



MX0500054

Congreso Internacional Conjunto Cancún 2004 LAS/ANS-SNM-SMSR/International Joint Meeting Cancun 2004 LAS/ANS-SNM-SMSR
XV Congreso Anual de la SNM y XXII Reunión Anual de la SMSR/XV SNM Annual Meeting and XXII SMSR Annual Meeting
Cancún, Q.R., México, 11-14 de Julio, 2004/Cancún, Q.R., Mexico, July 11-14, 2004

Solución a la Ecuación de Difusión para Multigrupos en Geometría XY Utilizando Teoría de Perturbación Lineal

César Adrián Múgica Rodríguez

¹ Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Física y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Nuclear

Av. IPN s/n Col. Lindavista, 07738, México, D. F., México

mugica@nuclear.esfm.ipn.mx

Asesor: Edmundo del Valle Gallegos¹

edmundo@nuclear.esfm.ipn.mx

Resumen

Existen diversos métodos para resolver numéricamente la ecuación de difusión de neutrones para varios grupos de energía en estado estacionario entre los que destacan los de elementos finitos. En este trabajo se presenta la solución numérica de esta ecuación usando los métodos nodales tipo elemento finito de Raviart-Thomas, el RT0 y RT1, en combinación con técnicas iterativas que permiten obtener la solución aproximada en una forma rápida. No obstante lo anterior, la precisión de un método está íntimamente ligada a la dimensión del espacio de aproximación por celda, 5 para el caso RT0 y 12 para el RT1, y/o al refinamiento de malla, lo que hace que el orden del problema de valor propio por resolver crezca considerablemente. De esta manera si se desea conocer una aproximación aceptable al valor del factor de multiplicación efectivo del sistema cuando éste ha experimentado una pequeña perturbación se puede recurrir a la “Teoría de Perturbación Lineal” con la cual es posible determinarla a partir del flujo de neutrones y del factor de multiplicación efectivo del caso no perturbado. Se presentan resultados para un problema de referencia en el que se introduce una perturbación en un ensamble que simula cambios en la barra de control.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando se introduce alguna pequeña variación en un sistema se puede recalcular el factor de multiplicación efectivo en forma aproximada ya sea mediante un cálculo directo o por teoría de perturbación lineal. La primera forma requiere mucho más tiempo de cómputo que la segunda ya que esta última sólo requeriría calcular una sola vez los flujos directos y adjuntos así como el factor de multiplicación efectivo no perturbados, lo que lo haría especialmente atractivo en la determinación de patrones de recarga de combustible donde se recurre a técnicas de optimización combinatoria en las que una parte del cálculo se asemeja a la situación antes mencionada.

Para realizar este tipo de cálculos, es necesario partir del problema no perturbado, considerando los valores que mantenía el sistema antes de que dicha perturbación fuera agregada. De esta

forma y partiendo del problema no perturbado es posible realizar estimaciones acerca del nuevo estado de un sistema simplemente realizando pocos cálculos, esto permite barrer para una misma perturbación qué sucede si se altera algún parámetro en cualquier o todas las posiciones del núcleo y permite observar cómo reacciona el sistema de forma completa, de otra manera sería necesario recalcular los valores para cada posición de la perturbación en el reactor.

Mediante el uso de los métodos nodales de elemento finito, una técnica de aceleración de la convergencia y la teoría de perturbación lineal, es posible resolver de manera más eficiente la ecuación de difusión de neutrones para multigrupos en estado estacionario, consideremos a manera de ejemplo que en un cierto reactor es introducido un cambio en las secciones (por ejemplo en la de absorción térmica), esto repercute directamente en un cambio en el factor de multiplicación y la reactividad del sistema, supongamos además que ese cambio es conocido, es decir se sabe cuánto es el valor del cambio en la sección de absorción introducido (por ejemplo debido a la inserción de una barra de control), entonces de forma natural la manera de encontrar el nuevo valor de k_{eff} y la reactividad ρ , es realizando todos los cálculos nuevamente con los nuevos valores de la sección eficaz de absorción. Esta técnica resulta inapropiada cuando se requiere hacer un análisis de dicha perturbación en cada uno de los elementos del reactor, si fuera el caso imaginar un reactor con 444 ensamblados de combustible se realizarían 444 cálculos distintos que demandan aproximadamente el mismo tiempo de cómputo y para los cuales el cálculo completo representa un gasto de tiempo excesivamente grande, es aquí cuando algunas técnicas de métodos variacionales resultan útiles en el cálculo aproximado para tales problemas.

2. DESCRIPCIÓN DE LAS ECUACIONES DE DIFUSIÓN

La ecuación de difusión de neutrones, para varios grupos de energía en estado estacionario se puede expresar como sigue [1]:

$$-\nabla \cdot D_g(\mathbf{r})\nabla \mathbf{f}_g(\mathbf{r}) + \Sigma_{rg}(\mathbf{r})\mathbf{f}_g(\mathbf{r}) = \sum_{\substack{g' \\ g' \neq g}}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\mathbf{r})\mathbf{f}_{g'}(\mathbf{r}) + \frac{1}{k} \mathbf{c}_g \sum_{g'=1}^G \mathbf{n} \Sigma_{fg'}(\mathbf{r})\mathbf{f}_{g'}(\mathbf{r}) \quad (1)$$

donde :

$$\Sigma_{rg}(\mathbf{r}) = \Sigma_{tg}(\mathbf{r}) - \Sigma_{s,g \rightarrow g}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

$g = 1, 2, \dots, G$ (G es el número de grupos de energía considerado en la discretización)

$$\Sigma_{tg} = \Sigma_{ag} + \Sigma_{s,g' \rightarrow g}$$

$\Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\mathbf{r})$: es la sección eficaz de dispersión del grupo g' al grupo g en el punto \mathbf{r} .

