage of calculation is much lower than that of the previous algorithm ; moreover, from the set of policies considered, we extract the best instead of the i-th. In practice, the method consists in associating with each arc (x,y) an index j which can be varied during the calculation, which indicates (if calculating the i-optimum policy) that j of the m-optimum policies from x (m = 1, 2, ... i - 1) pass through this arc.

B - ALGORITHMES DE DETERMINATION DES POLITIQUES SOUS-OPTIMALES

1 - L'algorithme de MM. BELLMAN et KALABA consiste en une exploration systématique de toutes les politiques possibles à partir de tous les sommets du graphe.

La politique i-optimale à partir de x_n^j est la i-ième des politiques qui consistent à choisir un sommet $x_{n+1}^k \in \Gamma x_n^j$ et à suivre à partir de ce sommet une politique m-optimale telle que : $m \leq i$

On calcule ainsi par récurrence depuis les sommets x_{N-1}^q jusqu'au sommet x_0 , les politiques 1 - 2, ... k-optimales à partir de tous les sommets du graphe.

2 - L'algorithme de MM. KAUFMANN et CRUON (3) est fondé sur la remarque suivante :

Supposons trouvée la politique 1-optimale à partir de x_n^j et qu'elle consiste à choisir d'abord x_{n+1}^1 et à suivre à partir de ce sommet la politique 1-optimale. Alors la politique 2-optimale à partir de x_n^j est la meilleure des politiques suivantes : soit

- choisir x_{n+1}^1 et suivre la politique 2-optimale à partir de ce sommet , soit
- choisir x_{n+1}^L différent de x_{n+1}^1 et suivre la politique 1-optimale à partir de ce sommet .

Le nombre de politiques à comparer à chaque étape de calcul est bien inférieur à celui de l'algorithme précédent ; d'autre part, dans l'ensemble des politiques considérées, on extrait la meilleure au lieu de la i-ième. Pratiquement, la méthode consiste à associer à chaque arc (x,y) un indice j , variable dans le cours du calcul, qui indique (si l'on calcule la politique i-optimale) que j des politiques m-optimales à partir de x (m = 1, 2, ..., i-1) passent par cet arc.

The calculation is carried out by determining, at all vertices of the graph, the 1, 2, ..., k-optimum policies from each of them.

3 - The proposed reflection algorithm (4) is based as follows. Assume the 1-optimum policy from x_0 to be found.

Then, to find the 2-optimum policy from x_0 , it is sufficient to know the 2-optimum sub-policies from the vertices of the graph belonging to the 1-optimum policy, and the 1-optimum sub-policies from the other vertices. Similarly, to find the i-optimum policies $i \leq k$ from x_0 , it is not necessary to know the i-optimum policies $i \leq k$ from all the vertices of the graph.

The algorithm proposed comprises two stages for the calculation of each i-optimum policy from x_0 . The first consists in scanning the graph from 0 to N, to determine the calculations which have to be carried out; the vertices of the (i-1) -optimum policy from x_0 are then marked, as well as the number of j-optimum policies from these vertices which must be calculated to determine the i-optimum policy from x_0 . The second stage consists in scanning the graph from N to 0 to carry out these calculations. The calculation due to A. DELEDICQ, uses an index associated with each arc, an index associated with each vertex (variable during the calculation), and a "memory cell" T.

Le calcul s'effectue en déterminant en tous les sommets du graphe, les politiques 1, 2, ..., k-optimales à partir de chacun d'entre eux.

3 - L'algorithme à réflexion (4) est fondé sur la remarque suivante : supposons trouvée la politique 1-optimale à partir de x_0 .

Alors pour connaître la politique 2-optimale à partir de x_0 , il suffit de connaître les sous-politiques 2-optimales à partir des sommets du graphe appartenant à la politique 1-optimale, et les sous-politiques 1-optimales à partir des autres sommets. De même pour connaître les politiques i-optimales $i \leq k$ à partir de x_0 , il n'est pas nécessaire de connaître les politiques i-optimales $i \leq k$ à partir de tous les sommets du graphe.

L'algorithme proposé comporte deux phases pour le calcul de chaque politique i-optimale, à partir de x_0 : la première consiste en un balayage du graphe de 0 vers N pour déterminer les calculs qu'il est nécessaire d'effectuer : on repère ainsi les sommets de la politique (i-1) optimale à partir de x_0 et le numéro j de la politique j-optimale à partir de ces sommets que l'on doit calculer pour déterminer la politique i-optimale à partir de x_0 . Une deuxième phase consiste en un balayage du graphe de N vers 0 permettant d'effectuer les calculs. Le calcul dû à M. DELEDICQ utilise un indice associé à chaque arc, un indice associé à chaque sommet (variables au cours du calcul) et une "pile de mémoire" T.