$\mathbf{f}_g(\mathbf{r})$: es el flujo de neutrones en el grupo g y en el punto \mathbf{r} .

$D_g(\mathbf{r})$: es el coeficiente de difusión en el grupo g y en el punto \mathbf{r} .

$\Sigma_{rg}(\mathbf{r})$: es la sección eficaz de remoción en el grupo g y en el punto \mathbf{r} .

$\Sigma_{fg'}(\mathbf{r})$: es la sección eficaz de fisión en el grupo g' y en el punto \mathbf{r} .

\mathbf{c}_g : es la fracción de neutrones de fisión en el grupo g .

\mathbf{n} : es el número promedio de neutrones por fisión.

k : es el valor propio o constante de multiplicación efectiva.

La solución de la ecuación (1) está sujeta a condiciones de frontera establecidas que pueden ser de vacío (flujo escalar cero en la frontera), reflexión (corriente cero en la frontera) o una combinación de estas dos (frontera extrapolada o condición de albedo).

La inclusión de k en la ecuación (1) es un artificio matemático, con el cual se asegura que exista siempre algún valor real positivo único mediante el cual la solución matemática corresponde a una solución física real [1]. La ecuación (1) se puede escribir en forma compacta como:

$$A \mathbf{f} = \frac{1}{k} B \mathbf{f} \quad (3a)$$

donde :

$$\mathbf{f} = [\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_G]^T \quad (3b)$$

$$A \equiv \begin{bmatrix} -\nabla \cdot D_1 \nabla + \Sigma_{r1} & -\Sigma_{s,2 \rightarrow 1} & \dots & \dots & -\Sigma_{s,G \rightarrow 1} \\ -\Sigma_{s,1 \rightarrow 2} & -\nabla \cdot D_2 \nabla + \Sigma_{r2} & \dots & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \dots & \cdot \\ -\Sigma_{s,1 \rightarrow G} & \dots & \dots & \dots & -\nabla \cdot D_G \nabla + \Sigma_{rG} \end{bmatrix} \quad (3c)$$

$$B = \mathbf{c} F^T \quad (3d)$$

$$\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_G]^T \quad (3e)$$

$$F = [\mathbf{n}\Sigma_{f1}, \dots, \mathbf{n}\Sigma_{fG}]^T \quad (3f)$$

donde el factor de multiplicación efectivo del sistema, k_{eff} , corresponde al mayor de los valores propios k de $T = A^{-1}B$ cuyo vector propio corresponde al modo fundamental o flujo crítico de neutrones.

3. TEORÍA DE PERTURBACIÓN LINEAL

La teoría de perturbación lineal es útil para determinar cambios del sistema, del factor de multiplicación efectivo o de la reactividad, debidos, por ejemplo, a la inserción parcial de una barra de control o a variaciones pequeñas (10^{-2} - 10^{-3}) debidas al quemado de combustible. En el caso de dos grupos de energía las matrices A y B estarían definidas como sigue:

$$A = \begin{pmatrix} -\nabla \cdot D_1 \nabla + \Sigma_{R1} & 0 \\ -\Sigma_{S1 \rightarrow 2} & -\nabla \cdot D_2 \nabla + \Sigma_{R2} \end{pmatrix} \quad (4a)$$

$$B = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_1 \mathbf{n}_1 \Sigma_{f1} & \mathbf{c}_1 \mathbf{n}_2 \Sigma_{f2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4b)$$

donde el subíndice 1 denota el grupo de neutrones rápidos y el subíndice 2 el grupo de neutrones térmicos. En este ejemplo se ha supuesto que no hay dispersión hacia arriba y que los neutrones de fisión nacen en el grupo 1.

En la teoría de perturbación lineal es necesario calcular las matrices adjuntas así como el flujo adjunto. A diferencia del caso de un grupo de energía, que es un problema auto-adjunto, cuando se tienen dos grupos de energía, las matrices adjuntas de A y B resultan ser sus transpuestas lo que hace que el problema no sea auto-adjunto. Así, para este último caso, las matrices adjuntas de A y B están dadas entonces por:

$$A^\dagger = \begin{pmatrix} -\nabla \cdot D_1 \nabla + \Sigma_{R1} & -\Sigma_{S1 \rightarrow 2} \\ 0 & -\nabla \cdot D_2 \nabla + \Sigma_{R2} \end{pmatrix} \quad (5a)$$

y

$$B^\dagger = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_1 \mathbf{n}_1 \Sigma_{f1} & 0 \\ \mathbf{c}_1 \mathbf{n}_2 \Sigma_{f2} & 0 \end{pmatrix} \quad (5b)$$

En forma matricial, las ecuaciones para el problema adjunto serían entonces las siguientes:

$$A^\dagger \mathbf{f}^\dagger = \frac{1}{k} B^\dagger \mathbf{f}^\dagger \quad (6)$$

y, al no ser un problema auto-adjunto, entonces se tiene que $\mathbf{f} \neq \mathbf{f}^\dagger$.

El cambio en reactividad que correspondería a una perturbación en la composición del núcleo se podría expresar como una matriz que modifica de alguna manera a las matrices A y B en una región en particular, por lo que se tendrían matrices perturbadas dadas por:

$$A' = A + \mathbf{d}A \quad (7)$$

y

$$B' = B + \mathbf{d}B \quad (8)$$

En donde se asume que las perturbaciones $\mathbf{d}A$ y $\mathbf{d}B$ son pequeñas elemento por elemento comparadas con las matrices A y B . Después de sustituir las ecuaciones (7) y (8) en (4a) y (4b), y hacer ciertas simplificaciones, la aproximación correspondiente a la teoría de perturbación lineal para el cambio en reactividad está dado por:

$$\Delta \rho = \frac{\left\langle \mathbf{f}^\dagger, \left(\frac{1}{k} \mathbf{d}B - \mathbf{d}A \right) \mathbf{f} \right\rangle}{\left\langle \mathbf{f}^\dagger, B \mathbf{f} \right\rangle} \quad (9)$$

en donde el producto interno $\langle f, g \rangle$ está definido por:

$$\langle f, g \rangle = \int_V f^*(\mathbf{r})g(\mathbf{r})d\mathbf{r} \quad (10)$$

La obtención de la Ec. (9) se describe en el Apéndice A y con ella se determinarán los cambios en reactividad para cada uno de los casos (problemas modelo) que se describirán más adelante.

4. DISCRETIZACIÓN ESPACIAL

La discretización espacial de las ecuaciones de difusión descritas en la Sección 2 se realizó empleando dos métodos nodales de elemento finito, el RT0 y el RT1, los cuales aproximan localmente al flujo de neutrones en cada grupo de energía mediante una función polinomial que interpola 5 y 12 parámetros respectivamente.

Las Figuras 1 y 2 muestran el conjunto D de parámetros de interpolación así como los respectivos espacios polinomiales S_h .

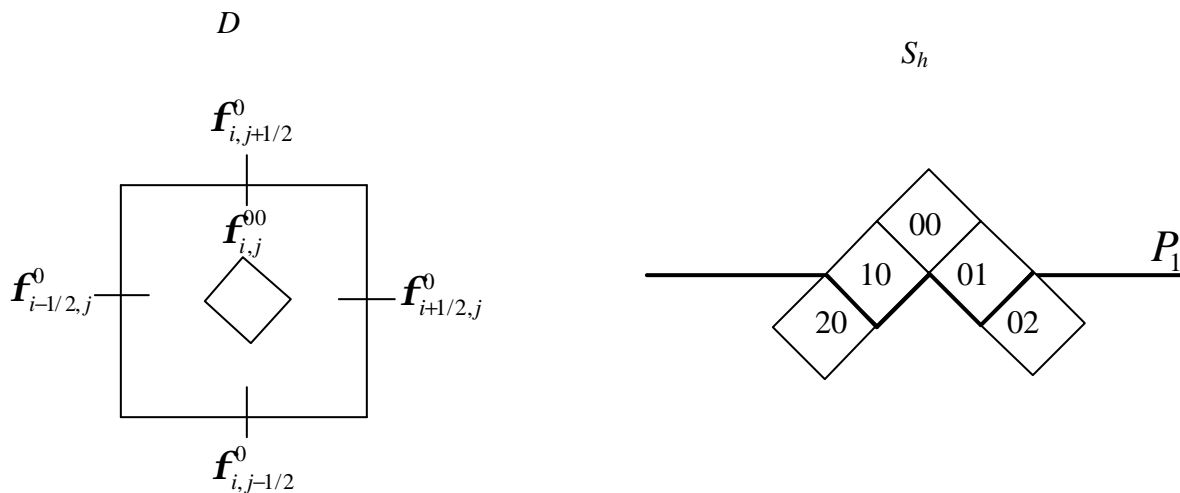


Figura 1. Conjunto de parámetros de interpolación y espacio polinomial de aproximación para el esquema nodal RT0.

En el método RT0 se interpolan los momentos de Legendre de orden cero por cara y el momento de Legendre (00) por celda, teniendo en total 5 parámetros de interpolación por celda, mientras que el RT1 interpola los momentos de Legendre de órdenes cero y primer orden por cara y los momentos de Legendre (00), (10), (01) y (11) por celda, teniendo en total 12 parámetros de interpolación por celda.

De esta manera procediendo como se hace regularmente con métodos de elemento finito se obtiene un sistema algebraico de ecuaciones. La matriz correspondiente a este sistema algebraico se construye en base a las contribuciones que vienen de las matrices de rigidez y la matriz de masa. Para problemas con geometría XY, el sistema algebraico de ecuaciones, en realidad un problema de valor propio, se escribe como sigue:

$$\left(K_x^g + K_y^g + M_R^g\right) \underline{f}^g = \sum_{s=1}^G M_s^{g' \rightarrow g} \underline{f}^{g'} + \frac{1}{k} \sum_{f=1}^G M_f^{g' \rightarrow g} \underline{f}^{g'}, \quad g = 1, \dots, G \quad (11)$$

donde los elementos de las matrices locales correspondientes a las matrices de rigidez K_x^g y K_y^g están dados por:

$$k_{x_{ij}}^{eg} := D_g^e \frac{\Delta y_j}{\Delta x_i} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_j}{\partial x} dx dh \quad (12a)$$

$$k_{y_{ij}}^{eg} := D_g^e \frac{\Delta x_i}{\Delta y_j} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \frac{\partial u_i}{\partial h} \frac{\partial u_j}{\partial h} dx dh \quad (12b)$$

y los de las matrices de masa M de la siguiente manera

$$m_{ij} := \frac{\Sigma^e \Delta x_i \Delta y_j}{4} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} u_i(\mathbf{x}, \mathbf{h}) u_j(\mathbf{x}, \mathbf{h}) dx dh \quad (13)$$

donde la Σ^e corresponde a la sección eficaz asociada a la matriz de masa y donde las u_i involucradas en las integrales, son funciones base locales de la aproximación de elemento finito empleada. Estas integrales se evaluaron exactamente en cada caso. Con las matrices locales, es decir correspondientes a cada celda de la discretización, se construyeron las matrices globales y el problema de valor propio discreto es finalmente resuelto utilizando el método de Wielandt [2] el cual se aplicó en el caso unidimensional en un trabajo previo [3].