Fig.2 FLOW CHART FOR THE COMPUTATION

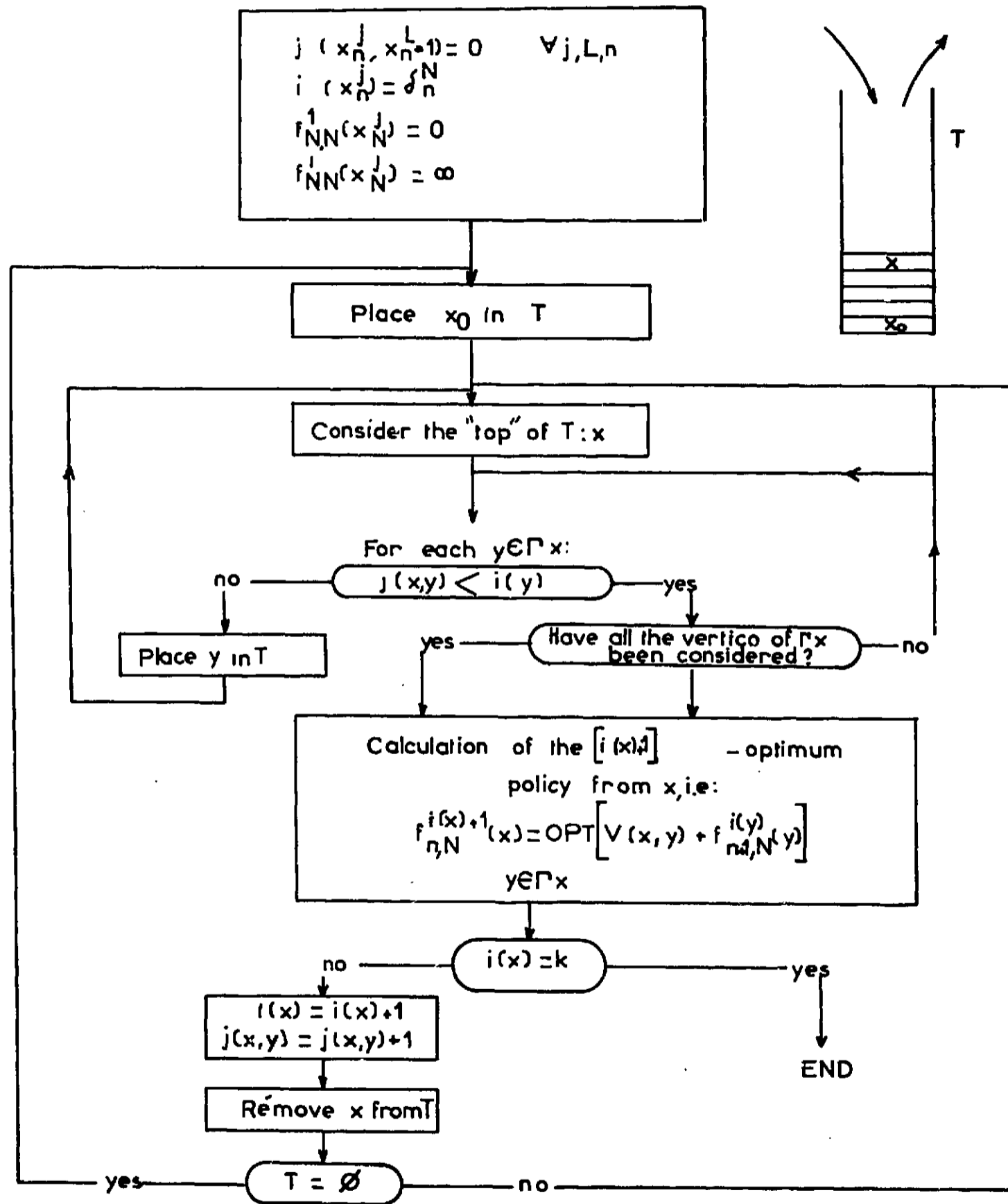
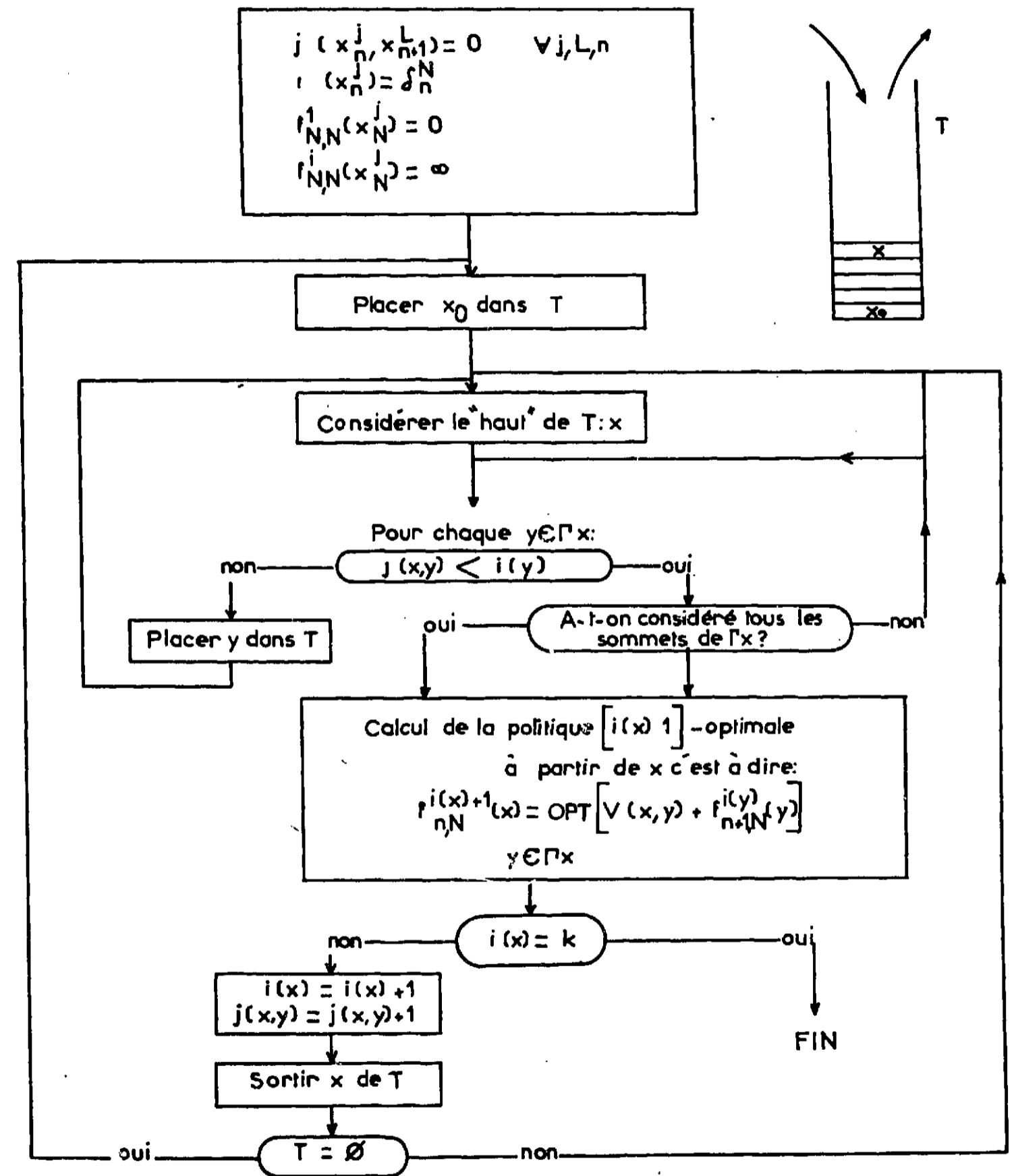


Fig2 ORGANIGRAMME DU CALCUL



NOTES :

. $i(x)$ is the number i of the i -optimum policy already calculated from .

. $j(x,y)$ is the number j of the j -optimum policy from passing through the arc (xy) (similar to j in the algorithm described by KAUFMANN and CRUON).

. the calculation of the $[i(x)+1]$ -optimum policy from x will thus be possible if for all the values of y from Γx we have :

$$j(x,y) < i(y).$$

It is necessary to calculate the 1-optimum policy from all the vertices of the graph ; it is thus possible to calculate it before using the algorithm. Only the initialisation changes $[i(x_n^j)=1, \forall j, n]$ and

$j(x_n^j, x_{n+1}^L) = 1$ or 0 according to whether the 1-optimum policy from x_n^j consists in going first to x_{n+1}^L] or not .

4 - Speed of algorithms. The 3 algorithms above were programmed on an IBM 7040 and tested on graphs such that the mean number of possible decisions from a vertex is (according to the graphs) between 4 and 100. It is apparent that the marking of the arcs or vertices increases the computing time only slightly compared with the gain produced by saving many calculations.

The gain in time also increases with the number of vertices in the graph. Thus, when $\gamma \gg K$ the reflection algorithm is about k times faster than that of KAUFMANN and CRUON, which is about K times faster than that of BELLMAN and KALABA .

* γ is the mean value of $[\Gamma x]$

COMMENTAIRES :

. $i(x)$ est le numéro i de la politique i -optimale déjà calculée à partir de x .

. $j(x,y)$ est le numéro j de la politique j -optimale à partir de passant par l'arc (xy) (analogue au j de l'algorithme exposé par MM. KAUFMANN et CRUON).

. Le calcul de la $[i(x)+1]$ -optimale politique à partir de sera donc possible si pour tous les y de Γx on a :

$$j(x,y) < i(y)$$

Il est nécessaire de calculer la politique 1-optimale à partir de tous les sommets du graphe, on peut donc la calculer avant d'utiliser l'algorithme. Seule l'initialisation change $[i(x_n^j)=1, \forall j, n]$ et $j(x_n^j, x_{n+1}^L) = 1$ ou 0 suivant que la politique 1-optimale à partir de x_n^j consiste à aller d'abord a x_{n+1}^L] ou non .

4 - Rapidité des algorithmes. Les 3 algorithmes précédents ont été programmés sur I.B.M. 7040 et testés sur des graphes tels que le nombre moyen de décisions possibles à partir d'un sommet, soit (suivant les graphes) compris entre 4 et 100. Il apparaît que les opérations annexes consistant à marquer des arcs ou des sommets, augmentent très faiblement le temps de calcul en regard du gain que permet l'économie de nombreux calculs.

Le gain de temps augmente d'ailleurs avec le nombre de sommets du graphe. Ainsi, lorsque $\gamma \gg K$ l'algorithme à réflexion est environ k fois plus rapide que celui de MM. KAUFMANN et CRUON, lequel est environ k fois plus rapide que celui de MM. BELLMAN et KALABA.

* γ est la valeur principale de $[\Gamma x]$

II - APPLICATIONS OF THE CONCEPT OF SUB-OPTIMALITY TO THE PROBLEMS OF OPTIMISATION AND OPERATIONAL RESEARCH

A - PRELIMINARY CONSIDERATIONS

It is generally desired to explore the vicinity of an optimum in order to study its sensitivity to the different decision variables, or to the various parameters. Variations are envisaged in the possible values of the latter, it is important to be able to evaluate the repercussions of these variations on the optimum result. When the functions treated are continuous, it is possible under certain conditions to study continuous variations in the optima according to the value attributed to the parameters. On the other hand, the functions are discrete the study of the vicinity of the optimum will necessarily lead to the concept of sub-optimality and to that of the classification or rank of the sub-optima. We have seen above that in the case of serial problems, this concept was that of a sub-optimum path of variable rank or a k-optimum path.

Two types of application of sub-optimality in the deterministic domain can be distinguished ; the case of the constrained optima and that of indirect additive effects.

We recall the first only briefly and examine the second more completely, since the latter case is by far the more interesting.

The admissible policies may be subjected to external constraints.

These constraints may be of a temporal type, which means that certain decisions must be taken before others, the system or else must be terminated before a given date.