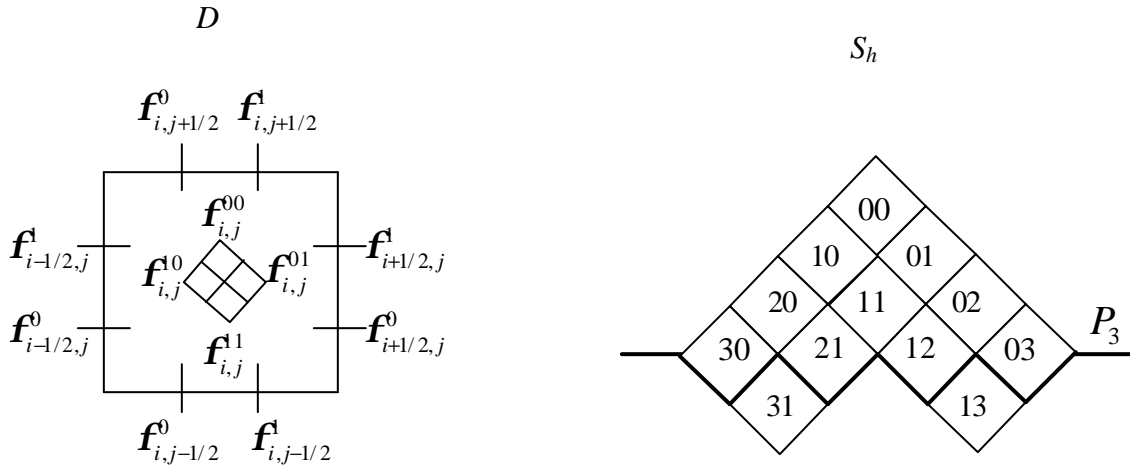


Figura 2. Conjunto de parámetros de interpolación y espacio polinomial de aproximación para el esquema nodal RT1.

Se desarrolló una versión modificada del programa Nod2D la cual determina los flujos directos y adjuntos así como la k_{eff} correspondiente al problema sin perturbar para inmediatamente calcular con la Ec. (9) una aproximación al cambio en reactividad del problema perturbado de donde se puede estimar la k_{eff} perturbada. El programa permite hacer refinamientos de malla y utiliza algunas rutinas del paquete SparsKit [4] que resuelve sistemas algebraicos de manera eficiente. A esta versión del programa Nod2D nos referiremos como Nod2D-TPL.

A continuación, y para propósitos de comparación, se describen los problemas de prueba que serán resueltos con el método directo (Nod2D) y con la teoría de aproximación (Nod2D-TPL).

5. PROBLEMA DE PRUEBA Y RESULTADOS NUMÉRICOS

5.1 Problema de Prueba 2D-IAEA Estático

Este problema representa un reactor del tipo PWR, el cual tiene simetría respecto a la diagonal y considera, originalmente, cuatro materiales distintos. Para el caso que nos interesa resolver se agregará un material más el cual se perturbará como se describirá posteriormente. Las secciones eficaces para cada uno de los cinco materiales se proporcionan en la Tabla I. En el caso del material 5 es conveniente mencionar que originalmente es idéntico al material 3, y que se va ir perturbando para pasar de un ensamble con barra de control a un ensamble sin barra de control. La única sección que será perturbada es la sección de remoción térmica.

Tabla I. Secciones eficaces para cada material del problema 2D-IAEA

| Material | Grupo g | D_g | S_{rg} | nS_{fg} | $S_{sI@2}$ |
|----------|-----------|-------|----------|-----------|------------|
| 1 | 1 | 1.5 | 0.03 | 0.0 | 0.02 |
| | 2 | 0.4 | 0.08 | 0.135 | |
| 2 | 1 | 1.5 | 0.03 | 0.0 | 0.02 |
| | 2 | 0.4 | 0.085 | 0.135 | |
| 3 | 1 | 1.5 | 0.03 | 0.0 | 0.02 |
| | 2 | 0.4 | 0.13 | 0.135 | |
| 4 | 1 | 2.0 | 0.04 | 0.0 | 0.04 |
| | 2 | 0.3 | 0.01 | 0.0 | |
| 5 | 1 | 1.5 | 0.03 | 0.0 | 0.02 |
| | 2 | 0.4 | 0.13 | 0.135 | |

La Figura 2 representa el mapa de distribución de los materiales y la geometría de este problema.

Para este problema se analiza la respuesta del sistema ante la inserción de una perturbación en la sección de remoción del grupo térmico para un ensamble específico, esto se realiza para 8 distintas perturbaciones y para dos distintos esquemas nodales, el RT0 y el RT1, y dos mallas de discretización espacial distintas, una que corresponde a una malla 1x1 en cada ensamble y la otra a una malla de 2x2 en cada ensamble.

Se discute también la repercusión sobre el sistema al perturbar cada uno de sus ensambles con una perturbación fija, es decir cómo se comporta el sistema cuando la misma perturbación se realiza ensamble por ensamble.

5.2 Resultados Numéricos

En esta primera parte de los resultados, la sección de remoción térmica correspondiente al material 5 fue decrementada mediante una perturbación $d\Sigma_{R2}$. A $d\Sigma_{R2}$ se le asignaron 8 valores distintos que simulan la extracción de la barra de control en la posición del material 5.