II - APPLICATIONS DU CONCEPT DE SOUS-OPTIMALITE AUX PROBLEMES D'OPTIMISATION ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE

A - CONSIDERATIONS PRELIMINAIRES

On souhaite en général explorer le voisinage d'un optimum, pour étudier sa sensibilité aux différentes variables de décision, ou aux divers paramètres. Si l'on envisage des variations des valeurs possibles de ceux-ci, il est important de pouvoir évaluer la répercussion de ces variations sur le résultat optimum. Lorsque les fonctions traitées sont continues, l'on peut, sous certaines conditions, étudier les variations continues des optimums, selon la valeur attribuée aux paramètres. Si les fonctions sont discrètes, par contre, l'étude du voisinage de l'optimum conduira naturellement au concept de sous-optimalité, et à celui de classement ou rang des sous-optima. Nous avons vu plus haut que dans le cas de problèmes g-séquentiels, ce concept était celui de chemin sous-optimal de rang variable ou chemin k-optimal.

Deux types d'application de la sous-optimalité dans le domaine déterministe peuvent être distingués ; le cas des optimums contraints et celui des effets indirects additifs.

Nous rappelons brièvement le premier pour mémoire, afin d'examiner plus complètement le second, de loin le plus intéressant .

Les politiques admissibles peuvent être soumises à des contraintes extérieures.

Ces contraintes peuvent être de type temporel, ce qui signifie que telle décision doit se prendre avant telle autre ou au contraire être terminée avant une date donnée .

Temporal constraints also occur when the period for taking a decision into account must not exceed a certain value : $t_j - t_i \geq a_{ij}$

or $t_j - t_i \leq a_{ij}$

These constraints are of the "disjunctive" type when 2 possible decisions are mutually exclusive. Such constraints arising in scheduling problems, can be treated by the theory of graphs.

The constraints may also be of the quantitative type : in which case the production factors used may not exceed a certain level, whatever the time considered. Such constraints can concern a single arc of the graph and one is then dealing with a unit constraint ; or they may concern several arcs of the graph (total consumption of a certain production factor may not exceed a value fixed in advance), and we are then dealing with a cumulative constraint. These constraints can be created by "penalty factors" of the value of the arcs of the graph, similar to LAGRANGE multipliers (5).

B - INDIRECT ECONOMIC EFFECTS

We have just recalled that a certain number of constraints could be taken into account, when they modified the value of the arcs of the graph (constrained optima). When the choice of certain decision variables affects the economics of the enterprise indirectly, one does not have constraints, properly speaking, since one must study a broader optimum than before. The concept of sub-optimality in sequential graphs can be used.

des contraintes temporaires se présentent quand le délai de prise en compte d'une décision ne doit pas dépasser une certaine valeur : $t_j - t_i \geq a_{ij}$

ou $t_j - t_i \leq a_{ij}$

Ces contraintes sont de type "disjonctif" lorsque 2 décisions possibles s'excluent l'une l'autre. De telles contraintes survenant dans des problèmes d'ordonnancement peuvent être traitées par la théorie des graphes.

Les contraintes peuvent être de type quantitatif : dans ce cas, les facteurs de production utilisés, ne peuvent pas dépasser un certain niveau quelque soit l'époque considérée. De telles contraintes peuvent s'appliquer directement à un seul arc du graphe, on a alors affaire à une contrainte unitaire, où elles peuvent concerner plusieurs arcs du graphe; (la consommation totale en un certain facteur de production, ne doit pas dépasser une valeur fixée à l'avance) nous avons alors affaire à une contrainte cumulative. Ces contraintes peuvent être traitées par des "coefficients de pénalisation" de la valeur des arcs du graphe, analogues à des multiplicateurs de LAGRANGE (5).

B - EFFETS ECONOMIQUES INDIRECTS

Nous venons de rappeler qu'un certain nombre de contraintes pouvaient être prises en compte, lorsqu'elles modifiaient la valeur des arcs du graphe. (optimums contraints). Lorsque le choix de certaines variables de décision affecte l'économie de l'entreprise indirectement, on n'a pas à proprement parler de contraintes, mais on doit étudier un optimum plus large que l'optimum précédent. Le concept de sous-optimalité dans les graphes séquentiels, peut être utilisé.

A given policy, characterised by a path on the sequential graph, causes, in the environment of the enterprise, what might be called external economies (in contrast to the internal economies which are those of the enterprise itself), which may be financial or technical. External economies entail modifications in the structure of demand of other industries of firms. The latter may obtain their production factors at reduced prices and their profits may increase. They may benefit from the spread of new techniques.

In general, there is an external economy in production when an improvement of the conditions of production of the enterprise produces benefits of which a part (and sometimes a substantial part) falls to others. We may mention, to quote only one example, the professional training of qualified labour by a large enterprise ; this labour being potentially available for other industries.

External economies also arise when the scale (or size) of the enterprise increases. How does the output vary when the size increases ? This is the problem of "economies of scale" in the terminology of Alfred MARSHALL. The internal economies of scale may be supplemented by external economies of scale which must be taken into account . On the other hand, there may be external production penalties ; an increase in the production of an enterprise may, for example, increase the pollution of industrial waters, which may be reflected in higher water processing costs for other enterprises and an increased nuisance for the community.

The study of external production economies or penalties requires fine analyses of the interdependence between different economic units. According to the level of integration of an enterprise, one may be dealing with internal or external production economies. Exploration of the vicinity of the optimum policy will make it possible to allow for quantitative or even qualitative elements of appreciation in the decision .

Une politique donnée, caractérisée par un chemin sur le graphe séquentiel, provoque en effet dans l'environnement de l'entreprise ce qu'il est convenu d'appeler des économies externes (par opposition à l'économie interne qui est celle de l'entreprise elle-même), qui peuvent être financières ou techniques. Les économies externes se traduisent par des modifications dans la structure de la demande des autres industries ou firmes. Ces dernières peuvent obtenir leurs facteurs de production à des prix réduits, et leurs profits peuvent croître. Elles peuvent tirer parti de la diffusion des techniques nouvelles.

D'une manière générale, il y a économie externe de production, lorsqu'une amélioration des conditions de production de l'entreprise produit des bénéfices dont une part (et quelquefois une part substantielle) échoit à d'autres. On peut évoquer, pour ne citer qu'un exemple, la formation professionnelle de main-d'oeuvre qualifiée, par une grande entreprise ; cette main-d'oeuvre étant potentiellement disponible pour d'autres industries.

Les économies externes augmentent aussi lorsque l'échelle de l'entreprise s'accroît. Comment varie le rendement lorsque la dimension augmente ? C'est le problème des "économies d'échelle" selon l'appellation d'Alfred MARSHALL. Les économies internes d'échelle pouvant être accompagnées d'économies externes d'échelle qu'il conviendra aussi de comptabiliser. A contrario, il peut y avoir des déséconomies externes de production ; un accroissement de la production d'une entreprise, peut accroître par exemple, la pollution des eaux industrielles, ce qui peut se traduire par des coûts de traitement des eaux plus élevés pour d'autres entreprises, et une nuisance accrue pour la collectivité.

L'étude des économies ou déséconomies externes de production, exige des analyses subtiles des interdépendances entre différentes unités économiques. Selon le niveau d'intégration d'une entreprise, l'on pourra avoir affaire d'ailleurs à des économies internes ou des économies externes de production. L'exploration du voisinage de la politique optimale, permettra de tenir compte dans la décision, d'éléments d'appréciation quantitatifs ou même qualitatifs.

In all cases, the problem is to study a more total optimum than the optimum of production itself.

C - THE PROBLEM OF THE OPTIMUM SIZE, LOCATION AND RATE OF CONSTRUCTION OF PLANTS TO MEET CERTAIN REQUIREMENTS

Let us now illustrate the concept of sub-optimality and the algorithms for determination of sub-optimum policies in a particular case, that of the problem of the optimum size, location and rate of construction of plants to meet certain requirements.

1 - Statement of the problem : the problem is to determine the optimum size and rate of construction of plants of a given type needed to satisfy certain previously specified requirements. Since the requirement itself is expanding, we are faced with the problem of the optimum size of the plants to be brought into service at various times. Although one can limit oneself to a study of this narrow problem, a wider optimum can be obtained by taking into account the costs of transportation from the place where the resources are produced to the sites of the plants envisaged. It is then possible to use the concept of k-optimality. Such a problem has been treated in nuclear energy for the reprocessing of irradiated fuels coming from nuclear reactors. The possible sites for reprocessing plants are limited for technical reasons (waste disposal standards, radioactivity) and the possible sites for reactors are defined.