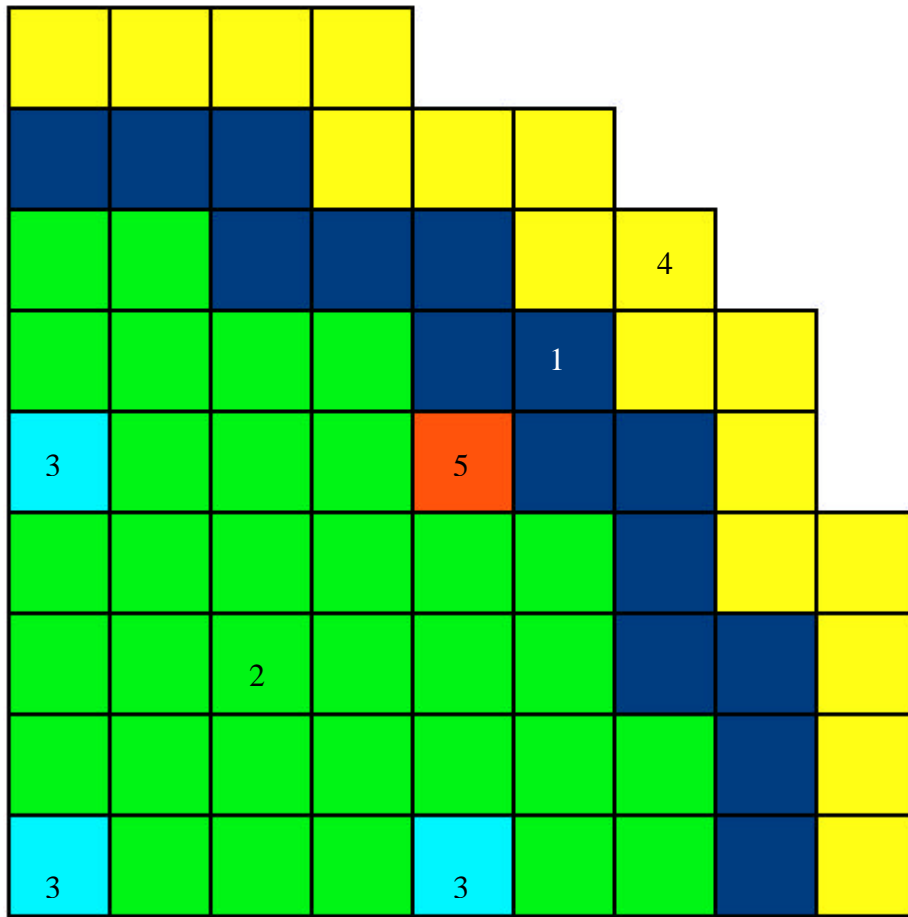


Figura 2. Distribución de materiales para el problema 2D-IAEA

Las Tablas II a V proporcionan los resultados numéricos obtenidos para la k_{eff} , con los esquemas RT0 y RT1, utilizando el programa de cómputo Nod2D, que resuelve el problema directo, y Nod2D-TPL, que resuelve el problema utilizando teoría de perturbación lineal. Las Tablas II y III corresponden a una malla 1x1 mientras que las Tablas IV y V son para una malla 2x2.

Tabla II. Resultados obtenidos para k_{eff} con una malla 1x1 y el método RT0

| $\Sigma_r - d\Sigma_r$ cm ⁻¹ | $d\Sigma_r$ cm ⁻¹ | k_{eff} (MNEF) | k_{eff} (TPL) | Diferencia $ k_{MNEF} - k_{TPL} $ |
|--|---------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------------------|
| 0.13 | 0.0000 | 1.0312009 | ----- | ----- |
| 0.1255 | 0.0045 | 1.0315028 | 1.0313898 | 0.0001130 |
| 0.1210 | 0.0090 | 1.0318463 | 1.0315744 | 0.0002719 |
| 0.1165 | 0.0135 | 1.0322411 | 1.0317592 | 0.0004819 |
| 0.1075 | 0.0225 | 1.0332397 | 1.0321288 | 0.0011109 |
| 0.0985 | 0.0315 | 1.0346675 | 1.0324988 | 0.0021687 |
| 0.0940 | 0.0360 | 1.0356381 | 1.0326838 | 0.0029543 |
| 0.0895 | 0.0405 | 1.0368697 | 1.0328689 | 0.0040008 |
| 0.0850 | 0.0450 | 1.0384762 | 1.0330541 | 0.0054221 |

Tabla III. Resultados obtenidos para k_{eff} con una malla 1x1 y el método RT1

| $\Sigma_r - d\Sigma_r$ cm ⁻¹ | $d\Sigma_r$ cm ⁻¹ | k_{eff} (MNEF) | k_{eff} (TPL) | Diferencia $ k_{MNEF} - k_{TPL} $ |
|--|---------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------------------|
| 0.13 | 0.0000 | 1.0296578 | ----- | ----- |
| 0.1255 | 0.0045 | 1.0299430 | 1.0298356 | 0.0001074 |
| 0.1210 | 0.0090 | 1.0302675 | 1.0300099 | 0.0002576 |
| 0.1165 | 0.0135 | 1.0306404 | 1.0301844 | 0.0004560 |
| 0.1075 | 0.0225 | 1.0315833 | 1.0305335 | 0.0010498 |
| 0.0985 | 0.0315 | 1.0329303 | 1.0308828 | 0.0020475 |
| 0.0940 | 0.0360 | 1.0338451 | 1.0310576 | 0.0027875 |
| 0.0895 | 0.0405 | 1.0350049 | 1.0312324 | 0.0037725 |
| 0.0850 | 0.0450 | 1.0365165 | 1.0314072 | 0.0051093 |

La Figura 3. Muestra gráficamente cómo varía k_{eff} con respecto al tamaño de la perturbación cuando se emplea el método RT0 y una malla 1x1. Es claro que conforme va creciendo la perturbación las soluciones numéricas proporcionadas por Nod2D y Nod2D-TPL para la k_{eff} también va creciendo. La Figura 4 corresponde al caso del método RT1 con una malla 2x2 y es muy ilustrativa ya que muestra que los factores de multiplicación efectivos obtenidos con Nod2D y Nod2D-TPL son similares, menores a 100pcms, para perturbaciones que están por debajo de 0.036cm⁻¹ que equivale al 20% de la sección de remoción térmica que tenía originalmente el material 5.