Dans tous les cas, le problème est d'étudier un optimum plus global que l'optimum de l'unité de production proprement dite.

C - LE PROBLEME DE LA TAILLE, DE LA LOCALISATION ET DE LA CADENCE OPTIMALES DE CONSTRUCTION D'EQUIPEMENTS DANS LE CAS D'UNE DEMANDE

Illustrons maintenant le concept de sous-optimalité et des algorithmes de détermination des politiques sous-optimales dans un cas concret, celui du problème de la taille, de la localisation et de la cadence optimales de construction d'équipements dans le cas d'une demande.

1 - Exposé du problème : le problème est de déterminer la taille et la cadence de construction optimales, d'usines d'un type donné, nécessaires pour satisfaire une demande fixée à l'avance. Cette demande étant croissante, il se pose le problème de la taille optimale des usines à mettre en service à différentes époques. Bien qu'on puisse se limiter à l'étude de cet étroit problème, un optimum plus large peut être obtenu prenant en compte les frais de transport du lieu où sont produites les ressources, vers les sites des usines envisageables. On peut alors utiliser le concept de k-optimalité. Un tel problème a été traité dans le cadre de l'énergie nucléaire pour le retraitement des combustibles irradiés, issus des réacteurs nucléaires. Les sites possibles d'usines de retraitement sont limités pour des raisons techniques (normes de rejet des effluents, radio-activité) et les sites possibles de réacteurs sont définis.

The following are assumed to be known : (1) the location and the annual production of the reactors (long term program), (2) the possible locations of the plants and (3) the transport and reprocessing cost functions. It is necessary to determine : (1) the rate of construction of the plants, (2) the location of these plants and (3) the size of each of them. It is readily understood that the plants will not operate at full capacity, unless the capacity provided is exactly equal to the increase in production from one year to the next, which is not technically and economically conceivable. It is therefore necessary to anticipate the demand. The problem is combinatorial and although the possible sites for plants cannot be chosen at random and their number is fairly limited, it is nonetheless certain that, taking into account the introduction with time of new reactors in varied locations, the number of combinations is high, as is the extent of the calculations.

2 - Representation of reprocessing plant policies in the form of graphs

The following description will be limited to illustrating the construction of the sequential graph. The formal statement of the problem is given in ref. 6.

Fig. 3 represents the possible policies for building reprocessing plants for increasing amounts of irradiated natural uranium to be reprocessed and for an increasing number of sites, the transport costs from the reactors to the plants being assumed to be zero. This diagram shows that to arrive at point A where 2 possible sites have been considered, and corresponding to level 3, there is a choice between either :

- plant of size 3 on site 1, built in the year 0, and no plant on site 2 , or
- plant of size 2 on site 1, built in the year 0, and a plant of size 1 on site 2, built in the year 2.

If the transport costs are zero, the treatment of the graph makes it possible to determine the optimum policy for the total number of sites N up to the horizon H (fig.3).

On suppose connues : (1) la localisation et la production annuelle des réacteurs (programme à long terme), (2) la localisation possible des usines et (3) les fonctions de coût transport et retraitement. On doit déterminer : (1) la cadence de construction des usines, (2) la localisation de ces usines et (3) la taille de chacune d'elles. On conçoit alors que les usines ne fonctionneront pas à pleine capacité, à moins d'en construire d'une capacité exactement égale à l'augmentation de production d'une année à l'autre, ce qui n'est pas techniquement et économiquement envisageable. On devra donc anticiper la demande. Le problème a un caractère combinatoire, et bien que les sites possibles des usines ne soient pas quelconques et que leur nombre soit assez limité, il n'en est pas moins certain que, compte tenu de l'introduction dans le temps de nouveaux réacteurs de localisations variées, le nombre des combinaisons est élevé, ainsi que l'ampleur des calculs.

2 - Représentation sous forme de graphes des politiques d'usines de traitement

On se bornera dans cet exposé à illustrer la construction du graphe séquentiel. La formalisation du problème est précisée dans la référence 6 .

La figure 3 représente les politiques possibles de construction d'usines de retraitement pour des quantités croissantes d'uranium naturel irradié à retraiter et pour un nombre croissant de sites. Les coûts de transport des réacteurs aux usines étant supposés nuls. Cette figure montre que pour aller au point A où l'on a considéré 2 sites possibles, et correspondant au niveau 3, on a le choix notamment entre :

- soit une usine de taille 3 sur le site 1, construite dès l'année 0, et aucune usine sur le site 2
- soit une usine de taille 2 sur le site 1, construite l'année 0, et une usine de taille 1 sur le site 2, construite l'année 2.

Si les coûts de transport sont nuls, le traitement du graphe permet de déterminer la politique optimale pour le nombre de sites total N et jusqu'à l'horizon H (voir fig. 3).

- BURNT NATURAL URANIUM
REPROCESSING PROGRAM P(t)

- GRAPH OF REPROCESSING
PLANTS POLICY
(cost of transport nil)

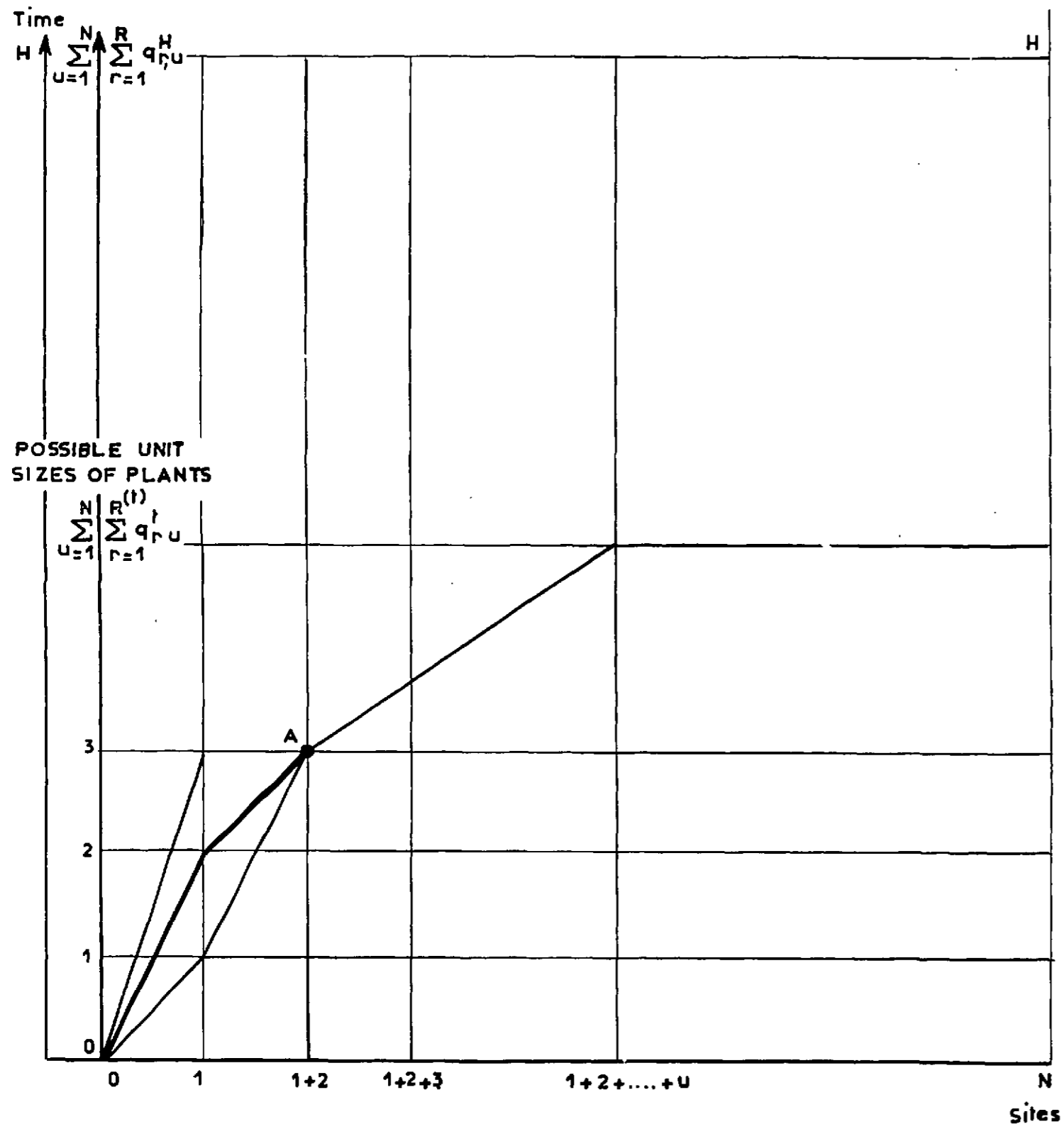


Fig. 3
N°1349

- PROGRAMME D'URANIUM
NATUREL IRRADIE A RETRAITER P(t)

- GRAPHE DES POLITIQUES
D'USINES DE RETRAITEMENT
(coup de transport nuls)

- BURNT NATURAL URANIUM
REPROCESSING PROGRAM P(t)

- GRAPH OF REPROCESSING
PLANTS POLICY
(cost of transport nil)

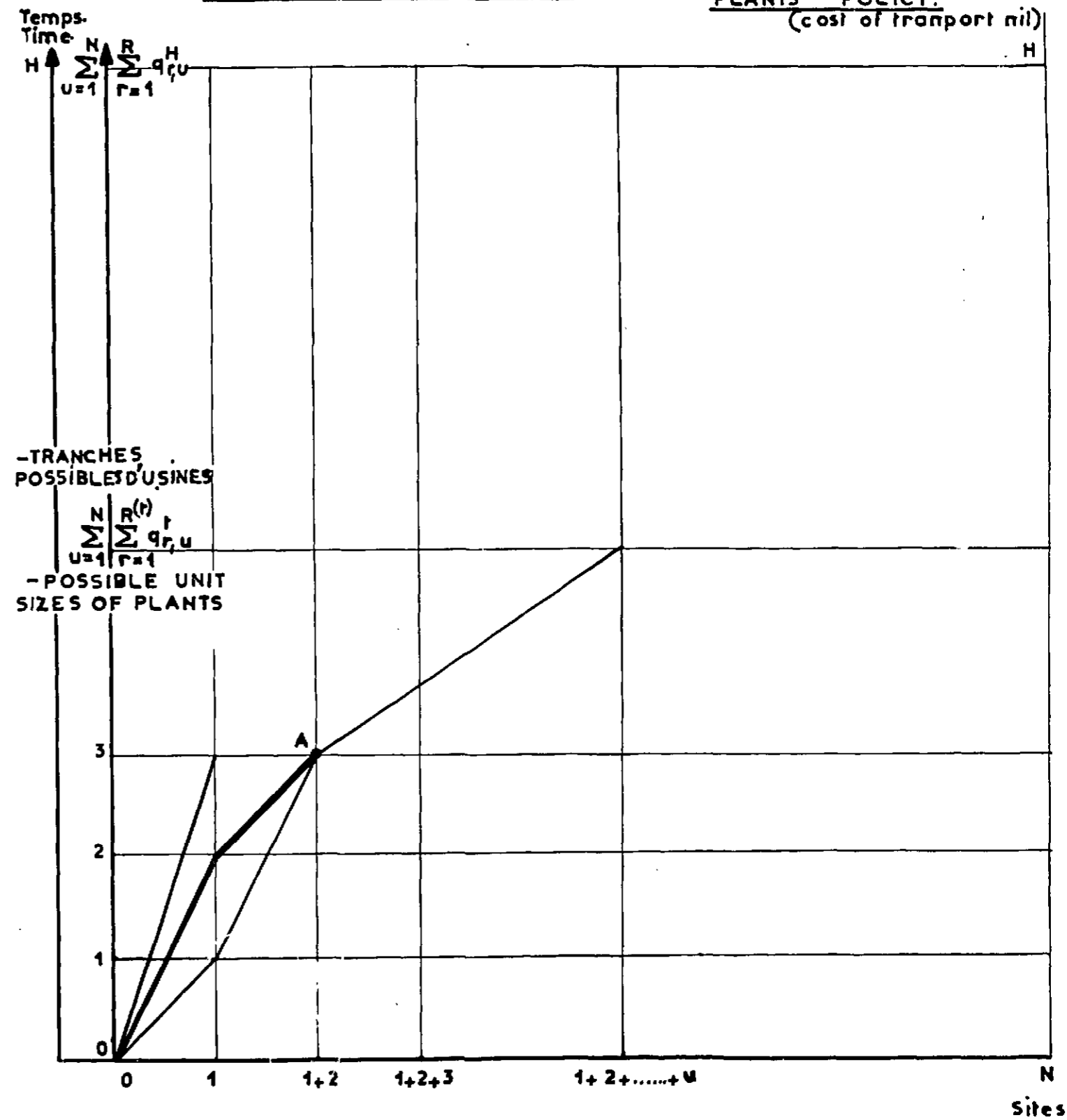


Fig. 3
N°1348

3 - Allowance for transport costs

Let us consider the policy represented in thick lines in fig. 3 and let us show the transport costs affect it. It would be necessary to transport the fuel from the reactors until time 2 to site 1 ; then on site 1 ; then on site 2, it would be necessary to transport the fuel until time 3. The cost of the path would therefore be modified if each of the arcs was burdened with the corresponding transport cost. But, if each arc is to represent the processing and transport costs, the shipments symbolized by the preceding arcs must remain unchanged. If one is freed from this condition, it is generally possible to find a better burnt fuel shipment policy, taking the location of the reactors into account. In addition to the problem of determining the optimum path which we have indicated, there is the usual problem of transport, or allocation if preferred.

For a given site "U", the matrix of the quantities of uranium transported on to this site is represented in fig. 4 ; the sum of the terms of each line of the matrix corresponding to the quantity of irradiated natural uranium to be reprocessed in the year in question. The column vector thus obtained is the programme for irradiated uranium to be reprocessed (fig. 4).

4 - Method of solution

The method consists in first treating the problem of the optimum policies of reprocessing plants as a sequential Dynamic Programming problem . When the quantities of irradiated natural uranium to be reprocessed are fixed, minimisation of the transport cost is then a normal transportation problem. One then explores the vicinity of the optimum reprocessing cost, by searching for k-optimum paths, to find the minimum sum for the k-optimum reprocessing cost and the corresponding optimum transport cost. The algorithm used for the calculation of the k-optimum policy in the sequential graph is the one described above.

3 - Prise en compte des coûts de transport

Considérons la politique représentée en traits gras sur la figure 3 et montrons comment interviennent les coûts de transport : il faudrait transporter le combustible des réacteurs jusqu'à l'époque 2 sur le site 1 ; puis sur le site 2, il faudrait transporter le combustible jusqu'à l'époque 3 . Le coût du chemin serait donc modifié si l'on grevait chacun des arcs des frais de transport correspondants. Mais pour que chaque arc représente le coût de traitement et de transport, il faut que les affectations symbolisées par les arcs antérieurs demeurent inchangées. Si l'on ne se laisse pas limiter par cette condition, il est possible, en général, compte tenu de la localisation des réacteurs, de trouver une meilleure affectation du combustible irradié des réacteurs vers les usines. Au problème de détermination du chemin optimum que nous avons indiqué, s'ajoute donc un problème de transport classique ou d'affectation si l'on préfère.

Pour un site donné "U", la matrice des quantités d'uranium transportées sur ce site, est représentée sur la figure 4 ; la somme des termes de chaque ligne de la matrice correspondant à la quantité d'uranium naturel irradié à retraiter, l'année considérée. Le vecteur colonne ainsi obtenu est le programme d'uranium irradié à retraiter (voir fig. 4).

4 - Méthode de résolution

La méthode consiste à traiter d'abord le problème des politiques optimales d'usines de traitement, comme un problème de Programmation Dynamique séquentielle. En effet, lorsque les quantités d'uranium naturel irradié à retraiter sont fixées, la minimisation du coût de transport est alors un problème de transport classique. On explore alors le voisinage de l'optimum du coût de traitement; en recherchant les chemins k-optimaux, pour trouver le minimum de la somme du coût de traitement k-optimal et du coût de transport optimal correspondant. L'algorithme utilisé pour le calcul de la politique k-optimale dans le graphe séquentiel, est celui que nous avons exposé plus haut.