Tabla IV. Resultados obtenidos para k_{eff} con una malla 2x2 y el método RT0

| $\Sigma_r - d\Sigma_r$ cm ⁻¹ | $d\Sigma_r$ cm ⁻¹ | k_{eff} (MNEF) | k_{eff} (TPL) | Diferencia $ k_{MNEF} - k_{TPL} $ |
|--|---------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------------------|
| 0.13 | 0.0000 | 1.0298188 | ----- | ----- |
| 0.1255 | 0.0045 | 1.0301006 | 1.0302371 | 0.0001365 |
| 0.1210 | 0.0090 | 1.0304216 | 1.0306524 | 0.0002308 |
| 0.1165 | 0.0135 | 1.0307910 | 1.0310680 | 0.0002770 |
| 0.1075 | 0.0225 | 1.0317269 | 1.0319002 | 0.0001733 |
| 0.0985 | 0.0315 | 1.0330682 | 1.0327337 | 0.0003345 |
| 0.0940 | 0.0360 | 1.0339815 | 1.0331510 | 0.0008305 |
| 0.0895 | 0.0405 | 1.0351420 | 1.0335687 | 0.0015733 |
| 0.0850 | 0.0450 | 1.0366583 | 1.0339866 | 0.0026717 |

Se observa que el error es mayor cuando se utiliza un esquema menos preciso y que aumenta también mientras la perturbación sea más grande, esto es debido al tipo de aproximación que se maneja en el cálculo cuando es aplicada la teoría de perturbación lineal. De forma similar es posible obtener las diferencias entre los valores de k_{eff} para Nod2D y Nod2D-TPL cuando la perturbación "barre" el reactor de manera que a cada ensamble se le agrega el valor de la perturbación (en este caso a la sección de remoción del grupo térmico).

Para este análisis se toman en consideración 2 perturbaciones distintas utilizando el esquema RT1 y una malla 2x2.

Tabla V. Resultados obtenidos para k_{eff} con una malla 2x2 y el método RT1

| $\Sigma_r - d\Sigma_r$ cm ⁻¹ | $d\Sigma_r$ cm ⁻¹ | k_{eff} (MNEF) | k_{eff} (TPL) | Diferencia $ k_{MNEF} - k_{TPL} $ |
|--|---------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------------------|
| 0.13 | 0.0000 | 1.0295808 | ----- | ----- |
| 0.1255 | 0.0045 | 1.0298595 | 1.0300072 | 0.0001477 |
| 0.1210 | 0.0090 | 1.0301773 | 1.0304307 | 0.0002534 |
| 0.1165 | 0.0135 | 1.0305432 | 1.0308545 | 0.0003113 |
| 0.1075 | 0.0225 | 1.0314714 | 1.0317032 | 0.0002318 |
| 0.0985 | 0.0315 | 1.0328027 | 1.0325533 | 0.0002494 |
| 0.0940 | 0.0360 | 1.0337095 | 1.0329788 | 0.0007307 |
| 0.0895 | 0.0405 | 1.0348614 | 1.0334047 | 0.0014567 |
| 0.0850 | 0.0450 | 1.0363654 | 1.0338310 | 0.0025344 |

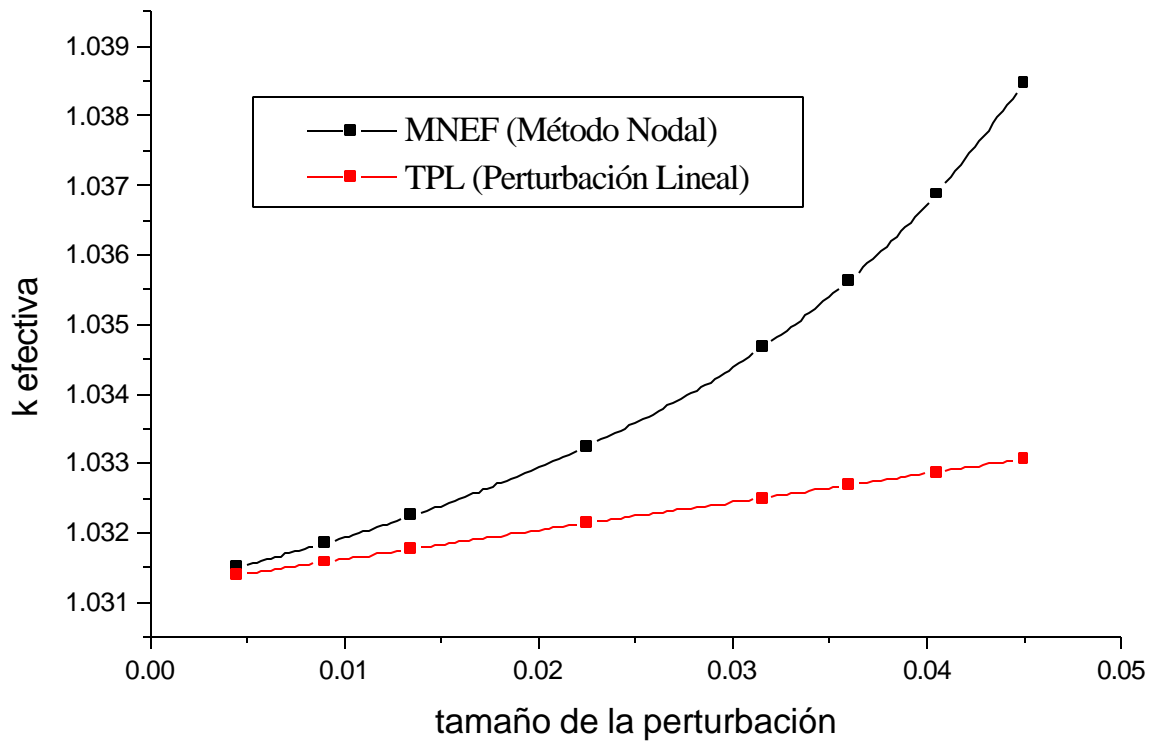


Figura 3. Valores de k_{eff} para Nod2D y Nod2D-TPL para un esquema nodal RT0 y una malla 1x1

Las diferencias entre Nod2D y Nod2D-TPL para el mapa, puede ser representado como un arreglo 3-dimensional donde se gráfica la posición de cada ensamble y el error existente cuando la perturbación se agrega en dicha posición.