- MATRIX OF URANIUM ARRIVALS ON SITE 'U'

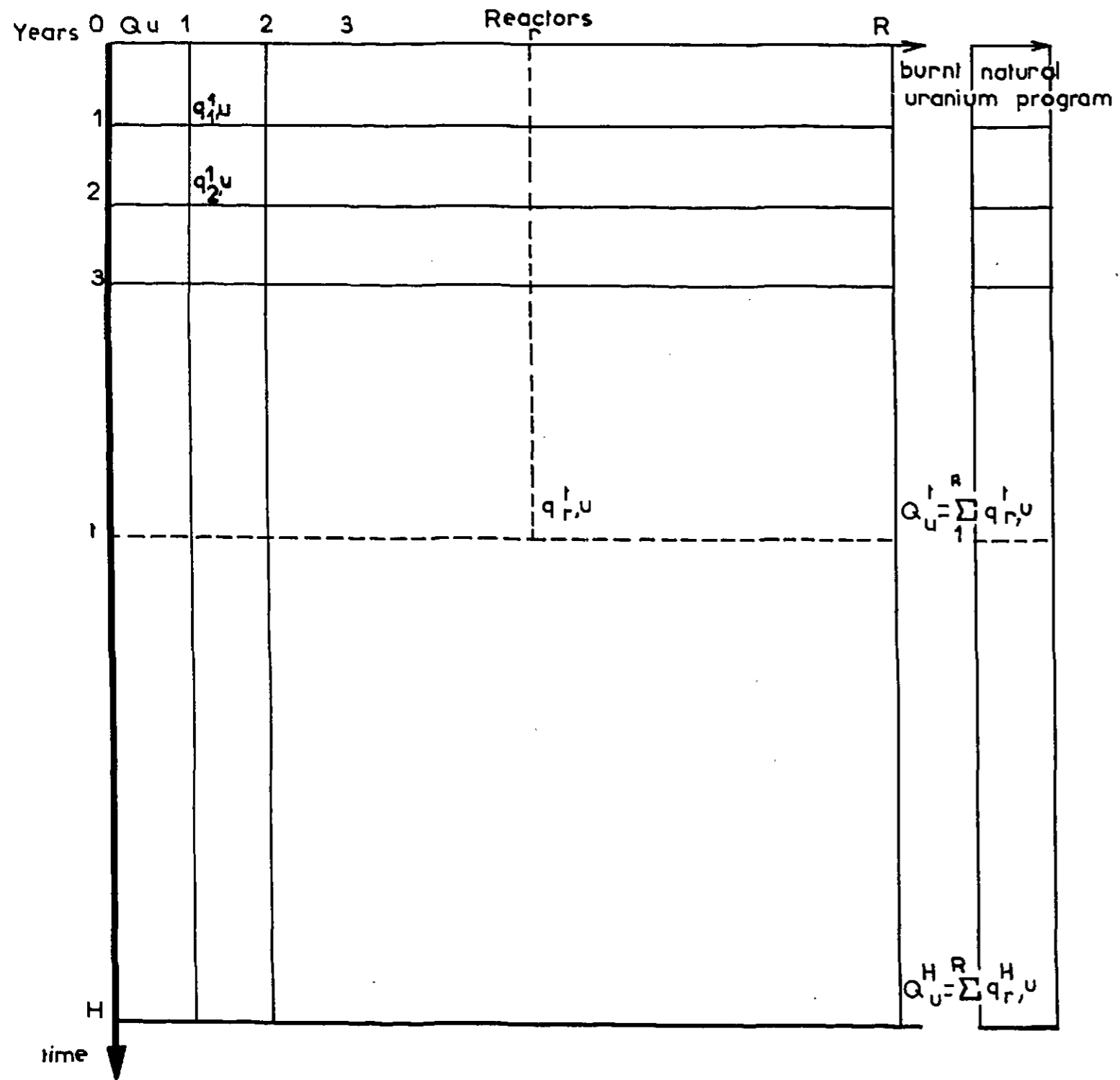


Fig: 4

MATRICE DES ARRIVEES D'URANIUM SUR LE SITE 'U'

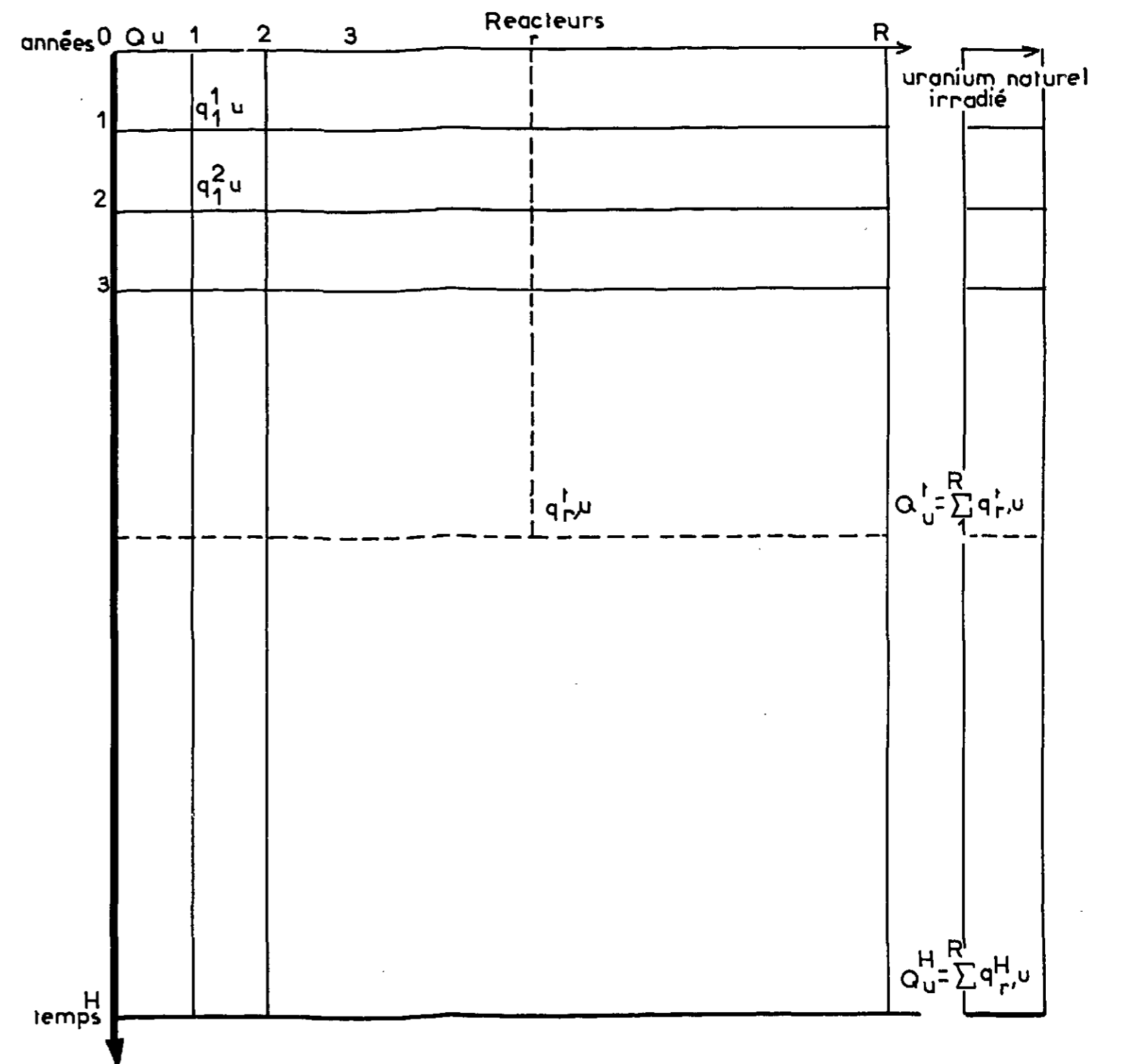


Fig: 4

The model makes it possible to determine the optimum policy and sub-policies in a given technical and economic context and the sensitivity of the optimum to the assumptions made.

The method breaks down into a general mechanism for determining the optimum when a transportation problem is superimposed on a sequential dynamic program. It also makes it possible to evaluate economic losses resulting from the choice of a non-optimum policy for reasons other than economic.