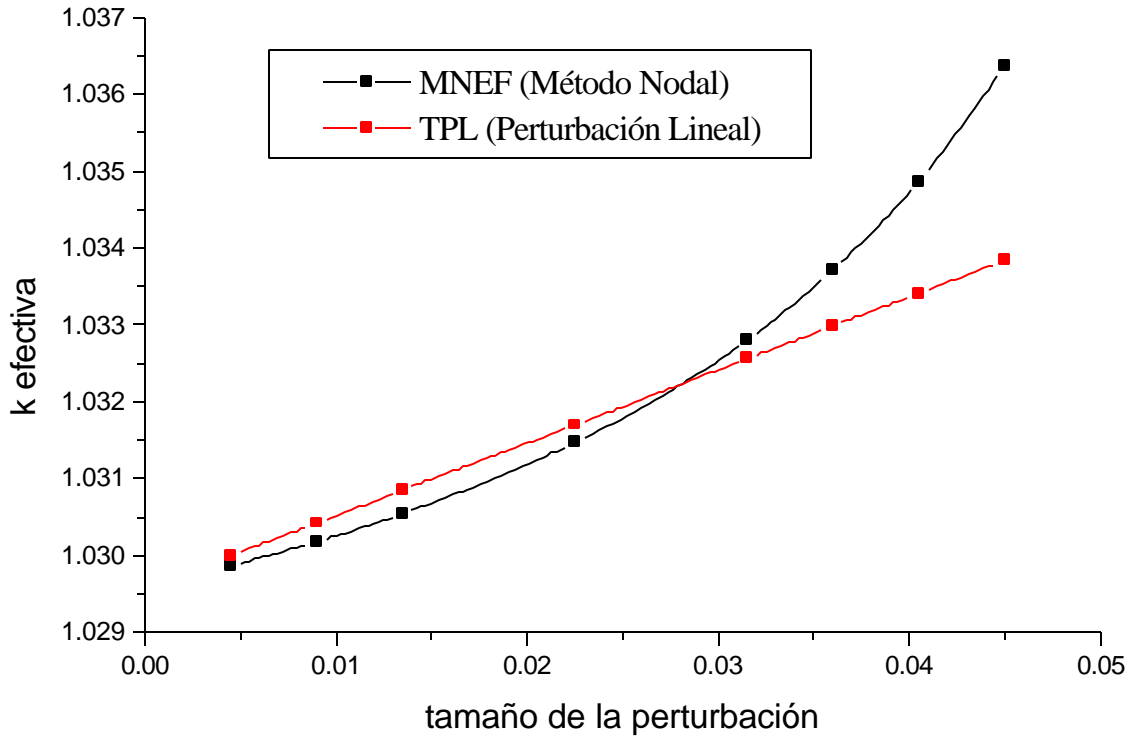


Figura 4. Valores de k_{eff} para Nod2D y Nod2D-TPL para un esquema nodal RT1 y una malla 2x2

6. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han mostrado las bondades de emplear la teoría de perturbación lineal en combinación con un método nodal.

Los errores obtenidos entre el cálculo directo y el de la teoría de perturbación son menores a 100pcms lo que lo hace atractivo en estudios de optimización combinatoria de recargas de combustible.

Con esto es posible deducir que los resultados obtenidos con la utilización de este método son muy buenos, lo cual lo hace una método confiable para realizar cálculos de variaciones de reactividad debido a pequeñas perturbaciones en el sistema.

Las Figuras 5 y 6 muestran las distribuciones de los errores para cada ensamble de combustible en el núcleo del reactor. Las figuras muestran el caso cuando una perturbación (de 4.5×10^{-3} y 9.0×10^{-3} respectivamente) barre cada elemento del núcleo, de esta manera es posible observar dónde es más o menos eficiente utilizar la Teoría de Perturbación Lineal (TPL) de acuerdo a una distribución particular del núcleo mostrada para los problemas analizados en este trabajo. Los colores representan el error y los ejes en x y y los ensambles de combustible en el arreglo del núcleo.