D - STOCHASTICS AND K-OPTIMALITY

Chance can intervene in three ways :

The evaluation of the costs of the arcs of the graph may be uncertain. If it is possible to calculate the probabilities or to evaluate (subjective) probabilities a priori, it is possible to attribute to each arc a value which is the mathematical expectation of the cost. The problem can then be treated as in the deterministic case.

The effect of a decision may be uncertain. It is then possible to consider "chance arcs" having a certain probability. The introduction of k-optimality in such graphs (process, decision, chance) requires certain precautions, due to the fact that a sub-policy of a k-optimum policy is not necessarily i-optimum with $i \ll k$ (reference 7).

If the field of possible decisions is liable to vary, one can consider an adaptive model which can be made sequential by adding vertices to the graph ; one then proceeds to a systematic re-evaluation of the probabilities and to the extension of the horizon of anticipation. The model then evolves in time without changing in structure.

If the structure of the model itself evolves, it is then possible to consider a more vast formal description, called the meta-model, but this is difficult to handle and will not be discussed further here.

Le modèle permet de déterminer la politique et les sous-politiques optimales dans un contexte technique et économique donné ainsi que la sensibilité de l'optimum aux hypothèses adoptées.

La méthode s'analyse comme un mécanisme général de détermination de l'optimum lorsqu'à un programme dynamique séquentiel se superpose un problème de transport. Elle permet en outre, d'évaluer les pertes économiques résultant du choix pour des raisons autres qu'économiques, d'une politique non optimale.

D - L'ALEATOIRE ET LA K-OPTIMALITE

Le hasard peut intervenir de 3 façons :

L'évaluation des coûts des arcs du graphe peut être incertaine . S'il est possible de calculer des probabilités ou d'évaluer des probabilités a priori (subjectives), on peut attribuer à un arc une valeur qui est l'espérance mathématique du coût. Le problème se traite alors comme dans le cas déterministe.

L'effet d'une décision peut être incertain . On peut considérer alors, des "arcs de hasard" affectés d'une certaine probabilité. L'introduction de la k-optimalité dans de tels graphes (processus, décision, hasard) nécessite certaines précautions, dues au fait qu'une sous-politique d'une politique k-optimale n'est pas obligatoirement i-optimale avec $i \ll k$ (référence 7).

Si le champ des décisions possibles est susceptible de varier, on peut considérer un modèle adaptatif qu'il est possible de rendre séquentiel en ajoutant des sommets au graphe ; on procède alors à une réévaluation systématique des probabilités et à l'allongement de l'horizon d'anticipation. Le modèle évolue alors dans le temps, sans changer de structure.

Si la structure du modèle lui-même évolue, on peut alors considérer une formalisation plus vaste, dite méta-modèle, mais d'un maniement difficile, et qui ne sera pas discutée plus avant ici.

CONCLUSION

This paper has shown how the concept of sub-optimality in dynamic programming could be used in problems of serial optimisation and operation research.

In particular, the processes of optimisation of chemical engineering plants can very often be broken down into stages amenable to the techniques of Dynamic Programming applicable to sequential graphs.

The particular form then taken by the notion of sub-optimality is that of k-optimality, for which we have given in the sequential graphs a new algorithm for determining the k-optimum paths.

The value of considering the k-optimum paths rests in the possibility of integrating into the economic model the additional decision elements which can be quantified and are amenable to the same criterion. This is the case in particular of the problem of optimum locations, sizes and rates of construction for plants to be brought into service for satisfying a given demand increasing in time, which we examined as a concrete exemple.

We finally considered the extension of the concept of k-optimality to the probabilistic domain, where it appears that much efforts still has to be exerted.

CONCLUSION

Nous nous sommes efforcés de montrer dans cette communication comment le concept de sous-optimalité en programmation dynamique était utilisable dans les problèmes d'optimisation ou de recherche opérationnelle.

En particulier, les processus d'optimisation des équipements de génie chimique sont le plus souvent naturellement décomposables en phases, donc, aisément justiciables des techniques de la Programmation Dynamique applicables aux graphes séquentiels.

La forme particulière que revêt alors la notion de sous-optimalité est celle de la k-optimalité, pour laquelle nous avons présenté dans les graphes séquentiels, un nouvel algorithme de détermination des chemins k-optimaux.

L'intérêt de la considération des chemins k-optimaux, réside dans la possibilité d'intégrer dans le modèle économique lui-même, les éléments complémentaires de décision quantifiables et justiciables du même critère. C'est notamment le cas des problèmes des localisations, tailles et cadences optimales de construction d'usines à mettre en service pour satisfaire une demande donnée croissante dans le temps, que nous avons examiné à titre de cas concret.

Nous avons enfin évoqué l'extension du concept de k-optimalité au domaine aléatoire, où il semble que beaucoup d'efforts doivent encore être déployés.

REFERENCES

- (1) P. MASSE - The reserves and regulation of the future - (HERMANN - Paris 1946).
- (2) C. BERGE - Theory of graphs and its applications - (Paris, DUNOD, 1960).
- (3) A. KAUFMANN and R. CRUON - Study of sensitivity in Dynamic Programming - Revue Française de Recherche Opérationnelle - 32 .
- (4) L. THIRIET and A. DELEDICQ - Optimum size and location of irradiated natural uranium reprocessing plants - (CEA Economic Report R 3364).
- (5) R.E. BELLMAN and S.E. DREYFUS - Applied Dynamic Programming - (Princeton University Press 1962).
- (6) L. THIRIET and J. GAUSSENS - Dynamic plant problems - Method of selecting investments and allocations - (4th International Conference on Operational Research - BOSTON 1966).
- (7) A. KAUFMANN and R. CRUON - K-optimum strategies in the finite stochastic dynamic programmes - (4th International Conference on Operational Research - BOSTON 1966).
- (8) R. ARIS, G.L. NEMHAUSER and D.J. WILDE - Optimization of multistage cyclic and branching systems by serial procedures - A.I.Ch.E. 10, 6 (Nov.1964) 913-9 .
- (9) S. ROBERTS - Applications of Dynamic Programming to chemical engineering - (New York, Academic Press 1964).
- (10) G.L. NEMHAUSER - Introduction to Dynamic Programming - (New York WILEY 1966).
- (11) D.J. WILDE and C.S. BEIGHTLER - Foundations of optimization - (Englewood Cliffs N.H., Prentice Hall 1967, Ch. 8).

Manuscrit reçu le 4 juillet 1968

BIBLIOGRAPHIE

- (1) P. MASSE - Les réserves et la régulation de l'avenir - (HERMANN - Paris 1946)
- (2) C. BERGE - Théorie des graphes et ses applications - (Paris, DUNOD, 1960)
- (3) A. KAUFMANN et R. CRUON - Etude de la sensibilité en Programmation Dynamique - Revue Française de Recherche Opérationnelle - 32 .
- (4) L. THIRIET et A. DELEDICQ - Taille et localisation optimales des usines de traitement de l'uranium naturel irradié - (Rapport Economique CEA R 3364)
- (5) R.E. BELLMAN et S.E. DREYFUS - Applied Dynamic Programming - (Princeton University Press 1962).
- (6) L. THIRIET et J. GAUSSENS - Problèmes d'équipements dynamiques - Méthode de choix des investissements et des affectations - (4th International Conference on Operational Research - BOSTON 1966).
- (7) A. KAUFMANN et R. CRUON - Stratégies k-optimales dans les programmes dynamiques stochastiques finis - (4th International Conference on Operational Research - BOSTON 1966) .
- (8) R. ARIS, G.L. NEMHAUSER et D.J. WILDE - Optimization of multistage cyclic and branching systems by serial procedures - A.I.Ch.E 10, 6 (Nov.1964) 913 - 9 .
- (9) S. ROBERTS - Applications of Dynamic Programming to chemical engineering (New York - Academic Press 1964).
- (10) G.L. NEMHAUSER - Introduction to Dynamic Programming - (New York, WILEY 1966).
- (11) D.J. WILDE et C.S. BEIGHTLER - Foundations of optimization - (Englewood Cliffs N.J., Prentice Hall 1967, Ch. 8).

Manuscrit reçu le 4 juillet 1968

LISTE DES RAPPORTS ECONOMIQUES DEJA PARUS :

Rapport CEA - R 2325	CALCUL DES IMMOBILISATIONS FINANCIERES DES CYCLES DE COMBUSTIBLE	"CALCULATION OF THE WORKING CAPITAL INVESTED IN FUEL CYCLES AND ITS INTEREST CHARGES"	J. GAUSSENS	Novembre 1963
Rapport CEA - R 2458	RECHERCHE D'UNE POLITIQUE DE GESTION DU COMBUSTIBLE D'UNE PILE PISCINE	"CALCULATION OF AN OPTIMUM FUEL POLICY FOR A POOL TYPE RESEARCH REACTOR"	Dépt des Programmes SEEG	Mai 1964
Rapport CEA - R 2561	ETUDE ECONOMIQUE DU SITE DE MARCOULE	"AN ECONOMIC STUDY OF THE SITE OF MARCOULE"	H. DUPRAT	Août 1964
Rapport CEA - R 2642 Genève 64 Conf. 28/P/98	PERSPECTIVES A LONG TERME DES COUTS DE TRAITEMENT DE L'URANIUM NATUREL IRRADIE. TAILLES ET LOCALISATIONS OPTIMALES DES USINES.	"LONG-TERM PROSPECTS OF IRRADIATED NATURAL URANIUM PROCESSING COSTS. OPTIMUM PLANT SIZES AND SITES"	L. THIRIET C. OGER P. DE VAUMAS	Août 1964
Rapport CEA - R 2646 Genève 64 Conf. 28/P/91	ETUDE SUR LA PRODUCTION D'EAU LOURDE EN FRANCE	"STUDY OF THE PRODUCTION OF HEAVY WATER IN FRANCE"	B. LEFRANCOIS J.M. LERAT E. ROTH	Août 1964
Rapport CEA - R 2648 Genève 64 Conf. 28/P/89	ENSEIGNEMENTS TIRES DES ETUDES ET REALISATIONS FRANCAISES RELATIVES A LA SEPARATION DES ISOTOPES DE L'URANIUM	"DEDUCTIONS BASED ON STUDIES OF URANIUM ISOTOPE SEPARATION AND FRENCH ACHIEVEMENTS IN THIS FIELD"	C. FRELJACQUES R. GALLEY	Août 1964
Rapport CEA - R 2669 Genève 64 Conf. 28/P/64	COUT DE TRANSPORT DES COMBUSTIBLES IRRADIES ET COUT D'ENTRETIEN D'UNE USINE DE TRAITEMENT CHIMIQUE DES COMBUSTIBLES IRRADIES	"COST OF TRANSPORTING IRRADIATED FUELS AND MAINTENANCE COSTS OF A CHEMICAL TREATMENT"	T. SOUSSELIER	Août 1964
Rapport CEA - R 2685 Genève 64 Conf. 28/P/46	ASPECT ECONOMIQUE DES REACTEURS PRODUISANT DE L'ELECTRICITE ET DE LA CHALEUR INDUSTRIELLE	"ECONOMIC ASPECTS OF ELECTRICITY AND INDUSTRIAL HEAT GENERATING REACTORS"	J. GAUSSENS N. MOUILLE F. DUTHEIL J. ALDEBERT	Août 1964
Rapport CEA - R 2689 Genève 64 Conf 28/P/41	LA FILIERE DES REACTEURS A NEUTRONS RAPIDES EN FRANCE	"THE FAST NEUTRON REACTOR SERIES IN FRANCE"	J. VANDRYES J. GAUSSENS R. PASQUER	Août 1964
Rapport CEA - R 2692 Genève 64 Conf. 28/P/37	QUELQUES ASPECTS ECONOMIQUES DE LA FILIERE URANIUM NATUREL - GRAPHITE - GAZ	"SOME ECONOMIC ASPECTS OF NATURAL URANIUM GRAPHITE GAS REACTOR TYPES"	J. GAUSSENS P. TANGUY B. LEO	Août 1964
Rapport CEA - R 2795	ETUDE DES VALEURS ET DES PRIX DU PLUTONIUM A LONG TERME - UN MODELE DE PARAMETRE SIMPLIFIE	"STUDY OF THE LONG-TERM VALUES AND PRICES OF PLUTONIUM - A SIMPLIFIED PARAMETRISED MODEL"	J. GAUSSENS H. FAILLOT	Mai 1965
Rapport CEA - R 2866	OPTIMISATION DES CYCLES DE COMBUSTIBLES : VALEURS MARGINALES DES PERTES	"FUEL CYCLE OPTIMISATION : MARGINAL VALUES OF LOSSES"	J. GAUSSENS B. DE LASTYRIE J. DOUMERC	Août 1965
Rapport CEA - R 2937	COUTS D'INVESTISSEMENT ET D'EXPLOITATION DES USINES DE RETRAITEMENT DE L'URANIUM NATUREL IRRADIE	"CAPITAL AND RUNNING COSTS OF PLANTS FOR REPROCESSING OF IRRADIATED NATURAL URANIUM"	L. THIRIET C. JOUANNAUD J. COUTURE J. DUBOZ D. OGER	Janvier 1966
Rapport CEA - R 3022	MODELE MATHEMATIQUE DU COUT DE TRANSPORT MARITIME ; APPLICATION A LA COMPETITIVITE DU NAVIRE NUCLEAIRE	"A MATHEMATICAL MODEL FOR COST OF CARRIAGE BY SEA ; APPLICATION TO COMPETITIVENESS OF NUCLEAR VESSELS"	C. DORVAL	Mai 1966
Rapport CEA - R 3072	LE DIMENSIONNEMENT OPTIMUM DES INSTALLATIONS DE PRODUCTION MIXTE D'EAU DESSALEE ET D'ELECTRICITE FAISANT INTERVENIR L'ENERGIE NUCLEAIRE	"CHOICE OF OPTIMUM SIZE OF INSTALLATIONS FOR DUAL-PURPOSE PRODUCTION OF DESALTED WATER AND ELECTRICITY, USING NUCLEAR POWER"	J. GAUSSENS	Septembre 1966
Rapport CEA - R 3355	PROBLEMES DE TARIFICATION DE L'EAU DOUCE OBTENUE A PARTIR D'UNE INSTALLATION DE DESSALEMENT D'EAU DE MER	"PROBLEMS OF PRICING FRESH WATER OBTAINED FROM A SEA WATER DESALINATION PLANT"	J. GAUSSENS	Juillet 1967
Rapport CEA - R 3364	TAILLES ET LOCALISATIONS OPTIMALES DES USINES DE RETRAITEMENT DES COMBUSTIBLES NUCLEAIRES	"OPTIMAL SIZES AND SITING OF NUCLEAR FUEL REPROCESSING PLANTS"	L. THIRIET	Août 1967
Rapport CEA - R 3449	PROBLEMES TECHNIQUES ET ECONOMIQUES LIES AU DEVELOPPEMENT DES METHODES DE TRAITEMENT ET D'UTILISATION DES DECHETS RADIOACTIFS	"TECHNICAL AND ECONOMIC PROBLEMS RELATED TO THE DEVELOPMENT OF RADIOACTIVE WASTE PROCESSING AND UTILISATION TECHNIQUES"	L. THIRIET J. SAUTERON C. OGER	Février 1968

LISTE DES RAPPORTS ECONOMIQUES A PARAITRE :

OPTIMISATION DU MODE DE GESTION DES COUVERTURES RADIALES D'UN REACTEUR RAPIDE DE 1000 MW _e	"RADIAL BLANKET MANAGEMENT OPTIMISATION FOR A 1000 MW _e FAST REACTOR"
OPTIMISATION DES CENTRALES A URANIUM NATUREL GRAPHITE-GAZ : CAS DE LA SOUS-FILIERE EDF 4	"OPTIMISATION OF NATURAL URANIUM GRAPHITE-GAS POWER STATIONS : CAS OF THE EDF 4 SUB-TYPE"
LE COUT DES MESURES DE SECURITE DANS LES SECTEURS ENERGETIQUES AUTRES QUE LE SECTEUR NUCLEAIRE	"THE COST OF SECURITY IN ENERGY SECTORS NUCLEAR ENERGY EXCLUDED"
INFLUENCE SUR LA STRUCTURE DES PROGRAMMES NUCLEAIRES DE LA CADENCE D'INSTALLATION DES REACTEURS A NEUTRONS THERMIQUES	"EFFECTS OF THE RATE OF THERMAL REACTORS CONSTRUCTION ON THE NUCLEAR PROGRAM STRUCTURE"

Edité par
 le Service Central de Documentation du C.E.A.
 Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
 Boîte Postale n° 2
 91 - GIF-sur-YVETTE (France)

FIN