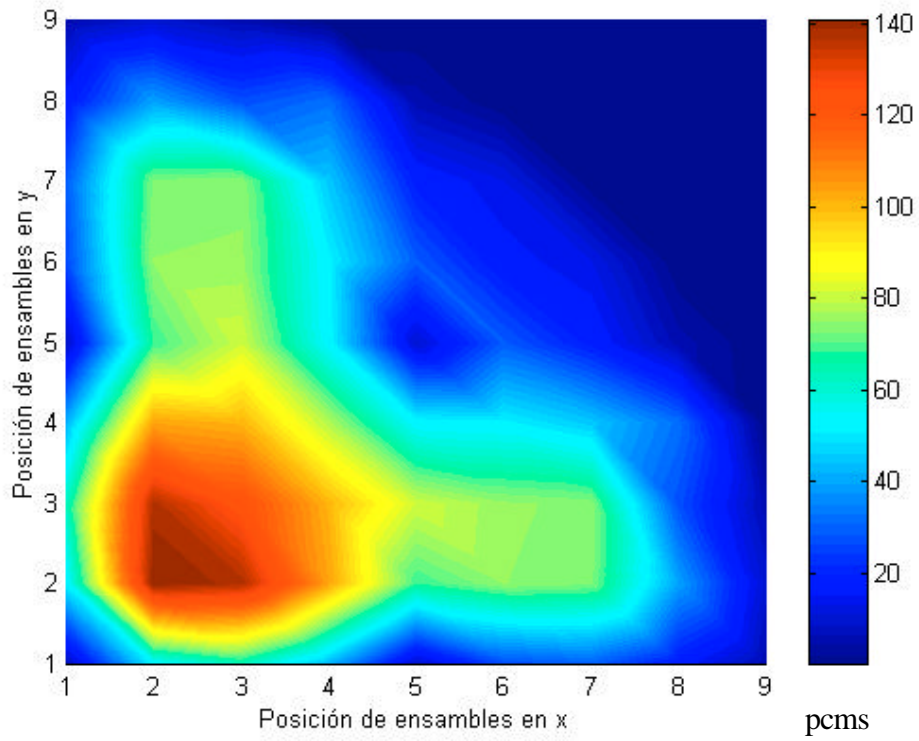


Figura 5. Distribución de errores para una perturbación de 4.5×10^{-3}

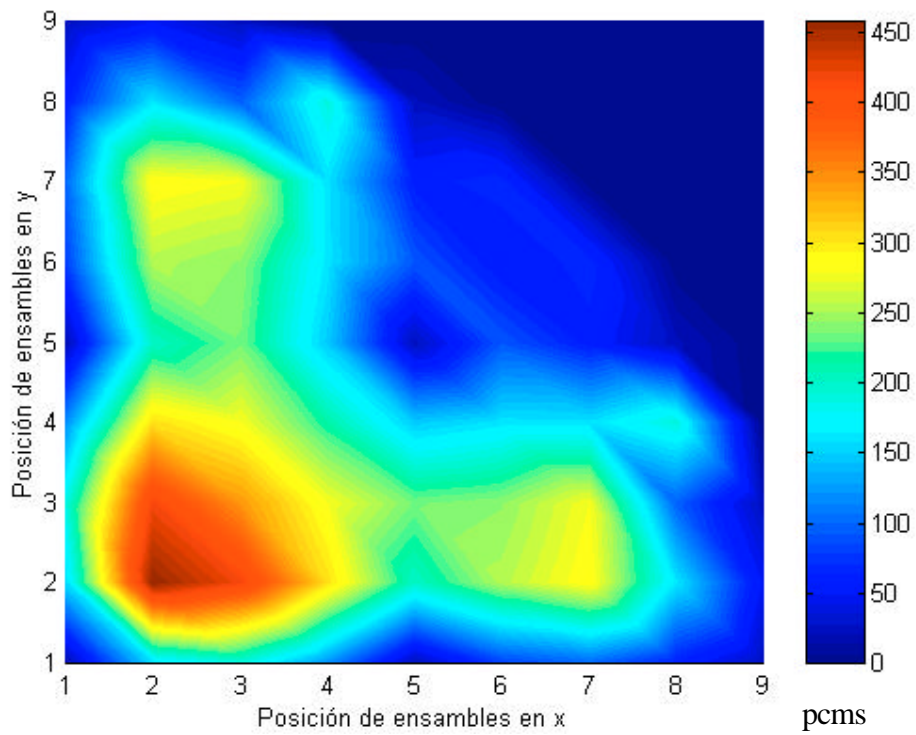


Figura 6. Distribución de errores para una perturbación de 9.0×10^{-3}

APENDICE A

De la referencia [1] es posible obtener los elementos para la obtención de la fórmula (9) utilizada en este trabajo y que a continuación se detalla.

Tenemos el sistema dado por:

$$A'f' = \frac{1}{k'} B'f'$$

donde la representación que caracteriza al sistema perturbado es:

$$(f^\dagger, Af') + (f^\dagger, dAf') = \frac{1}{k'} (f^\dagger, Bf') \quad (1A)$$

con:

$$(f^\dagger, Af') = (A^\dagger f^\dagger, f') = \left(\frac{1}{k} B^\dagger f^\dagger, f'\right) = \frac{1}{k} (f^\dagger, Bf') \quad (2A)$$

Entonces sustituyendo (2A) en (1A):

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} (f^\dagger, Bf') + (f^\dagger, dAf') &= \frac{1}{k'} (f^\dagger, Bf') \\ (f^\dagger, dAf') &= (f^\dagger, Bf') \left[\frac{1}{k'} - \frac{1}{k} \right] \end{aligned}$$

de tal forma que se llega a:

$$\left[\frac{1}{k'} - \frac{1}{k} \right] = \frac{(f^\dagger, dAf')}{(f^\dagger, Bf')}$$

donde:

$$\Delta r = r' - r = \left(1 - \frac{1}{k'}\right) - \left(1 - \frac{1}{k}\right) = \left(\frac{1}{k'} - \frac{1}{k}\right)$$

Finalmente, utilizando la definición de producto interno se obtiene:

$$\Delta r = \frac{\int d^3 r f(r) d\Sigma_a(r) f(r)}{\int d^3 r f(r) n\Sigma_f(r) f(r)}$$

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) el apoyo recibido a través del proyecto de investigación 33806-U.

REFERENCIAS

1. J.J. Duderstadt and L. J. Hamilton, *Nuclear Reactor Analysis*, John Wiley & Sons, New York (1976).
2. T. M. Sutton, *Wielandt Iteration as Applied to the Nodal Expansion Method*, GE Co. Knoll Atomic Power Laboratory (1983).
3. A. Múgica y E. del Valle, “Método de Wielandt Aplicado a las Ecuaciones de Difusión Multigrupos Discretizadas por Métodos Nodales de Elemento Finito”, *Memorias del XIV Congreso Anual de la Sociedad Nuclear Mexicana/XXI Reunión Anual de la Sociedad Mexicana de Seguridad Radiológica*, Guadalajara, Jalisco, México, 10-13 Septiembre. (2003).
4. Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear System*, PWS Publishing Co. Boston (1996).
5. A. M. Gómez, S. Villalobos y E. del Valle, “Cálculos de Reactividad, Analíticos y Numéricos, en Geometría Plana, Usando Teoría de Perturbación Lineal”, *Memorias del XIII Congreso Anual de la Sociedad Nuclear Mexicana/XX Reunión Anual de la Sociedad Mexicana de Seguridad Radiológica*, Ixtapa-Zihuatanejo, Guerrero, 10-13 Noviembre (2002).